

Козак Татьяна Ивановна,
учитель математики
МОБУ СОШ №20
пгт.Прогресс Амурской
области

Параллельность прямых и плоскостей в пространстве

Геометрия, 10 класс

2013 г

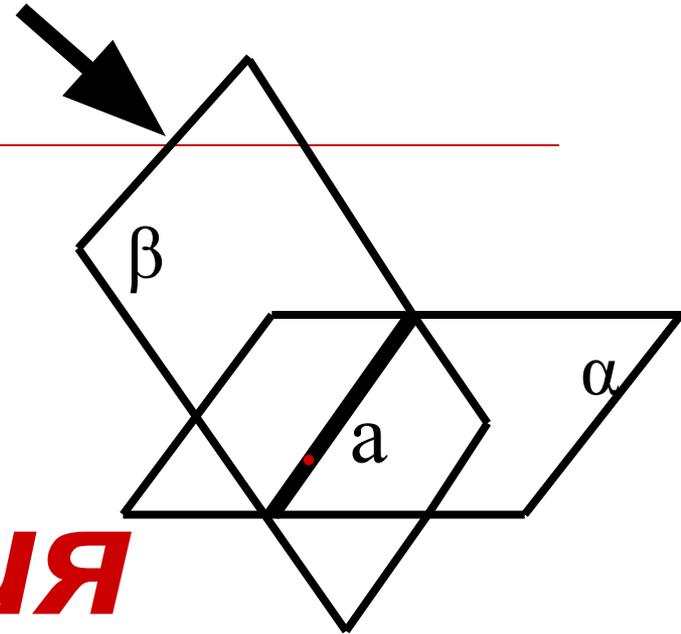
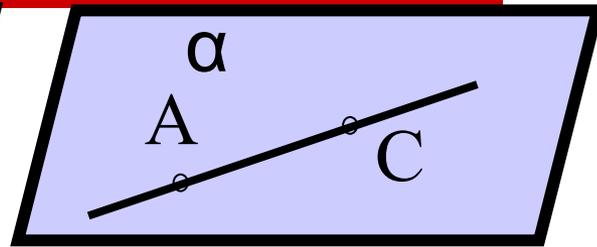
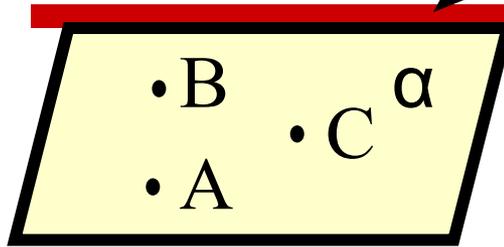
Цель

■ рассмотреть возможные случаи взаимного расположения прямых и плоскостей в пространстве

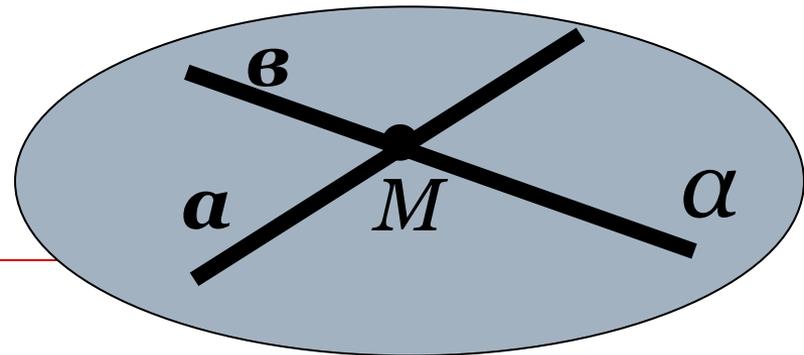
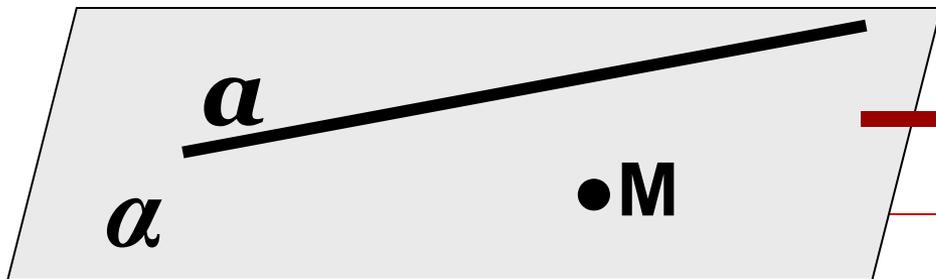
Задач

- рассмотреть определения, лемму и теоремы по данной теме
 - самостоятельно доказать лемму и теорему
-

Аксиомы

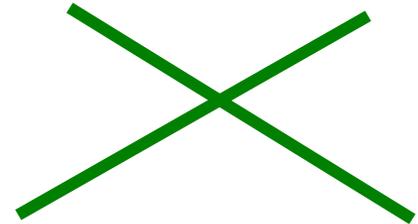
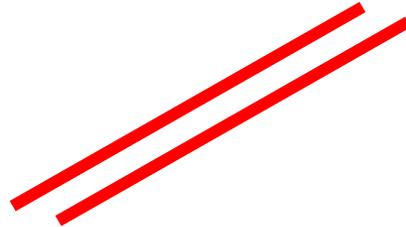
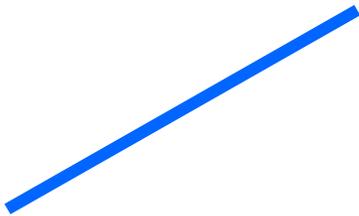


Следствия



ВСПОМНИМ ПЛАНИМЕТРИЮ

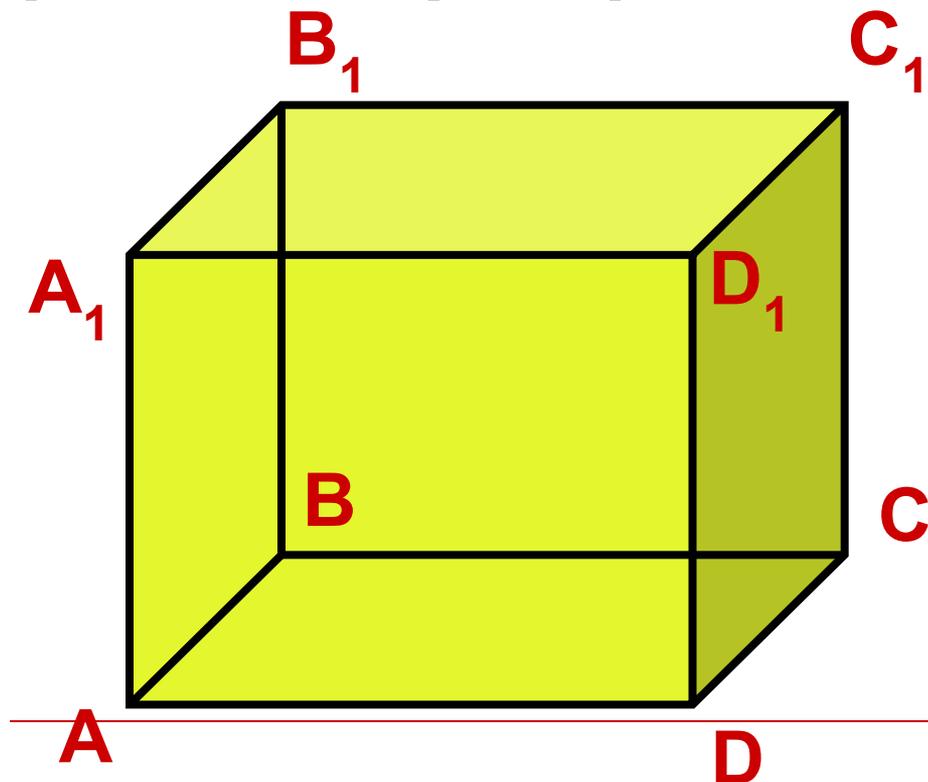
- Каково может быть взаимное расположение двух прямых на плоскости?



- Какие прямые в планиметрии называются параллельными?
-

ВЕРНЁМСЯ В ПРОСТРАНСТВО

- Каково может быть взаимное расположение прямых в пространстве?



$AB \parallel CD$?

$B_1C \cap C_1C$?

$AD_1 \cap A_1D$?

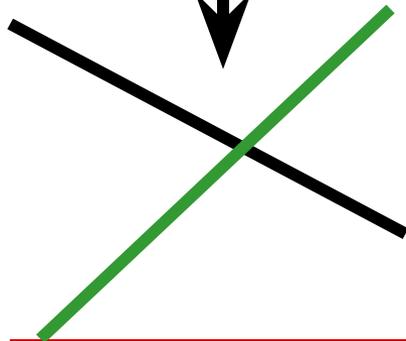
BC и AA_1 ?

B_1C и A_1D ?

прямые в пространстве

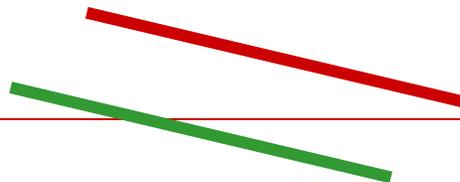
Случаи взаимного расположения
прямых в пространстве

прямые пересекаются

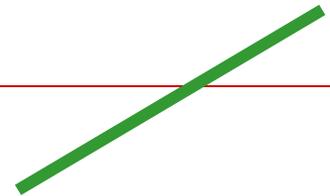


прямые не пересекаются

прямые
параллельны



прямые
скрещиваются

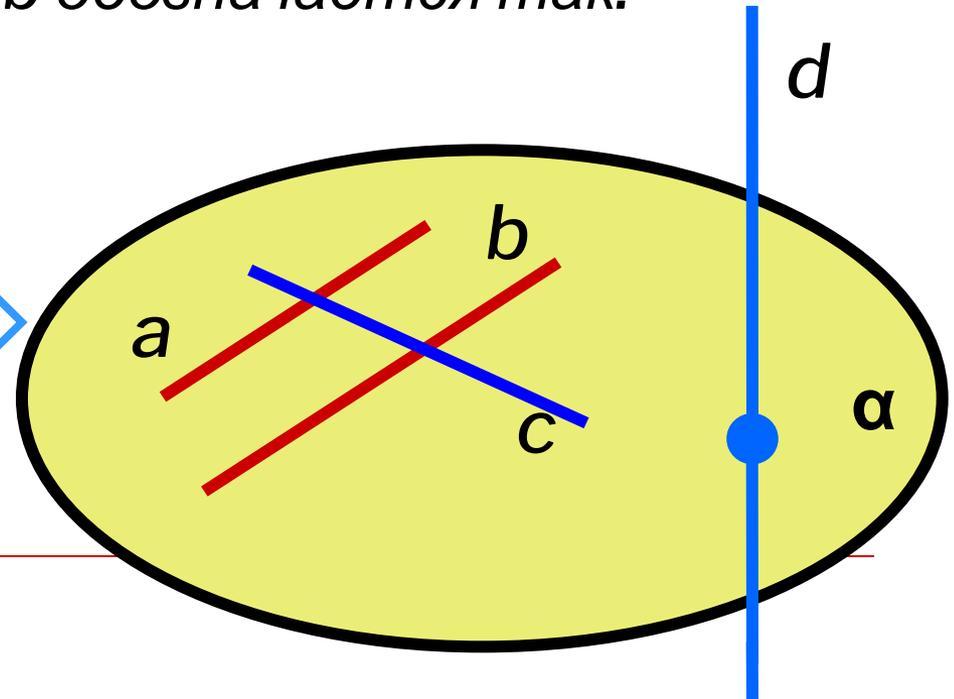


Определение:

Две прямые в пространстве называются **параллельными**, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются.

Параллельность прямых a и b обозначается так:
 $a \parallel b$

На рисунке прямые a и b параллельны, а прямые a и c , a и d не параллельны.



Теорема:

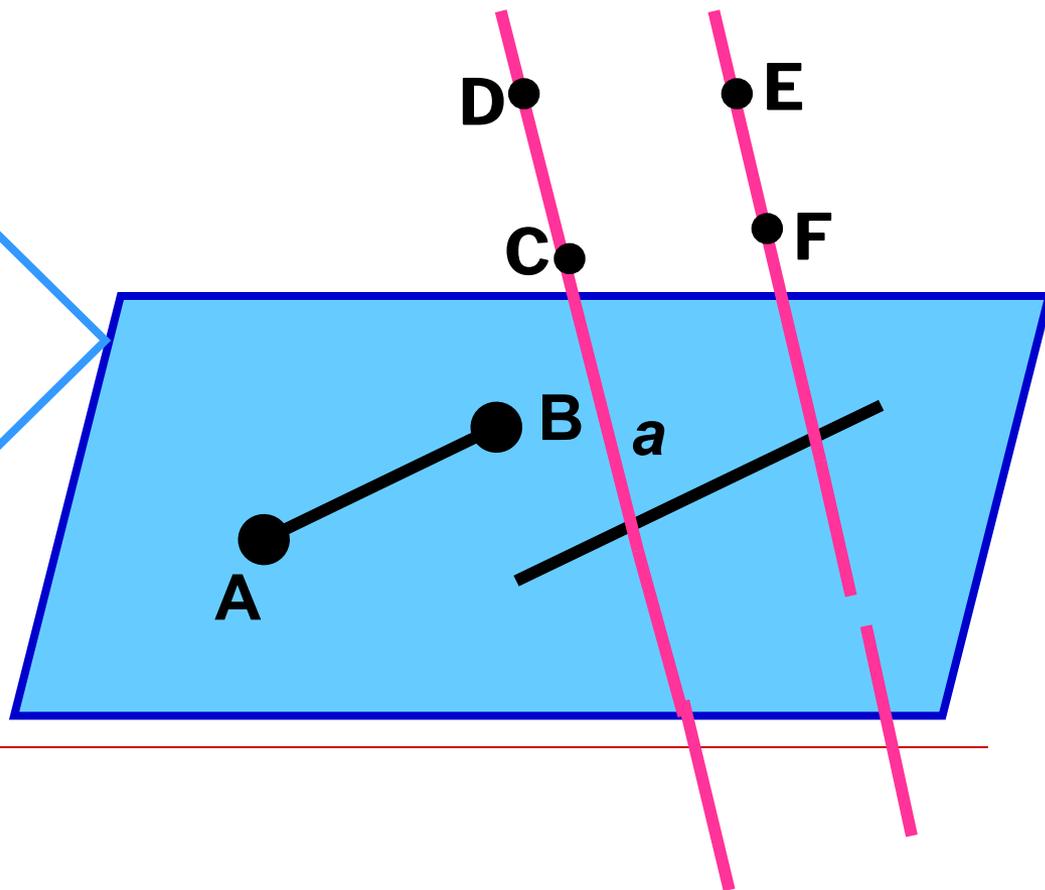
Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.

? *Докажите*

*Два отрезка называются
параллельными, если они лежат на
параллельных прямых.*

Аналогично определяется параллельность отрезка и прямой, а также параллельность двух лучей.

На рисунке отрезки CD и EF параллельны ($CD \parallel EF$), а отрезки AB и CD не параллельны, отрезок AB параллелен прямой a ($AB \parallel a$).



№1

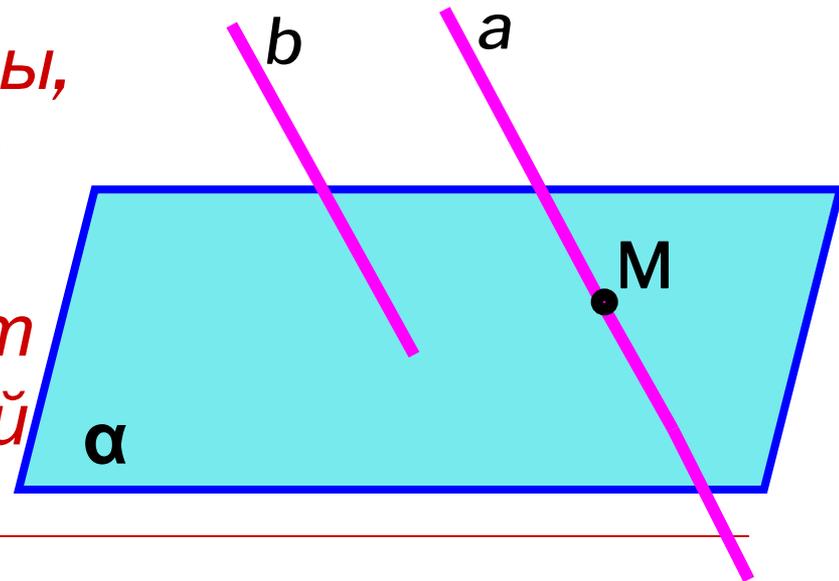
6

Параллельность трёх прямых

Лемма

а: Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

? Прямые a и b параллельны, a пересекает плоскость в точке M . Докажите, что прямая b также пересекает плоскость, т.е. имеет с ней только одну общую точку.



Теорема:

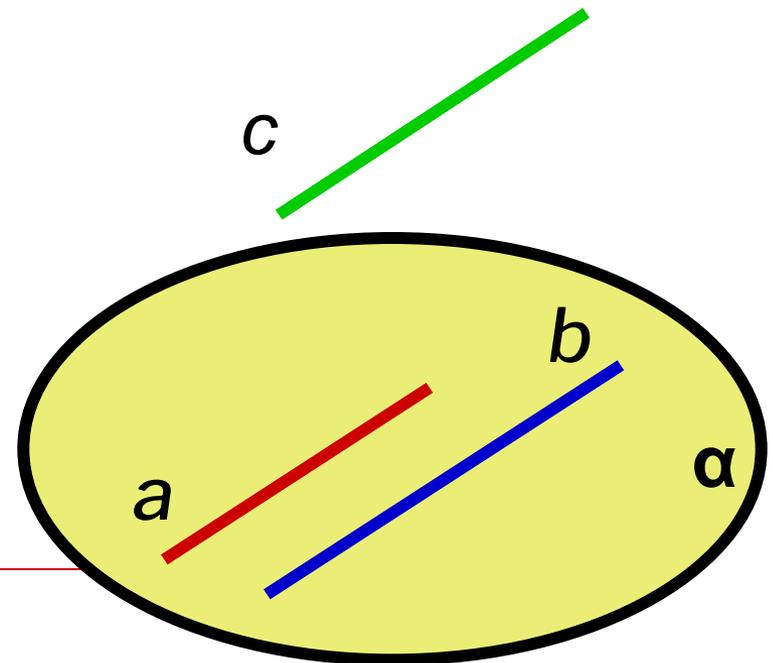
Если две прямые параллельны третьей, то они параллельны.

*? Пусть $a \parallel c$ и $b \parallel c$.
Докажем, что $a \parallel b$. Для этого нужно доказать,*

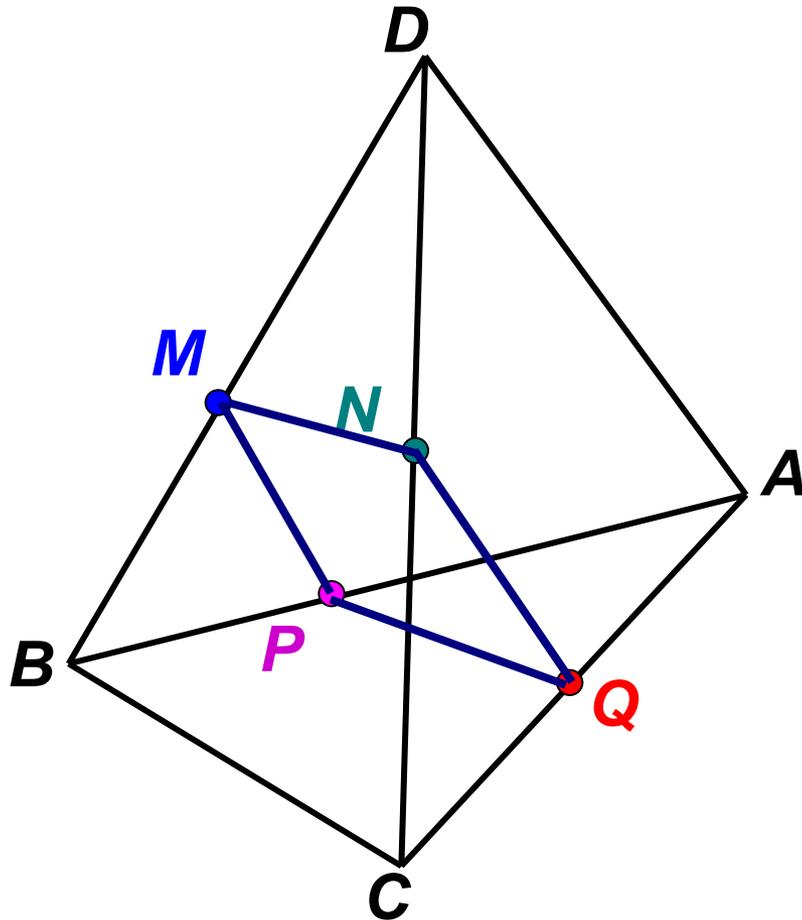
что прямые a и b :

*1) лежат в одной плоскости и
плоскости и*

2) не пересекаются.



Задача №17



Дано: M – середина BD
N – середина CD
Q – середина AC
P – середина AB
AD = 12 см; BC = 14 см

Найти: P_{MNQP} .

Ответ: 26 см.

Задача №18 (б)

Дано: $C \in AB$; $A \in \alpha$; $BB_1 \parallel$
 CC_1

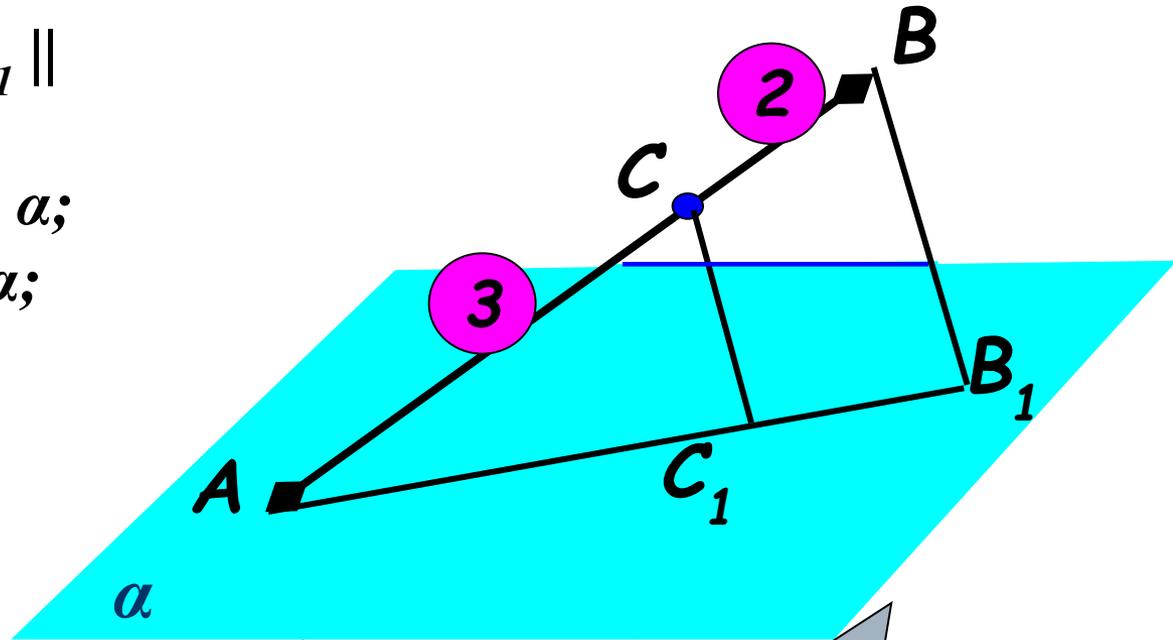
$BB_1 \cap \alpha = B_1$; $B_1 \in \alpha$;

$CC_1 \cap \alpha = C_1$; $C_1 \notin \alpha$;

$AC : CB = 3 : 2$;

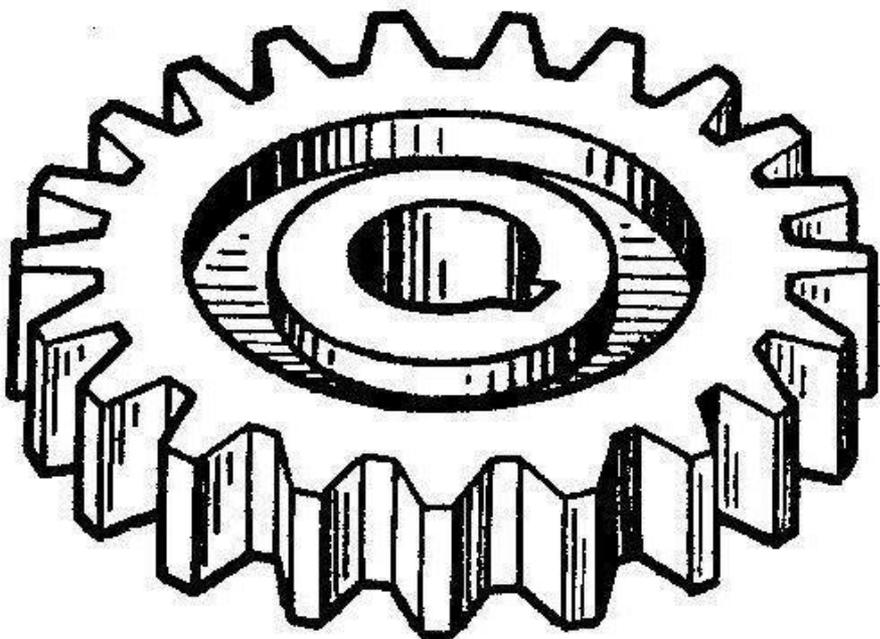
$BB_1 = 20$ см.

Найти: CC_1



1. Доказать, что точки A , B_1 , C_1 лежат на одной прямой.
2. Найти CC_1 используя подобие треугольников.

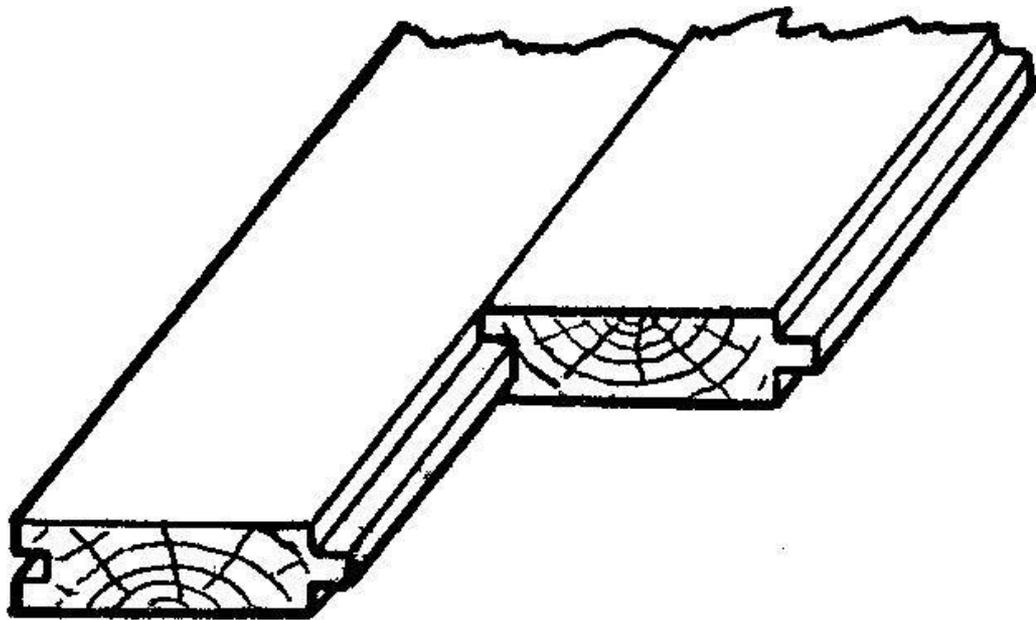
12 см.



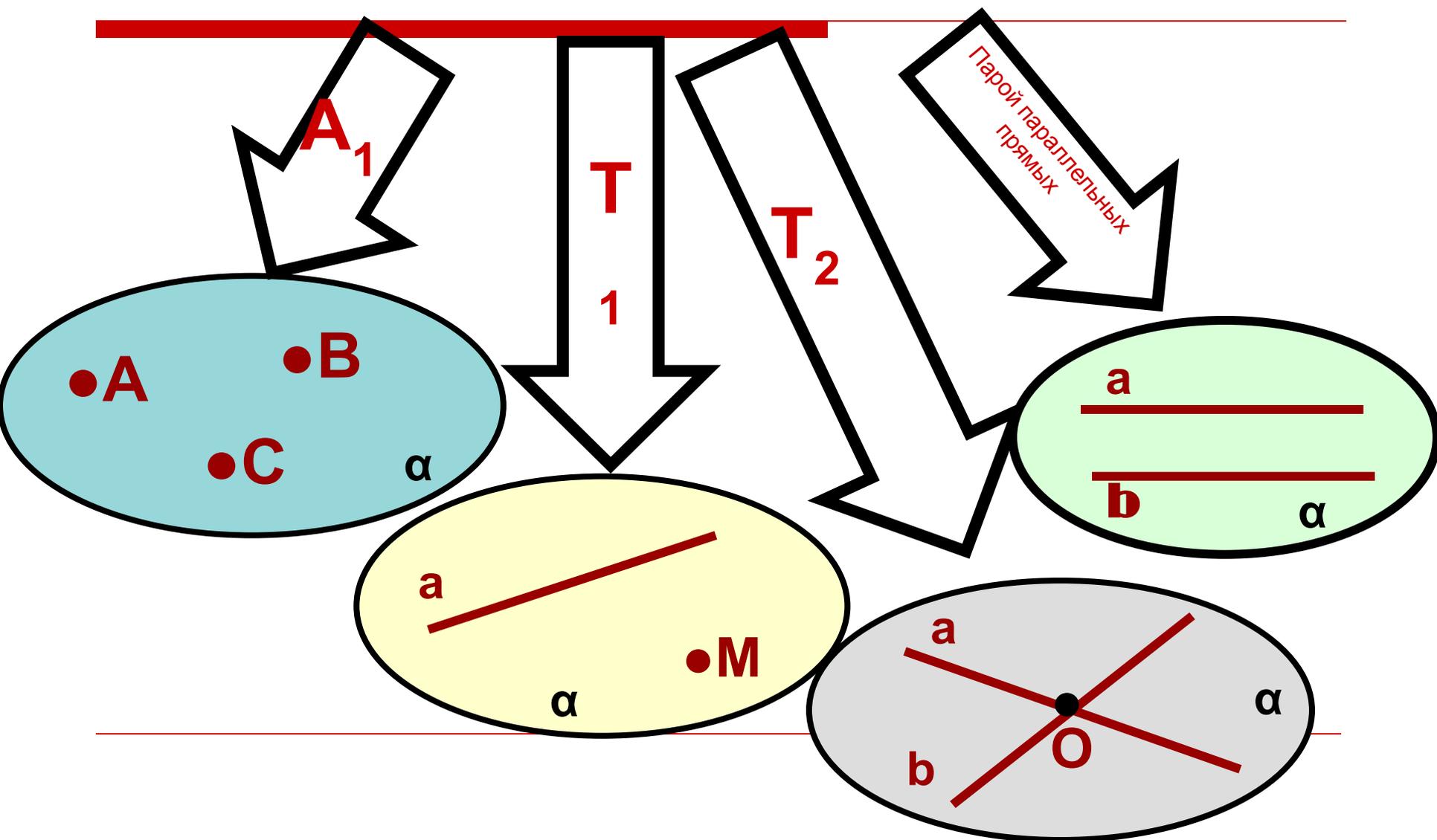
ые всегда лежат в одной
лее?

й плоскости.

Тоже можно сказать о п
досок, стержнях атом
вертикальных колонн

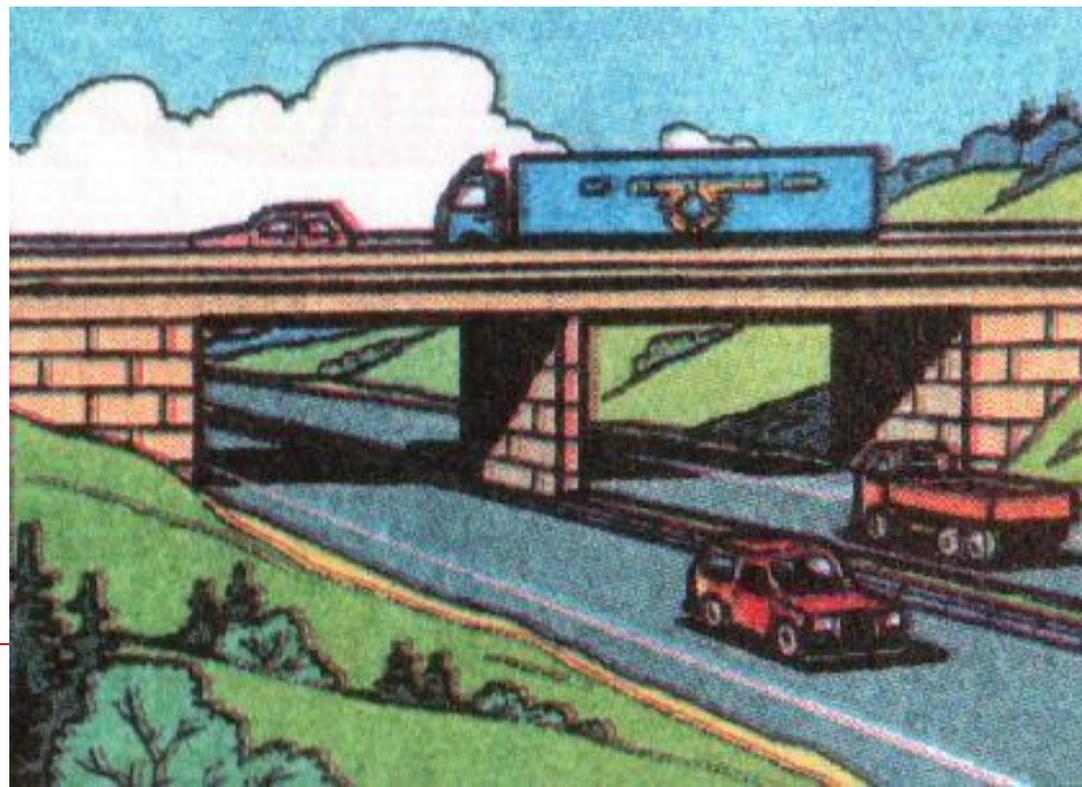
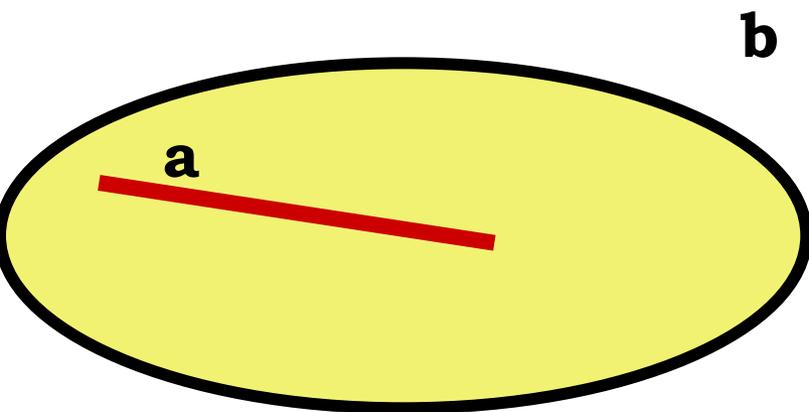


Способы задания плоскости



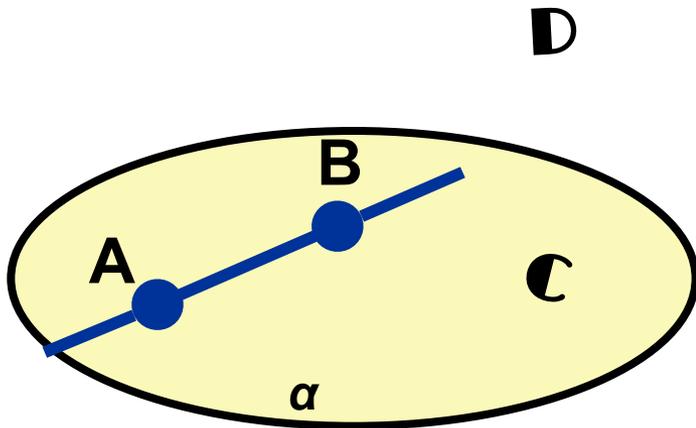
прямые

Две прямые называются **скрещивающимися**,
если они не лежат в одной плоскости



Теорема:

Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся.

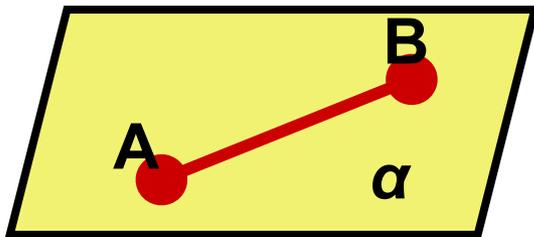


Допустим, что прямые AB и CD лежат в некоторой плоскости β .

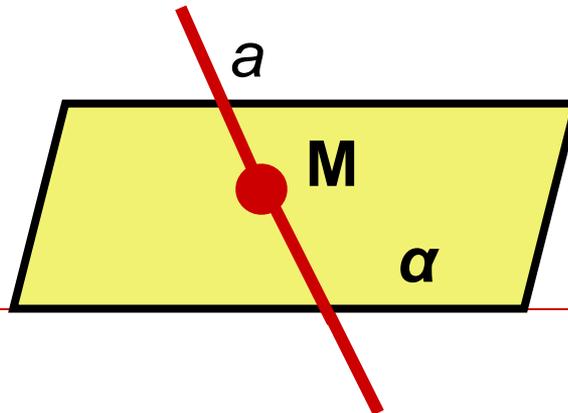
Параллельность прямой и плоскости

*Случаи взаимного расположения
прямой и плоскости в
пространстве*

прямая лежит
в плоскости



прямая и плоскость
пересекаются (имеют
одну общую точку)



прямая и
плоскость не
имеют ни одной
общей точки



Определен

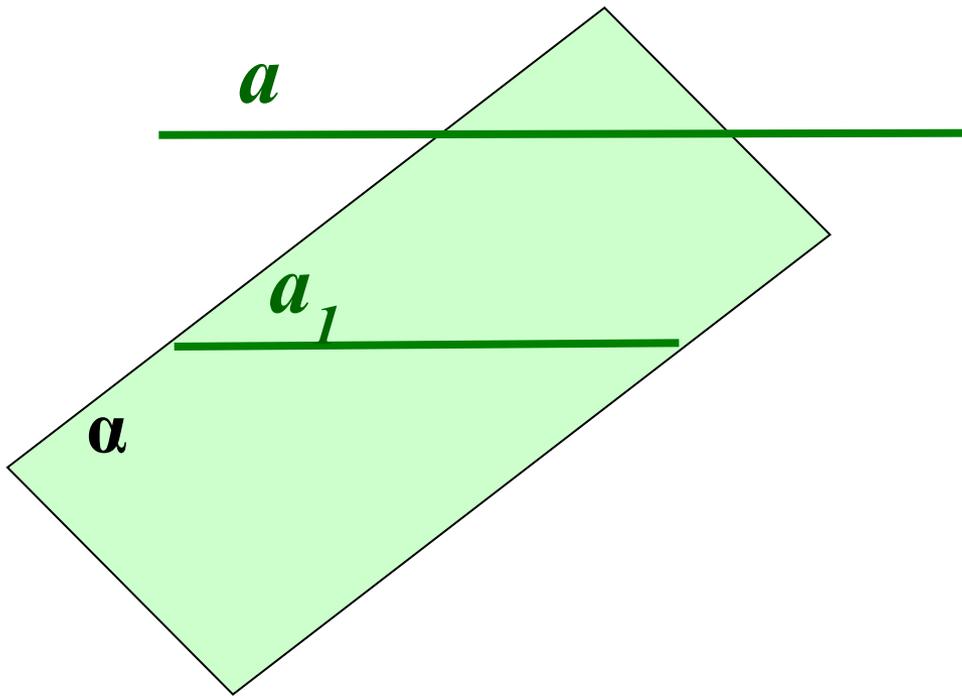
Цель:
Прямая и плоскость называются **параллельными**, если они не имеют общих точек.

Теорема:

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

? Докажите теорему методом от

Признак параллельности прямой и плоскости.



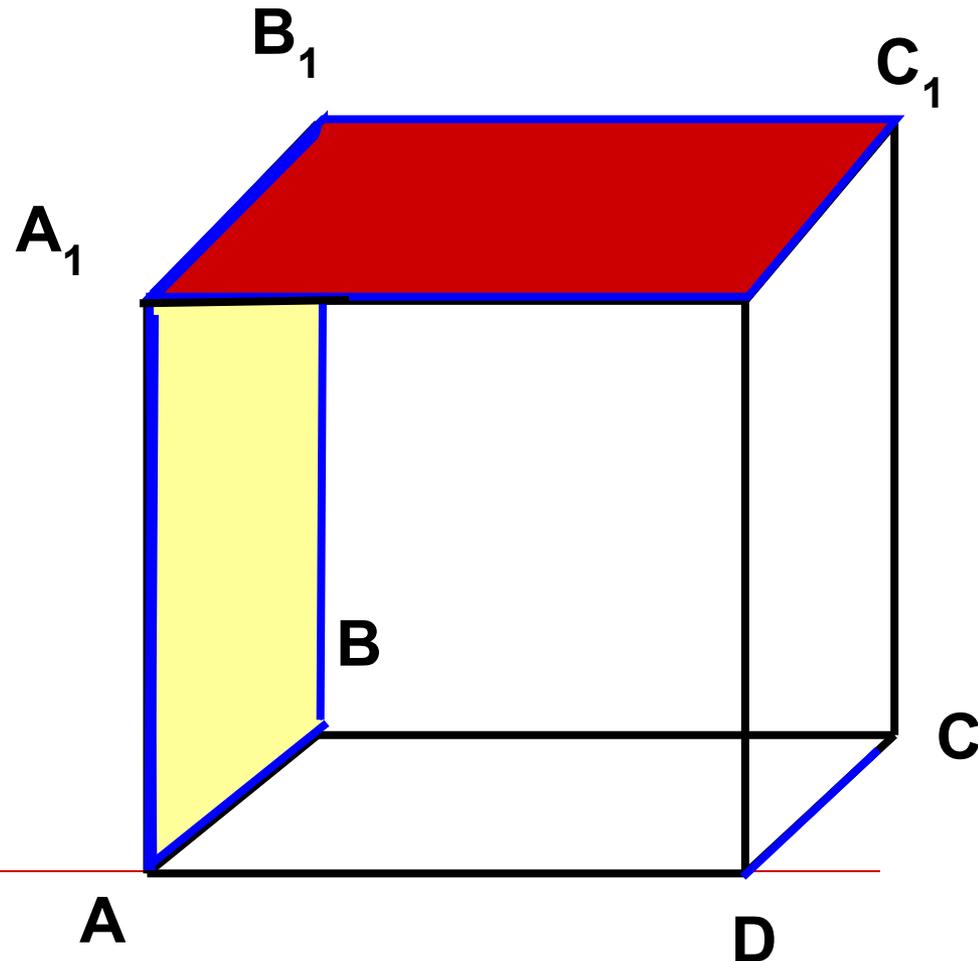
$$\begin{array}{l|l} a \not\subset \alpha & \\ a \parallel a_1 & \\ a_1 \subset \alpha & \end{array} \quad \left| \quad a \parallel \alpha \right.$$

На модели куба укажите плоскости, параллельные
прямой DC.

Как установить параллельность прямой и плоскости?

$$DC \parallel (AA_1B_1)$$

$$DC \parallel (A_1B_1C_1)$$

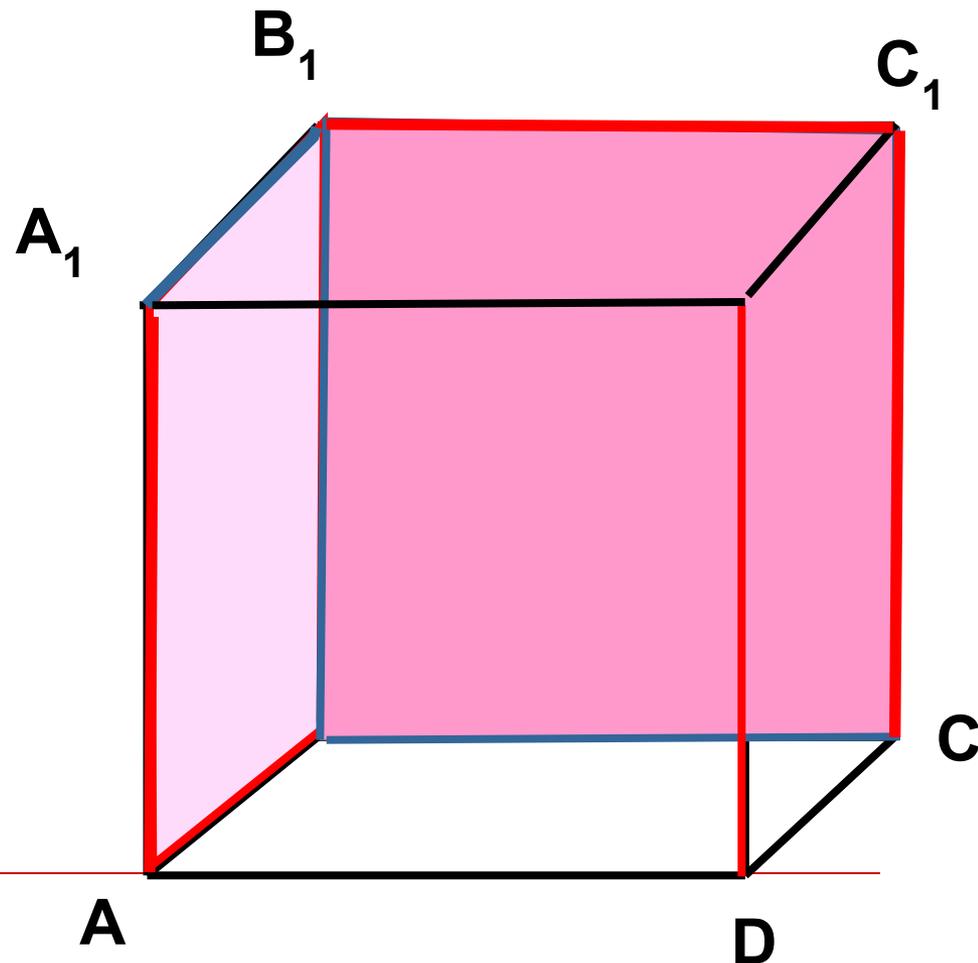


На модели куба укажите плоскости, параллельные прямой DD_1 .

Как установить параллельность прямой и плоскости?

$$DD_1 \parallel (AA_1B_1)$$

$$DD_1 \parallel (B_1C_1C)$$



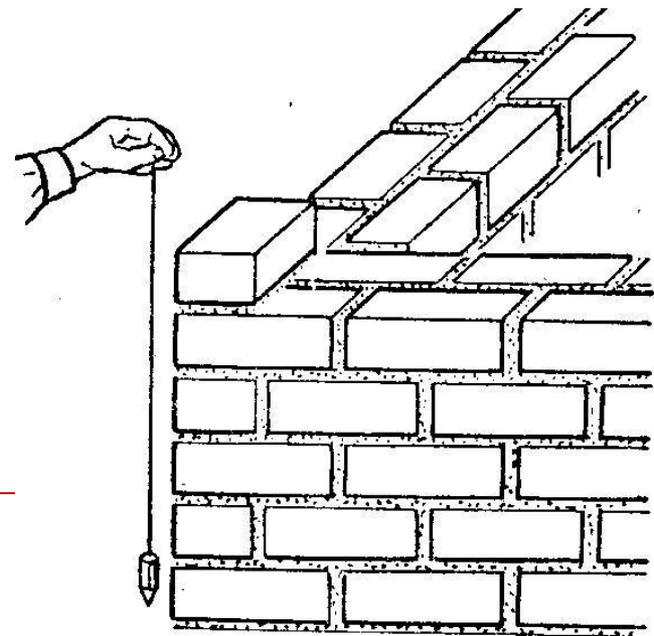
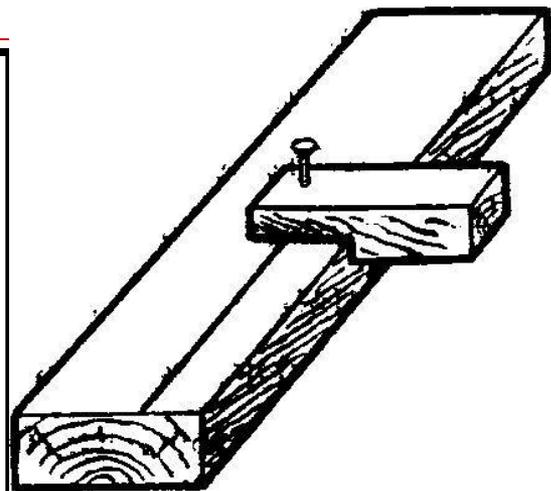
отношения параллельности прямой и плоскости

Каждое ребро прямоугольного параллелепипеда параллельно плоскостям двух его граней.

А прямая, проведённая в грани бруска с помощью *рейсмуса* – плоскостям трёх граней.

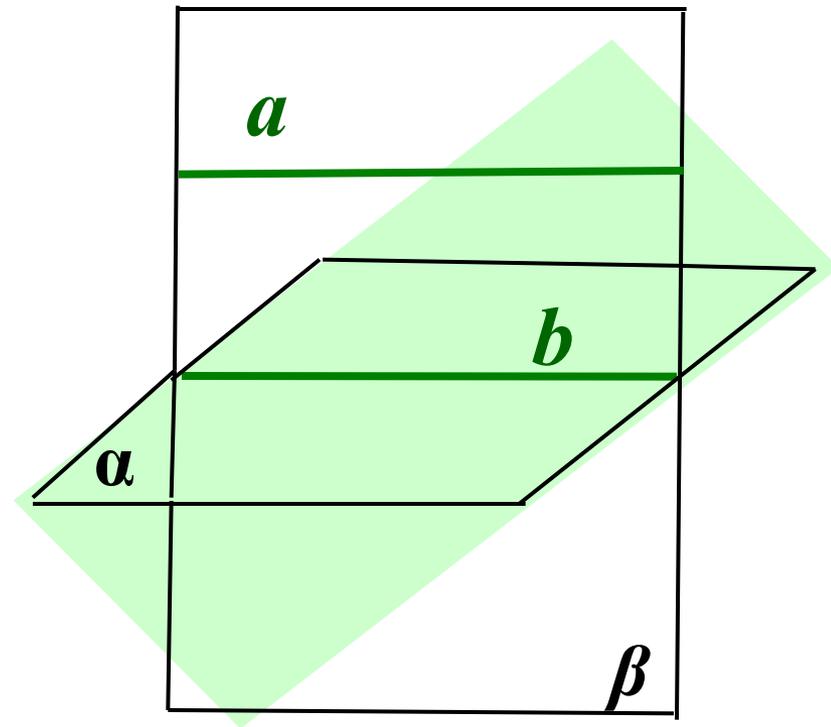
Каменщики кладут стену под отвес, шнур которого параллелен плоскостям стены.

Если подводная лодка идёт прямолинейно на одной глубине, значит, параллельно поверхности моря.

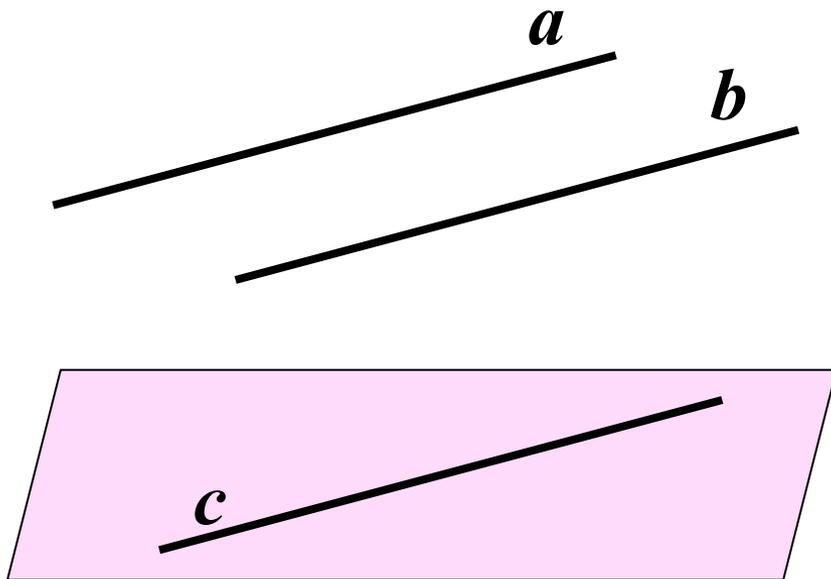


Докажите еще два утверждения, которые часто используются при решении задач

Если плоскость проходит
через данную прямую,
параллельную другой
плоскости, и пересекает эту
плоскость, то линия
пересечения плоскостей
параллельна данной
прямой.

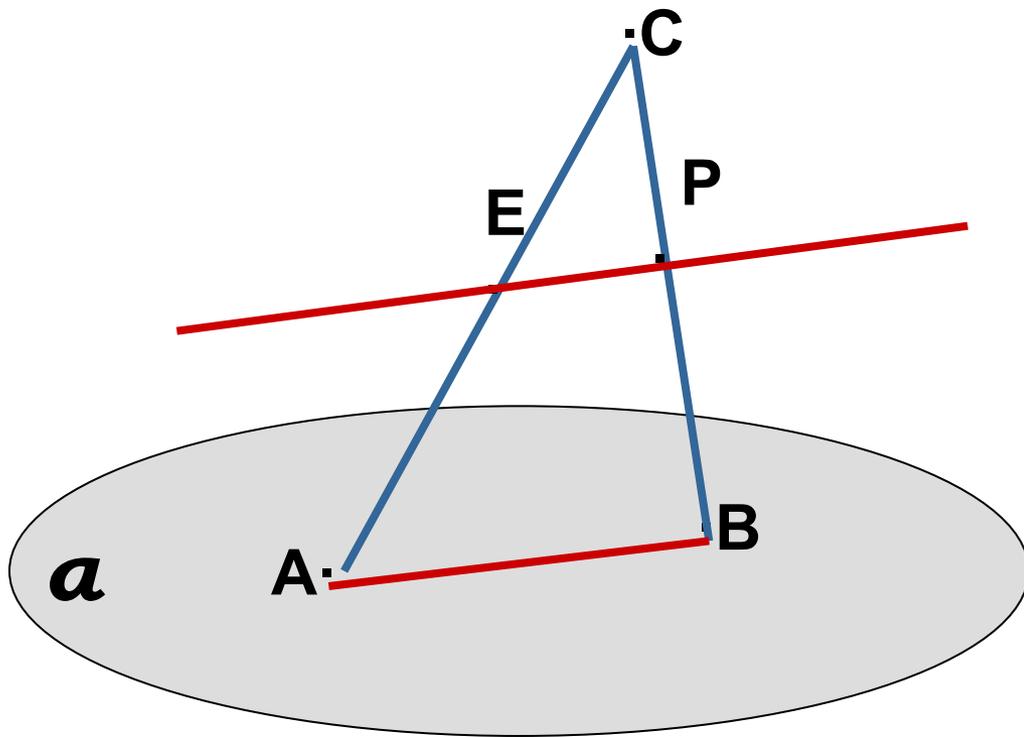


Докажите еще два утверждения, которые часто используются при решении задач



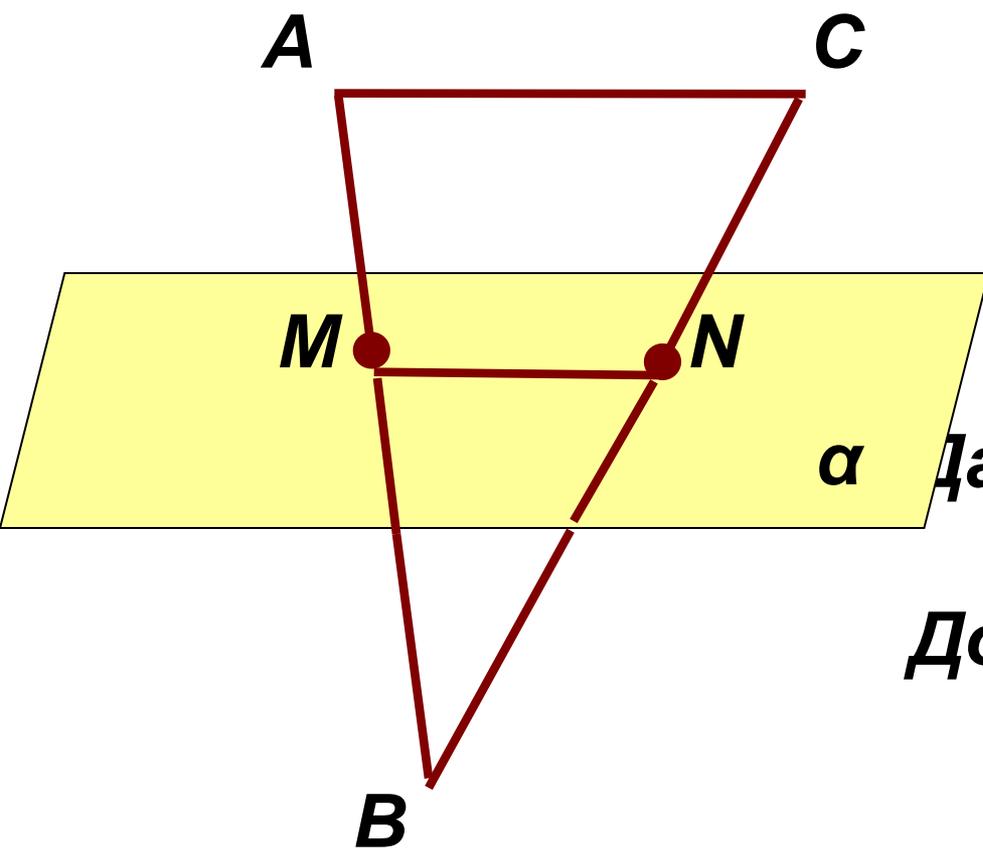
Если одна из двух
параллельных
прямых
параллельна
данной плоскости,
то другая прямая
либо также
параллельна
данной плоскости,
либо лежит в этой
плоскости.

№ 22



$$PE \parallel a$$

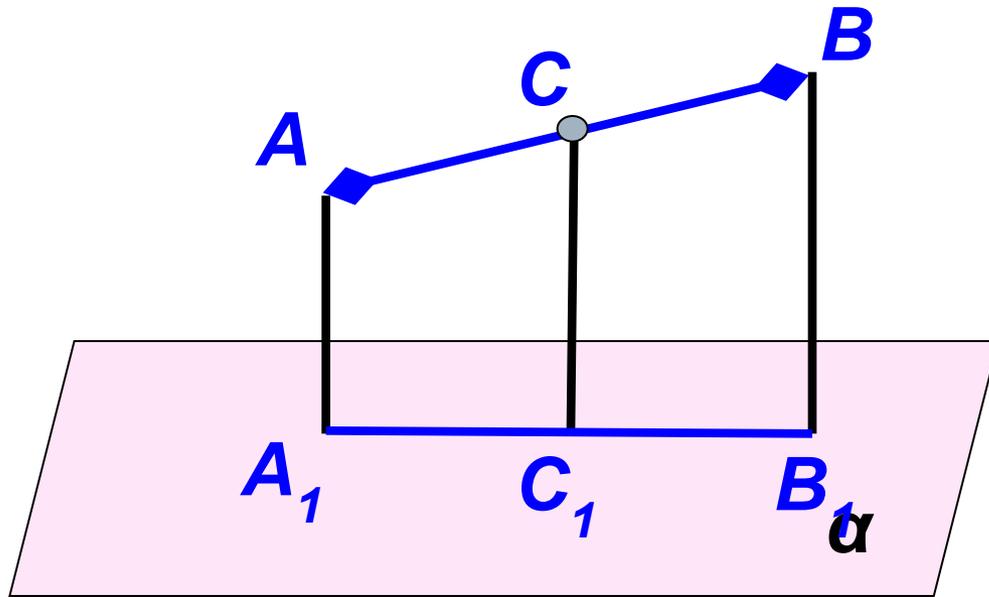
№ 26



**Дано: $AC \parallel \alpha$, $AB \cap \alpha = M$;
 $CB \cap \alpha = N$.**

Доказать: $\triangle ABC \sim \triangle MNB$.

Отрезок AB не пересекает плоскость α . Через середину отрезка $С$ и концы отрезка A и B проведены прямые, параллельные между собой и пересекающие плоскость α в точках A_1 , B_1 и C_1 . Вычислить длину отрезка CC_1 , если $AA_1 = 5$, $BB_1 = 7$.



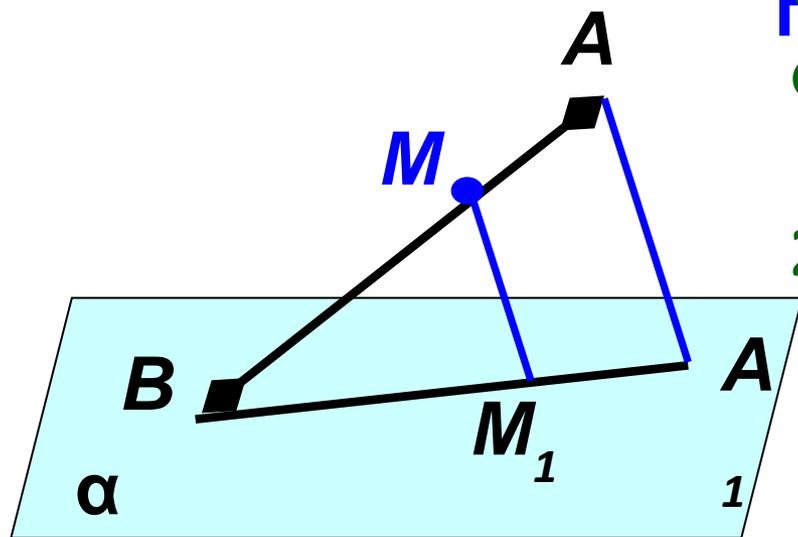
Ответ: 6

Точка M лежит на отрезке AB . Отрезок AB пересекает плоскость α в точке B . Через A и B проведены параллельные прямые, пересекающие α в точках A_1 и M_1 .

а) Докажите, что A_1 , M_1 и B

лежат на одной
б) Найдите длину
отрезка

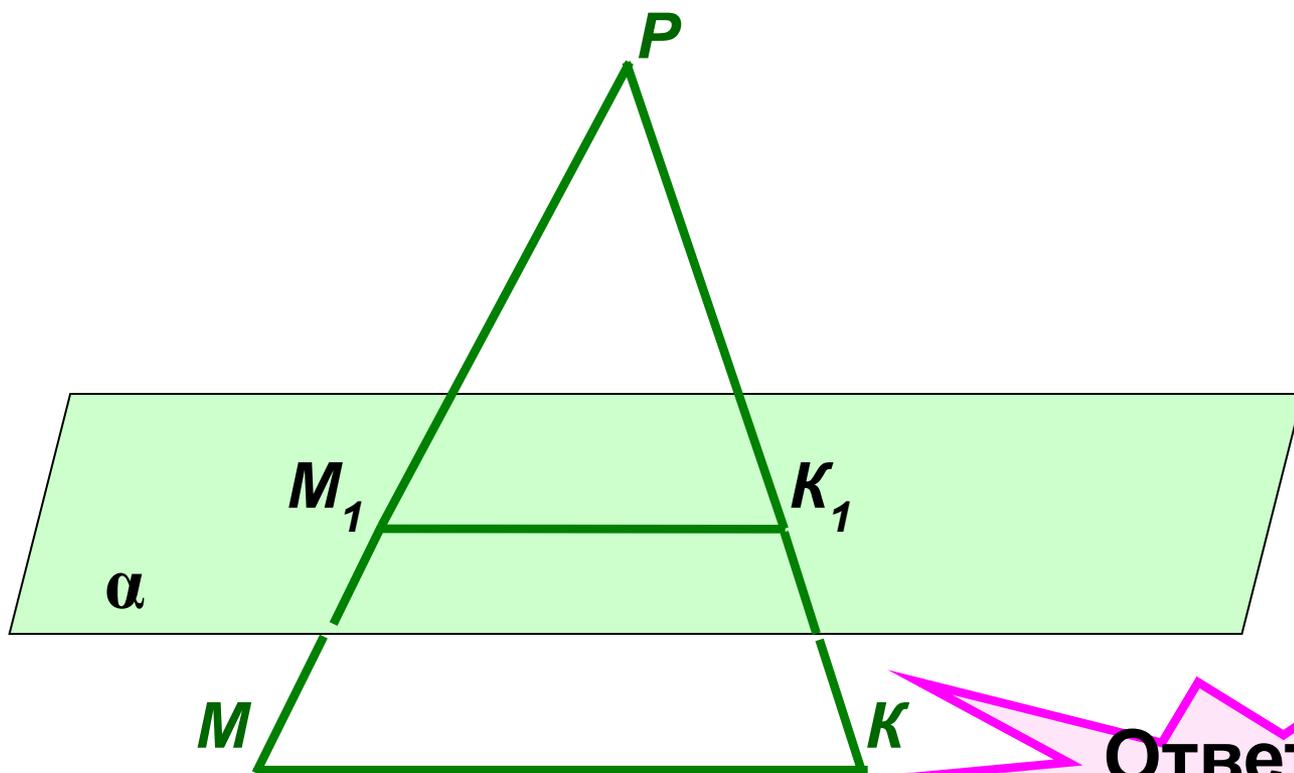
AB , если $AA_1 : MM_1 = 3 : 2$,
 $AM = 6$.



Ответ:

12

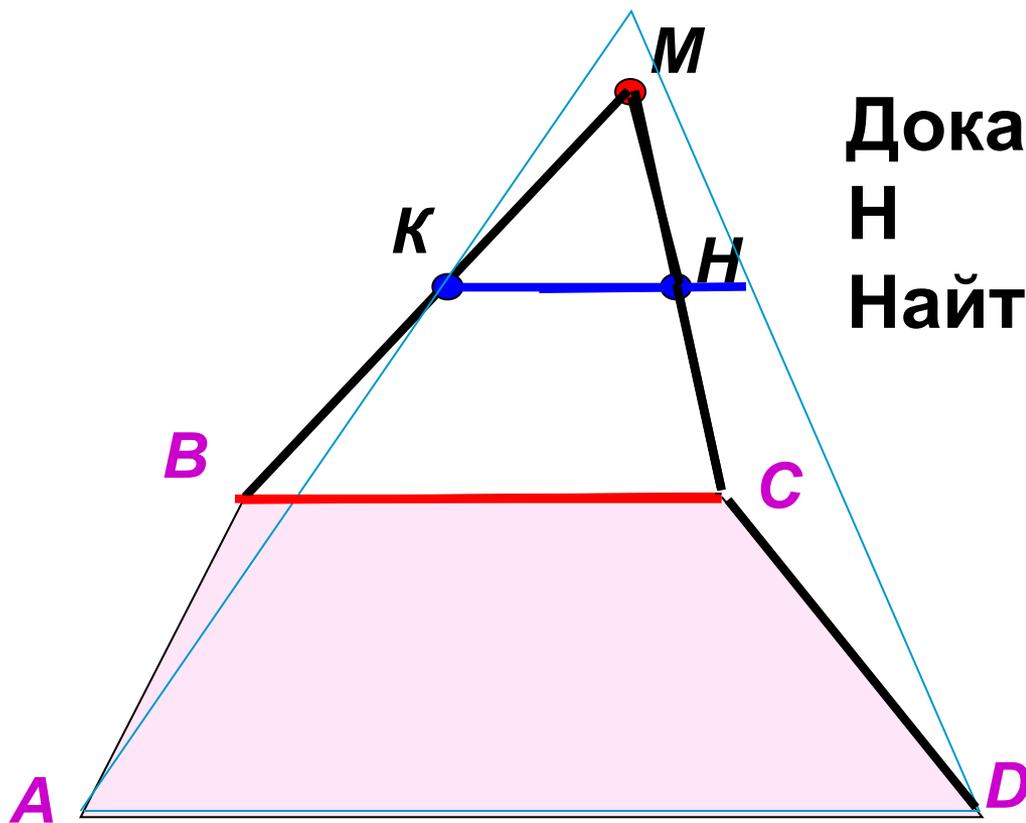
Дан треугольник $МКР$. Плоскость, параллельная прямой $МК$, пересекает $МР$ в точке $М_1$, $РК$ – в точке $К_1$. Найдите $М_1К_1$, если $МР : М_1Р = 12 : 5$, $МК = 18$ см.



Ответ: 7,5
см

№ 29

Дано: $ABCD$ – трапеция, $BC = 12$ см, $M \in (ABC)$, $BK = KM$.



Доказать: $(ADK) \cap MC = H$
Найти: KH .

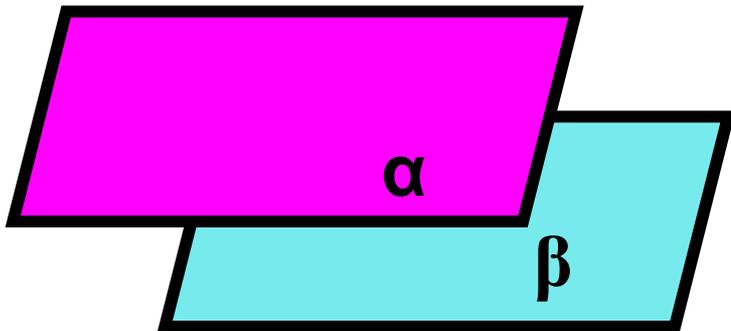
Ответ: 6

см

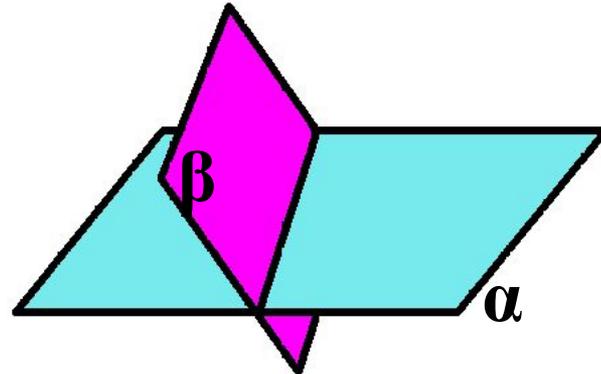
Параллельность плоскостей

*Случаи взаимного расположения
плоскостей в пространстве*

плоскости
параллельны



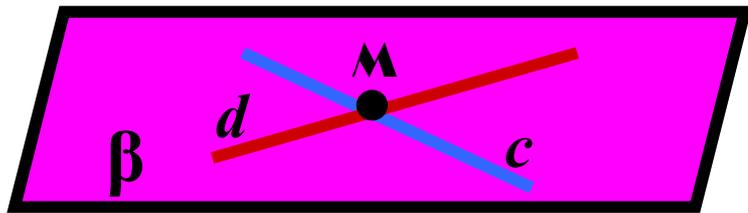
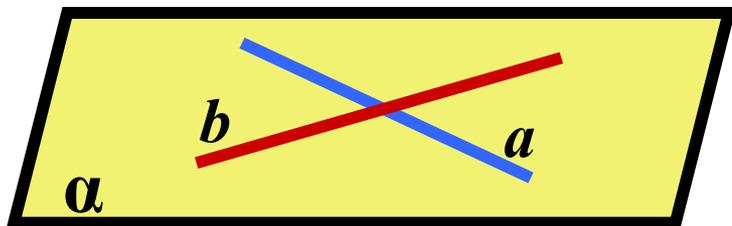
плоскости
пересекаются



Определени

е:

Две плоскости называются **параллельными**, если они не пересекаются.



? Докажите

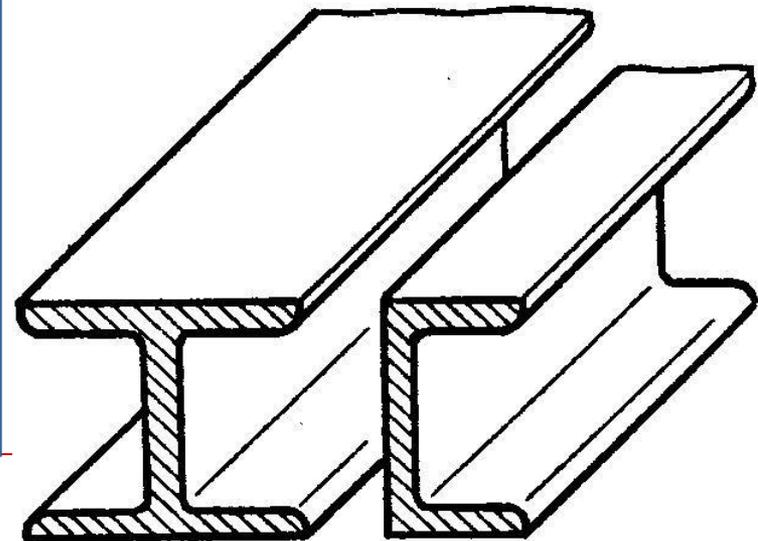
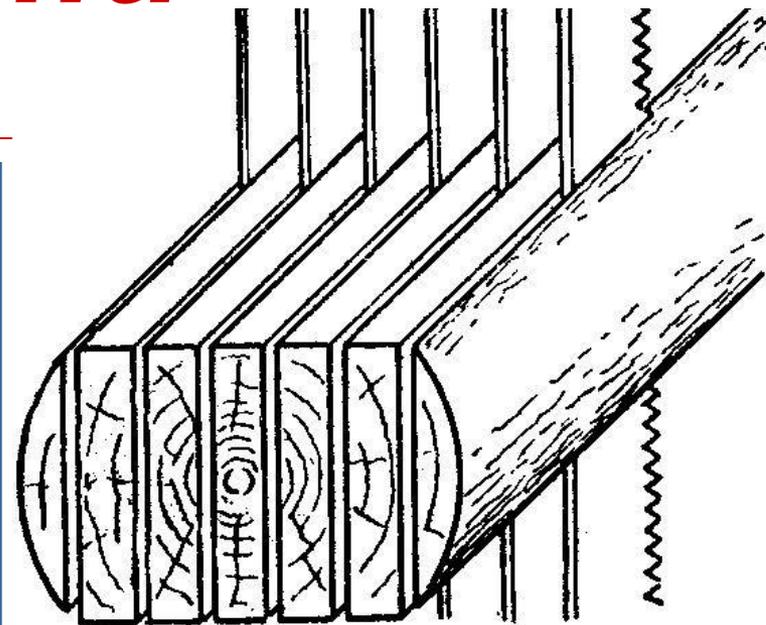
Теорема

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

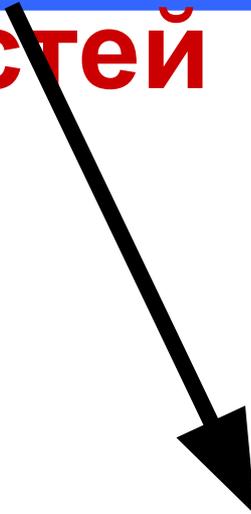
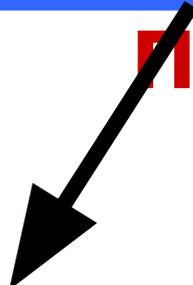
ПЛОСКОСТИ

В параллельных плоскостях размещают перекрытия этажей многоэтажных зданий, стёкла двойных окон, верхние грани лестничных ступенек.

Параллельны слои фанеры, пилы, распиливающие бревно на доски, противоположные грани кирпича, швеллера, двутавровой балки и др.



Свойства параллельных плоскостей



*Если две
параллельные
плоскости
пересечены третьей,
то линии их
пересечения
параллельны.*

*Отрезки
параллельных
прямых,
заклученные
между*

? Докажите свойства (стр. параллельными)

А теперь небольшой тест!

1. Верно ли утверждение: если две прямые не имеют общих точек, то они параллельны?
2. Точка M не лежит на прямой a . Сколько прямых, не пересекающих прямую a , проходит через точку M ? Сколько из этих прямых параллельны прямой a ?
3. Прямые a и c параллельны, а прямые a и b пересекаются. Могут ли прямые b и c пересекаться. Могут ли прямые b и c быть параллельны?
4. Прямая a параллельна плоскости α . Верно ли, что эта прямая не пересекает ни одну прямую, лежащую в плоскости α ?
5. Прямая a параллельна плоскости α . Сколько прямых, лежащих в плоскости α , параллельны прямой a ? Параллельны ли друг другу эти прямые, лежащие в плоскости α ?
6. Могут ли быть равны два непараллельных отрезка, заключенные между параллельными плоскостями?
7. Две стороны параллелограмма параллельны плоскости α . Параллельны ли плоскость α и плоскость параллелограмма?

Сверим ответы!

1. -

2. ∞ , **1**

3. +, -

4. +

5. ∞ , +

6. -

7. +

Используемая литература

Атанасян Л. С., Бутузов В. Ф. и другие.
Геометрия. 10-11 классы. Учебник
для общеобразовательных
учреждений. – М.: Просвещение,
2003. – 208 с.
