Угол между прямыми

Выполнили:
Ученицы 11 А класса
Преснякова Кристина
Голубчик Евгения
Малахова Татьяна

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Дан четырехугольный параллелепипед ABCDA1B1C1D1. Найти угол между C1D и BF, где F- середина CD; ес$\frac{1}{\sqrt{2}}$и AD= ; CD=AA1= √2.

УГОЛ МЕЖДУ ПРЯМЫМИ:

- Углом между двумя пересекающимися прямыми называется наименьший из углов, образованных при пересечении прямых.

-Углом между скрещивающимися прямыми называется угол между пересекающимися прямыми, соответственно параллельными данным скрещивающимся.

-Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90.

-Угол между параллельными прямыми считается равным нулю.

Задачу можно решить тремя способами:

1. *Поэтапно-вычислительным методом*
2. *Координатным методом*
3. *Методом трех косинусов*

ПОЭТАПНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ МЕТОД

При нахождении этим методом угла между прямыми m и l используют формулу:

$$\cos\varphi = \frac{|\,b^2 + c^2 - a^2\,|}{2bc}$$

где a и b длины сторон треугольника ABC, соответственно параллельных этим прямым.

Далее:

РЕШЕНИЕ:

1)Проведем ED║BF

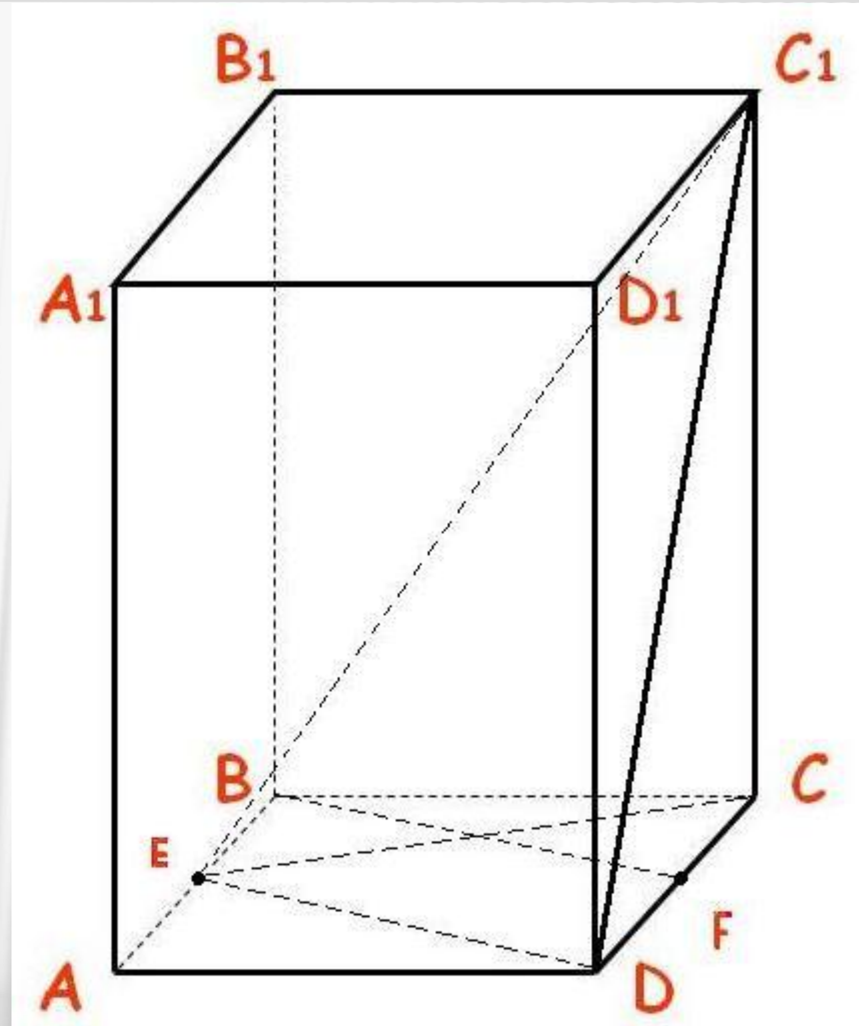
2)В треугольнике C1ED найдем прямую ED.
Треугольник AED – прямоугольный;
AE=EB, т.к. ED║BF и F- середина CD.
AE=√2/2, AD=1/√2.
По теореме Пифагора:
$ED^2= AE^2+ AD^2$
$ED^2=1/2+1/2=1$
ED=1

3) В треугольнике C1CD .
По теореме Пифагора:
$C1D^2= C1C^2+ CD^2$
$C1D^2=2+2=4$
C1D=2

4) Проведем EC.
C1C⊥(ABCD),
EC принадлежит (ABCD)
Значит, EC⊥ C1C
EC= ED (т.к. AED=BCE по двум сторонам и углу между ними)

5) В прямоугольном треугольнике C1CE:
$C1E^2= EC^2+C1C^2$
$C1E^2=1+2=3$
C1E=√3

6) < EDC1-искомый
cos< EDC1= ED^2+ $C1D^2$-$C1E^2$/2* ED* C1D=1/2
< EDC1=arccos1/2=60°
Ответ: 60°



КООРДИНАТНЫЙ МЕТОД:

При нахождении угла между прямыми m и l используют формулу

$$\cos\varphi = \frac{|\vec{p}\cdot\vec{q}|}{|\vec{p}|\cdot|\vec{q}|}$$

или в координатной форме:

$$\cos\varphi = \frac{|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

где p и q - векторы, соответственно параллельные этим прямым; в частности, для того чтобы прямые m и l были перпендикулярны, необходимо и достаточно чтобы p*q= 0.

Далее:

РЕШЕНИЕ:

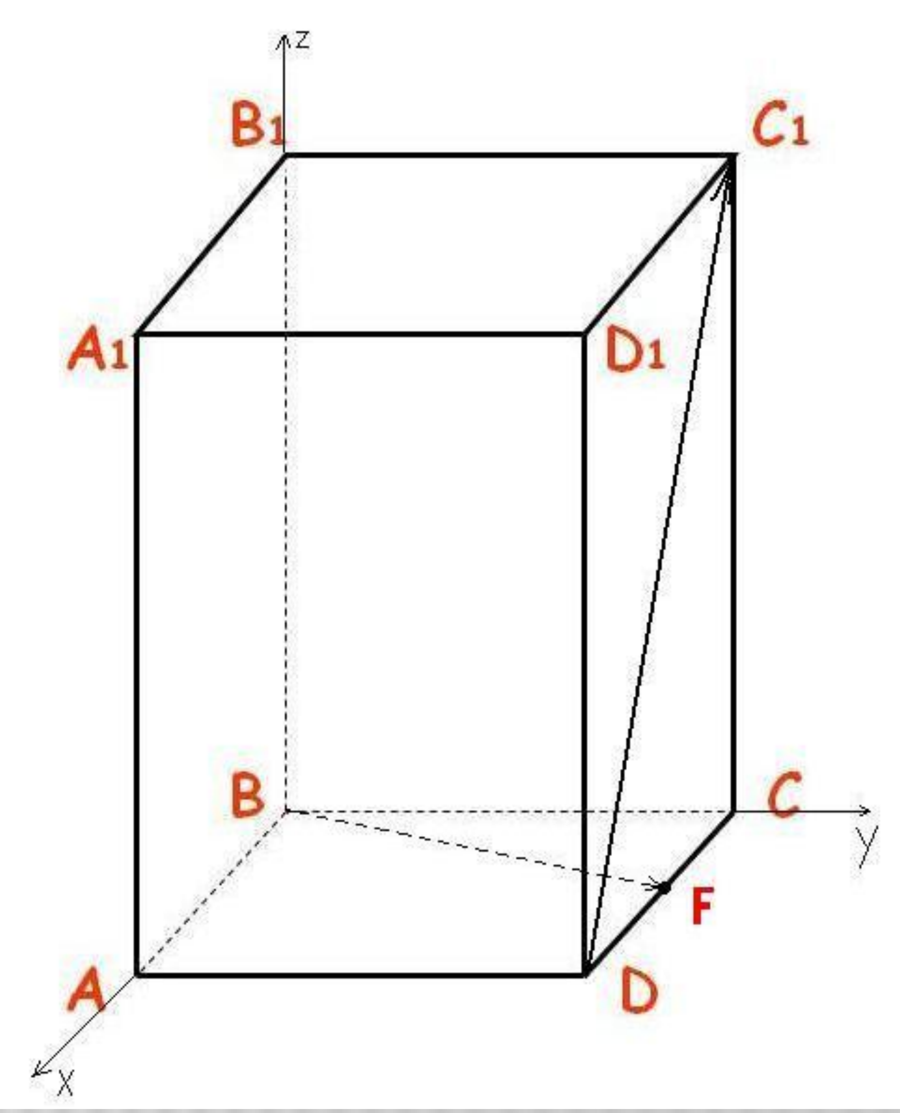
1) B(0;0;0)
F(1/√2; 1/√2; 0)
C1(0; 1/√2; √2)
D(√2; 1/√2; 0)

2) векторDC1{-√2; 0; √2}
| DC1 |= √2+√0+√2=2

3)вектор BF{1/√2; 1/√2; 0}
|BF|=√1/2+√1/2=1

3) cos(CD1^BF)=|-1+0+0|/2*1=1/2
CD1^BF=arccos1/2=60°

Ответ: 60°.



МЕТОД ТРЁХ КОСИНУСОВ:

Соотношение $\cos\gamma=\cos\alpha*\cos\beta$ называют теоремой Пифагора для трёхгранного угла или теоремой о трёх косинусах.

Чтобы найти cos угла между скрещивающимися прямыми , нужно перемножить косинусы углов между данными прямыми и проекцией их на плоскость основания.

Далее:

РЕШЕНИЕ:

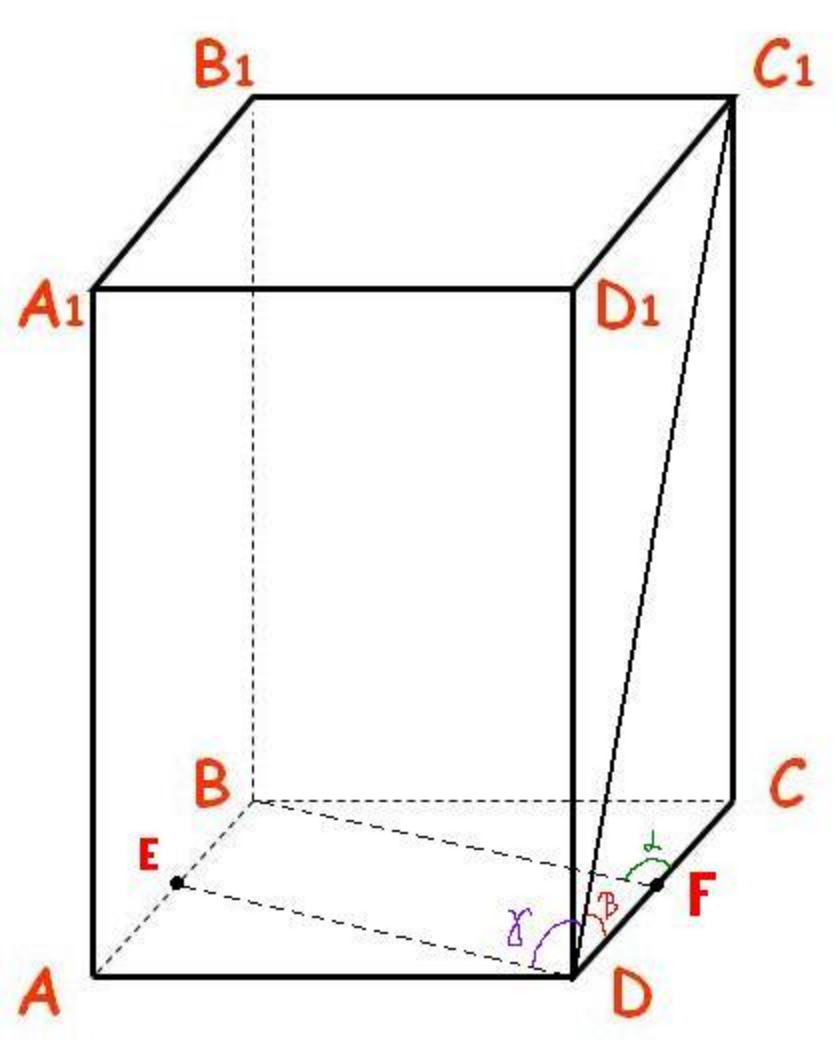
1)CD-проекция DC1на (ABC).
cos<EDC1=cos<BFC*cos<CDC1

2)ΔCDC1-равносторонний и прямоугольный.
По теореме Пифагора CD=2
cos<CDC1=CD/DC1=√2/2

3) ΔBCF.
BC=CF=1/√2
ΔBCF-прямоугольный
По теореме Пифагора BF=1
cos<BFC=CF/ BF=1/√2= √2/2

4) cos<EDC1= √2/2* √2/2=1/2.
<EDC1=arccos1/2=60°

<u>Ответ: 60°</u>



КОНЕЦ