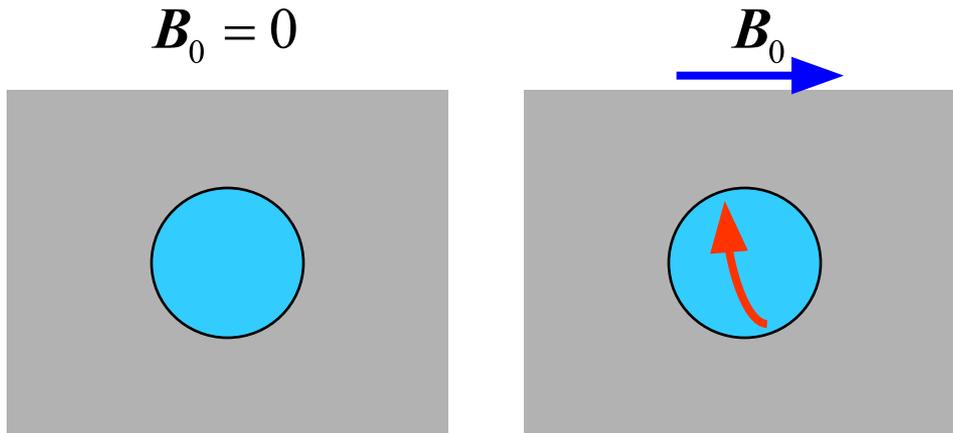


## Намагничивание вещества. Вектор намагничивания $J$



*Магнетик* – вещество, способное намагничиваться.

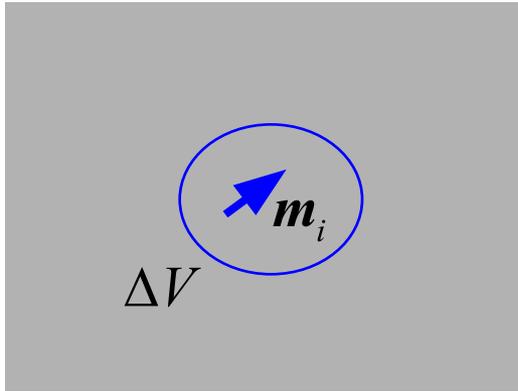
*Намагничивание* – наведение в веществе магнитных диполей, т. е. *токамагнитных*.

$B = B_0 + B_\mu$  – результирующее поле

$B_0$  – внешнее поле (токов проводимости)

$B_\mu$  – поле токов намагничивания

## Намагничивание вещества. Вектор намагничивания $J$



$$J = \frac{1}{\Delta V} \sum m_i$$

– вектор намагничивания

$m_i$  – магнитный момент

### Основные виды магнетиков:

1. Диамагнетики,  $m_i = 0$  при  $B_0 = 0$ ;
2. Парамагнетики,  $m_i \neq 0$  при  $B_0 = 0$ .

$m_i$  – магнитный момент атомов (молекул)

## Намагничивание вещества. Вектор намагничивания $J$

### Механизмы намагничивания:

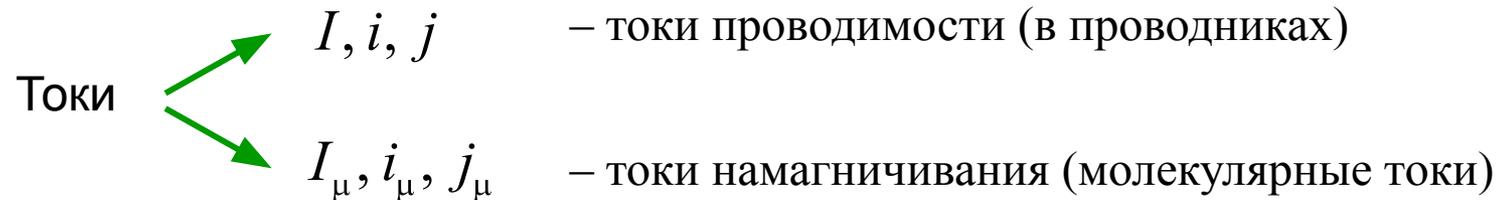
1. Диамагнетики (ослабляют внешнее поле).  
В поле  $B_0$  индуцируются  $m_i \uparrow \downarrow B_0$   
(из-за электромагнитной индукции на молекулярном уровне)
2. Парамагнетики (усиливают внешнее поле).  
В поле  $B_0$  происходит частичная ориентация  $m_i$  по полю  $B_0$   
(из-за действия на  $m_i$  момента сил со стороны  $B_0$ )  
  
Для большинства магнетиков  $\mu \approx 1$ .

### Исключения:

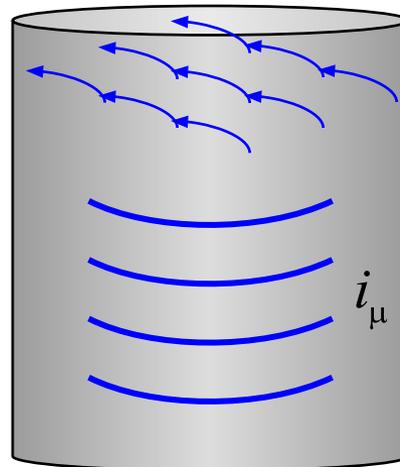
1. Ферромагнетики (сильные парамагнетики)  
 $\mu \sim 10^3$
2. Сверхпроводники (идеальные диамагнетики)  
 $\mu = 0$ , внутри сверхпроводника  $B = 0$ .

## Намагничивание вещества. Вектор намагничивания $J$

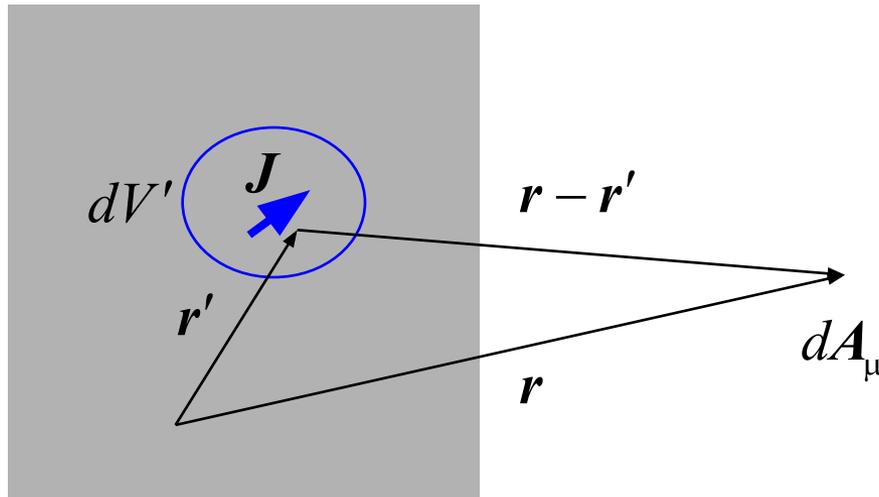
В результате намагничивания в магнетике возникают токи намагничивания.



### Механизм образования токов намагничивания



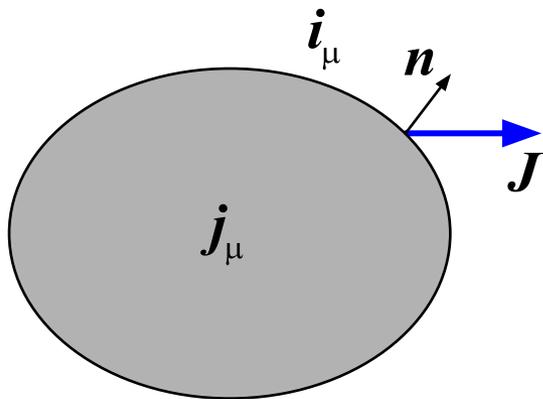
## Объемные и поверхностные токи намагничивания



$$\mathbf{A}_m = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$$d\mathbf{A}_\mu = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\mathbf{m} \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad \Rightarrow$$

$$\mathbf{A}_\mu = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\text{rot } \mathbf{J}}{R} dV + \frac{\mu_0}{4\pi} \oint \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{n}}{R} dS \quad \Rightarrow$$



$$\mathbf{j}_\mu = \text{rot } \mathbf{J}$$

$$\mathbf{i}_\mu = \mathbf{J} \times \mathbf{n}$$

## Вектор $H$

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{j} + \mathbf{j}_\mu) \\ \mathbf{j}_\mu &= \operatorname{rot} \mathbf{J} \end{aligned} \right\} \longrightarrow \operatorname{rot} (\mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{J}) = \mathbf{j}$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu_0 - \mathbf{J}$$

– вектор *напряженности* магнитного поля

Вектор  $H$  – вспомогательный вектор, *не связанный* с каким-либо физическим объектом. С его помощью во многих случаях упрощается изучение поля в магнетике.

В общем случае магнетик изменяет не только величину, но и конфигурацию магнитного поля.

## Вектор $H$

### Теорема о циркуляции для вектора $H$

$$\text{rot}H = j$$

– теорема о циркуляции для вектора  $H$   
(дифференциальная форма)

$$\Rightarrow \int \text{rot}(H) dS = \int j dS \quad \left\{ \begin{array}{l} \int \text{rot}(H) dS = \oint H dl \\ \int j dS = I \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\oint H dl = I$$

– теорема о циркуляции для вектора  $H$   
(интегральная форма)

## Связь между векторами $\mathbf{J}$ и $\mathbf{H}$ , $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$

Для широкого класса магнетиков

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H}$$

$\chi$  – магнитная восприимчивость

В случае однородного магнетика

$$\mathbf{j}_\mu = \text{rot} \mathbf{J} \quad \longrightarrow \quad \mathbf{j}_\mu = \chi \text{rot} \mathbf{H} = (\mu - 1) \text{rot} \mathbf{H} = (\mu - 1) \mathbf{j} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{j}_\mu = (\mu - 1) \mathbf{j}$$

При условии

$$\mathbf{j} = 0 \quad \longrightarrow \quad \mathbf{j}_\mu = 0$$

## Связь между векторами $\mathbf{J}$ и $\mathbf{H}$ , $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$

В случае магнетиков, для которых

$$\mathbf{J} = \chi \mathbf{H} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{J}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi \mathbf{H}) = (1 + \chi) \mu_0 \mathbf{H} \quad \longrightarrow$$

$$\mathbf{B} = \mu \mu_0 \mathbf{H}$$

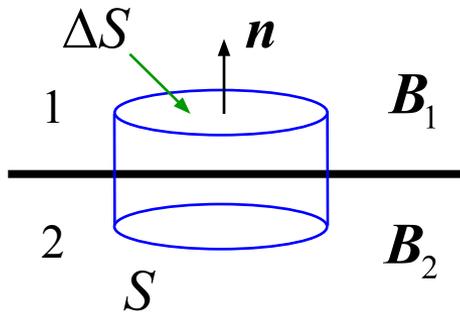
$\mu = 1 + \chi$  – магнитная проницаемость

Для диамагнетиков ( $\mathbf{J} \uparrow \downarrow \mathbf{H}$ )  $\chi < 0$  и  $\mu < 1$

Для парамагнетиков ( $\mathbf{J} \uparrow \uparrow \mathbf{H}$ )  $\chi > 0$  и  $\mu > 1$

## Граничные условия для $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$

### 1 граничное условие



По теореме Гаусса для вектора  $\mathbf{B}$

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} = 0$$

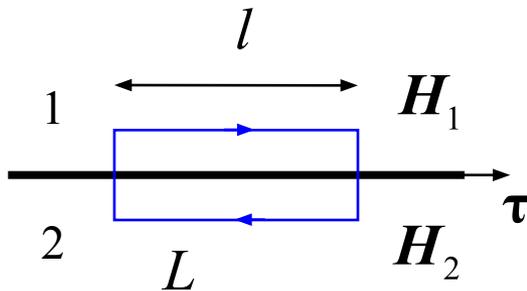
Стягиваем основания цилиндра  $S$  к границе  $\longrightarrow$

$$\oint \mathbf{B} d\mathbf{S} \rightarrow (B_{1n} - B_{2n})\Delta S \quad \longrightarrow$$

$$B_{1n} = B_{2n}$$

## Граничные условия для $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$

### 2 граничное условие



По теореме о циркуляции вектора  $\mathbf{H}$   
(при условии, что на поверхности  $\mathbf{i} = 0$ )

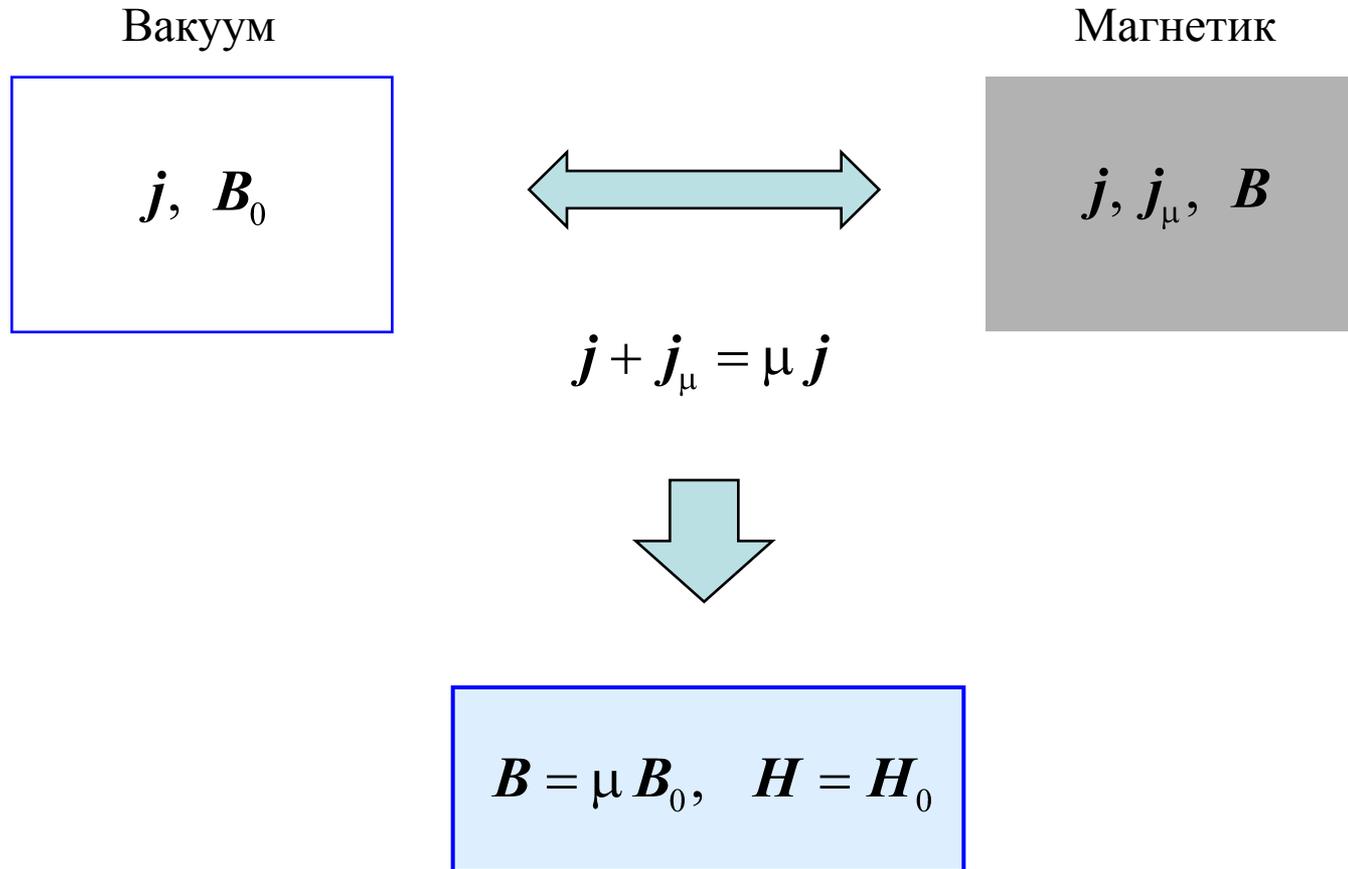
$$\oint \mathbf{H} \, d\mathbf{r} = 0$$

Стягиваем контур  $L$  к границе  $\longrightarrow$

$$\oint \mathbf{H} \, d\mathbf{r} \longrightarrow (H_{1\tau} - H_{2\tau})l \quad \longrightarrow$$

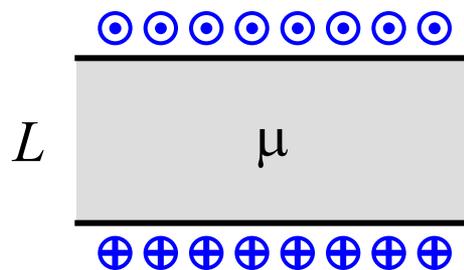
$$H_{1\tau} = H_{2\tau}$$

Поле в однородном изотропном магнетике



## Поле в однородном изотропном магнетике

Соленоид, заполненный магнетиком



$$B_0 = \mu_0 n I$$

$$B = \mu B_0 = \mu \mu_0 n I$$

$$L = \frac{\Phi}{I} = \frac{NBS}{I} = \frac{N\mu B_0 S}{I} = \frac{\mu \Phi_0}{I} \quad \rightarrow$$

$$L = \mu L_0$$

$L_0$  – индуктивность воздушного соленоида

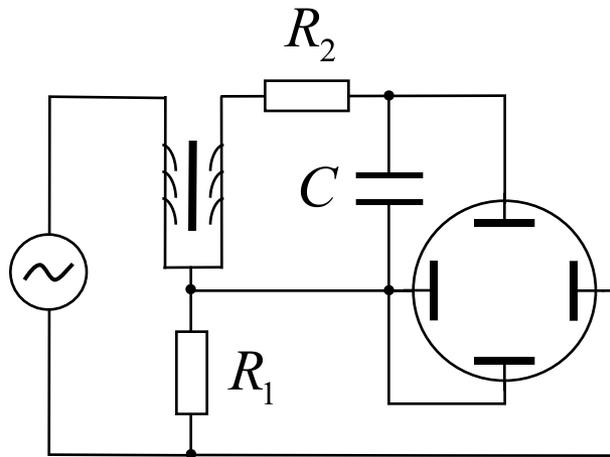
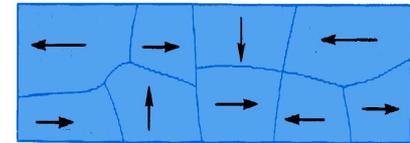
$$B = \mu \mu_0 n I$$

$$L = \mu \mu_0 n^2 V$$

## Ферромагнетики

*Ферромагнетики* – магнетики, спонтанно намагниченные в некотором интервале температур.

Ферромагнетик состоит из *доменов* – областей размером порядка 0.01 мм с однородной намагниченностью.

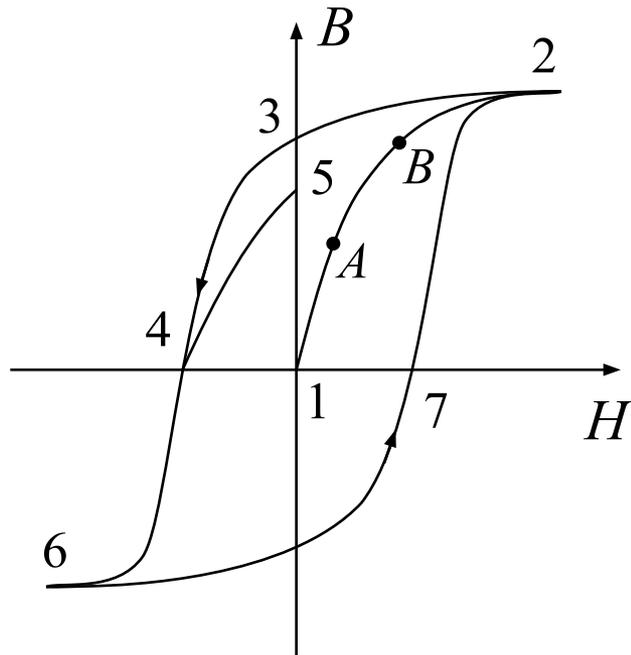


$$U_x = R_1 I \propto H$$

$$U_y = \frac{q}{C} \propto B$$

**Схема установки для наблюдения  
петли гистерезиса**

## Ферромагнетики



**Петля гистерезиса**

- 1-2* – основная кривая намагничивания;
- 1A* – обратимое смещение границ в пользу ориентированных под острым углом к полю доменов;
- AB* – необратимое смещение границ и исчезновение некоторых доменов;
- B2* – изменение направления намагниченности внутри доменов.

$B_r$  (точка 3) – *остаточная намагниченность*

$H_c$  (точка 4) – *коэрцитивная сила*

*Температура Кюри  $T_K$*  – температура фазового перехода из состояния ферромагнетика в состояние парамагнетика.

## Ферромагнетики

|                        | $H_c$ , А/м | $B_s$ , Тл | $B_r$ , Тл             | $\mu_{\max}$     |
|------------------------|-------------|------------|------------------------|------------------|
| мягкие ферромагнетики  | 8÷80        | 0.8÷2      | $10^{-3} \div 10^{-2}$ | $10^3 \div 10^5$ |
| жесткие ферромагнетики | 50000       | ~2         | 0.1÷0.5                | ~ $10^2$         |

### Использование:

Жесткие ферромагнетики для изготовления постоянных магнитов.

Мягкие ферромагнетики служат в качестве сердечников трансформаторов.