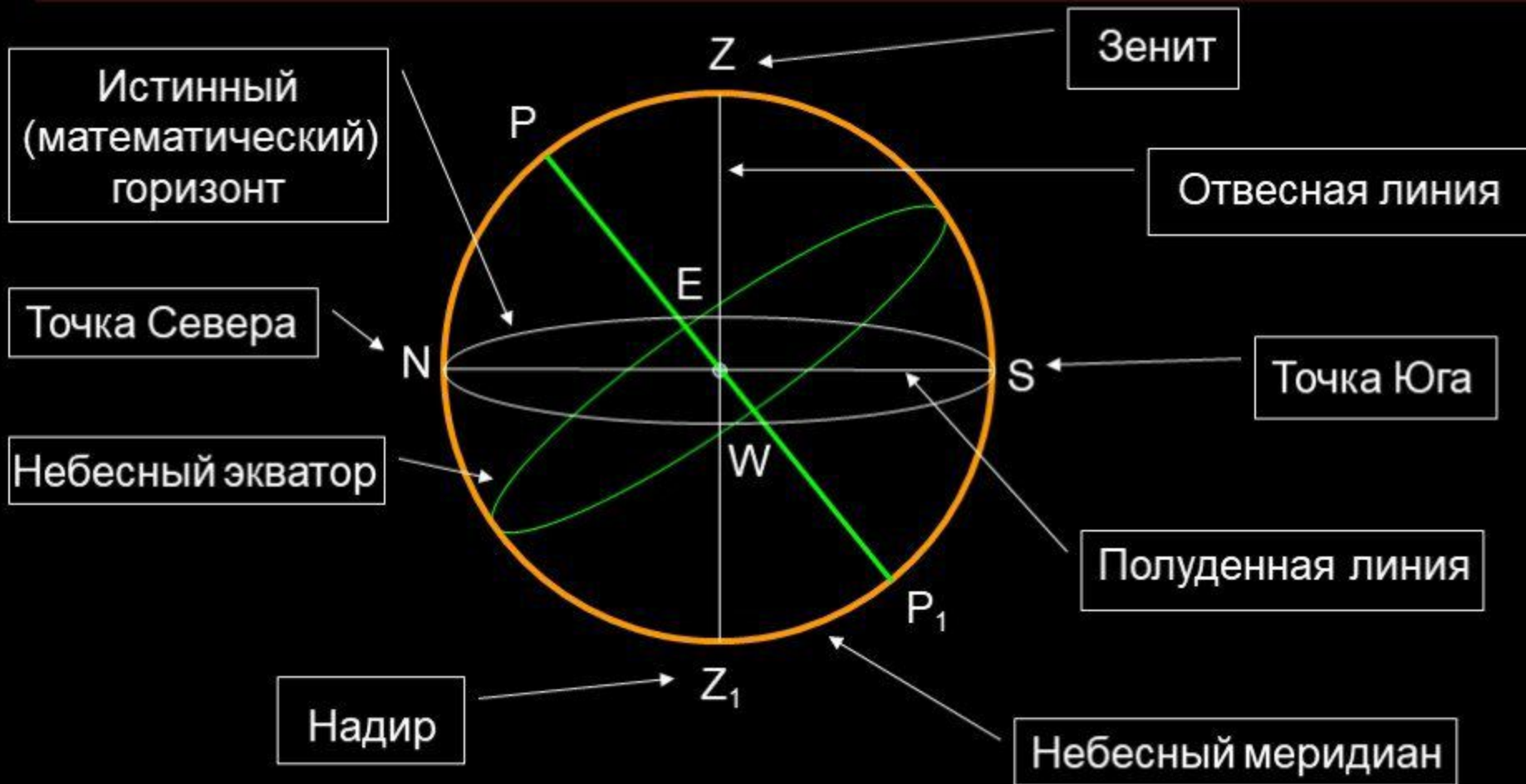




Решение астрономических задач

*полное решение всех
типов задач по астрономии*

■ Основные элементы небесной сферы



Абсолютная звёздная величина (M)

Звёздная величина, которую имела бы звезда, если бы находилась на расстоянии 10 Пк называется абсолютной звёздной величиной (M)

$$M = m + 5 - 5 \lg r$$

$$M_{\odot} = +4,8^m$$

Расстояние до звёзд

Световой год – расстояние, которое свет проходит за один земной год

Парсек(Пк) – расстояние, с которого большая полуось Земной орбиты видна под углом 1 сек.

$$1 \text{ св.год} = 63240 \text{ а.е.}$$

$$D_{\text{св.г}} = \frac{3,26}{P''}$$

$$r_{\text{Пк}} = \frac{1}{\pi''}$$

$$1 \text{ Пк} = 3,26 \text{ св.г} = 206265 \text{ а.е.} = 30000000000000 \text{ км}$$

Способ параллакса – для звёзд не далее 100 Пк
или 300 св. лет

Метод параллакса

М (звезда)

Базис – большая полуось орбиты Земли

Годичный параллакс – угол под которым со звезды видна большая полуось Земной орбиты, развёрнутая перпендикулярно направлению на звезду

$$r = \frac{206265''}{\pi''} \text{ a.e.}$$

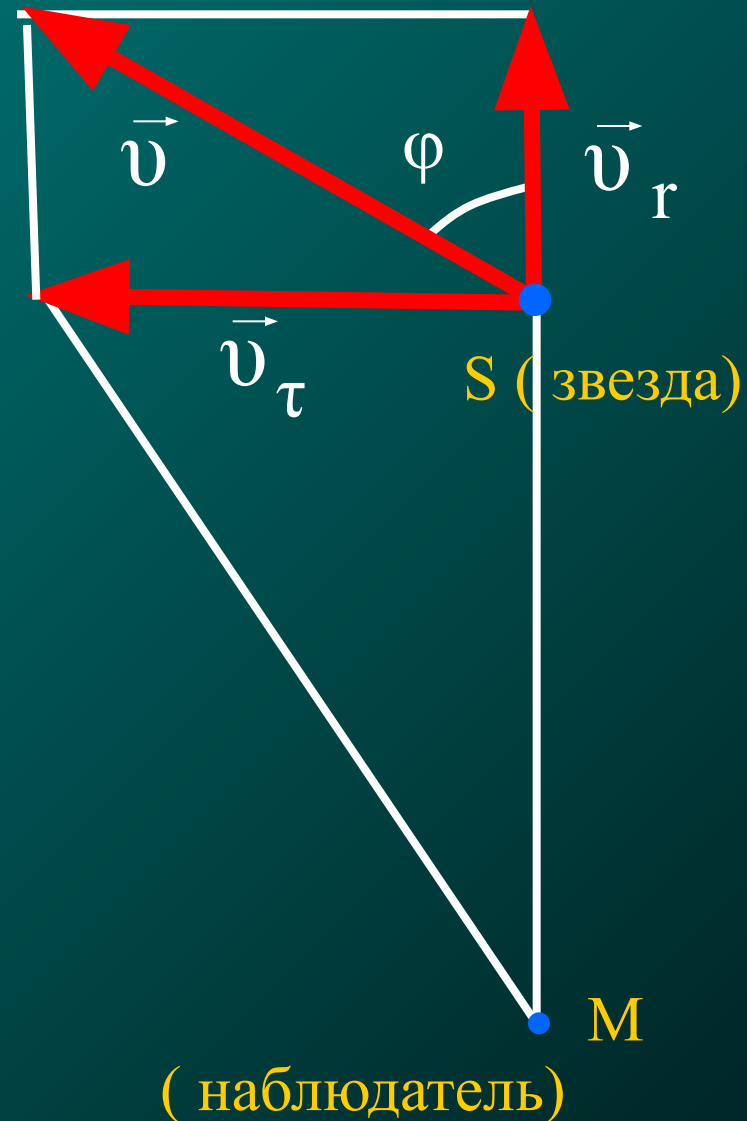


Пространственная скорость звёзд \vec{v}

\vec{v}_τ - тангенциальная скорость

\vec{v}_r - лучевая скорость

$$v = \sqrt{v_\tau^2 + v_r^2}$$



Примеры решения задач

В полдень 22 июня длина тени от заводской трубы высотой $H = 200$ м составила $d = 87$ м. Определите географическую широту города, считая, что он находится в северном полушарии Земли.

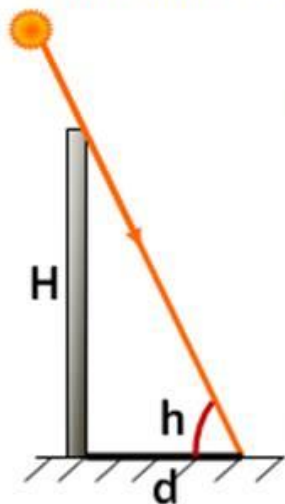


Рис. 1

Полуденную высоту Солнца можно найти из рис. 1

$$\begin{aligned} \operatorname{tgh} &= \frac{H}{d} = \frac{200}{87} = \\ &= 2,3 \implies h = 66,5^\circ \end{aligned}$$

Высота светила в верхней кульминации (см. рис. 2) определяется по формуле:

$$h = 90^\circ - \varphi - \delta$$

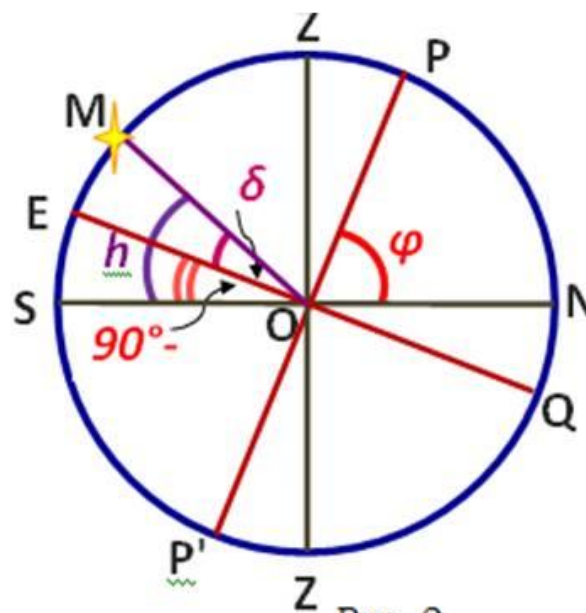


Рис. 2

В день летнего солнцестояния (22 июня) Солнце поднимается над горизонтом в полдень на $\varepsilon = 23,5^\circ$.

$$\delta = \varepsilon, \text{ то } h = 90^\circ - \varphi - \varepsilon$$

$$\varphi = 90^\circ - 66,5^\circ + 23,5^\circ = 47^\circ$$

1. В местный полдень путешественник отметил 14 ч 13 мин по гринвичскому времени. Определите географическую долготу места наблюдения.

Дано:

$$T_{\lambda} = 12 \text{ ч}$$

$$T_0 = 14 \text{ ч } 13 \text{ мин}$$

$\lambda = ?$

Решение:

$$T_{\lambda} = T_0 + \lambda$$

$$\lambda = T_{\lambda} - T_0$$

$$\lambda = 12 \text{ ч} - 14 \text{ ч } 13 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 13 \text{ мин з.д.}$$

Ответ: 2 ч 13 мин з.д.

Задачи

1. Каков синодический период Марса, если его звездный период равен 1,88 земного года?

Дано:

$$T = 1,88 \text{ года}$$

$$T_0 = 1 \text{ год}$$

$S = ?$

Решение:

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}$$

$$S = \frac{T_0 T}{T - T_0}$$

$$S = \frac{1 \text{ год} \cdot 1,88 \text{ года}}{1,88 \text{ года} - 1 \text{ год}} = 2,136 \text{ года}$$

Ответ: 2,136 года

Задачи

1. Определите афелийное расстояние астероида Минск, если большая полуось его орбиты равна 2,88 а.е., а эксцентриситет составляет 0,24.

Дано:

$$a = 2,88 \text{ а.е.}$$

$$e = 0,24$$

Решение:

$$Q = a(1 + e)$$

$$Q = 2,88 \cdot (1 + 0,24) = 3,57 \text{ а.е.}$$

$Q = ?$

Ответ: 3,57 а.е.

Задачи

2. Определите среднее расстояние от Юпитера до Солнца, если известно, что его звездный период обращения вокруг Солнца равен 11,86 года.

Дано :

$$T = 11,86 \text{ года}$$

$$T_3 = 1 \text{ год}$$

$$a_3 = 1 \text{ а.е.}$$

$a - ?$

Решение:

$$\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3} \quad a = a_3 \sqrt[3]{\frac{T^2}{T_3^2}}$$

$$a = 1 \text{ а.е.} \sqrt[3]{\frac{(11,86 \text{ года})^2}{(1 \text{ год})^2}} = 5,2 \text{ а.е.}$$

Ответ: 5,2 а.е.

Задачи

1. Определите массу Сатурна (в массах Земли), если известно, что спутник Сатурна Титан отстоит от него на расстоянии 1220 тыс. км и обращается с периодом 16 суток.

Дано:

$$a = 1220 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$$T = 16 \text{ суток}$$

$$a_{\text{Л}} = 384 \cdot 10^3 \text{ км}$$

$$T_{\text{Л}} = 27,3 \text{ суток}$$

$$M_{\text{З}} = 1$$

$$M_{\text{С}} = ?$$

Решение:

$$\frac{T^2(M_{\text{С}} + m_{\text{Т}})}{T_{\text{Л}}^2(M_{\text{З}} + m_{\text{Л}})} = \frac{a^3}{a_{\text{Л}}^3} \quad \frac{M_{\text{С}}}{M_{\text{З}}} = \frac{T_{\text{Л}}^2}{T^2} \cdot \frac{a^3}{a_{\text{Л}}^3}$$

$$M_{\text{С}} = \frac{T_{\text{Л}}^2}{T^2} \cdot \frac{a^3}{a_{\text{Л}}^3} \cdot M_{\text{З}}$$

$$M_{\text{С}} = \left(\frac{27,3 \text{ суток}}{16 \text{ суток}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1220 \cdot 10^3 \text{ км}}{384 \cdot 10^3 \text{ км}} \right)^3 \cdot 1 = 93,4 M_{\text{З}}$$

Ответ: $M_{\text{С}} = 93,4 M_{\text{З}}$

Задачи

1. Расстояние от Земли до Луны в ближайшей к ней точке своей орбиты составляет 363 тыс.км, а в наиболее удаленной точке 405 тыс.км. Определите горизонтальный параллакс Луны в этих положениях.

Дано:

$$q=363 \text{ тыс.км}$$

$$Q=405 \text{ тыс.км}$$

$$R_3=6370 \text{ км}$$

$$p_1 - ?$$

$$p_2 - ?$$

Решение:

$$D = \frac{206265''}{p''} \cdot R_3 \qquad p = \frac{206265''}{D} \cdot R_3$$

$$p_1 = \frac{206265''}{363000 \text{ км}} \cdot 6370 = 3619,5'' \approx 1^\circ$$

$$p_2 = \frac{206265''}{405000 \text{ км}} \cdot 6370 = 3244,2'' \approx 54'$$

Ответ: $1^\circ, 54'$

Задачи

1. Рассчитайте время полета по полуэллиптической орбите до Марса.

Дано:

$$a_M = 1,52 \text{ а.е.}$$

$$T_3 = 1 \text{ год}$$

$$a_3 = 1 \text{ а.е.}$$

$$t = ?$$

Решение:

$$\frac{T^2}{T_3^2} = \frac{a^3}{a_3^3}$$

$$t = \frac{T}{2}$$

$$a = \frac{a_M + a_3}{2}$$

$$a = \frac{1,52 \text{ а.е.} + 1 \text{ а.е.}}{2} = 1,26 \text{ а.е.}$$

$$t = \frac{T_3}{2} \sqrt{\frac{a^3}{a_3^3}}$$

$$t = \frac{1 \text{ год}}{2} \sqrt{\frac{(1,26 \text{ а.е.})^3}{(1 \text{ а.е.})^3}} = 0,71 \text{ года}$$

Ответ: 0,71 года

Задачи

1. Море Москвы, расположенное на невидимой стороне Луны, имеет поперечник около 300км. Можно ли было бы увидеть его с Земли невооруженным глазом, если бы оно находилось на обращенном к Земле полушарии. Разрешающая способность глаза 1'.

Дано:

$$D=300 \text{ км}$$

$$\alpha=1'$$

$$S=3,84 \cdot 10^5 \text{ км}$$

$$d - ?$$

Решение:

Минимальный размер объекта, видимого глазом определим по формуле:

$$d = S \cdot \sin \alpha$$

$$d = 3,84 \cdot 10^5 \text{ км} \cdot \sin 1' \approx 112 \text{ км}$$

Так как размеры моря Москвы превышают полученный результат, то его можно было бы увидеть невооруженным глазом.

Ответ: да

Задачи

1. Какие увеличения можно получить с помощью школьного телескопа, в котором установлен объектив с фокусным расстоянием 800 мм и имеются сменные окуляры с фокусными расстояниями 28, 10, 20 мм?

Дано:

$$F_{\text{ОБ}} = 800 \text{ мм}$$

$$F_{\text{ОК1}} = 28 \text{ мм}$$

$$F_{\text{ОК2}} = 20 \text{ мм}$$

$$F_{\text{ОК3}} = 10 \text{ мм}$$

G – ?

Решение:

$$G = \frac{F_{\text{ОБ}}}{F_{\text{ОК}}}$$

$$G_1 = \frac{800 \text{ мм}}{28 \text{ мм}} = 28,6$$

$$G_2 = \frac{800 \text{ мм}}{20 \text{ мм}} = 40$$

$$G_3 = \frac{800 \text{ мм}}{10 \text{ мм}} = 80$$

Ответ: 28,6; 40; 80

Задачи

2. Определите разрешающую и проникающую способности школьного телескопа с диаметром объектива, равным 60 мм.

Дано :

$$D=60 \text{ мм}$$

$\psi - ?$

$m - ?$

Решение:

$$\psi = \frac{140''}{D} \quad \psi = \frac{140''}{60} = 2,3''$$

$$m = 2,1 + 5 \lg D$$

$$m = 2,1 + 5 \lg 60 = 11^m$$

Ответ: $2,3''$, 11^m

Задачи

1. Линия водорода с длиной волны 434,00 нм на спектрограмме звезды оказалась равной 434,12 нм. К нам или от нас движется звезда и с какой скоростью?

Дано:

$$\lambda_0 = 434,0 \text{ нм}$$

$$\lambda = 434,12 \text{ нм}$$

$$c = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с}$$

$$v_r = ?$$

Решение:

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} = \frac{v_r}{c} \qquad v_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c$$

$$\Delta\lambda = (434,12 - 434,0) \text{ нм} = 0,12 \text{ нм}$$

$$v_r = \frac{0,12 \text{ нм}}{434,0 \text{ нм}} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} \approx 83 \text{ км/с}$$

Так как $\Delta\lambda > 0$, то звезда удаляется.

Ответ: удаляется, 83 км/с

Задачи

2. Поверхность Солнца близка по своим свойствам к абсолютно черному телу. Определите температуру солнечной поверхности и мощность излучения единицы поверхности, если максимум лучеиспускательной способности приходится на длину волны 0,48 мкм.

Дано :

$$\lambda_{\max} = 0,48 \text{ мкм}$$

$$b = 2900 \text{ К} \cdot \text{мкм}$$

$T = ?$

$\varepsilon = ?$

ε

Решение:

$$\lambda_{\max} = \frac{b}{T} \quad T = \frac{b}{\lambda_{\max}}$$

$$T = \frac{2900 \text{ К} \cdot \text{мкм}}{0,48 \text{ мкм}} \approx 6000 \text{ К}$$

$$\varepsilon = \sigma T^4$$

$$\varepsilon = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт} / (\text{м}^2 \cdot \text{К}^4) \cdot (6000 \text{ К})^4 \approx$$
$$\approx 7,3 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2$$

Ответ: 6000 К, $7,3 \cdot 10^7 \text{ Вт} / \text{м}^2$

Задачи

1. Вычислите линейный размер солнечного пятна, если его угловой диаметр равен $17,6''$. Линейный и угловой размеры Солнца соответственно равны $13,92 \cdot 10^5$ км, $32'$.

Дано :

$$D_c = 13,92 \cdot 10^5 \text{ км}$$

$$d_c = 32'$$

$$d_n = 17,6''$$

$$D_n = ?$$

Решение:

$$D_n = \frac{D_c}{d_c} d_n$$

$$D_n = \frac{13,92 \cdot 10^5 \text{ км}}{32 \cdot 60''} 17,6'' = 12760 \text{ км}$$

Ответ: 12760 км

Задачи

2. Определите массу Солнца, если Земля обращается вокруг Солнца на расстоянии 1 а.е. с периодом 1 год. Орбиту Земли считать круговой.

Дано :

$$T_3 = 1 \text{ год} = \\ = 3,156 \cdot 10^7 \text{ с}$$

$$a_3 = 1 \text{ а.е.} = \\ = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ м}$$

M_c — ?

Решение:

Сила всемирного тяготения является центростремительной

$$\frac{m g^2}{a_3} = G \frac{M_c m}{a_3^2}$$

$$\frac{g^2}{a_3} = G \frac{M_c}{a_3^2}$$

$$M_c = \frac{g^2 a_3}{G}$$

$$g = \frac{2\pi a_3}{T}$$

$$M_c = \frac{4\pi^2 a_3^3}{GT^2}$$

$$M_c = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot (1,496 \cdot 10^{11} \text{ м})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Н} \cdot \text{м}^2 / \text{кг}^2 \cdot (3,156 \cdot 10^7 \text{ с})^2} = 2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$$

Ответ: $2 \cdot 10^{30} \text{ кг}$

Задачи

1. Новая звезда в момент вспышки имела видимую звездную величину $3,2^m$. Вычислите расстояние до нее, если известно, что большинство новых звезд этого типа имеют абсолютную звездную величину -8^m .

Дано:

$$m=3,2^m$$

$$M=-8^m$$

$r - ?$

Решение:

$$M = m + 5 - 5 \lg r$$

$$r = 10^{0,2(m-M)+1}$$

$$r = 10^{0,2(3,2+8)+1} \text{ пк} = 10^{3,24} \text{ пк} \approx 1700 \text{ пк}$$

Ответ: 1700 пк

Задачи

1. Найдите размеры звезды Альтаир, если ее светимость равна десяти светимостям Солнца, а температура фотосферы 8400К.

Дано:

$$L=10 L_{\odot}$$
$$T=8400 K$$

$R - ?$

Решение:

$$\frac{R}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T}\right)^2$$
$$R = R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{L}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{T_{\odot}}{T}\right)^2$$

$$R = R_{\odot} \cdot \sqrt{\frac{10L_{\odot}}{L_{\odot}}} \cdot \left(\frac{6000K}{8400K}\right)^2 = 1,6R_{\odot}$$

$R = 1,6R_{\odot}$ Ответ:

Задачи

1. У двойной звезды α -Центавра период обращения составляет 79 лет. Большая полуось орбиты $17,6''$, а годичный параллакс $0,75''$. Определите сумму масс и массы компонентов звезды в отдельности, если они отстоят от центра масс на расстояниях, относящихся как 3:4.

Дано:

$$T=79 \text{ лет}$$

$$\alpha=17,6''$$

$$\pi=0,75''$$

$$d_1:d_2=3:4$$

$$E_k - ?$$

Решение:

$$M_1 + M_2 = \frac{1}{T^2} \cdot \left(\frac{a''}{\pi''} \right)^3 \quad \frac{d_1''}{d_2''} = \frac{M_2}{M_1} \quad \frac{M_2}{M_1} = \frac{3}{4}$$

$$M_1 + M_2 = \frac{1}{(79 \text{ лет})^2} \cdot \left(\frac{17,6''}{0,75''} \right)^3 = 2,1M_{\odot}$$

$$\begin{cases} M_2 = 0,75M_1 \\ M_1 + M_2 = 2,1M_{\odot} \end{cases} \quad \begin{cases} M_1 = 1,2M_{\odot} \\ M_2 = 0,9M_{\odot} \end{cases}$$

$$M_1 = 1,2M_{\odot} \quad \text{Ответ:}$$

$$M_2 = 0,9M_{\odot}$$

Задачи

1. При изучении масс звезд и их светимостей установлено, что для звезд, принадлежащих к главной последовательности, в интервале от $0,5M_{\odot}$ до $10M_{\odot}$ светимость пропорциональна четвертой степени ее массы. Проведите необходимые расчеты и укажите на диаграмме местонахождение звезд.

Дано:

$$M_{31} = 0,5 M_{\odot}$$

$L - ?$

$M - ?$

Решение:

$$L = L_{\odot} \cdot M^4 \qquad \frac{L}{L_{\odot}} = 2,512^{M_{\odot} - M}$$

$$M_{\odot} - M = 2,5 \cdot \lg \frac{L}{L_{\odot}} \qquad M = 5 - 2,5 \cdot \lg \frac{L}{L_{\odot}}$$

$$L = L_{\odot} \cdot 0,5^4 = 6,25 \cdot 10^{-2} \cdot L_{\odot}$$

$$M = 5 - 2,5 \cdot \lg 0,0625 = 8^m$$

Ответ: $L = 0,0625 L_{\odot}$ $M = 8^m$

Задачи

2. Какова средняя плотность красного сверхгиганта, если его диаметр в 300 раз больше солнечного, а масса в 30 раз больше, чем масса Солнца?

Дано:

$$D_2 = 300D_1$$

$$M_2 = 30M_1$$

$$\rho_2 = ?$$

Решение:

$$\rho = \frac{M}{V} = \frac{3M}{4\pi R^3} = \frac{6M}{\pi D^3}$$

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{30}{(300)^3} = 1,1 \cdot 10^{-6} \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\frac{6M_2}{\pi D_2^3}}{\frac{6M_1}{\pi D_1^3}} = \frac{M_2}{D_2^3} \cdot \frac{D_1^3}{M_1}$$

$$\rho_2 = 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot \rho_{\odot} = 1,1 \cdot 10^{-6} \cdot 1,4 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$$

Ответ: $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3$

Задачи

1. У звезды Альтаир годичный параллакс равен $0,198''$, собственное движение $0,658''$ и лучевая скорость $-26,3$ км/с. Определите тангенциальную и пространственную скорости звезды.

Дано:

$$\pi = 0,198''$$

$$\mu = 0,658''$$

$$v = -26,3 \text{ км/с}$$

$$v_T - ?$$

$$v - ?$$

Решение:

$$v_T = 4,74 \cdot \frac{\mu''}{\pi''} \quad v = \sqrt{v_T^2 + v_r^2}$$

$$v_T = 4,74 \cdot \frac{0,658''}{0,198''} = 15,8 \text{ км/с}$$

$$v = \sqrt{(15,8 \text{ км/с})^2 + (-23,6 \text{ км/с})^2} = 30,7 \text{ км/с}$$

Ответ: $15,8$ км/с; $30,7$ км/с

Задачи

2 Сколько раз за время своего существования Солнце успело обернуться вокруг центра Галактики?

Дано:

$$T = 5 \cdot 10^9 \text{ лет}$$

$$T_c = 2,5 \cdot 10^8 \text{ лет}$$

$n - ?$

$$n = \frac{T}{T_c}$$

Решение:

$$n = \frac{5 \cdot 10^9 \text{ лет}}{2,5 \cdot 10^8 \text{ лет}} = 20$$

Ответ: 20 раз

Задачи

1. Определите массу Большой газопылевой туманности в Орионе, если ее видимые размеры составляют около 1° , а расстояние до нее 400пк , а плотность газопылевой среды 10^{-19} кг/м³.

Дано:

$$\alpha = 1^\circ$$

$$r = 400 \text{ пк}$$

$$\rho = 10^{-19} \text{ кг/м}^3$$

$$M = ?$$

Решение:

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho \quad R = r \sin \frac{\alpha}{2}$$

$$R = 400 \text{ пк} \cdot \sin 0,5^\circ = 3,5 \text{ пк}$$

$$M = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (3,5 \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ м})^3 \cdot 10^{-19} \text{ кг/м}^3 = 4,8 \cdot 10^{32} \text{ кг} \approx 240 M_\odot$$

Ответ: $240 M_\odot$

Задачи

2 Планетарная туманность в созвездии Лиры имеет угловой диаметр $83''$ и находится от нас на расстоянии в 660пк . Каковы ее линейные размеры в астрономических единицах?

Дано:

$$d=83''$$

$$r=660\text{пк}$$

$D - ?$

Решение:

$$D = \frac{d'' \cdot r}{206265''}$$

$$D = \frac{83'' \cdot 660\text{пк}}{206265''} \approx 0,27\text{пк}$$

$$1\text{пк} = 206265\text{a.e.}$$

$$D = 0,27 \cdot 206265\text{a.e.} = 55691,6\text{a.e.}$$

Ответ: $0,27\text{пк}$, $55691,6\text{ a.e.}$

Задачи

2. Галактика удаляется от нас со скоростью 6000 км/с и имеет видимый угловой размер 2'. Определите расстояние до галактики и ее линейные размеры.

Дано:

$$v_r = 6 \cdot 10^3 \text{ км/с}$$

$$\alpha = 2' = 0,033^\circ$$

$D - ?$

$d - ?$

$$\vartheta_r = HD$$

$$D = \frac{\vartheta_r}{H}$$

Решение:

$$D = \frac{6 \cdot 10^3 \text{ км/с}}{75 \text{ км/с/Мпк}} = 80 \text{ Мпк}$$

$$d = D \sin \alpha$$

$$d = 80 \cdot 10^6 \text{ пк} \cdot \sin 0,033^\circ = 4,7 \cdot 10^4 \text{ пк}$$

Ответ: 80 Мпк, 47 кпк

Задачи

1. В спектре галактики, которая имеет видимую звездную величину $15,2^m$, линия водорода ($\lambda_0=656,3\text{нм}$) смещена к красному концу спектра на $\Delta\lambda=21,9\text{нм}$. Вычислите скорость удаления галактики, расстояние до нее, абсолютную звездную величину и светимость галактики.

Дано:

$$m=15,2^m$$

$$\lambda_0=656,3\text{нм}$$

$$\Delta\lambda=21,9\text{нм}$$

$$U_r - ?$$

$$r - ?$$

$$L - ?$$

$$M - ?$$

Решение:

$$\mathcal{G}_r = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} c \quad \mathcal{G}_r = \frac{21,9\text{нм}}{656,3\text{нм}} \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} = 10^4 \text{ км/с}$$

$$r = \frac{\mathcal{G}_r}{H} \quad r = \frac{10^4 \text{ км/с}}{75 \text{ км/с/Мпк}} = 133 \text{ Мпк}$$

$$M = m + 5 - 5 \lg r$$

$$M = 15,2 + 5 - 5 \lg(1,33 \cdot 10^8 \text{ пк}) = -20,4^m$$

$$L = 2,512^{4,8-m} \cdot L_{\odot}$$

$$L = 2,512^{4,8+20,4} \cdot L_{\odot} = 1,2 \cdot 10^{10} \cdot L_{\odot}$$

Ответ: 10^4 км/с ; 133 Мпк ; $1,2 \cdot 10^{10} L_{\odot}$; $-20,4^m$

Задачи

2. Величина, обратная постоянной Хаббла, дает примерную оценку времени, которое прошло с момента начала расширения Вселенной. Подсчитайте это время.

Дано:

$$H = 75 \text{ км}/(\text{с} \cdot \text{Мпк})$$

$t = ?$

Решение:

$$t = \frac{1}{H}$$

$$t = \frac{1}{75 \cdot 10^3 \text{ м}/\text{с}/\text{Мпк}} = \frac{3 \cdot 10^{22} \text{ м}}{75 \cdot 10^3 \text{ м}/\text{с}} = 4 \cdot 10^{17} \text{ с} \approx 13 \text{ млрд. лет}$$

Ответ: 13 млрд. лет

Задачи

1. Представьте, что на радиосигнал, принятый от цивилизации из галактики М 106, нами в адрес этой цивилизации отправлена ответная радиограмма. Сколько времени пришлось бы ждать ответа на нее, если расстояние до галактики М 106 составляет 10Мпк?

Дано:

$$r = 10 \text{ Мпк}$$

$t = ?$

Решение:

$$t = \frac{2r}{c}$$

$$t = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^6 \cdot 3 \cdot 10^{13} \text{ км}}{3 \cdot 10^5 \text{ км/с}} = 2 \cdot 10^{15} \text{ с} = 6,5 \cdot 10^7 \text{ лет}$$

Ответ: 65 млн.лет

Задачи

2. Какое время (по счету на Земле) отец должен пробыть в космическом полете со скоростью $0,9c$, чтобы после возвращения на Землю сравняться по возрасту со своим сыном? Возраст отца при отправке в полет принять равным 25 годам, сына – 1 году.

Дано:

$$v=0,9c$$

$$t_c=1 \text{ год}$$

$$t_o=25 \text{ лет}$$

$$t_3 = ?$$

$$t_c + t_3 = t_o + t_3 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Решение:

$$t_3 = \frac{t_o - t_c}{1 - \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$t_3 = \frac{25 \text{ лет} - 1 \text{ год}}{1 - \sqrt{1 - \frac{(0,9c)^2}{c^2}}} = 42,5 \text{ года}$$

Ответ: 42,5 года

Задачи муниципальных олимпиад

7-8 класс

1. Марс удобнее всего изучать во время противостояния, когда Земля находится между Марсом и Солнцем. Определите, через какой промежуток времени повторяются противостояния Земли и Марса. Марс совершает оборот вокруг Солнца за 687 земных дней, а Земля – за 365 дней.

7-8 класс

1. Марс удобнее всего изучать во время противостояния, когда Земля находится между Марсом и Солнцем. Определите, через какой промежуток времени повторяются противостояния Земли и Марса. Марс совершает оборот вокруг Солнца за 687 земных дней, а Земля – за 365 дней.

Решение:

За промежуток времени T от одного противостояния до другого Марс совершает k оборотов, а Земля $(k + 1)$ оборот (k не обязательно целое). Этот промежуток времени выражается через периоды обращения Земли и Марса вокруг Солнца T_3 и T_M следующим образом: $T = (k + 1)T_3 - kT_M$. Отсюда находим $k = T_3 / (T_M - T_3)$ и $T = T_3 T_M / (T_M - T_3)$. Подставляя численные значения T_3 и T_M , получаем $T \approx 779$ дней.

Два космических аппарата будущего стартуют с Земли со скоростями относительно Солнца 1000 км/с и 10000 км/с соответственно. Первый летит к экзопланете Проксима Центавра b (параллакс $\pi=768,7$ миллисекунды дуги), а второй к планетной системе вокруг звезды TRAPPIST-1 (расстояние 39,50 световых лет). По прилёту оба корабля сразу же отправят некоторые данные на Землю с помощью радиосвязи. Данные от какого корабля придут раньше и на сколько? Ответ представьте в годах с корректным числом значащих цифр. Временем полёта внутри планетных систем пренебречь.

Два космических аппарата будущего стартуют с Земли со скоростями относительно Солнца 1000 км/с и 10000 км/с соответственно. Первый летит к экзопланете Проксима Центавра b (параллакс $\pi=768,7$ миллисекунды дуги), а второй к планетной системе вокруг звезды TRAPPIST-1 (расстояние 39,50 световых лет). По прилёту оба корабля сразу же отправят некоторые данные на Землю с помощью радиосвязи. Данные от какого корабля придут раньше и на сколько? Ответ представьте в годах с корректным числом значащих цифр. Временем полёта внутри планетных систем пренебречь.

Решение:

Найдём время полёта до каждой звезды.

1) Проксима Центавра b

Расстояние $r = \frac{1}{\pi} = 1,3 \text{ пк} = 4,015 \cdot 10^{16} \text{ м}$

Время $\tau = \frac{r}{v} = 4,015 \cdot 10^{10} \text{ сек} = 1272,3 \text{ года}$

2) Звезда TRAPPIST-1

Расстояние $r = 39,5 \times 24 \times 3600 \times 365,25 \times 3 \cdot 10^8 \text{ м} = 3,74 \cdot 10^{17} \text{ м}$

Время $\tau = \frac{r}{v} = 1185 \text{ лет}$

(это же время можно найти проще: $\tau = 39,5 \times \frac{300000 \text{ км/с}}{10000 \text{ км/с}} = 1185 \text{ лет}$)

Учтём, что данные, отправленные с аппаратов, будут лететь до получателя на Земле разное время.

$t_1 = 1272,3 + 1,3 \times 3,26 = 1276,5 \text{ года}$ (3,26 – число световых лет в 1 парсеке; можно найти расстояние в световых годах и иначе, например, $1272,3 \cdot 1000 / 300000$)

$t_2 = 1185 + 39,5 = 1224,5 \text{ года}$

9 класс.

2. Солнце находится на расстоянии 7,5 кпк от центра Галактики и вот уже 4.6 млрд. лет движется со скоростью 220 км/с. Чему равен галактический год? Сколько галактических лет Солнцу?

9 класс.

2. Солнце находится на расстоянии 7,5 кпк от центра Галактики и вот уже 4.6 млрд. лет движется со скоростью 220 км/с. Чему равен галактический год? Сколько галактических лет Солнцу?

$$\text{Решение: } T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 7500 \cdot 3 \cdot 10^{16} \text{ м}}{220000 \text{ м / с}} = 0,64 \cdot 10^{16} \text{ с} = \frac{0,64 \cdot 10^{16} \text{ с}}{3,15 \cdot 10^7 \text{ с / год}} \approx 200 \cdot 10^6 \text{ лет}$$

Зная возраст Солнца около 4.6 млрд. лет, $4.6/0.2 = 23$

Ответ: примерно 23 года (с точностью до знания возраста Солнца)

10 класс

3. Радиус одного из астероидов составляет 5 км. Его плотность составляет $5,5 \text{ г/см}^3$. Определите ускорение свободного падения на его поверхности. Определите, на какую высоту поднялся бы человек, находящийся на астероиде и подпрыгнувший с усилием, достаточным для прыжка на высоту 5 см на Земле. Считайте, что астероид имеет форму шара.

10 класс

3. Радиус одного из астероидов составляет 5 км. Его плотность составляет $5,5 \text{ г/см}^3$. Определите ускорение свободного падения на его поверхности. Определите, на какую высоту поднялся бы человек, находящийся на астероиде и подпрыгнувший с усилием, достаточным для прыжка на высоту 5 см на Земле. Считайте, что астероид имеет форму шара.

Решение:

Пусть M_a – масса астероида. С учетом закона всемирного тяготения и второго закона Ньютона ускорение свободного падения

$$g_a = \frac{GM_a}{r^2}$$

на астероиде (1). Представим массу астероида через объем

$$M_a = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_a$$

$$g_a = \frac{4}{3}G\rho_a \pi r = 0,008$$

шара и плотность: м/с^2 . По условию задачи человек в момент прыжка на Земле и на астероиде обладает одной и той же кинетической энергией. Поэтому потенциальная энергия в высшей точке подъема как на Земле, так и на астероиде будет одинакова:

$$mg_a h_a = mgh$$

$$h_a = \frac{g}{g_a} h \approx 64 \text{ м}$$

, откуда . Полученное значение не является точным: на самом деле прыжок будет выше, так как значение ускорения свободного падения убывает с высотой по закону, даваемому формулой (1).

Задание 2. Представьте, с Земли удалили атмосферу и воду, после чего планету сжали, сохраняя пропорции, до размеров бильярдного шара (рис.). Можно ли считать ее поверхность на ощупь гладкой в сравнении с бильярдным шаром? Известно, что диаметр бильярдного шара 60 мм, а неровности (выступы) на нем ощутимы, если превышают 25 мкм. Самая высокая на Земле гора – Эверест – имеет высоту около 9 км. Объясните, почему в качестве критерия неровности на ощупь не рассматривается наиболее глубокая впадина на Земле – Марианская, глубина которой составляет примерно 11 км.



Задание 2. Представьте, с Земли удалили атмосферу и воду, после чего планету сжали, сохраняя пропорции, до размеров бильярдного шара (рис.). Можно ли считать ее поверхность на ощупь гладкой в сравнении с бильярдным шаром? Известно, что диаметр бильярдного шара 60 мм, а неровности (выступы) на нем ощутимы, если превышают 25 мкм. Самая высокая на Земле гора – Эверест – имеет высоту около 9 км. Объясните, почему в качестве критерия неровности на ощупь не рассматривается наиболее глубокая впадина на Земле – Марианская, глубина которой составляет примерно 11 км.



Решение

№	Этапы решения	Баллы
1	<p>Коэффициент сжатия Земли:</p> $K = \frac{2R}{d} = \frac{2 \cdot 6370 \cdot 10^3}{60 \cdot 10^{-3}} = 2,12 \cdot 10^8$	2
2	<p>Высота уменьшенного Эвереста:</p> $h_1 = \frac{h}{K} = \frac{9 \cdot 10^3}{2,12 \cdot 10^8} = 4 \cdot 10^{-5} = 40 \text{ мкм} > 25 \text{ мкм}$ <p>Т.е. неровности ощутимы на шаре</p>	3
3	<p>Впадины на Земле не рассматриваются в качестве критерия неровности, поскольку размер пальца существенно превышает характерный размер уменьшенной впадины; стало быть, палец в нее не проникает и впадина остается незамеченной.</p>	5

Определите массу Юпитера в массах Земли, путём сравнения системы Юпитер – Европа с системой Земля – Луна, если известно, что спутник Европа отстоит от него на расстоянии 671 тыс. км и обращается с периодом 3,55 суток.

Определите массу Юпитера в массах Земли, путём сравнения системы Юпитер – Европа с системой Земля – Луна, если известно, что спутник Европа отстоит от него на расстоянии 671 тыс. км и обращается с периодом 3,55 суток.

Дано:

$$T_1 = 3,55 \text{ сут}$$

$$T_2 = 27,3 \text{ сут}$$

$$a_1 = 671000 \text{ км}$$

$$a_2 = 384000 \text{ км}$$

$$M_2 = 1$$

$$\frac{T_1^2 (M_1 + m_1)}{T_2^2 (M_2 + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

$$M_1 = \frac{T_2^2}{T_1^2} \cdot \frac{a_1^3}{a_2^3} \cdot M_2$$

$M_1 = ?$

$$M_1 = \frac{(27,3 \text{ сут})^2}{(3,55 \text{ сут})^2} \cdot \frac{(671000 \text{ км})^3}{(384000 \text{ км})^3} \cdot M_2 = 316 M_2$$

Ответ: 316 масс Земли