

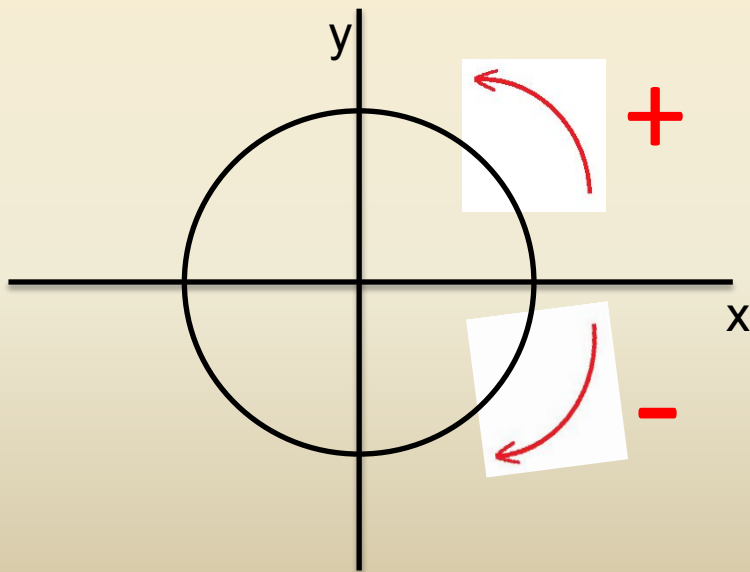
Числовая окружность в координатной плоскости

Повторим:

Единичная окружность – числовая окружность, радиус которой равен 1.

$$R=1$$

$$C=2\pi$$

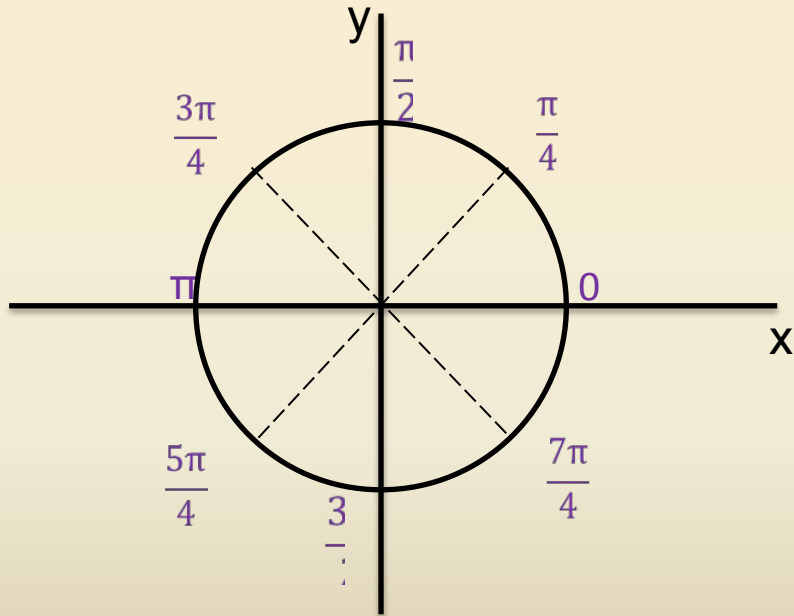


Если точка M числовой окружности соответствует числу t , то она соответствует и числу вида $t+2\pi k$, где k – любое целое число ($k \in \mathbb{Z}$).

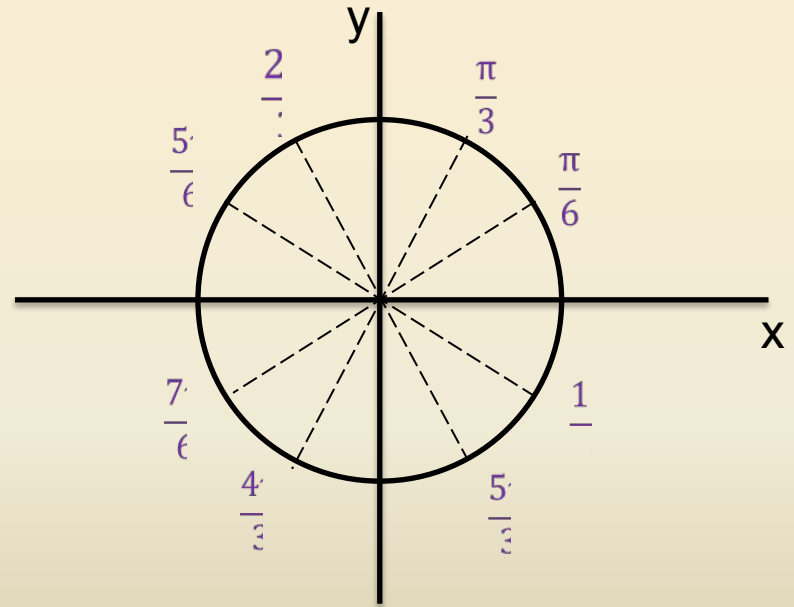
$$M(t) = M(t+2\pi k), \text{ где } k \in \mathbb{Z}$$

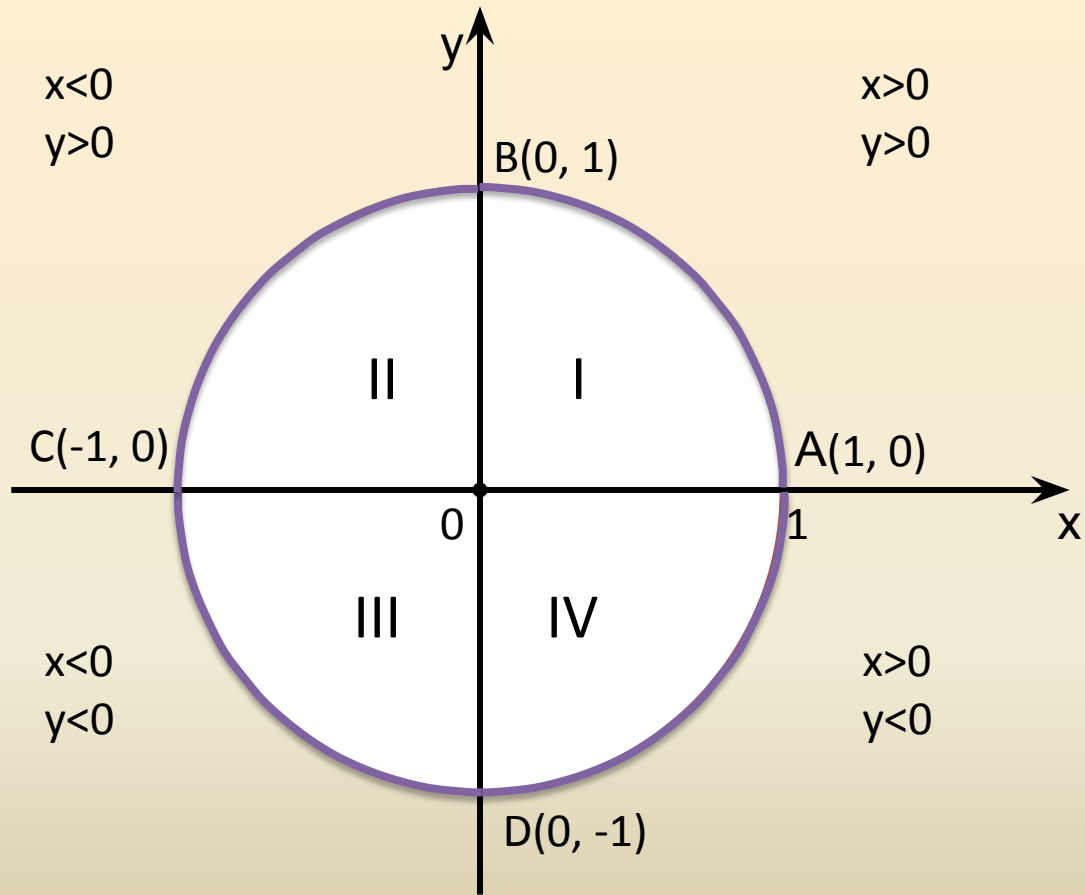
Основные макеты

Первый макет

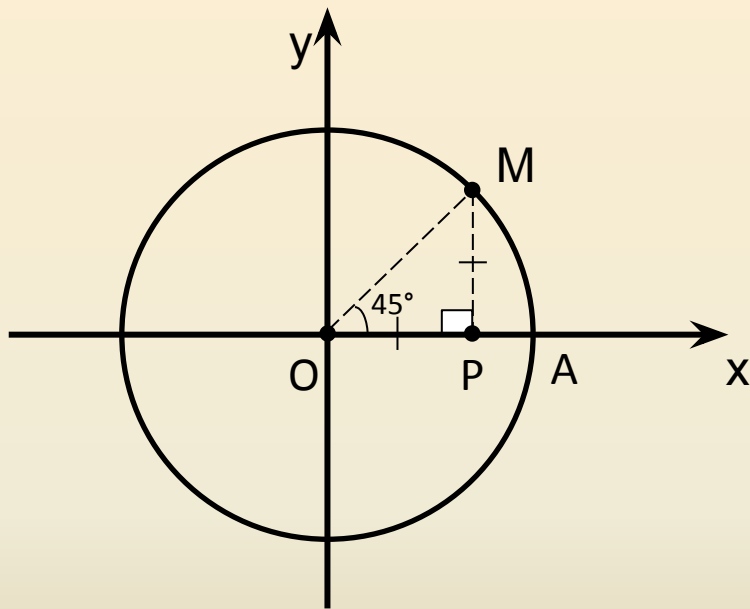


Второй макет





- Найдем координаты точки M, соответствующей точке $\frac{\pi}{4}$.



1) $MP \perp OA$

2) $\triangle OMP$:

$x = OP$ $y = MP$

$x^2 + y^2 = 1$

$\angle MOP = 45^\circ \Rightarrow OP = MP$

$$\begin{cases} x = y \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$$x^2 + x^2 = 1$$

$$2x^2 = 1$$

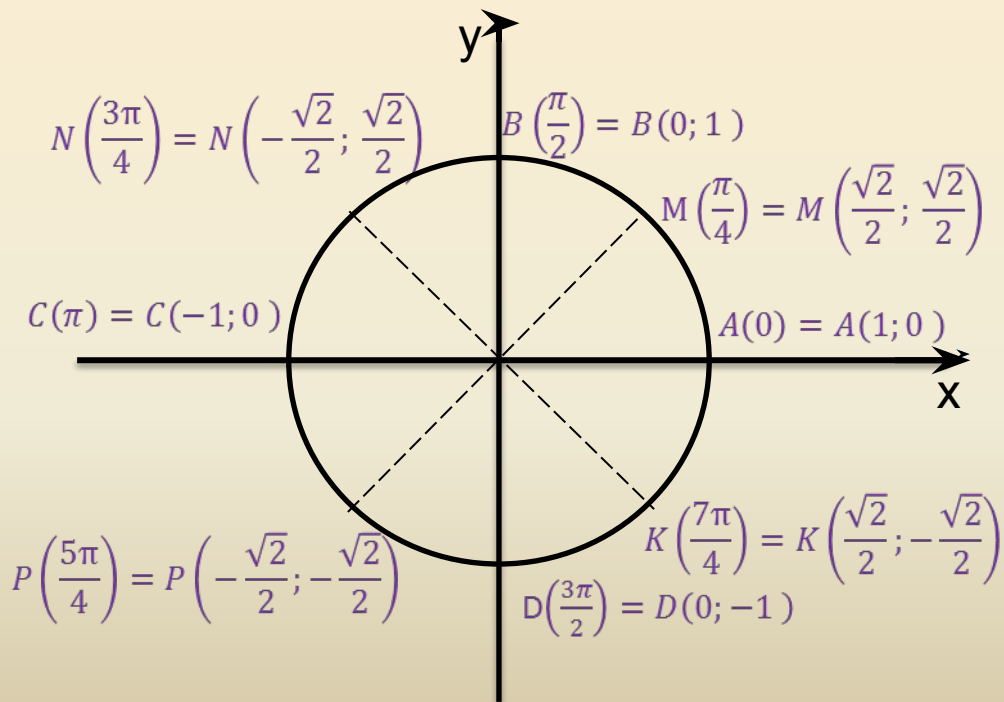
$$x^2 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$y = x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

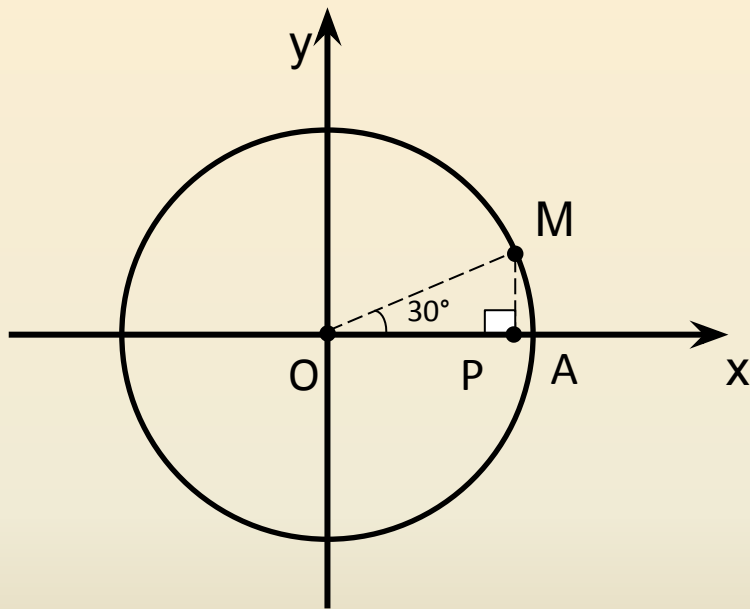
$$M\left(\frac{\pi}{4}\right) = M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Координаты основных точек первого макета



	0								
x	1	0	-1	0	1				
y	0	1	0	-1	0				

- Найдем координаты точки М, соответствующей точке $\frac{\pi}{6}$.



1) $MP \perp OA$

2) $\triangle OMP$:

$$x = OP \quad y = MP \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\angle MOA = 30^\circ \Rightarrow MP = \frac{1}{2} MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$x^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$x^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

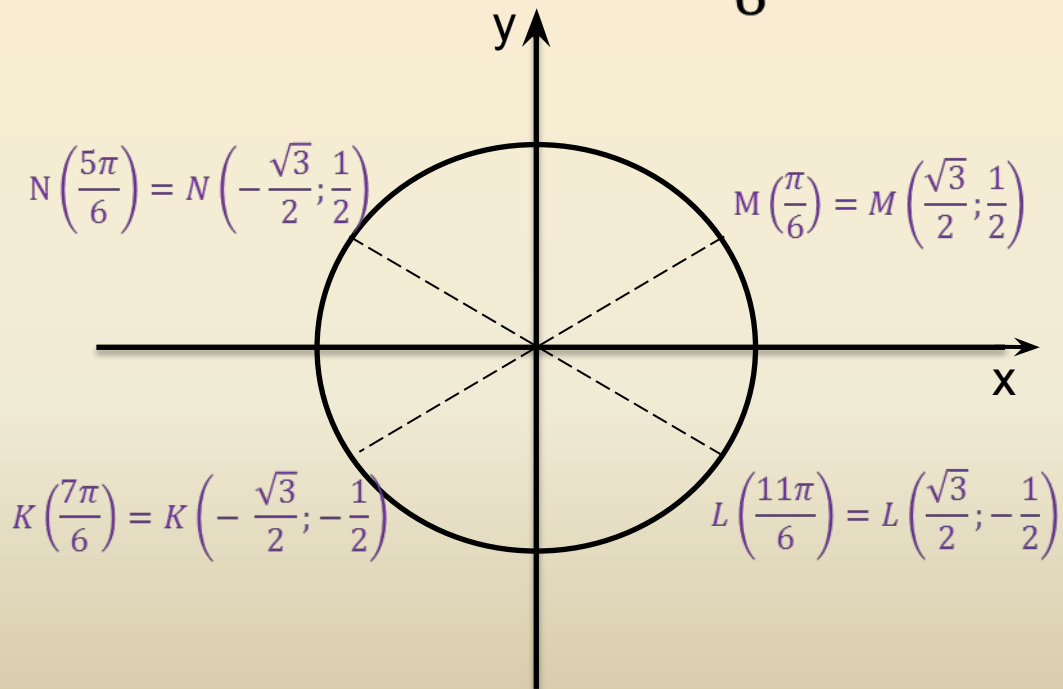
$$x^2 = \frac{3}{4}$$

$$x = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

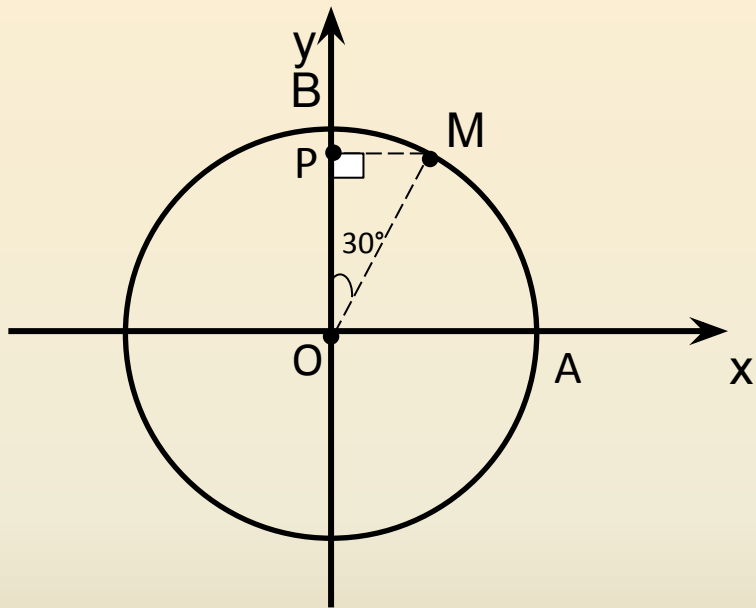
$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$M\left(\frac{\pi}{6}\right) = M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$$

- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных $\frac{\pi}{6}$:



- Найдем координаты точки M, соответствующей точке $\frac{\pi}{3}$.



1) $MP \perp OB$

2) $\triangle OMP$:

$$y = OP \quad x = MP \quad x^2 + y^2 = 1$$

$$\angle MOB = 30^\circ \Rightarrow MP = \frac{1}{2}MO = \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + y^2 = 1$$

$$y^2 = 1 - \frac{1}{4}$$

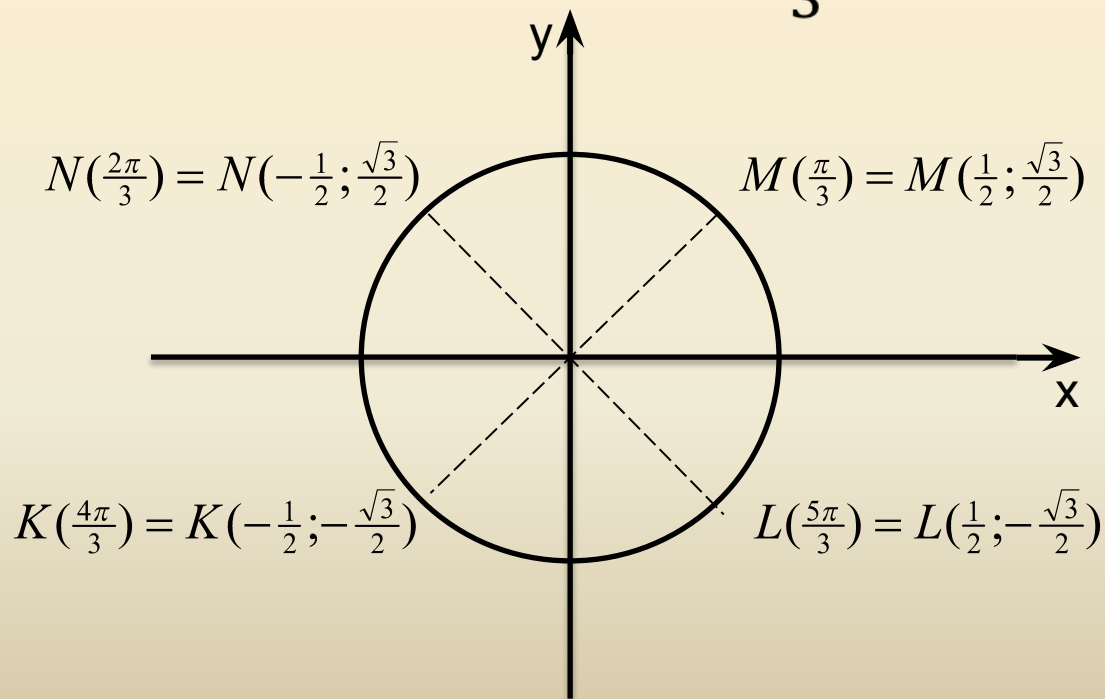
$$y^2 = \frac{3}{4}$$

$$y = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$y = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$M\left(\frac{\pi}{3}\right) = M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

- Используя свойство симметрии, найдем координаты точек, кратных $\frac{\pi}{3}$:



Пример

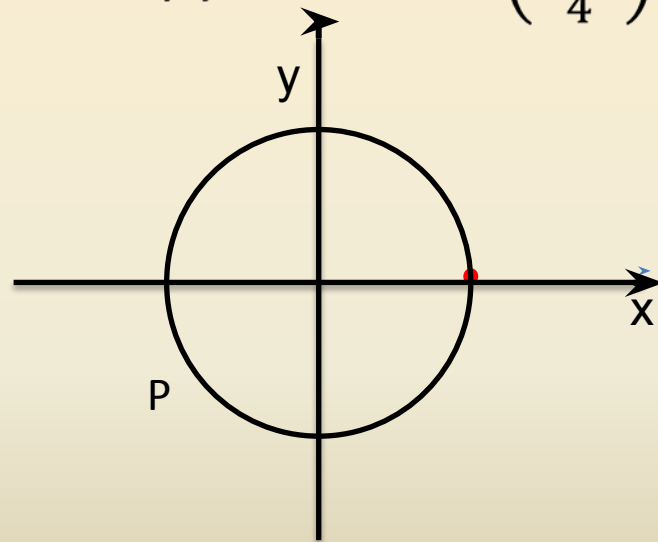
Найти координаты точки числовой окружности $P\left(\frac{45\pi}{4}\right)$.

Решение:

$$\frac{45\pi}{4} = 10\pi + \frac{5\pi}{4} = 5 \cdot 2\pi + \frac{5\pi}{4}$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(\frac{5\pi}{4}\right)$$

$$P\left(\frac{45\pi}{4}\right) = P\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}; -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$



Пример

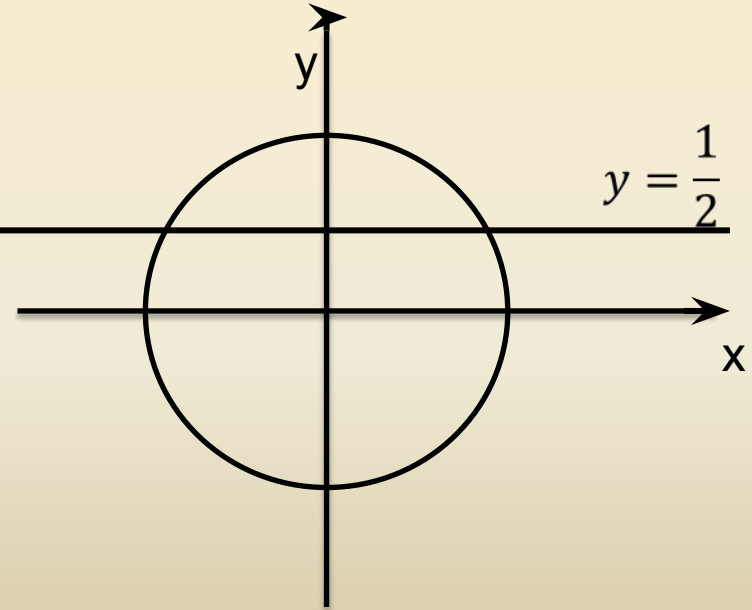
Найти на числовой окружности точки с ординатой $y = \frac{1}{2}$.

Решение:

$$\frac{\pi}{6} \longrightarrow \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z$$

$$\frac{5\pi}{6} \longrightarrow \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \text{ где } k \in Z$$

x		
y		



Упражнения:

- 1) Найти координаты точек числовой окружности: а) $P_1\left(\frac{37\pi}{3}\right)$, б) $P_2(45\pi)$.
- 2) Найти на числовой окружности точки с абсциссой $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Координаты основных точек

Координаты основных точек
первого макета

	0								
x	1		0		-1		0		1
y	0		1		0		-1		0

Координаты основных точек
второго макета

x								
y								