Обратная польская нотация (RPN)

Паначёв Максим Александрович
/ старший преподаватель кафедры ВМиКН /

15 апреля 2020 г.

Машина фон Неймана

- Реальные вычислители, построенные согласно архитектурным принципам фон Неймана, следуют дополнительному соглашению: команды и их аргументы записываются в строго определённом порядке:

Command Code	Argument 1	Argument 2	…	Argument N

Высокоуровневые языки

- Высокоуровневый язык программирования — язык программирования, разработанный для быстроты и удобства использования.
- Конструкции высокоуровневых языков, как правило, более приближены к конструкциям естественного языку современной математики.

Высокоуровневые языки

- Одна из задач, которую приходится решать разработчикам языков высокого уровня – трансляция (преобразование) математических формул (выражений) в последовательность низкоуровневых команд – инструкций процессора.

$$y = A + B * \sin x^2$$

MUL x, x	Умножить x на x
SIN y, x	Вычислить sin(x), результат положить в y
MUL y, B	Умножить y на B
ADD y, A	Прибавить A к y

Математические выражения

- Каждое математическое выражение можно представить в трех специфических видах записи:
  - Инфиксная нотация — это форма математических записей, которую использует большинство людей: левый операнд, знак действия, правый операнд. Например: 3 + 4 или 3 + 4 * (2 - 1).
  - Префиксная нотация — сначала пишется действие, затем левый операнд, затем правый операнд. Для выражения «a+b» префиксная запись будет иметь вид: «+ab». Выражению «a+b*(c+d)» соответствует запись «+a*b+cd».
  - Постфиксная нотация — сначала идёт левый операнд, потом правый операнд, затем знак операции. Для выражения «a+b» постфиксная запись имеет вид «ab+». Выражению «a+b*(c+d)» соответствует запись «abcd+*+».

Математические выражения

- Порядок выполнения операций в префиксной и постфиксной нотациях однозначно задаётся порядком следования знаков операций в исходном выражении, поэтому отпадает необходимость использования скобок, введения приоритетов и ассоциативности операций.

Дерево выражения

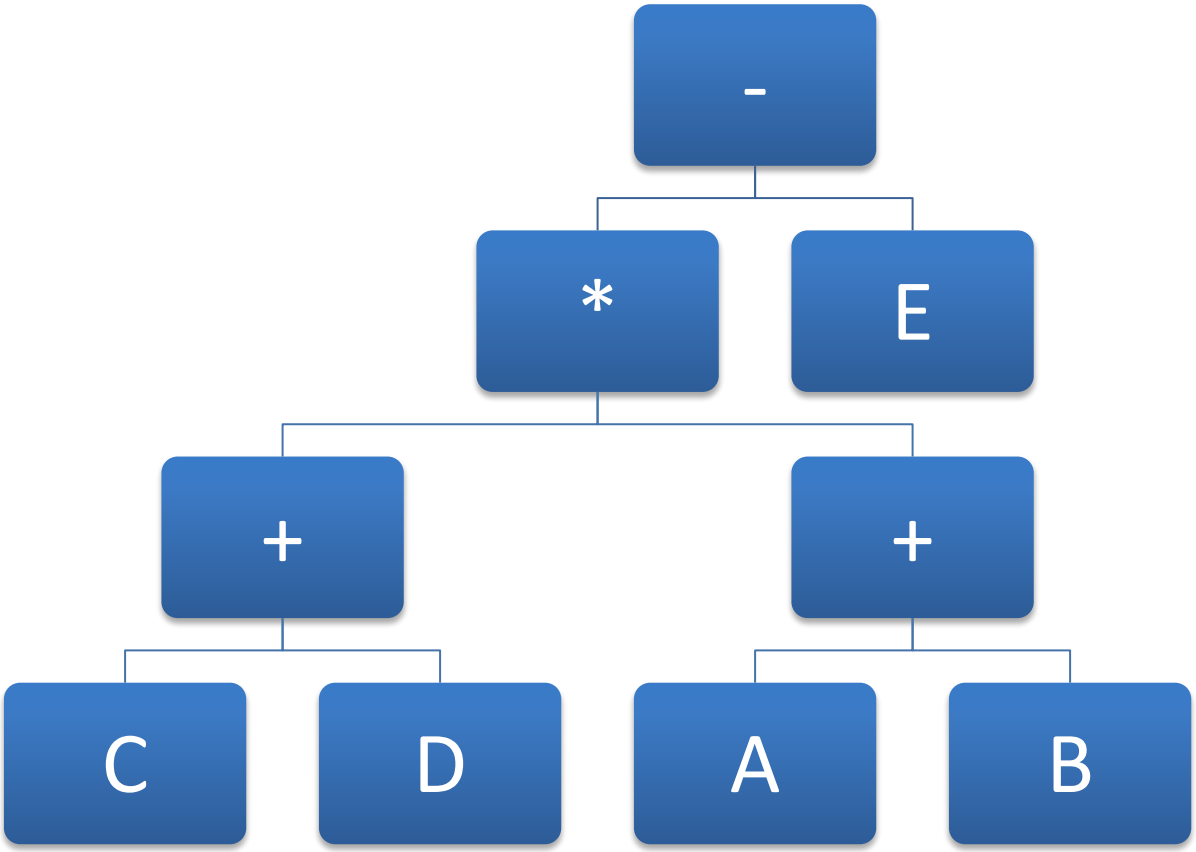
- Пусть задано простое арифметическое выражение вида:

$$(A + B) * (C + D) - E$$

- Представим это выражение в виде дерева, в котором узлам соответствуют операции, а ветвям – операнды.

Дерево выражения

$$(A + B) * (C + D) - E$$

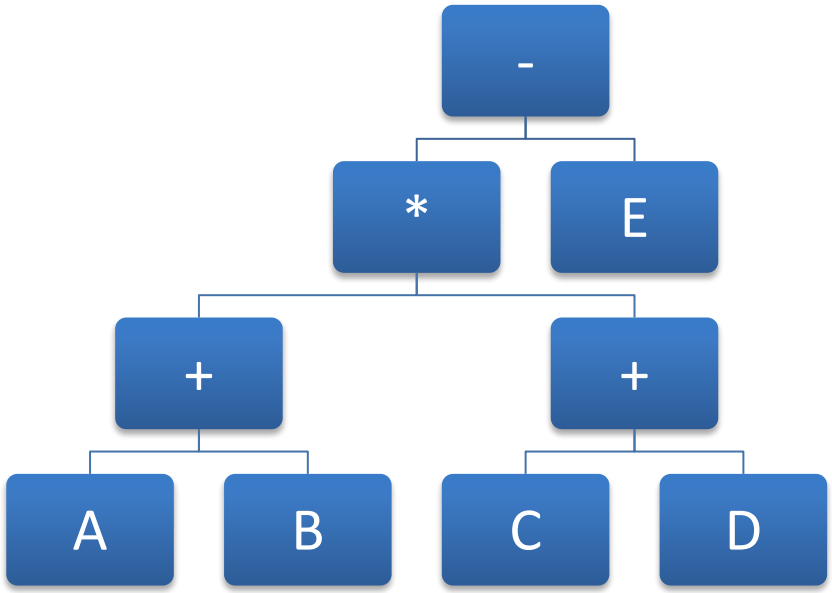


Обратная польская нотация

- Наибольшее распространение при решении практических задач получил метод трансляции выражений с помощью обратной польской записи, которую предложил польский математик Ян Лукашевич.
- Обратная польская нотация (RPN, англ. Reverse Polish Notation) — форма бесскобочной записи математических выражений согласно постфиксной нотации.

Трансляция выражений

- Для представления записи выражения в RPN (постфиксной нотации) необходимо совершить левый обход полученного дерева: $AB + CD +* E -$



Обратная польская нотация

- Из-за отсутствия скобок обратная польская запись короче инфиксной, а вычисление выражения происходит естественным образом – в порядке следования операций.
- Например, вычисление выражения $AB + CD +* E -$ может быть проведено следующим образом:

Обратная польская нотация

Вычисление выражения $AB + CD +* E$:

№ п/п	Анализируемая строка	Действие
0	A B + C D + * E -	X = A + B
1	X C D + * E -	Y = C + D
2	X Y * E -	X = X * Y
3	X E -	X = X - E
4	X	Вычисление закончено

Здесь X и Y – вспомогательные переменные.

Алгоритм Дейкстры

- В ноябре 1961 г. Эдсгер Вибе Дейкстра опубликовал алгоритм для преобразования выражений из инфиксной нотации в RPN.

Приоритеты операций

Зададим приоритеты используемых операций:

Операция	Приоритет
(	0
)	1
+, -	2
*, /	3

Алгоритм Дейкстры

- Базовые правила:
  - Исходная строка символов просматривается слева направо.
  - Операнды сразу переписываются в выходную строку.
  - Знаки операций заносятся в стек.

Алгоритм Дейкстры

- Правила работы со стеком:
  - если стек пуст, операция из входной строки переписывается в стек;
  - текущая операция выталкивает из стека все операции с большим или равным приоритетом в выходную строку;
  - открывающая скобка всегда проталкивается в стек;
  - закрывающая круглая скобка выталкивает в выходную строку все операции из стека до ближайшей открывающей скобки. Сами скобки в выходную строку не попадают, уничтожая друг друга.

Алгоритм Дейкстры. Пример.

Индекс текущего символа	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	
Входная строка	(	A	+	B	)	*	(	C	+	D	)	-	E	
Состояние стека	(	(	+ (	+ (		*	(*	(*	+ (*	+ (*	*	-	-	
Выходная строка		A		B	+			C		D	+	*	E	-

Контрольные вопросы

1. Какая запись представляет собой обратную польскую нотацию выражения «A+B*(C-D)»?
   - A+B*C-D
   - ABCD-*+
   - +A*B-CD
2. Кто из учёных ввёл понятие обратной польской нотации?
   - Эдсгер Дейкстра
   - Джон фон Нейман
   - Ян Лукашевич

Постановка задачи

Написать программу, преобразующую инфиксную нотацию в RPN и обратно. При этом, программа должна сама определять нотацию по виду входной строки. Нотацией «по умолчанию» считается инфиксная.

Примеры работы программы (знак указывает, что далее следует результат выполнения программы):

dijkstra.js a+b/(c-d) abcd-/+

dijkstra.js abcd-/+ a+b/(c-d)

Запуск программы без аргументов выводит сообщение с информацией о программе и вариантах запуска.

Постановка задачи

Кроме того, программа должна уметь обрабатывать типовые ошибки, указывая при выводе конкретный тип (или код) ошибки:

1) пропуск скобки: «(a+b» или «a+(b+c)», выражения «((a+b))», «a/(b)», «(((a)))» считаются корректными;
2) пропуск операнда (оператора): «a+», «a/()», «ab»;
3) повтор операнда (оператора): «aa+b», «a++b», «i++»;
4) некорректный ввод: «привет!», «$#@» и т.п.

Постановка задачи

Вызов для тех, кому изи:

1) добавить в алгоритм оператор возведения в степень и унарный минус;
2) повтор буквенных операндов воспринимать как их умножение;
3) вычислять то, что можно вычислить: «(a+b)*(2+3)» □ «ab+5*», «ab+43**» □ «(a+b)*12»