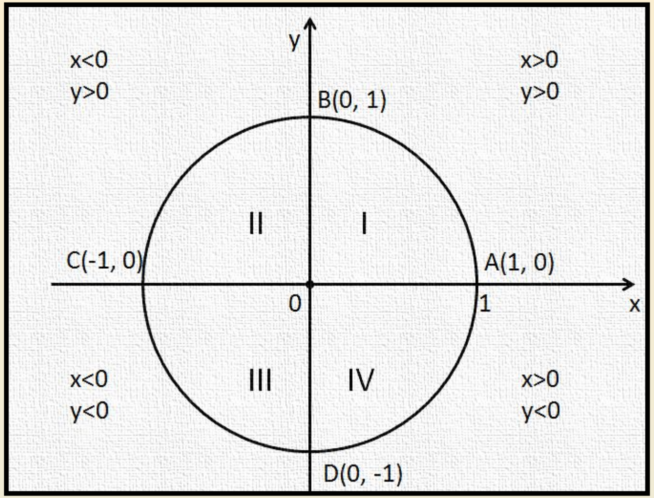


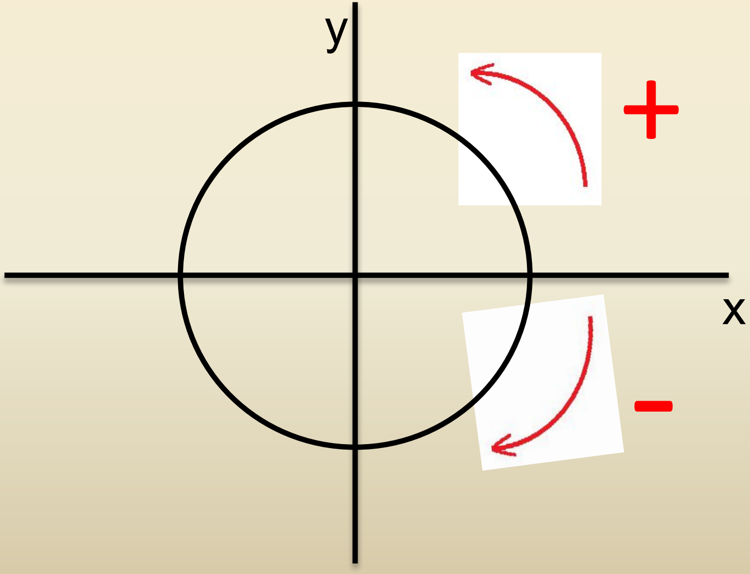
Числовая окружность в координатной плоскости

Повторим:

Единичная окружность – числовая окружность, радиус которой равен 1.

R=1

C=2π

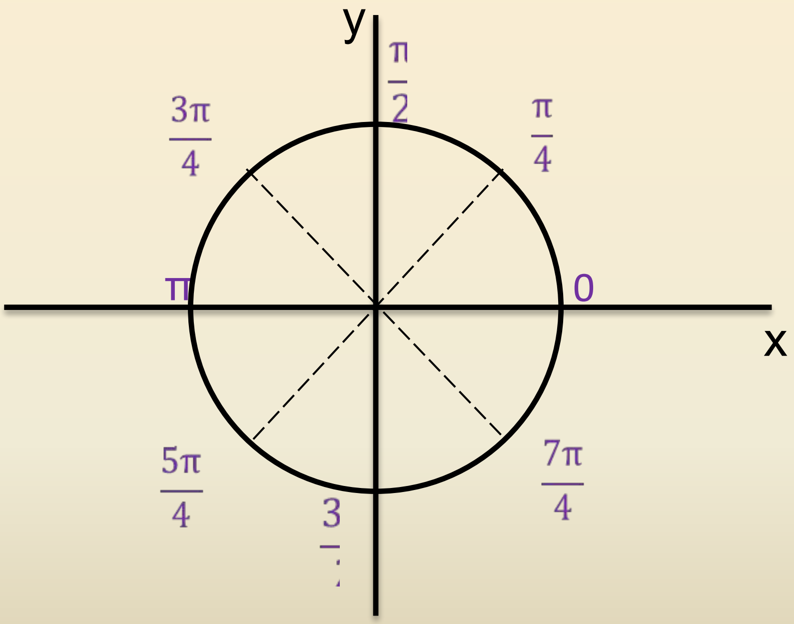


Если точка М числовой окружности соответст-вует числу t, то она соответствует и числу вида $t+2\pi k$, где k – любое целое число ($k \in Z$).

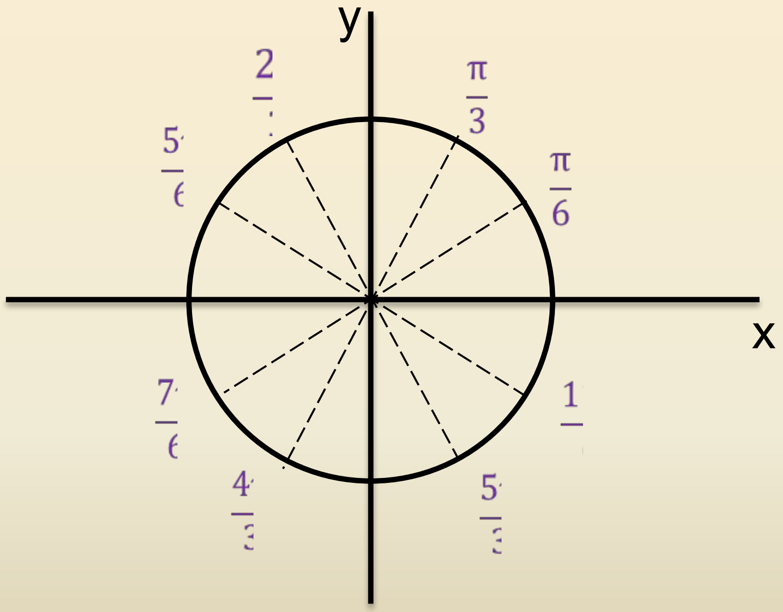
$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in Z$$

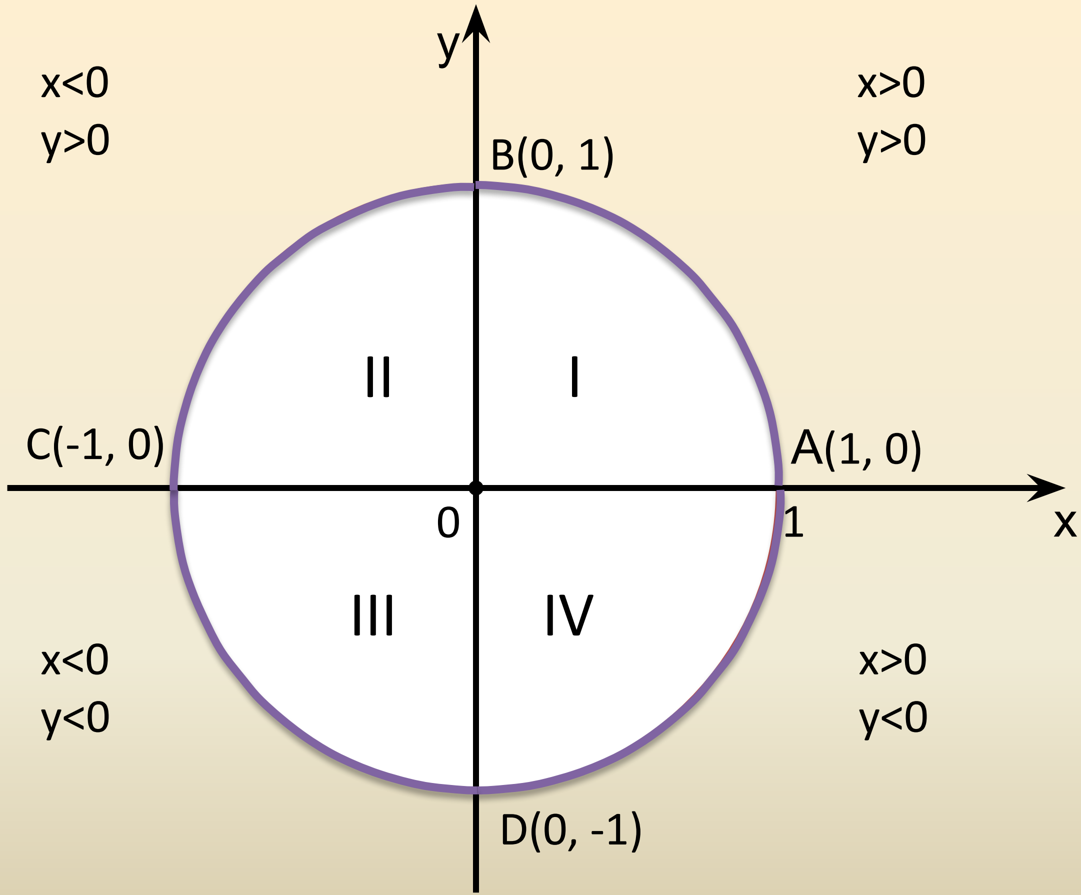
Основные макеты

Первый макет



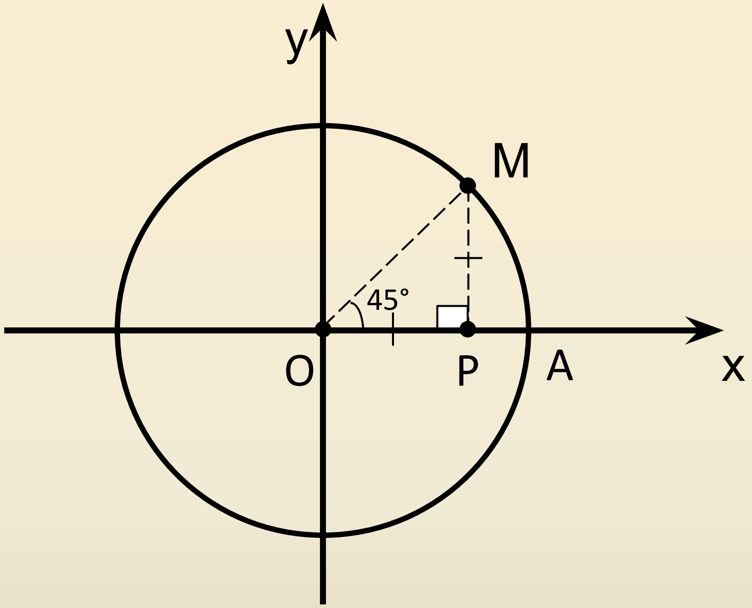
Второй макет





y
x
x<0
y>0
x>0
y>0
B(0, 1)
II
I
C(-1, 0)
A(1, 0)
0
1
III
IV
x<0
y<0
x>0
y<0
D(0, -1)

- Найдем координаты точки M, соответствующей точке $\frac{\pi}{4}$.



1) $MP \perp OA$

2) ΔOMP:

$x = OP \qquad y = MP \qquad x^2 + y^2 = 1$

$< MOP = 45° \Rightarrow OP = MP$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$x^2 + x^2 = 1$

$2x^2 = 1$

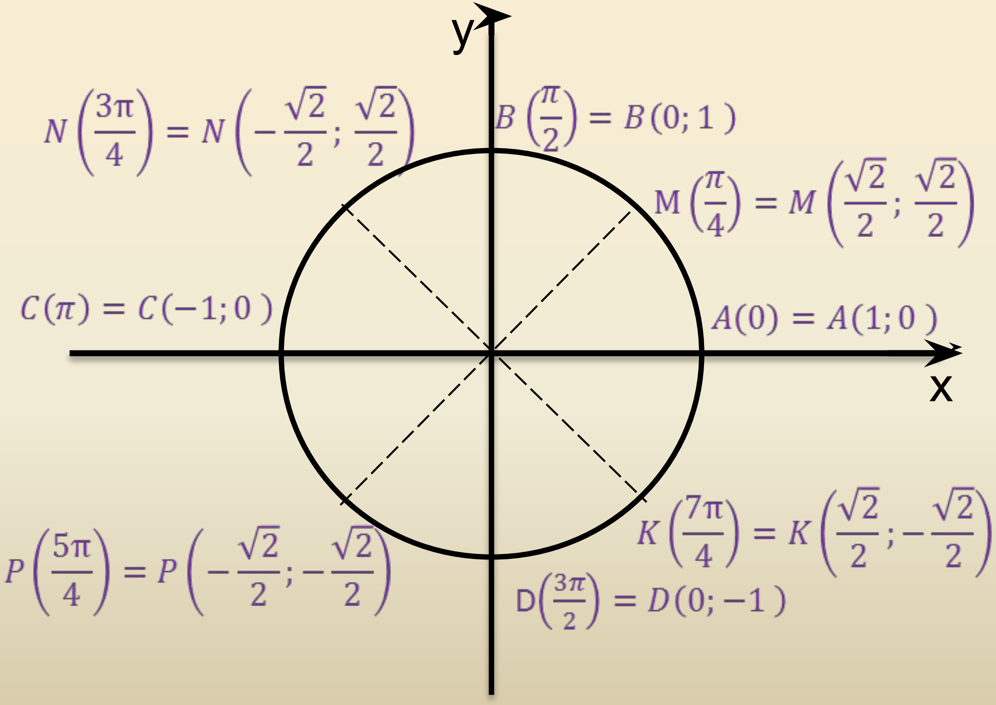
$x^2 = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$y = x = \frac{\sqrt{2}}{2}$

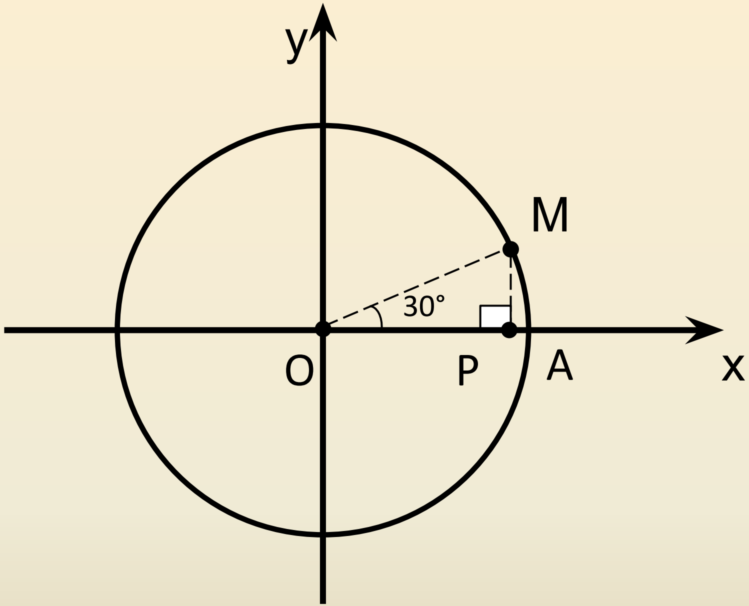
$M\left(\frac{\pi}{4}\right) = \mathrm{M}\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

Координаты основных точек первого макета



	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

- Найдем координаты точки M, соответствующей точке $\frac{\pi}{6}$.



1) $MP \perp OA$

2) ΔOMP:

$x = OP \qquad y = MP \qquad x^2 + y^2 = 1$

$< MOA = 30° \Rightarrow MP = \frac{1}{2}MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}$

$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$

$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$

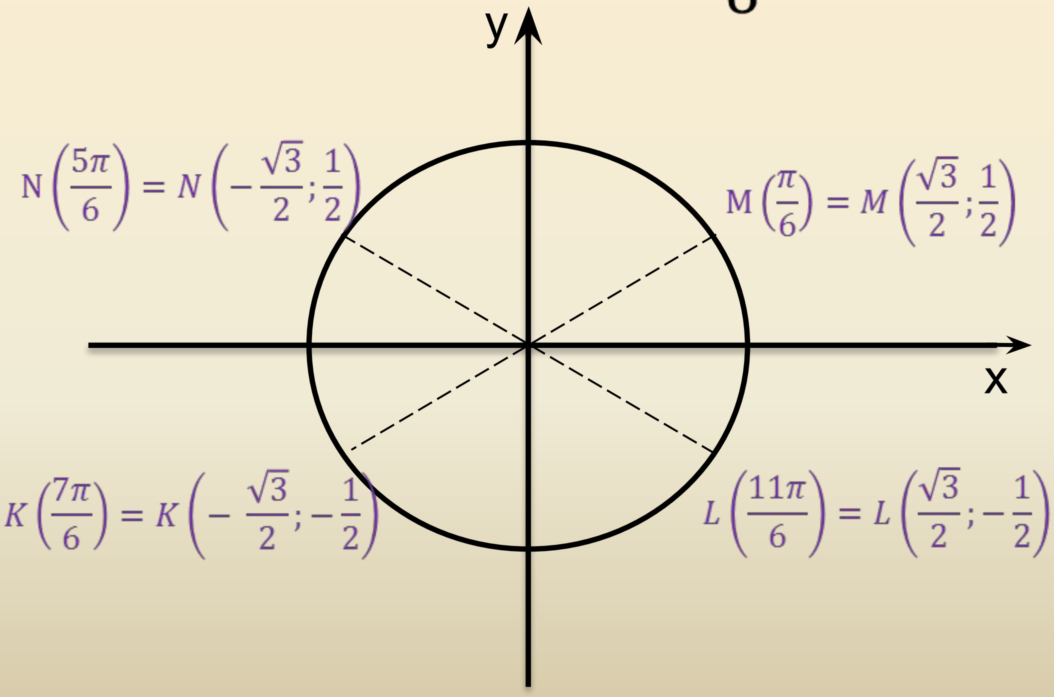
$x^2 = \frac{3}{4}$

$x = \sqrt{\frac{3}{4}}$

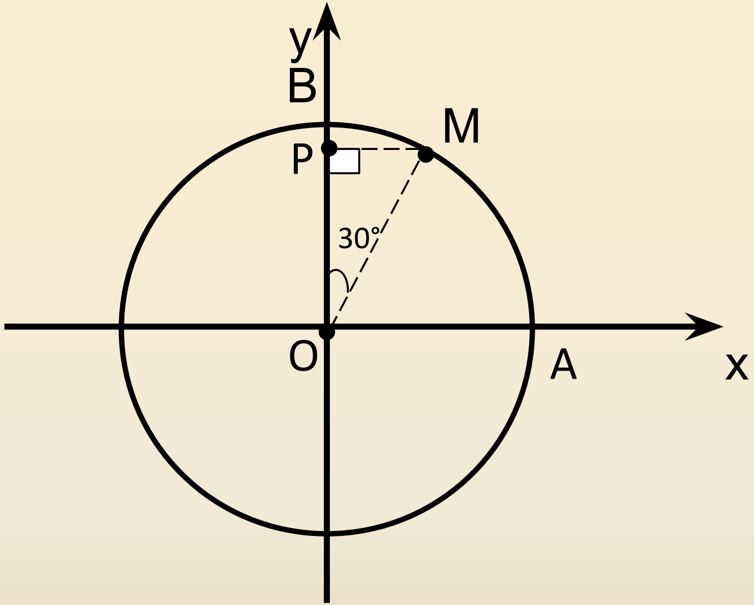
$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$M\left(\frac{\pi}{6}\right) = \mathrm{M}\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\ \frac{1}{2}\right)$

- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных $\frac{\pi}{6}$:



- Найдем координаты точки М, соответствующей точке $\frac{\pi}{3}$.



1) $\text{MP} \perp OB$

2) ΔOMP:

$y = OP \qquad x = MP \qquad x^2 + y^2 = 1$

$< MOB = 30° \Rightarrow MP = \frac{1}{2}MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$

$x = \frac{1}{2}$

$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1$

$y^2 = 1 - \frac{1}{4}$

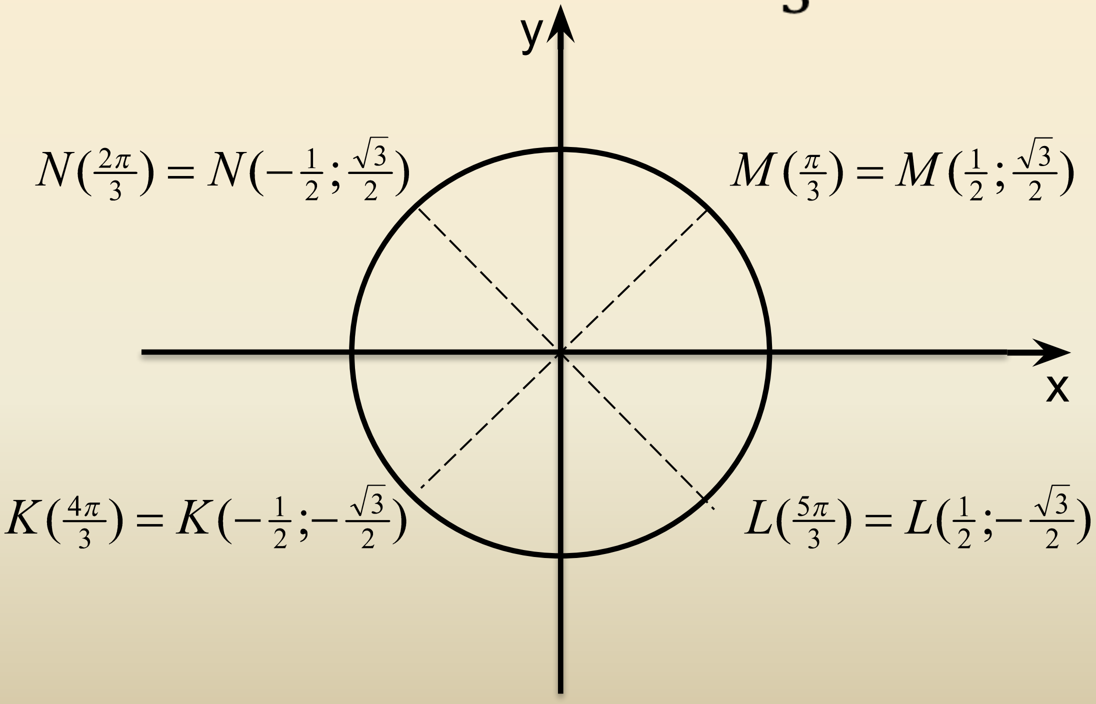
$y^2 = \frac{3}{4}$

$y = \sqrt{\frac{3}{4}}$

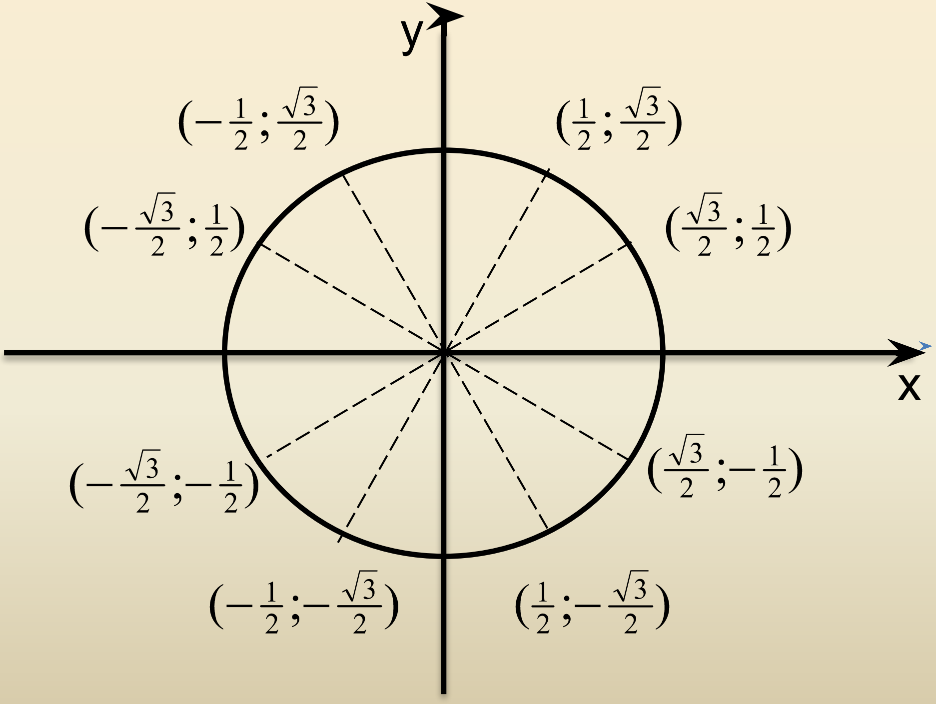
$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$M\left(\frac{\pi}{3}\right) = \text{M}\left(\frac{1}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных $\frac{\pi}{3}$:



Координаты основных точек второго макета



x								
y								

Пример

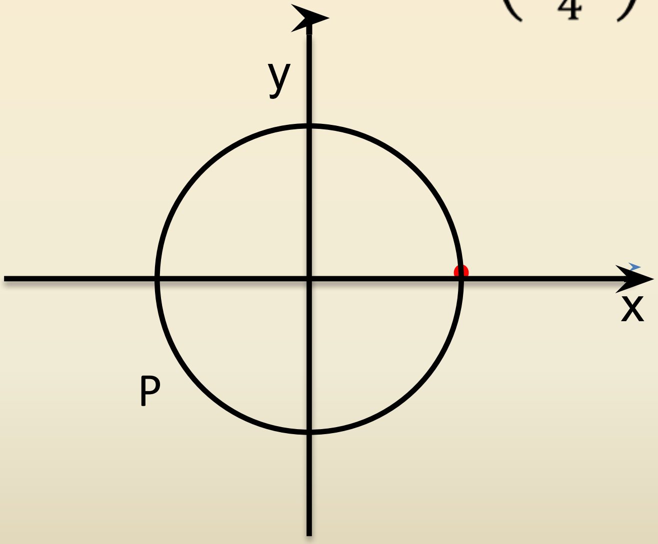
- Найти координаты точки числовой окружности $P\left(\frac{45\pi}{4}\right)$.

Решение:

$$\frac{45\pi}{4} = 10\pi + \frac{5\pi}{4} = 5 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = \mathrm{P}\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



Пример

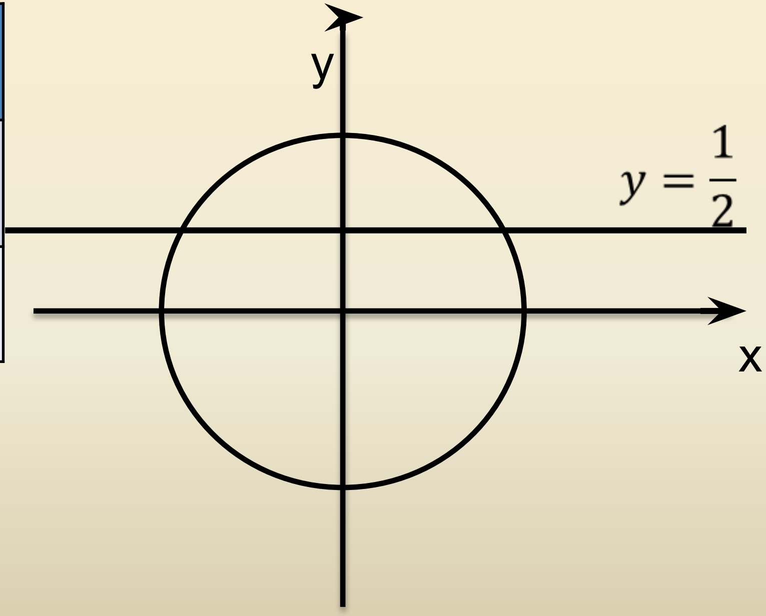
- Найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$.

Решение:

$\frac{\pi}{6} \longrightarrow \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \text{где } k \in Z$

$\frac{5\pi}{6} \longrightarrow \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \text{где } k \in Z$

x		
y		



Упражнения:

1) Найти координаты точек числовой окружности: а) $P_1\left(\frac{37\pi}{3}\right)$, б) $P_2(45\pi)$.
2) Найти на числовой окружности точки с абсциссой $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Координаты основных точек

Координаты основных точек первого макета

	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

Координаты основных точек второго макета

x								
y								