

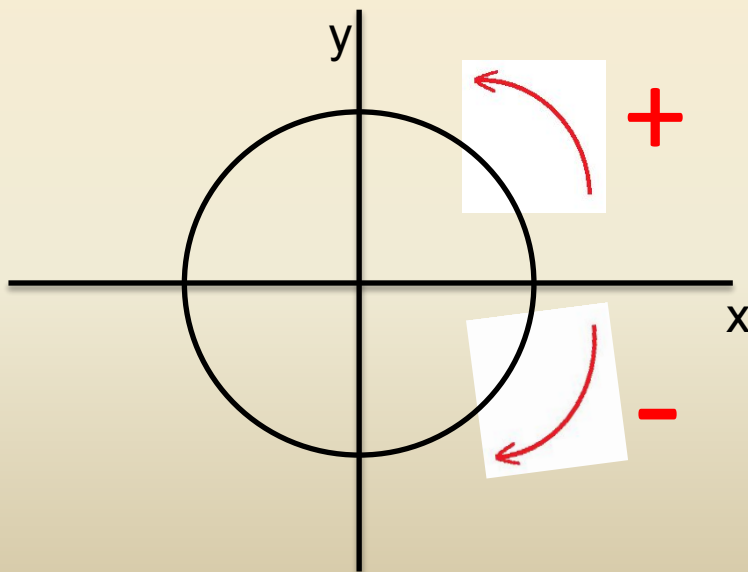
# Числовая окружность в координатной плоскости

# Повторим:

**Единичная окружность** – числовая окружность, радиус которой равен 1.

$$R=1$$

$$C=2\pi$$

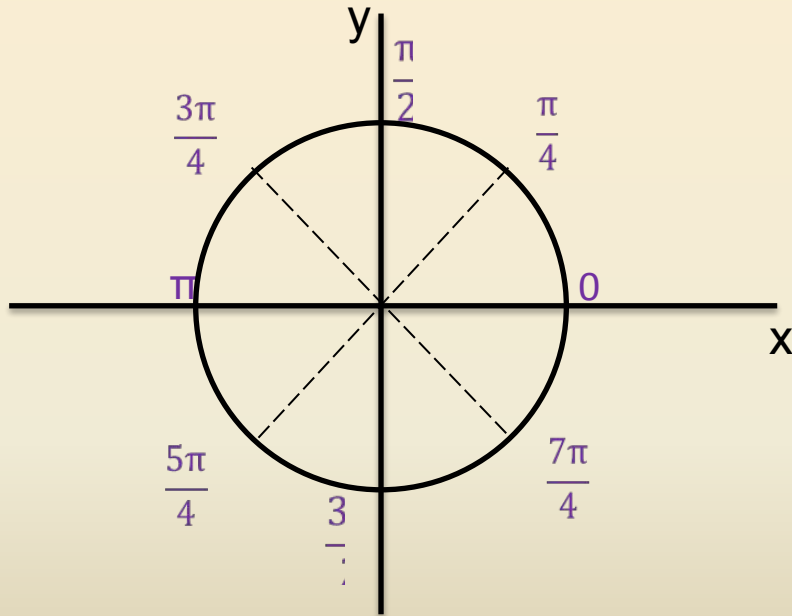


Если точка  $M$  числовой окружности соответствует числу  $t$ , то она соответствует и числу вида  $t+2\pi k$ , где  $k$  – любое целое число ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

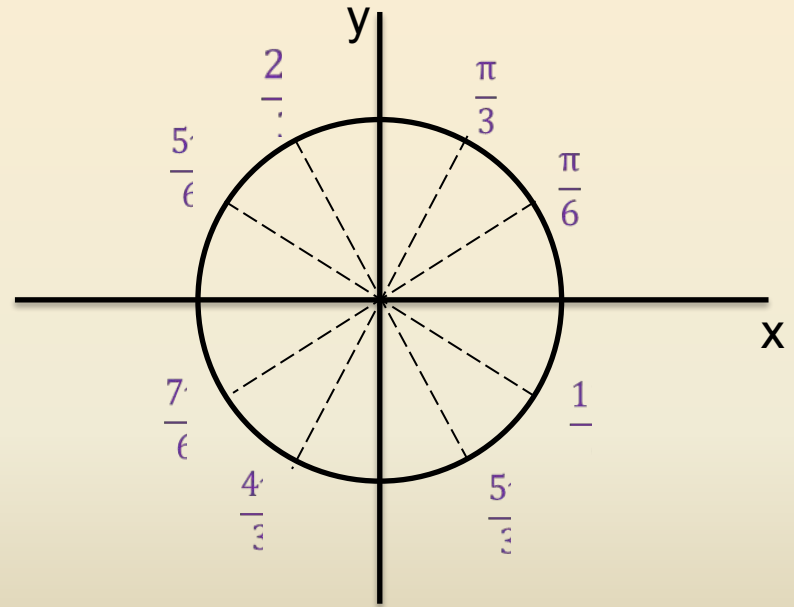
$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

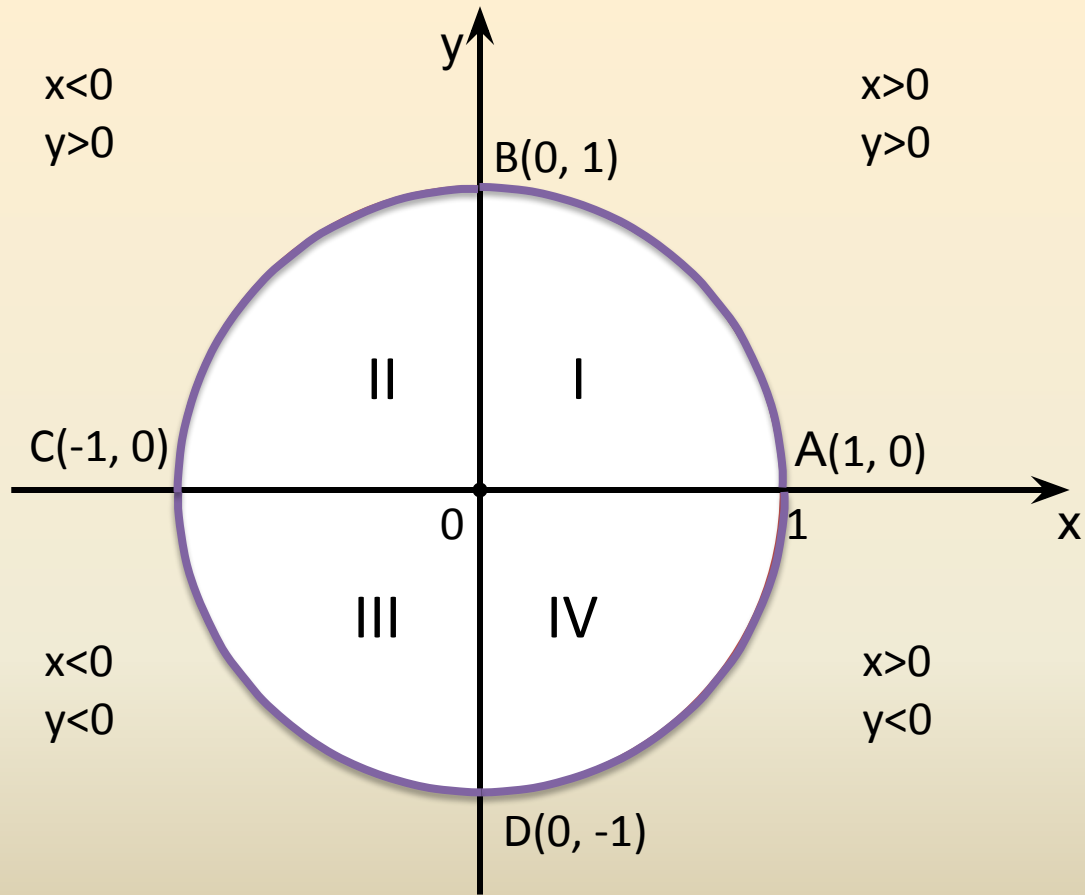
# Основные макеты

Первый макет

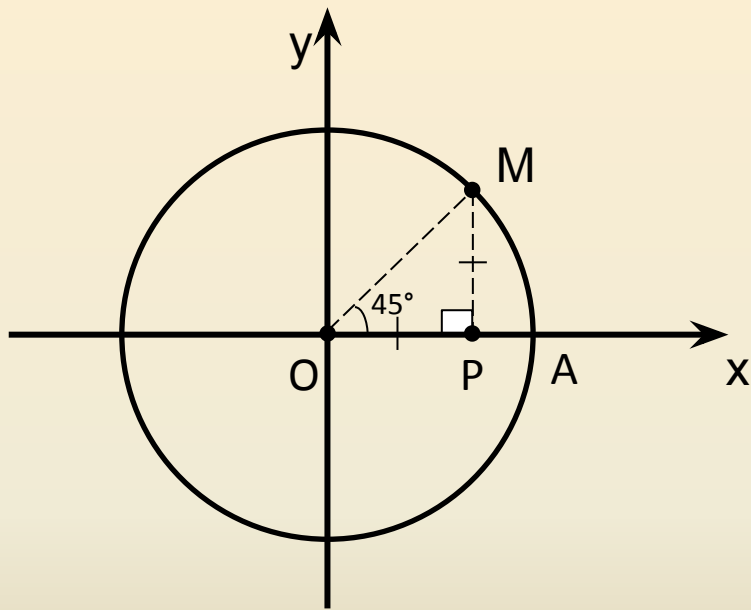


Второй макет





- Найдем координаты точки M, соответствующей точке  $\frac{\pi}{4}$ .



1)  $MP \perp OA$

2)  $\triangle OMP$ :

$x = OP$        $y = MP$

$x^2 + y^2 = 1$

$\angle MOP = 45^\circ \Rightarrow OP = MP$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + x^2 = 1$$

$$2x^2 = 1$$

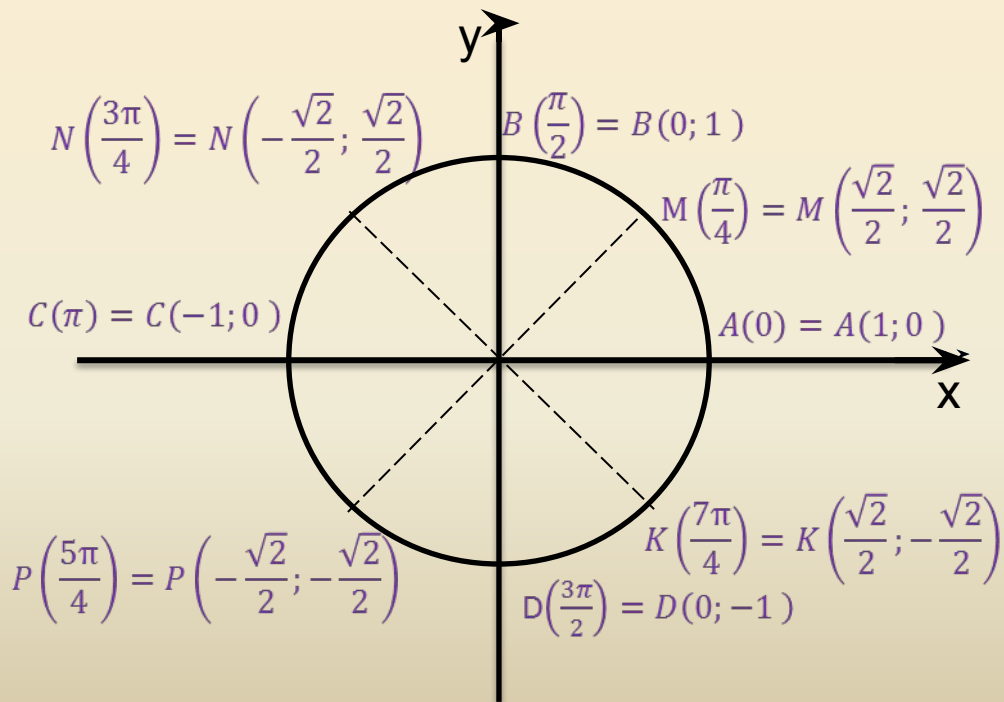
$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

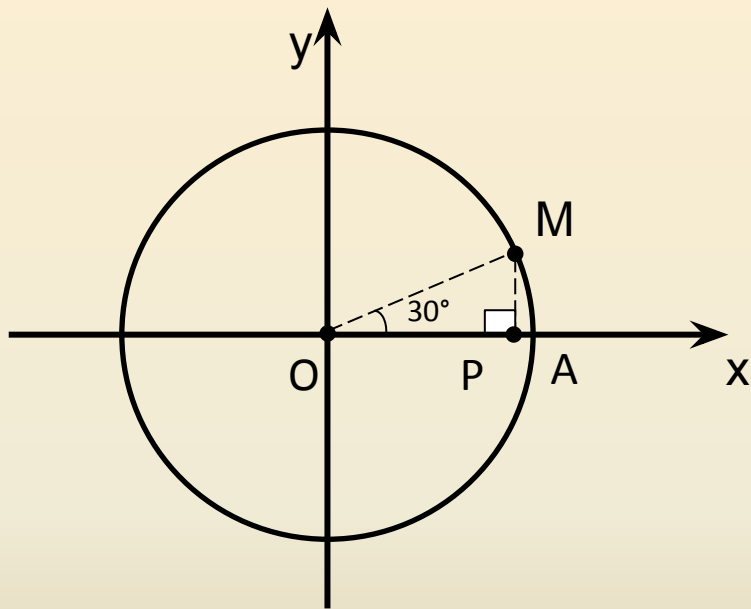
$$M\left(\frac{\pi}{4}\right) = M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

# Координаты основных точек первого макета



	0								
x	1	0	-1	0	1				
y	0	1	0	-1	0				

- Найдем координаты точки М, соответствующей точке  $\frac{\pi}{6}$ .



1)  $MP \perp OA$

2)  $\triangle OMP$ :

$$x = OP \quad y = MP \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\angle MOA = 30^\circ \Rightarrow MP = \frac{1}{2} MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

$$x^2 = \frac{3}{4}$$

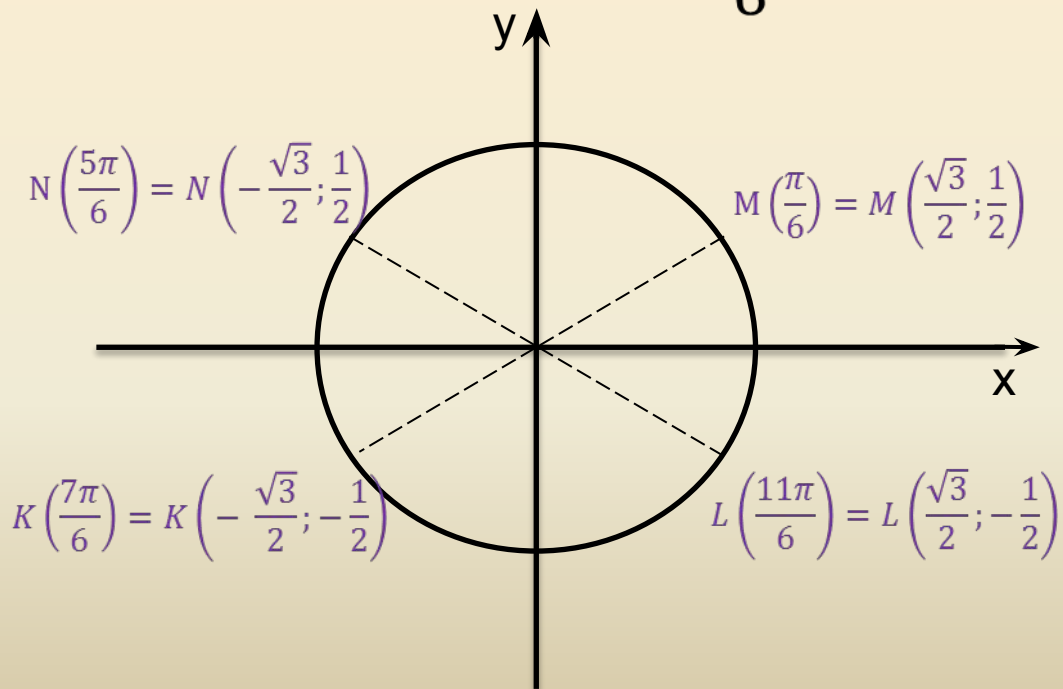
$$x = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

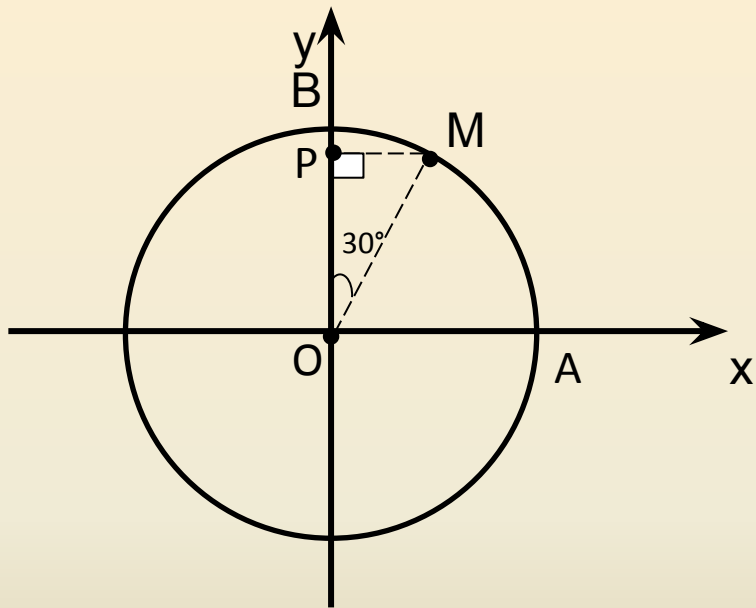
$$M\left(\frac{\pi}{6}\right) = M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$



- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных  $\frac{\pi}{6}$ :



- Найдем координаты точки M, соответствующей точке  $\frac{\pi}{3}$ .



1)  $MP \perp OB$

2)  $\triangle OMP$ :

$$y = OP \quad x = MP \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\angle MOB = 30^\circ \Rightarrow MP = \frac{1}{2}MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

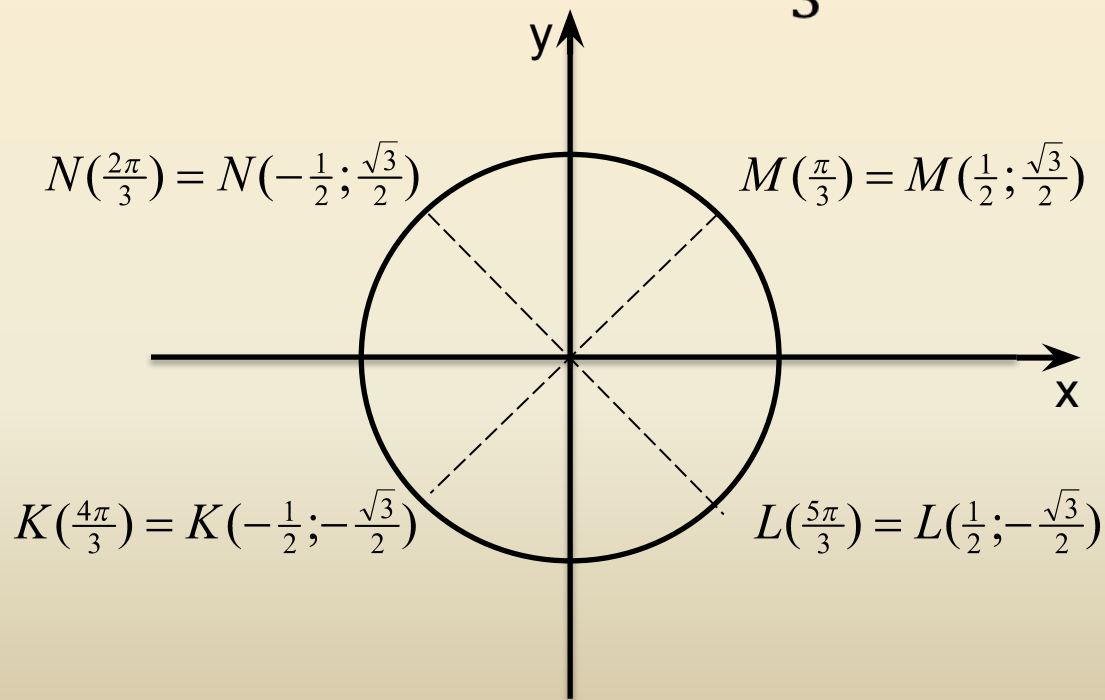
$$y^2 = \frac{3}{4}$$

$$y = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$M\left(\frac{\pi}{3}\right) = M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных  $\frac{\pi}{3}$ :





# Пример

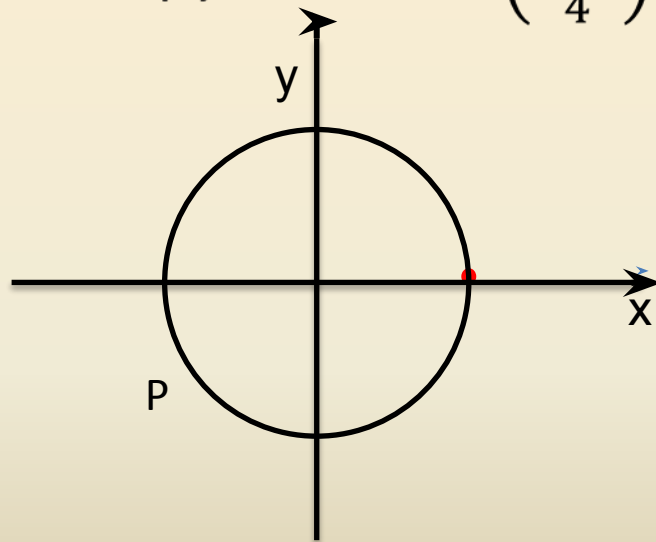
Найти координаты точки числовой окружности  $P\left(\frac{45\pi}{4}\right)$ .

Решение:

$$\frac{45\pi}{4} = 10\pi + \frac{5\pi}{4} = 5 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



# Пример

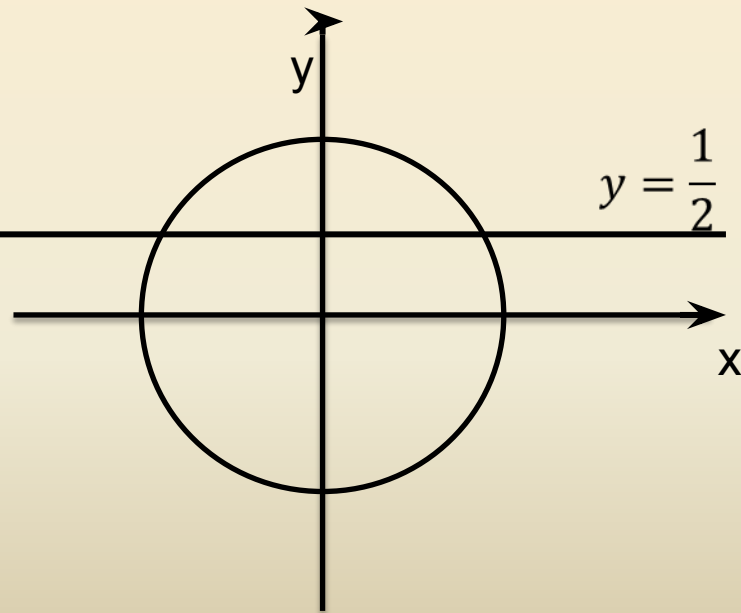
Найти на числовой окружности точки с ординатой  $y = \frac{1}{2}$ .

Решение:

$$\frac{\pi}{6} \longrightarrow \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z$$

$$\frac{5\pi}{6} \longrightarrow \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z$$

x		
y		



# Упражнения:

- 1) Найти координаты точек числовой окружности: а)  $P_1\left(\frac{37\pi}{3}\right)$ , б)  $P_2(45\pi)$ .
- 2) Найти на числовой окружности точки с абсциссой  $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

