



Элементы комбинаторики

- ✓ Группы, составленные из каких –либо элементов, называются *соединениями*.
- ✓ Различают три основных вида соединений: *размещения, перестановки и сочетания*.
- ✓ Задачи, в которых производится подсчет возможных различных соединений, составленных из конечного числа элементов по некоторому правилу, называются *комбинаторными*.
- ✓ Раздел математики, занимающийся их решением, называется *комбинаторикой*.
- ✓ Слово «комбинаторика» происходит от латинского слова *combinare*, которое означает «соединять, сочетать».

Комбинаторные задачи делятся на группы:



Задачи на
перестановки



Задачи на
размещение



Задачи на
сочетание

Перестановки

Перестановкой из n элементов называется любое упорядоченное множество, в которое входят по одному разу все n различных элементов данного множества

Число перестановок n различных элементов равно $n!$

$$P_n = n!$$

Запись $n!$ читается так: «эн факториал»

Факториал - это произведение всех натуральных чисел от 1 до n

Например, $4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$$

Факториалы растут удивительно быстро:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n!	1	4	6	24	120	720	5040	40320	362880	3628800

Размещения

◦ Размещением из n элементов по m называется любое упорядоченное подмножество из m элементов множества, состоящего из n различных элементов

Число размещений из n по m находится по формуле:

$$A_n^m = \frac{n!}{(n - m)!}$$

Сочетания

Сочетанием из n элементов по m называется любое подмножество из m элементов, которые принадлежат множеству, состоящему из n различных элементов

Число сочетаний из n по m находится по формуле:

$$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

Следствие: Число сочетаний из n элементов по $n-m$ равно числу сочетаний из n элементов по m :

$$C_n^{n-m} = C_n^m$$

Особая примета комбинаторных задач – вопрос, который можно сформулировать так, чтобы он начинался словами «Сколько способами...» или «Сколько вариантов...»

Составим таблицу:

Перестановки	Размещения	Сочетания
n элементов n клеток	n элементов k клеток	n элементов k клеток
Порядок имеет значение	Порядок имеет значение	Порядок не имеет значения
$P_n = n!$	$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$	$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!}$