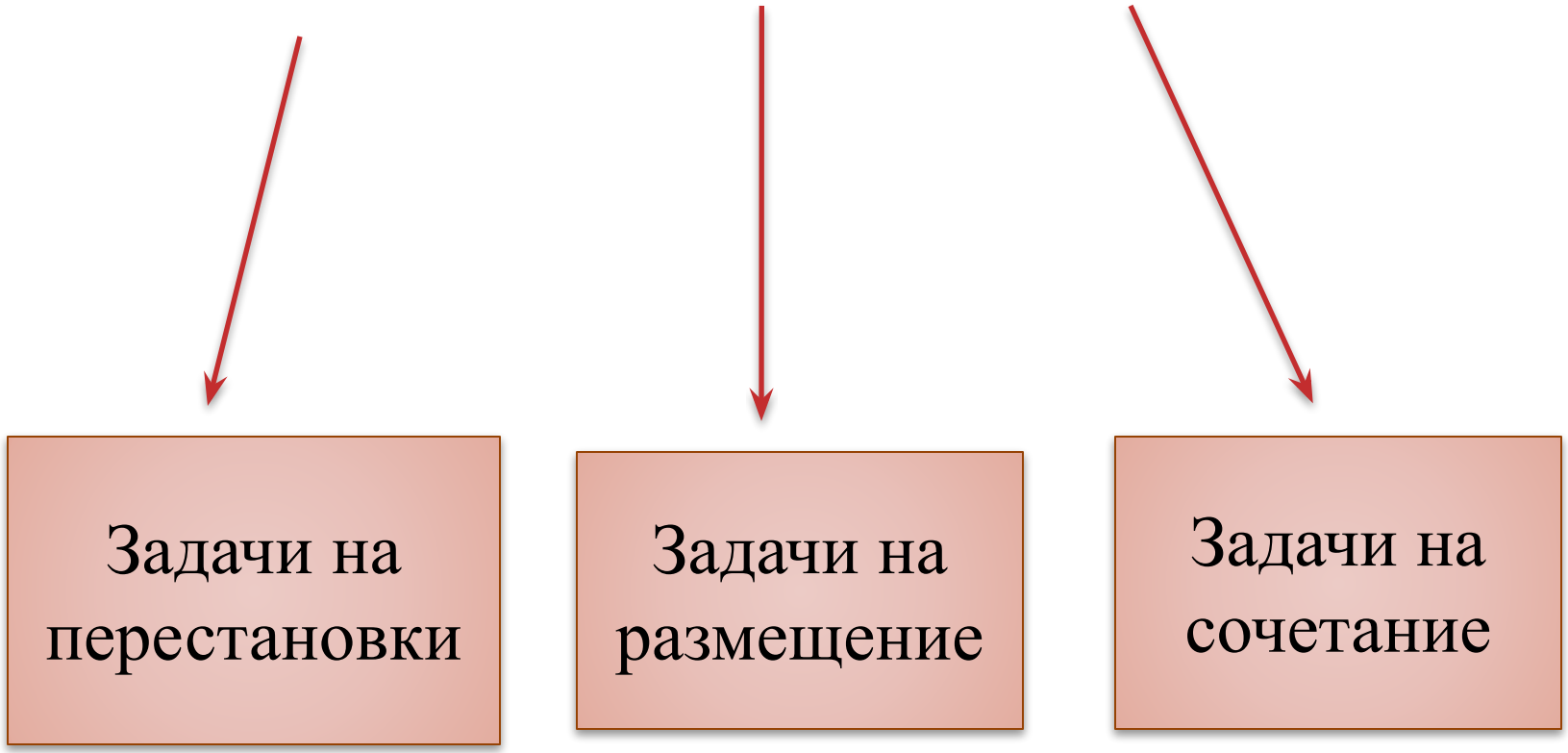
Элементы комбинаторики

- Группы, составленные из каких –либо элементов, называются *соединениями*.
- Различают три основных вида соединений: *размещения, перестановки и сочетания.*
- Задачи, в которых производится подсчет возможных различных соединений, составленных из конечного числа элементов по некоторому правилу, называются *комбинаторными.*
- Раздел математики, занимающийся их решением, называется *комбинаторикой*.
- Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».

Комбинаторные задачи делятся на группы:



Перестановки

Перестановкой из n элементов называется любое упорядоченное множество, в которое входят по одному разу все n различных элементов данного множества

Число перестановок n различных элементов равно n!

$$P_n = n!$$

Запись **n!** читается так:«эн факториал»

Факториал - это произведение всех натуральных чисел от 1 до n

Например, 4! = 1*2*3*4 = 24

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$$

Факториалы растут удивительно быстро:

n	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
n!	**1**	**4**	**6**	**24**	**120**	**720**	**5040**	**40320**	**362880**	**3628800**

Размещения

Размещением из n элементов по m называется любое упорядоченное подмножество из m элементов множества, состоящего из n различных элементов

Число размещений из n по m находится по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Сочетания

Сочетанием из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые принадлежат множеству, состоящему из n различных элементов

Число сочетаний из n по m находится по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Следствие: Число сочетаний из n элементов по n-m равно числу сочетаний из n элементов по m:

$$C_n^{m-n} = C_n^m$$

Особая примета комбинаторных задач – вопрос, который можно сформулировать так, чтобы он начинался словами **«Сколькими способами…»** или **«Сколько вариантов…»**

Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!\cdot k!}$