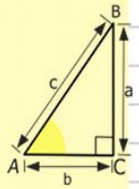
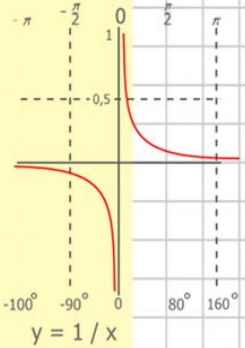
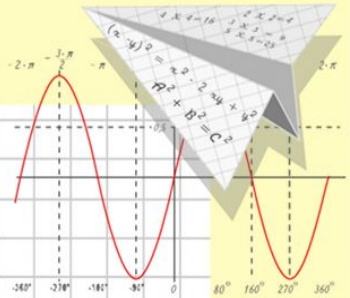
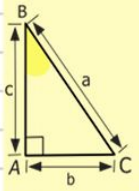
Математика

Раздел 6. Метод координат в пространстве

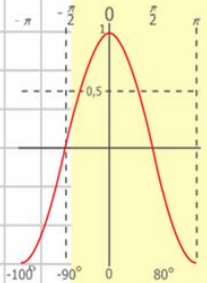








Занятие 63. Координаты точек и векторов



$$\begin{array}{r} 250 \\ \times\ 42 \\ \hline 210 \\ +\ 84 \\ \hline 10500 \end{array}$$

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 =
8 x

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$$

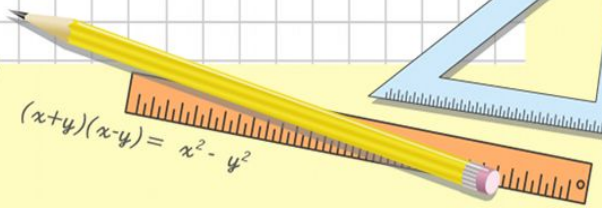
$$\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$$

$\sin 90^\circ = 1$

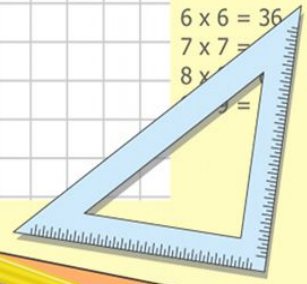
$$\begin{cases} y=\sin 90 \\ x=25y+45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=25+45 \end{cases}$$

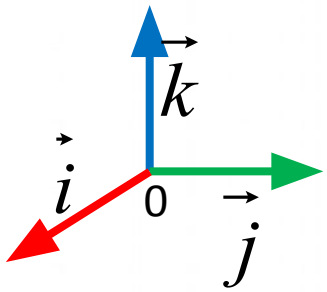
$x = 70$



$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$



Координатные векторы



$$\vec{i} \perp \vec{j} \perp \vec{k}$$

$$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1$$

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - координатные векторы

Теорема. Любой вектор пространства можно разложить по трем некомпланарным векторам, причем коэффициенты разложения определяются единственным образом:

$$\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$$

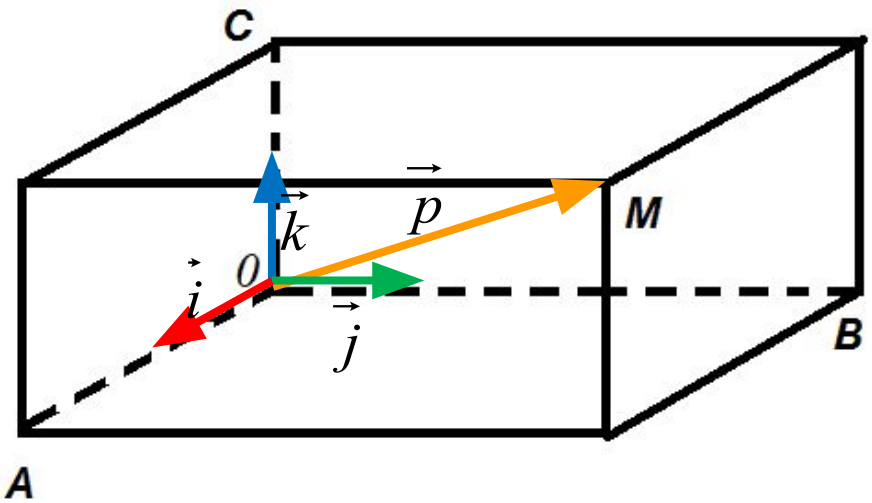
где $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ - тройка некомпланарных векторов

$x, y, z \in \Re$ - коэффициенты разложения

Координаты вектора

В качестве тройки некомпланарных векторов, по которым производится разложение произвольного вектора, удобно выбрать координатные векторы

$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$



$$\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$$

$$\overrightarrow{OA} = 2\vec{i}$$

$$\overrightarrow{OB} = 4\vec{j}$$

$$\overrightarrow{OC} = 2\vec{k}$$

$$\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$$

т.о. $x = 2,\ y = 4,\ z = 2$

Координаты вектора

Координаты вектора равны коэффициентам разложения этого вектора по координатным векторам, т.е.

$$\vec{p} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k} \quad \Leftrightarrow \quad \vec{p} = (x; y; z)$$

Например:

$\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (3;1;2)$

$\vec{b} = \vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k} \Rightarrow \vec{b} = (1;4;-3)$

$\vec{c} = 5\vec{i} - \vec{k} \Rightarrow \vec{c} = (5;0;-1)$

$\vec{d} = 7\vec{j} \Rightarrow \vec{d} = (0;7;0)$

$\vec{a} = (-6;3;1) \Rightarrow \vec{a} = -6\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$

$\vec{b} = (2;-5;0) \Rightarrow \vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j}$

$\vec{c} = (0;-1;3) \Rightarrow \vec{c} = -\vec{j} + 3\vec{k}$

$\vec{d} = (1;-2;-5) \Rightarrow$?????

Действия с векторами в координатах

Пусть даны $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ $\lambda \in \Re$

Тогда:

0. $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow x_1 = x_2; y_1 = y_2; z_1 = z_2$

1. $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$

2. $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$

3. $\lambda\vec{a} = (\lambda x_1; \lambda y_1; \lambda z_1)$

Действия с векторами в координатах

Пусть даны $\vec{a} = (3;-1;5)$ $\vec{b} = (2;1;-3)$ $\vec{c} = (-4;0;-1)$

Найти координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c}$

Решение:

$$\vec{p} = 3\vec{a} + 4\vec{b} - 5\vec{c} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + 4 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix} - 5 \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} =$$

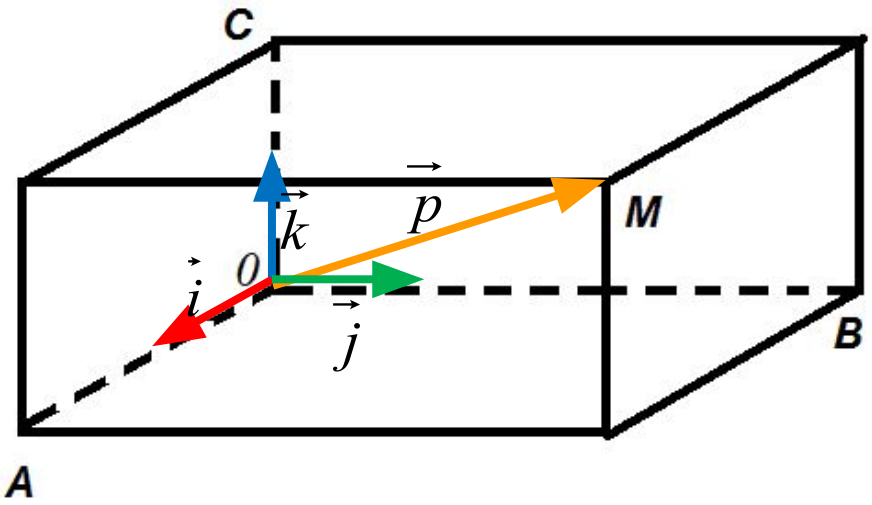
$$= \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 \\ -1 \cdot 3 \\ 5 \cdot 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot 4 \\ 1 \cdot 4 \\ -3 \cdot 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -4 \cdot 5 \\ 0 \cdot 5 \\ -1 \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ -3 \\ 15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ -12 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ -5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 9+8-(-20) \\ -3+4-0 \\ 15+(-12)-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 37 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

Ответ:

$$\vec{p} = (37; 1; 8)$$

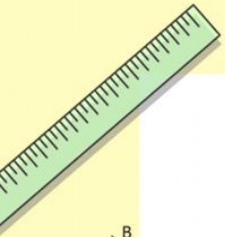
Связь между координатами точек и векторов

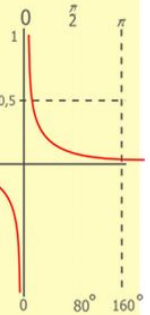


$$M = (2; 4; 2)$$

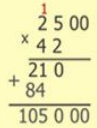
$$\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k} \quad \blacktriangleright\blacktriangleright \quad \overrightarrow{OM} = (2; 4; 2)$$

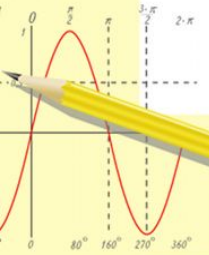
Координаты точки совпадают с координатами вектора, который начинается в начале координат, а заканчивается в данной точке.





y = 1 / x





$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

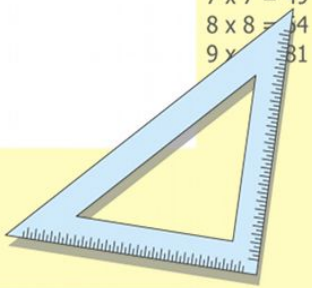
$\sin 90° = 1$

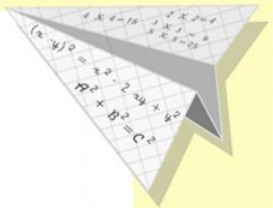
$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$

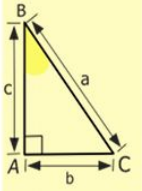
$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$

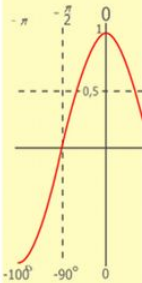
$x = 70$

$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$









y = co

2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 =
9 x

© Шмельков Владимир Юрьевич
преподаватель математики
ГБПОУ ЗКНО
Москва, 2021г.