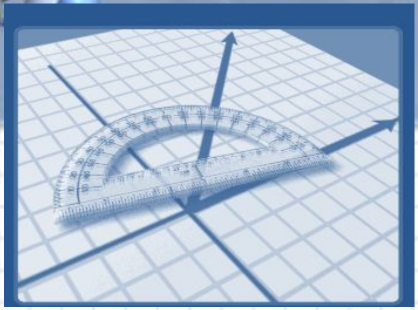
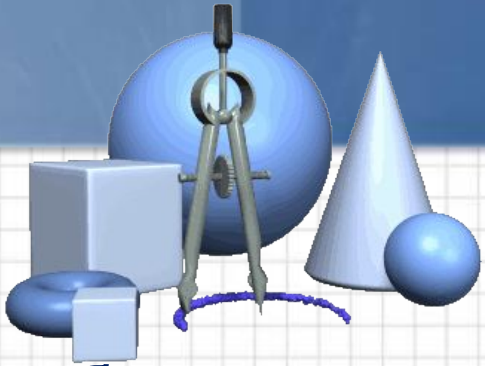
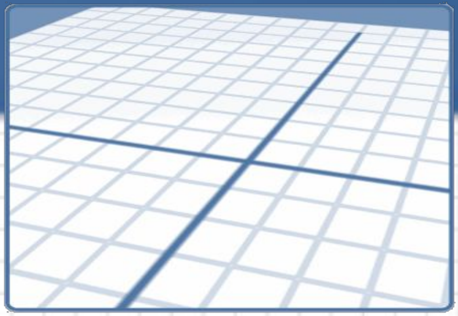






Методическая разработка урока геометрии

«Основные формулы метода координат в пространстве» Урок №1

Цели:

- ***Изучить основные формулы метода координат в пространстве***
- ***Рассмотреть методику использования данных формул при решении задач***
- ***Применить изученный материал при решении задач методом координат***

Повторяем теорию:

- ***Как находят координаты вектора, если известны координаты его начала и конца?***

$$\overrightarrow{AB}\{x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A\}$$

- ***Как находят координаты середины отрезка?***

$$\frac{x_A + x_B}{2}; \quad \frac{y_A + y_B}{2}; \quad \frac{z_A + z_B}{2}$$

- ***Как находят длину вектора?***

$$\left|\vec{a}\right| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

- ***Как находят расстояние между точками?***

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Повторяем теорию:

- ***Какие векторы называются перпендикулярными?***
- ***Что называется скалярным произведением векторов?***

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \left|\vec{a}\right| \cdot \left|\vec{b}\right| \cdot \cos\alpha$$

- ***Чему равно скалярное произведение перпендикулярных векторов?***

0

- ***Чему равен скалярный квадрат вектора?***

Скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

Введение

- В стереометрии используется два основных метода решения задач.

  Первый метод основан на аксиомах, теоремах и свойствах фигур. Он требует логической последовательности практических рассуждений. Второй метод – это метод координат или координатно-векторный метод, его можно успешно применять при решении большого числа задач, в том числе, задач Единого Государственного экзамена (задания С2 или № 17). А так как, эти задания - повышенной сложности, то они приносят учащимся хорошие баллы при сдаче ЕГЭ.
- Сущность метода координат как метода решения задач состоит в том, что, задавая фигуры уравнениями и выражая в координатах различные геометрические соотношения, мы можем решать геометрическую задачу средствами алгебры.
- В отношении школьного курса геометрии можно сказать, что в некоторых случаях метод координат дает возможность строить доказательства и решать многие задачи более рационально, красиво, чем чисто геометрическими способами.

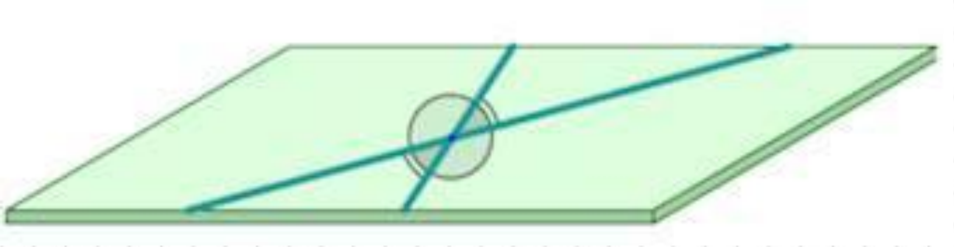
Этапы решения задач методом координат

- 1. Выбор системы координат в пространстве
- 2. Нахождение координат необходимых точек и векторов, или уравнения плоскостей, кривых и фигур
- 3. Решение примера, используя ключевые задачи или формулы данного метода
- 4. Переход от аналитических соотношений к метрическим.

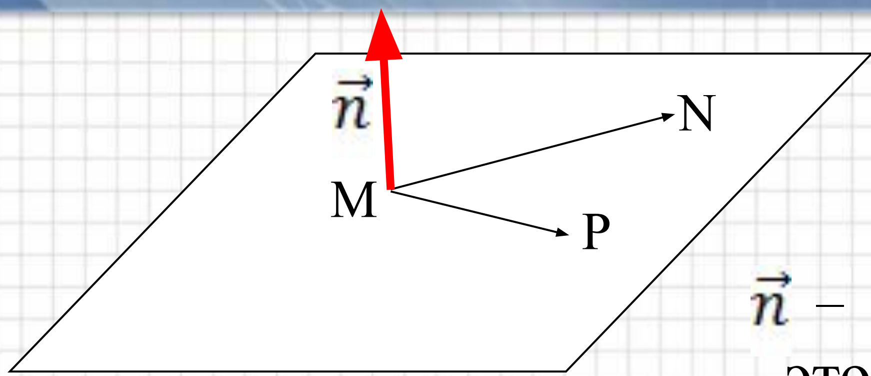
Угол между прямыми а и в

$$\cos\varphi = \frac{|a_1 в_1 + a_2 в_2 + a_3 в_3|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\sqrt{в_1^2 + в_2^2 + в_3^2}}$$

где $\vec{a}(a_1; a_2; a_3), \vec{в}(в_1; в_2; в_3),$



Вектор нормали к плоскости



$\vec{n}$ – вектор нормали плоскости

– это вектор перпендикулярный этой плоскости

Уравнение плоскости: $Ax + By + Cz + D = 0$

где A, B, C – координаты вектора нормали плоскости,

$$\vec{n}\,\{A, B, C\}$$

Угол между прямой и плоскостью

1. Найти координаты направляющего вектора прямой $\vec{a}(a_1; a_2; a_3)$

2. Написать уравнение плоскости и определить координаты вектора нормали $\vec{n}(A; B; C)$

3. $\sin\varphi = \dfrac{|a_1 A + a_2 B + a_3 C|}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$

α

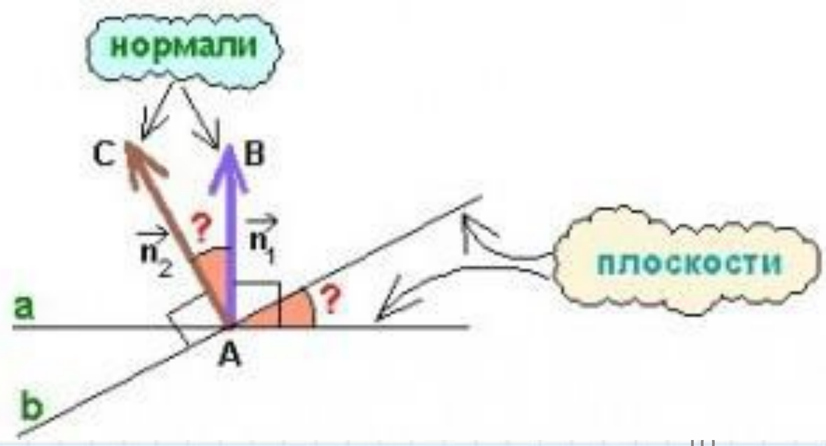
Угол между плоскостями

1. Написать уравнения плоскостей α и β

2. Определить координаты векторов нормали

$\overrightarrow{n_1}(A_1; B_1; C_1), \overrightarrow{n_2}(A_2; B_2; C_2)$,

3. $\cos\varphi = \dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$



Расстояния в пространстве

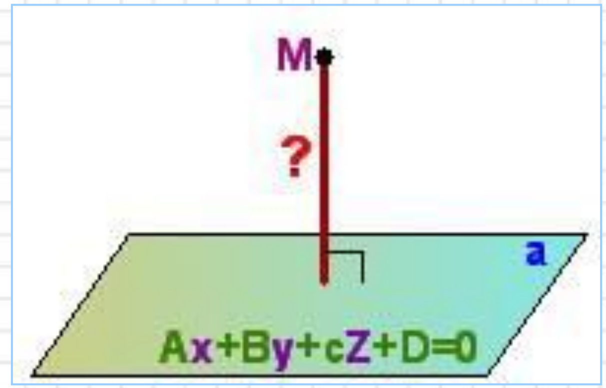
- ***Расстояние между двумя точками А и В***

$$AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$$

- ***Расстояние от точки А до плоскости***

$$\rho(A;\alpha)=\frac{|X_0A+У_0B+Z_0C|}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$$

где $\vec{n}(A;B;C)$ и $A(X_0;У_0;Z_0)$



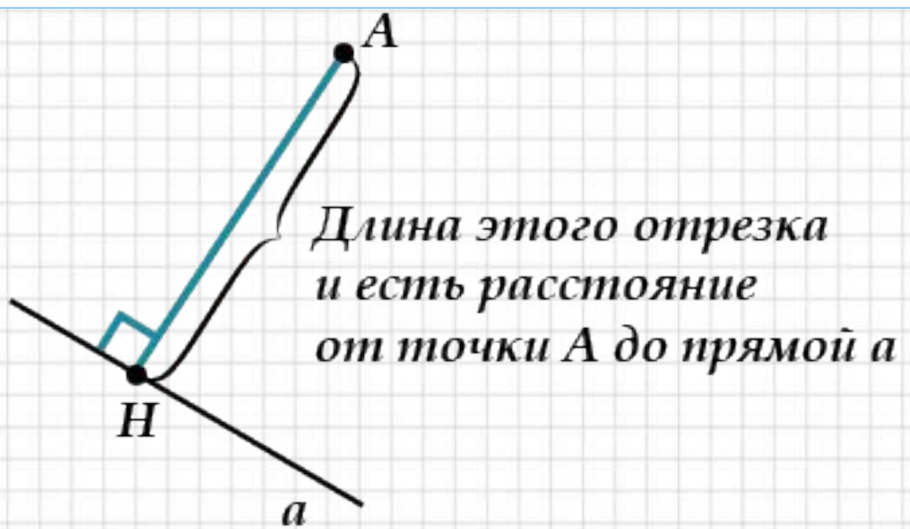
Расстояние от точки М до прямой а

1. *Задать AH $\perp$ a, где H- основание перпендикуляра*

2. *Найти координаты точки H, используя условие*

$\overline{AH} * \bar{a} = 0$

3. $|AH| = \boldsymbol{\rho}(A; \boldsymbol{\alpha}) = \sqrt{(x_A - x_H)^2 + (y_A - y_H)^2 + (z_A - z_H)^2}$



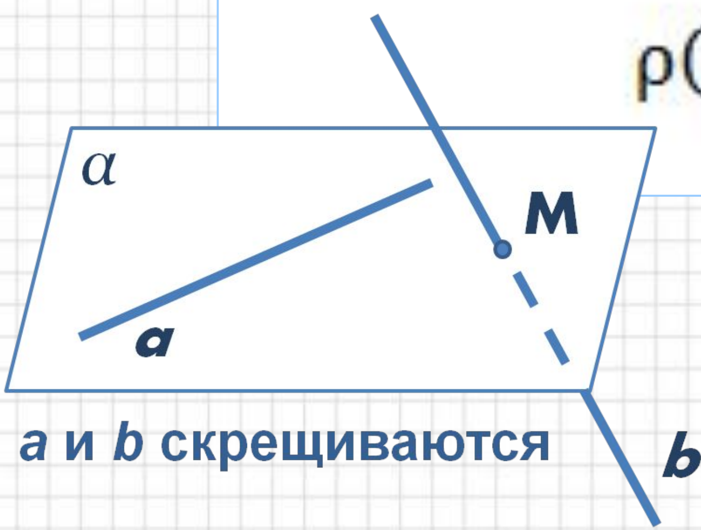
Расстояние между скрещивающимися прямыми а и в

1. Найти координаты некоторой точки А ∈ а

2. Определить плоскость $\alpha \parallel a$, $в \in \alpha$

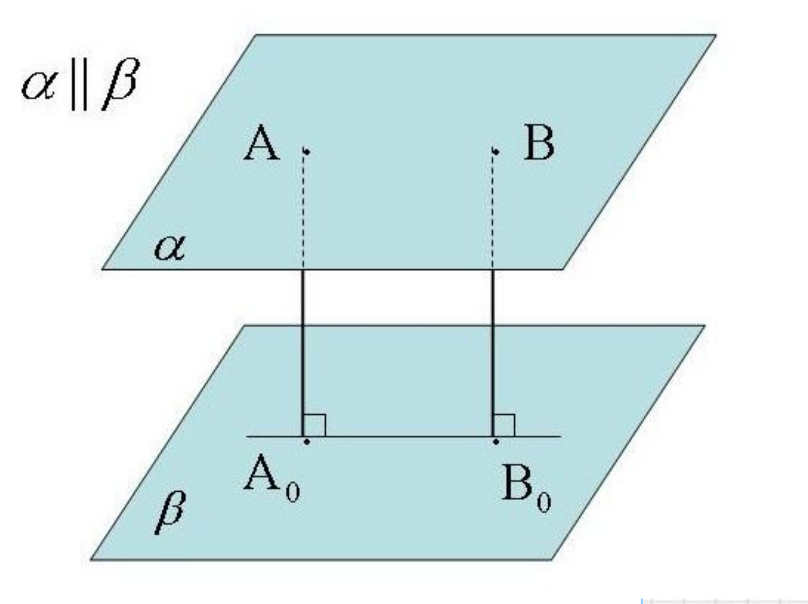
3.

$$\rho(A;\alpha) = \frac{|X_0A + Y_0B + Z_0C + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$



a и *b* скрещиваются

Расстояние между параллельными плоскостями



α: $Ax + By + Cz + D_1 = 0$

β: $Ax + By + Cz + D_2 = 0$

$\rho(\beta; \alpha) = \dfrac{|D_1 - D_2|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, где $\overrightarrow{n_1} = \overrightarrow{n_2} = \overrightarrow{n}$; $\overrightarrow{n}(A; B; C)$

№ 1

Дано: $A(3;-2;4)$ $B(4;-1;2)$ $C(6;-3;2)$ $D(7;-3;1)$

Найти: угол между прямыми AB и CD.

Ваши предложения…

1. **Найдем координаты векторов**

$$\overrightarrow{AB}\{1;1;-2\} \quad \text{и} \quad \overrightarrow{CD}\{1;0;-1\}$$

2. **Воспользуемся формулой:**

$$\cos\varphi = \frac{\left|x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2\right|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

$\varphi = 30^0$

№ 2

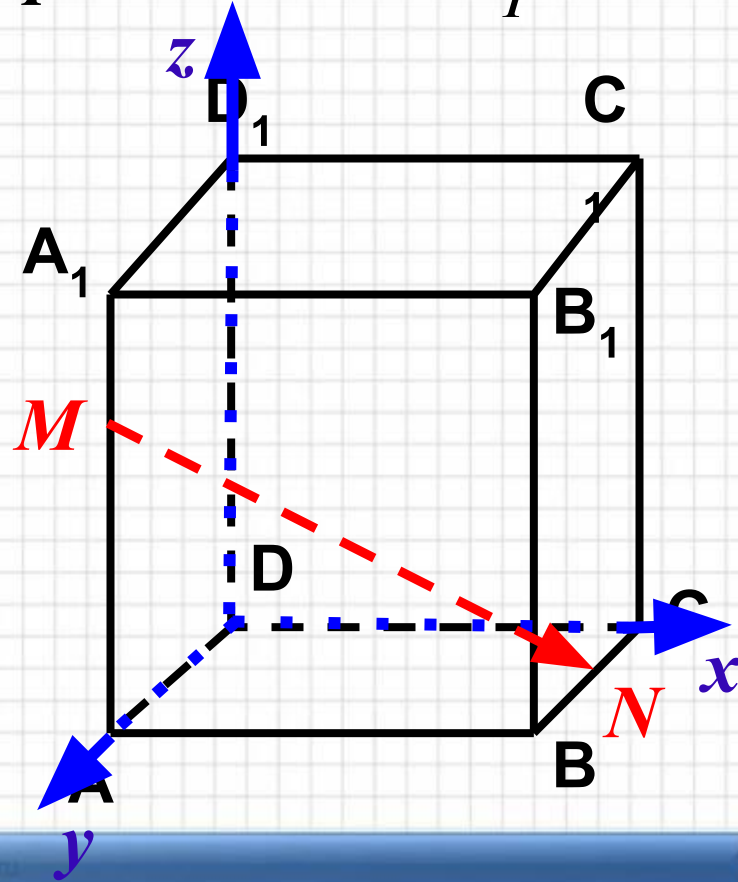
Дано: куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка M принадлежит AA_1; $AM : MA_1 = 3 : 1$; N – середина BC

Вычислить косинус угла между прям. MN и DD_1

1. **Введем систему координат.**
2. **Рассмотрим DD_1 и MN.**
3. **Пусть $AA_1 = 4$, тогда**

   $M(0;4;3)$ $N(4;2;0)$

4. **Найдем координаты векторов DD_1 и MN.**
5. **По формуле найдем cosφ.**



Ответ: $\dfrac{3}{\sqrt{29}}$