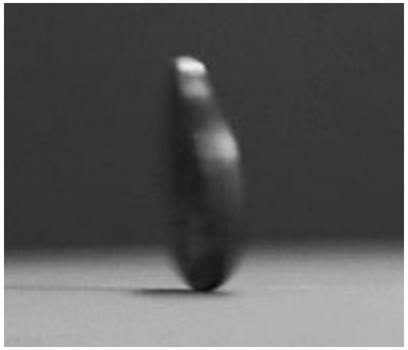
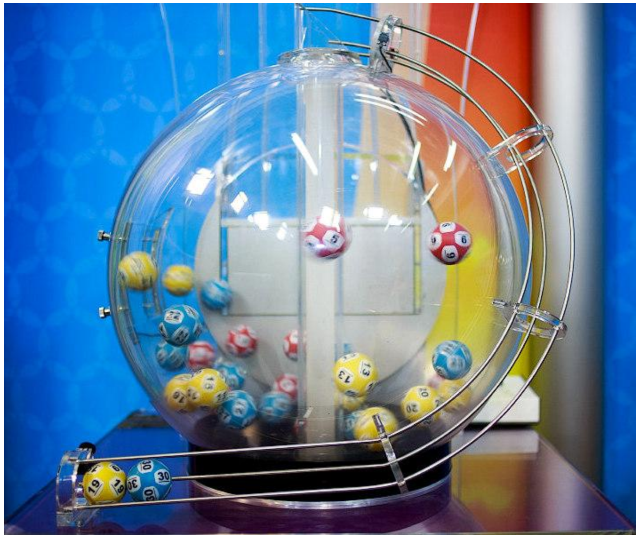
Моделирование случайных процессов.

Метод Монте-Карло

Случайное явление (событие) – это такое явление, которое при неоднократном воспроизведении одного и того же эксперимента протекает каждый раз несколько по-иному.

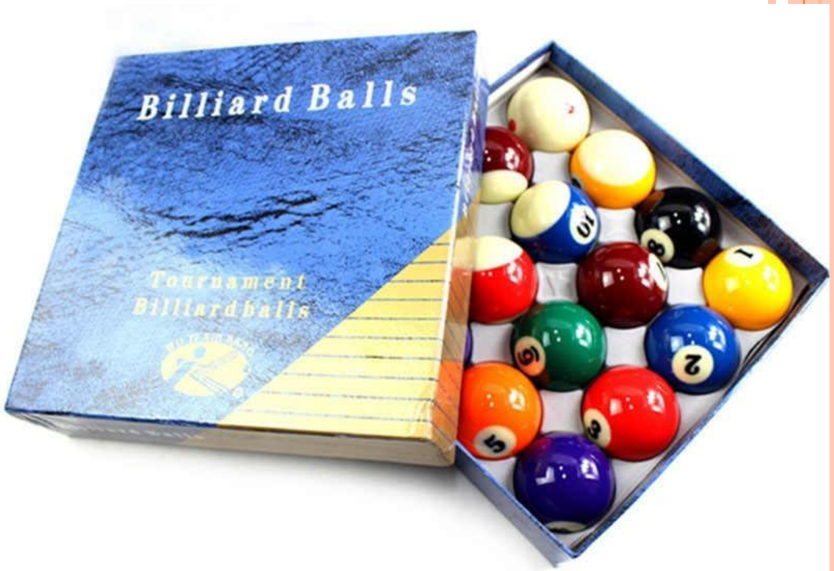




Раздел математики, изучающий закономерности в случайных явлениях, называется **теория вероятностей**.

Осуществление **каждого отдельного наблюдения** (измерения) при изучении **эксперимента** называют **испытанием**.

Результат испытания называется **событием**.



Достоверное событие – событи
которое всегда происходит
в рассматриваемом эксперимент

Невозможное событие – событи
которое никогда не происходит
в рассматриваемом эксперименте.

Случайное событие – событие, которое при воспроизведении опыта может произойти, а может не произойти.

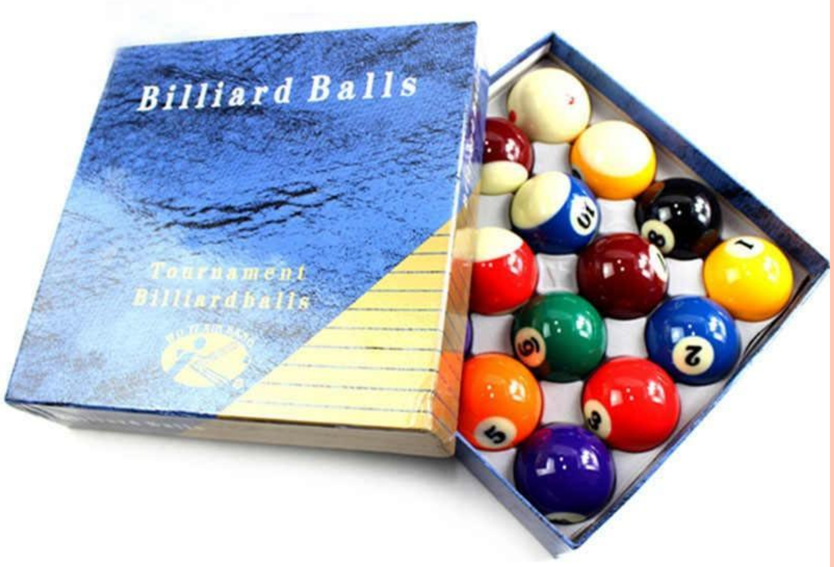
- **Достать шарик**
- **Достать кубик**
- **Достать синий шарик**

Вероятностью события называют отношение **числа m благоприятствующих** этому событию исходов **к общему числу n всех** возможных **исходов**.

В коробке **16** шариков.

Можно достать один из 16 шариков.

Число возможных исходов – 16
(**n** = 16).



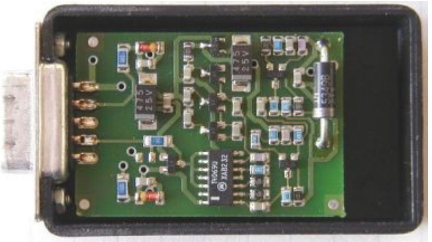
В коробке 3 синих шарика.

Число благоприятствующих исходов
(**m** = 3).

Вероятность события А «Достать синий шарик»

P(A) = m / n = 3 / 16

Последовательность случайных событий можно получить с помощью **генератора случайных чисел.**



Недостатки:

- необходимо специальное устройство;
- невозможно воспроизвести результаты.

Датчики случайных чисел – компьютерные программы, моделирующие работу **генераторов случайных чисел.**

Псевдослучайные числа – обладают свойствами случайных чисел, но каждое следующее число **вычисляется** из предыдущего **по заданной формуле**.

Метод середины квадрата (Дж. фон Нейман)

564321

в квадрате

318458191041

209938992481

Недостаток: малый период последовательности (10^6).

Линейный конгруэнтный метод

остаток от деления

$$x_n = (a \cdot x_{n-1} + c) \mod m$$

a, c, m – целые числа.

Период = m

$$x_n = (16807 \cdot x_{n-1} + 12345) \mod 1073741823$$

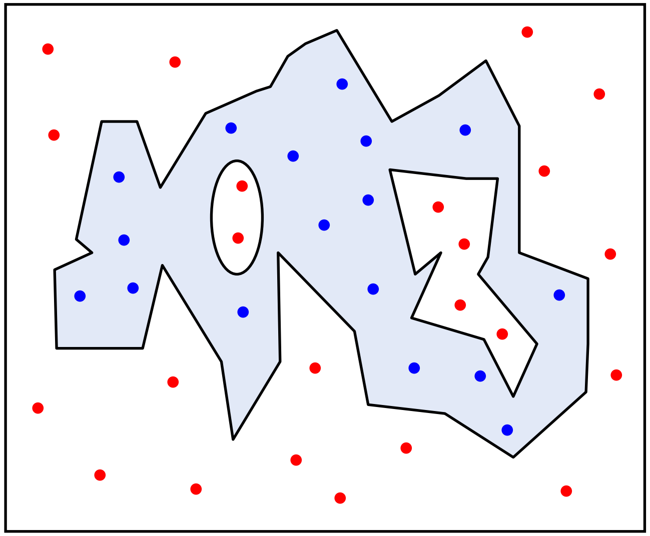
«Вихрь Мерсенна» - генератор псевдослучайных чисел, основанный на свойствах простых чисел.

Его период 2^{19937} - 1

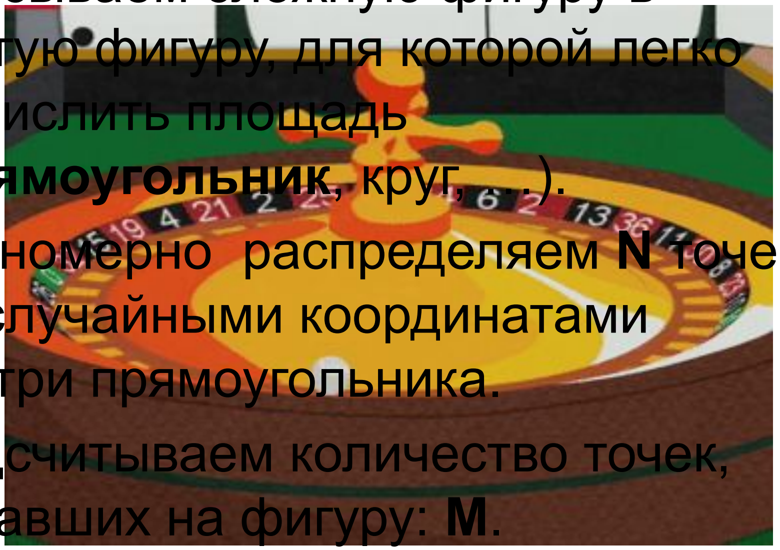
Метод Монте-Карло

основан на получении большого числа реализаций случайного процесса, который формируется таким образом, чтобы его **вероятностные характеристики совпадали с аналогичными величинами решаемой задачи**.

Вычисление площади сложной фигуры

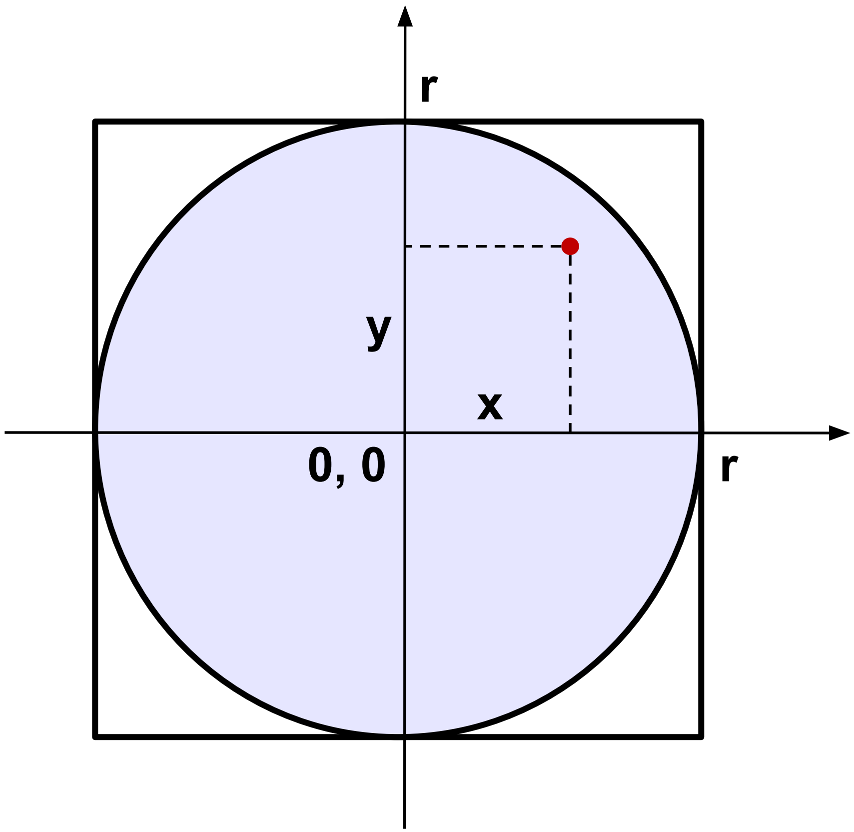


$$\frac{S}{S_0} \approx \frac{M}{N}$$



1. Вписываем сложную фигуру в другую фигуру, для которой легко вычислить площадь (**прямоугольник**, круг, …).
2. Равномерно распределяем **N** точек со случайными координатами внутри прямоугольника.
3. Подсчитываем количество точек, попавших на фигуру: **M**.
4. Вычисляем вероятность попадания точек внутрь фигуры и площадь.

Вычисление площади сложной фигуры



$S_{кв}$ = 2r * 2r = 4 r^2

$S_{кр}$ = π r^2

N точек внутри квадрата.

Из них **M** точек внутри круга.

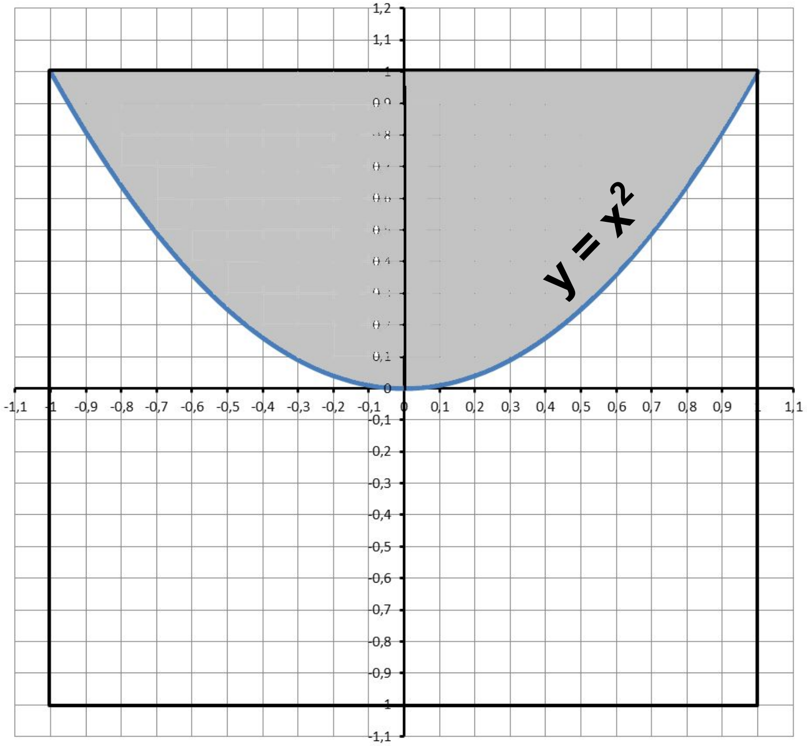
Точка внутри круга, если:

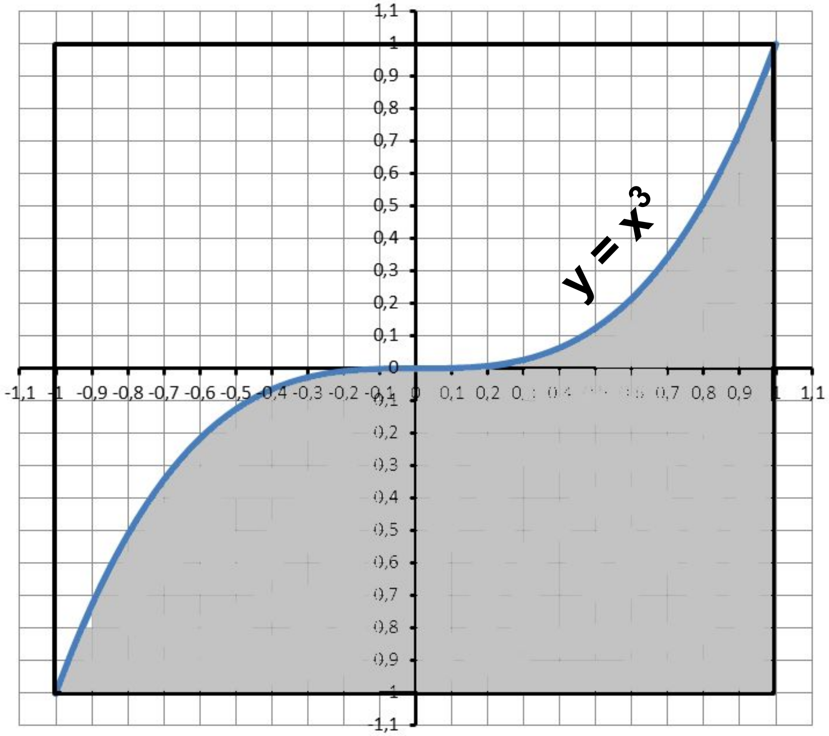
$$x^2 + y^2 < r^2$$

Вероятность попадания точки внутрь круга:

$$\frac{N}{M} \approx \frac{S_{кр}}{S_{кв}}$$

Вычисление площади сложной фигуры





Вычисление площади сложной фигуры