Дифференциальными уравнениями называются уравнени
в которых содержатся производные неизвестных функций.

Если неизвестная функция зависит только от одн
переменной, то уравнения называются **обыкновенными.**

$$y'' - xy' + y = 2\ln x$$

Если неизвестная функция зависит от двух и более переменных, то уравнения называются дифференциальными уравнениями **в частных производных .**

$$x\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - y\frac{\partial z}{\partial x} = 2z$$

Порядок старшей производной, входящей дифференциальное уравнение, называется **порядком** это уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' + xy^2 = \sin x, \quad xy'^3 + e^x = 5, \quad \ln(y'^2 + x^2) - xtgy = ayx,$$

Порядок старшей производной, входящей в дифференциальное уравнение, называется **порядком** этого уравнения.

Дифференциальные уравнения первого порядка:

$$y' + xy^2 = \sin x, \quad xy'^3 + e^x = 5, \quad \ln(y'^2 + x^2) - xtgy = ayx,$$

Дифференциальное уравнение второго порядка:

$$xy'' - y'^3 + 2xy = 0, \quad y''' + 5y'' + 6y = 2x.$$

Дифференциальное уравнение третьего порядка:

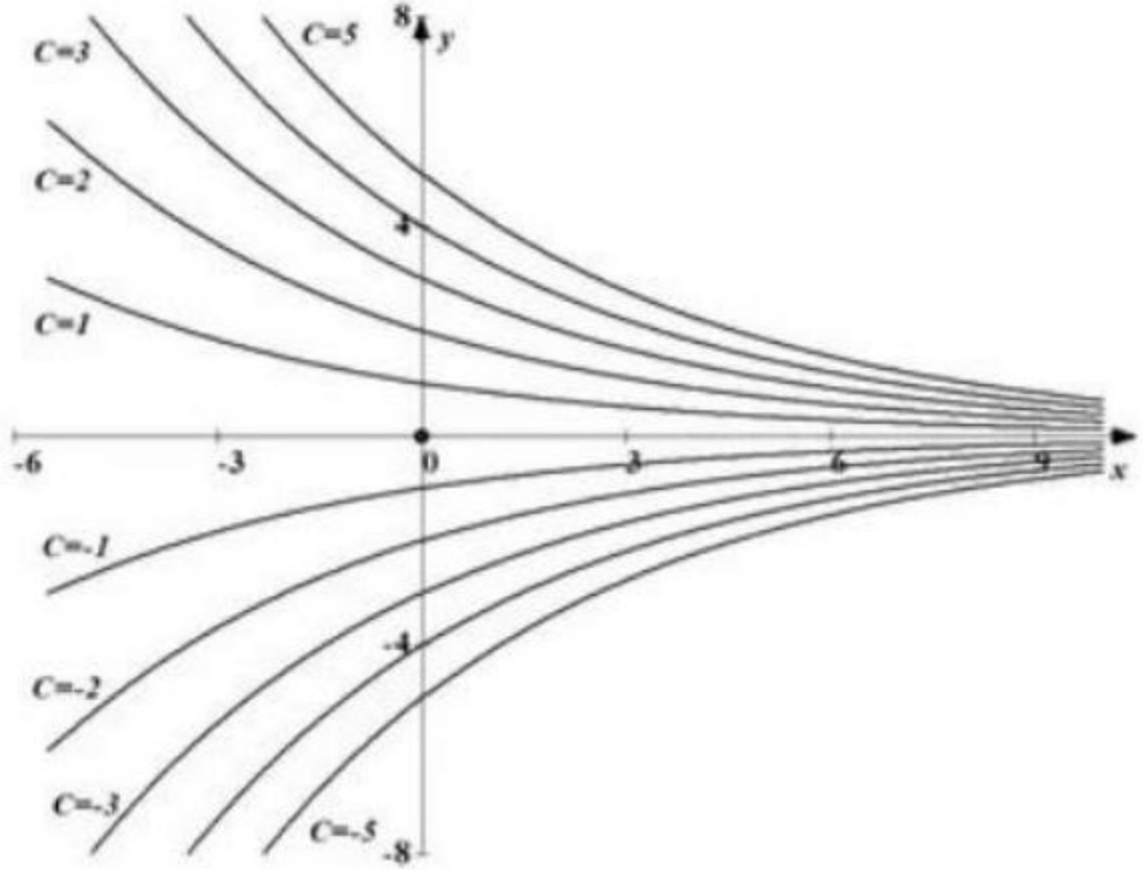
Обыкновенное дифференциальное уравнение n-порядка с одной неизвестной функцией y аргумента обычно записывают в виде

$$F(x, y, y', y'', ... y^{(n)}) = 0,$$

где F - известная функция своих аргументов.

Решение дифференциального уравнения (ДУ) на промежутке X – функция $y = \varphi(x)$, *n* раз дифференцируемая на нем, которая при подстановке ее в уравнение, обращает его в тождество на всем промежутке .

График решения $y = \varphi(x)$ ДУ - **интегральная кривая этого уравнения**



$(\sin x + C)' = \cos x$ $\longrightarrow$ $\int \cos x dx = \sin x + C$

Процесс отыскания решений дифференциального уравнения называется **интегрированием этого уравнения**.

Если решение получено в неявной форме $\Phi(x, y) = 0$, то такое выражение называют **общим интегралом** д.у.

10.1. Дифференциальные уравнения первого порядка

ДУ первого порядка записывается в виде:

$$F(x, y, y') = 0$$

x - независимая переменная,
y- его неизвестная функция,
F- заданная функция трех переменных.

Если разрешить это уравнение относительно первой производной, получим **уравнение в нормальной форме:**

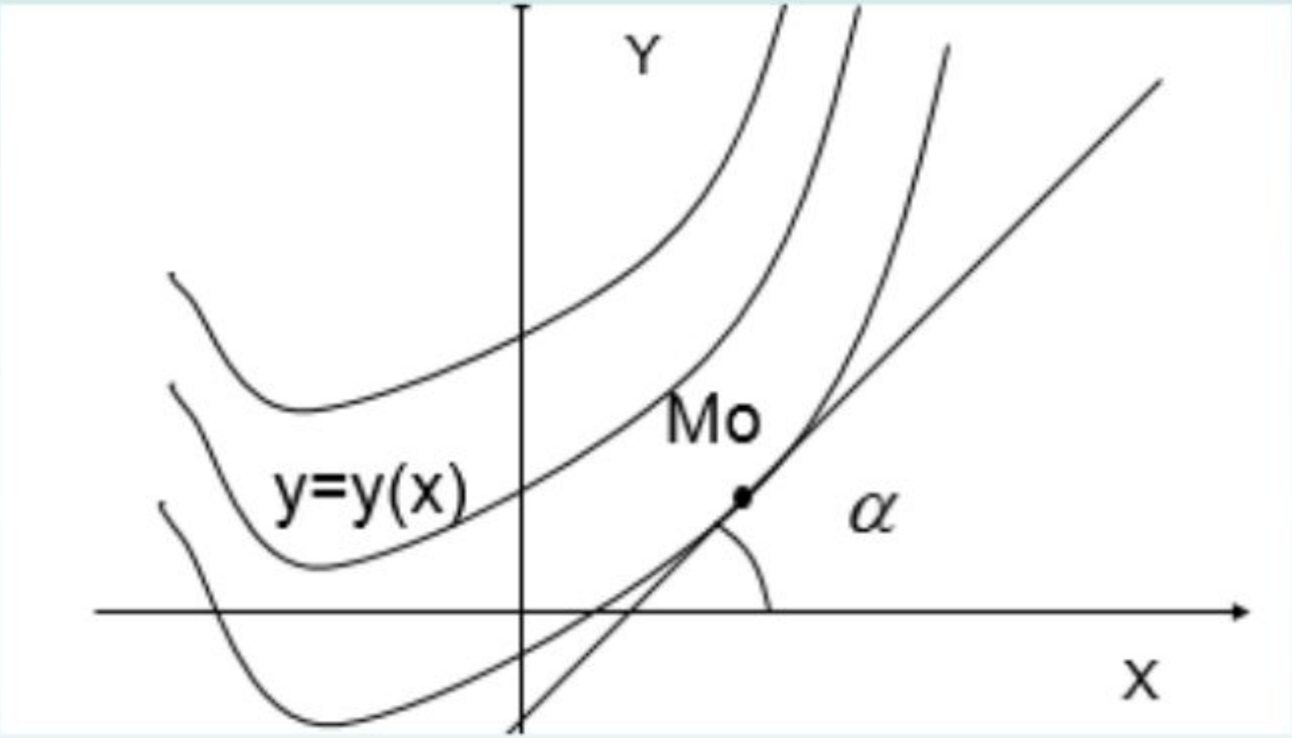
$$y' = f(x, y)$$

Геометрическая интерпретация уравнения $y' = f(x, y)$.

$$tg\alpha = y'(x_0),$$

$$y'(x_0) = f(x_0, y_0),$$

$$tg\alpha = f(x_0, y_0).$$



Угол α наклона касательной к интегральной кривой в любой ее точке определен правой частью заданного дифференциального уравнения .

Задача Коши.

Найти решение $y(x)$, уравнения $y' = f(x, y)$, удовлетворяющее дополнительному условию

$$y(x_0) = y_0,$$

где x_0 и y_0 любые числа, для которых определена функция $f(x, y)$.

Дополнительное условие называют **начальным условием**, числа x_0 и y_0 - **начальными значениями** решения уравнения $y' = f(x, y)$, а саму задачу - **задачей Коши** или **начальной задачей**.

С геометрической точки зрения задача Коши состоит в нахождении интегральной кривой, проходящей через заданную точку $M(x_0, y_0)$.