POLE TRÓJKĄTA- ZADANIA

Kacper Wais

Dawid Gomółka

Amanda Zawisza

Julia Pudło

Julia Capko

Martyna Belczyk

Weronika Gierlicka

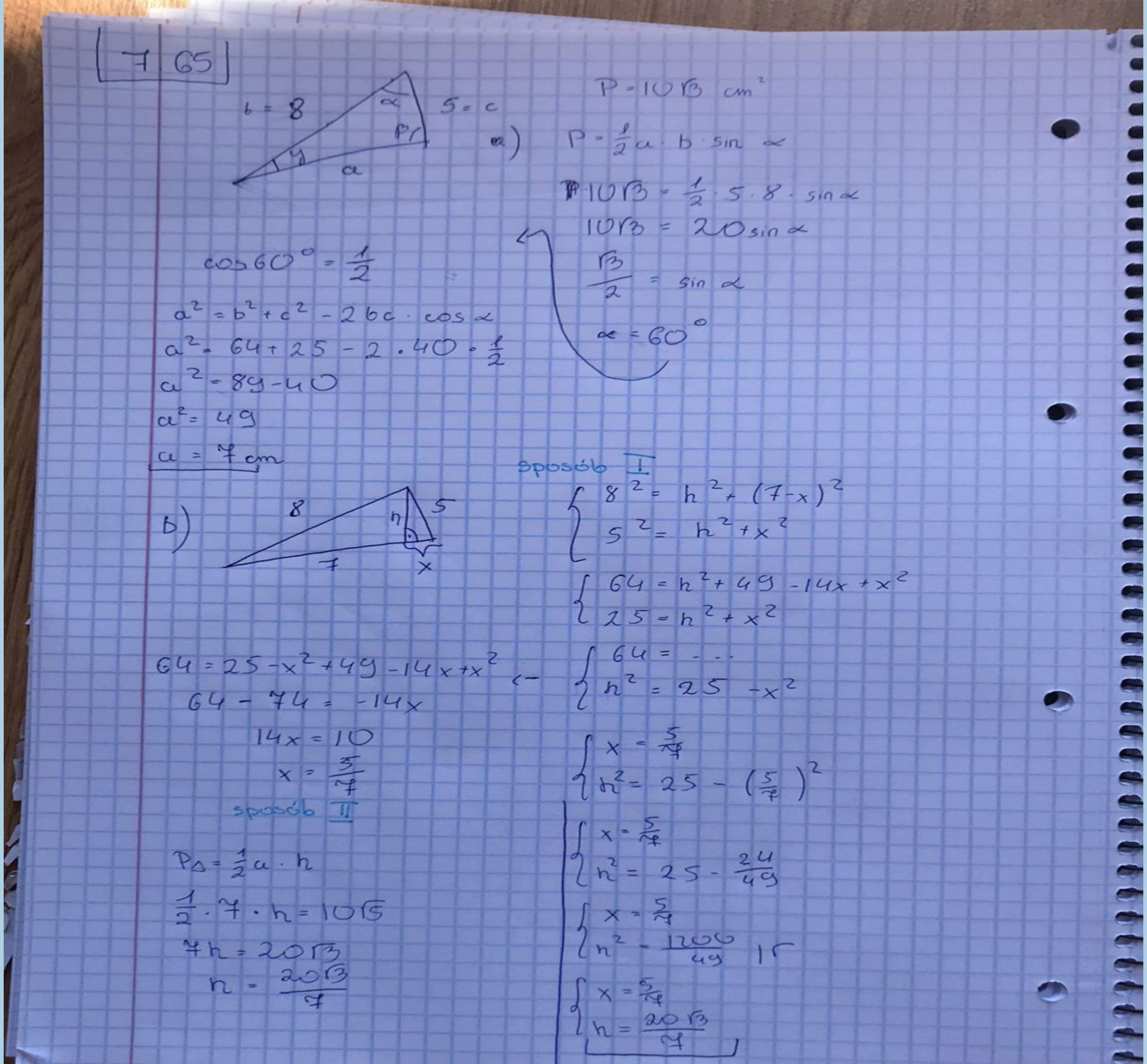
Nina Prajsnar

7.65

W trójkącie ostrokątnym dwa boki mają długość 5cm i 8cm. Pole tego trójkąta jest równe $10\sqrt{3}$ cm^2. Oblicz:

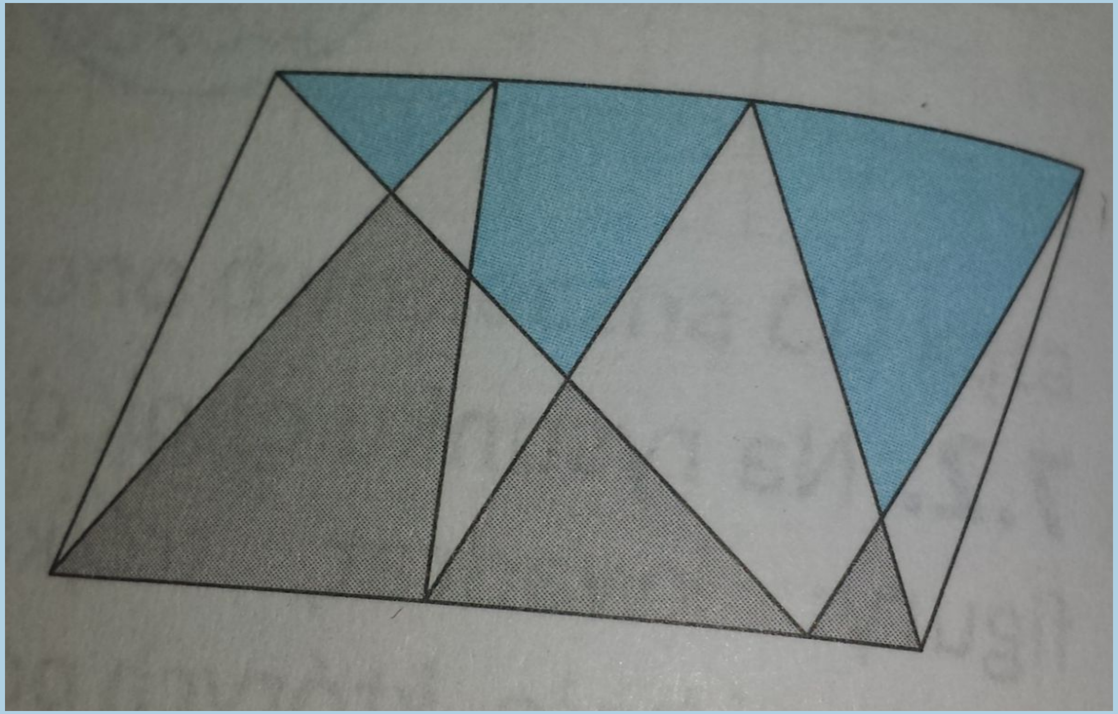
a) Długość trzeciego boku

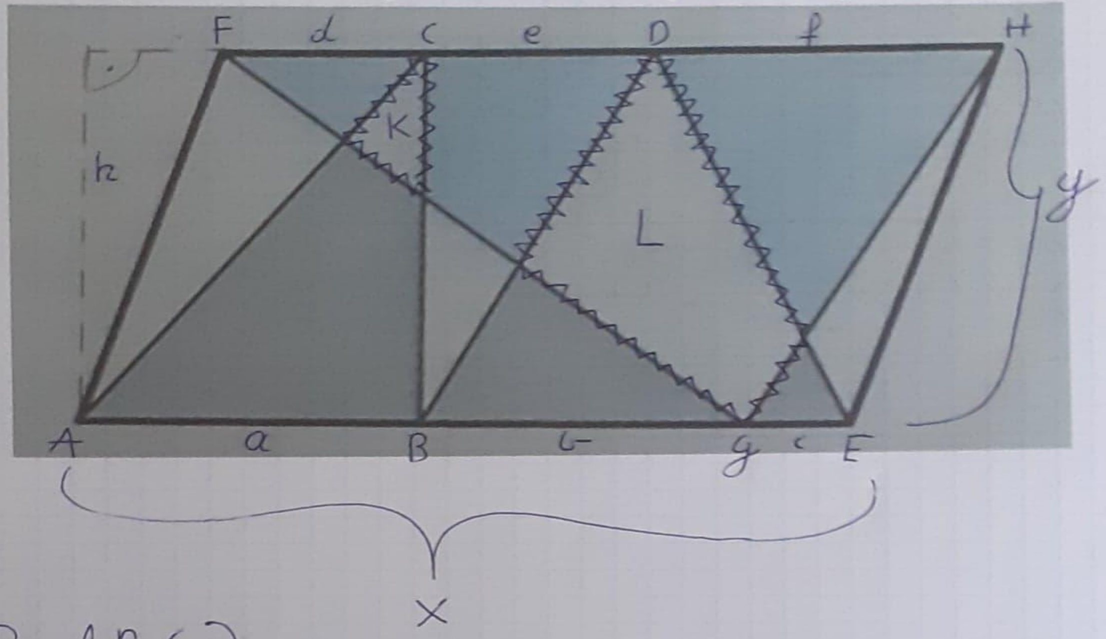
b) Wysokość poprowadzoną na trzeci bok tego trójkąta



7.69

Wykaż, że w równoległoboku na rysunku obok suma pól wielokątów niebieskich jest równa sumie pól wielokątów szarych





$$\left.\begin{array}{l} P_\Delta\, ABC \\ P_\Delta\, BDE \\ P_\Delta\, FGH \end{array}\right\}$$ - taka sama wysokość $= h$ - wysokość równoległoboku

$P_{niebieskie} = P_\Delta FGH = \frac{1}{2}(d+e+f)\cdot h - (K+L)$

$P_{szare} = P_\Delta ABC + P_\Delta BDE = \frac{1}{2}a\cdot h + \frac{1}{2}(b+c)\cdot h - (K+L) = \frac{1}{2}(a+b+c)h - (K+L)$

$d+e+f = x$

$a+b+c = x$

$\frac{1}{2}(d+e+f)\cdot h - (K+L) = \frac{1}{2}(a+b+c)\cdot h - (K+L)$

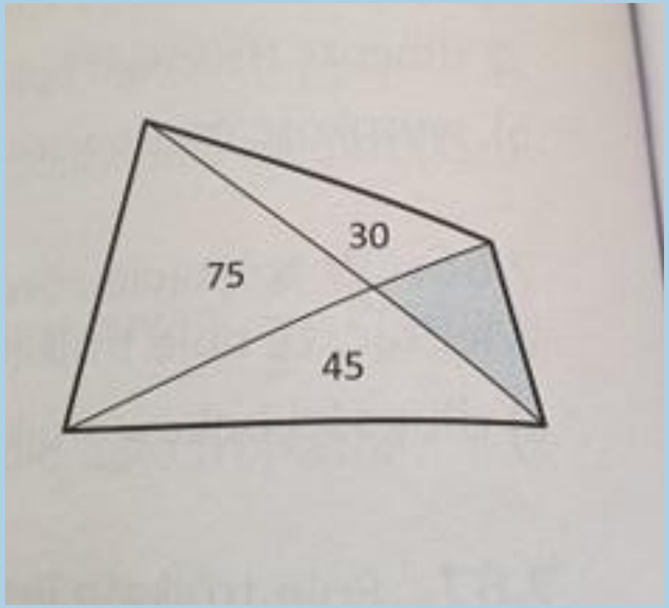
$P_{niebieskie} = P_{szare}$ c.n.w.

7.74

Przekątne czworokąta dzielą ten czworokąt na cztery trójkąty. Dane są pola trzech trójkątów. Oblicz:

a) stosunek długości odcinków, na jakie punkt przecięcia przekątnych dzieli te przekątne

b) Pole czwartego trójkąta



$$\begin{cases} 75 = \frac{1}{2} a h_2 \quad /\cdot 2 \\ 45 = \frac{1}{2} d h_2 \quad /\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 150 = a h_2 \quad /:a \\ 90 = d h_2 \quad /:d \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_2 = \frac{150}{a} \\ h_2 = \frac{90}{d} \end{cases}$$

$$\frac{150}{a} = \frac{90}{d} \quad /\cdot ad$$

$$150d = 90a \quad /:150$$

$$d = \frac{90}{150} a$$

$$d = \frac{3}{5} a \quad /:a$$

$$\frac{d}{a} = \frac{3}{5}$$

$$5:3$$

$$\begin{cases} 75 = \frac{1}{2} b h_1 \quad /\cdot 2 \\ 30 = \frac{1}{2} c h_1 \quad /\cdot 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 150 = b h_1 \quad /:b \\ 60 = c h_1 \quad /:c \end{cases}$$

$$\begin{cases} h_1 = \frac{150}{b} \\ h_1 = \frac{60}{c} \end{cases}$$

$$\frac{150}{b} = \frac{60}{c} \quad /\cdot bc$$

$$150c = 60b \quad /:150$$

$$c = \frac{60}{150} b$$

$$c = \frac{2}{5} b \quad /:b$$

$$\frac{c}{b} = \frac{2}{5}$$

$$5:2$$

7.80

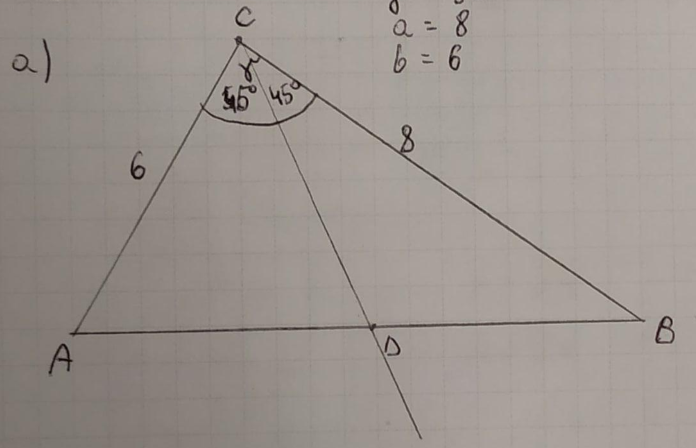
Dwa boki trójkąta mają długość *a* i *b*. Kąt zawarty między tymi bokami jest równy γ. Oblicz długość odcinka dwusiecznej kąta γ, zawartego w tym trójkącie, jeśli:

a) a=8, b=6, γ=90°

b) a=4, b=5, γ=60°

7.80

a)



$\gamma = 90°$
$a = 8$
$b = 6$

- obliczamy pole $\triangle ABC$

$$P_{\triangle ABC} = \frac{8\cdot 6}{2} = 24$$

$$P_{\triangle ABC} = P_{ADC} + P_{DBC}$$

- korzystamy z wzoru na pole

$$P_{\triangle} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin\gamma$$

$$24 = \frac{1}{2}\cdot 6\cdot |CD|\cdot \sin 45° + \frac{1}{2}\cdot 8\cdot |CD|\cdot \sin 45°$$

$$24 = 3|CD|\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} + \cancel{4}^{2}|CD|\cdot\frac{\sqrt{2}}{\cancel{2}_{1}}$$

$$24 = \frac{3\sqrt{2}|CD|}{2} + 2\sqrt{2} \quad / \cdot 2$$

$$48 = 3\sqrt{2}|CD| + 4\sqrt{2}$$

$$48 = 7\sqrt{2}|CD|$$

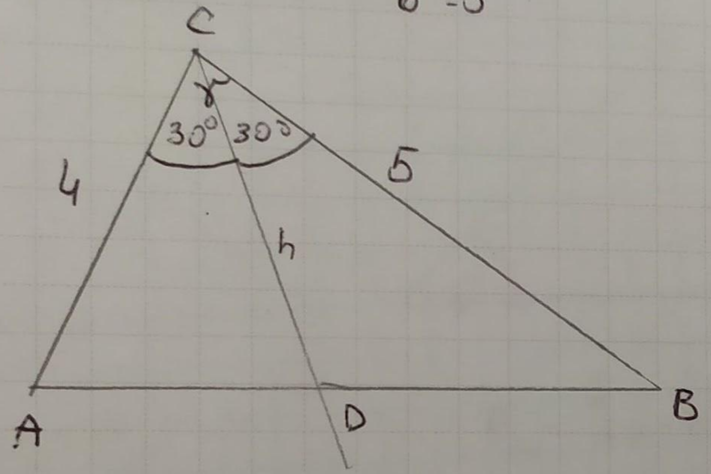
$$|CD| = \frac{48}{7\sqrt{2}}$$

$$|CD| = \frac{48\sqrt{2}}{14}$$

$$\boxed{|CD| = \frac{24\sqrt{2}}{7}}$$

b)

$\gamma = 60^\circ$
$a = 4$
$b = 5$



$P_\Delta ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ =$
$= 10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$P_\Delta ABC = P_\Delta ADC + P_\Delta DBC$

$5\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h \cdot \sin 30^\circ + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot h \cdot \sin 30^\circ$

$5\sqrt{3} = 2h \cdot \frac{1}{2} + 1{,}25h$

$5\sqrt{3} = 2{,}25h$

$h = \frac{5\sqrt{3}}{2{,}25} \quad /\cdot 4$

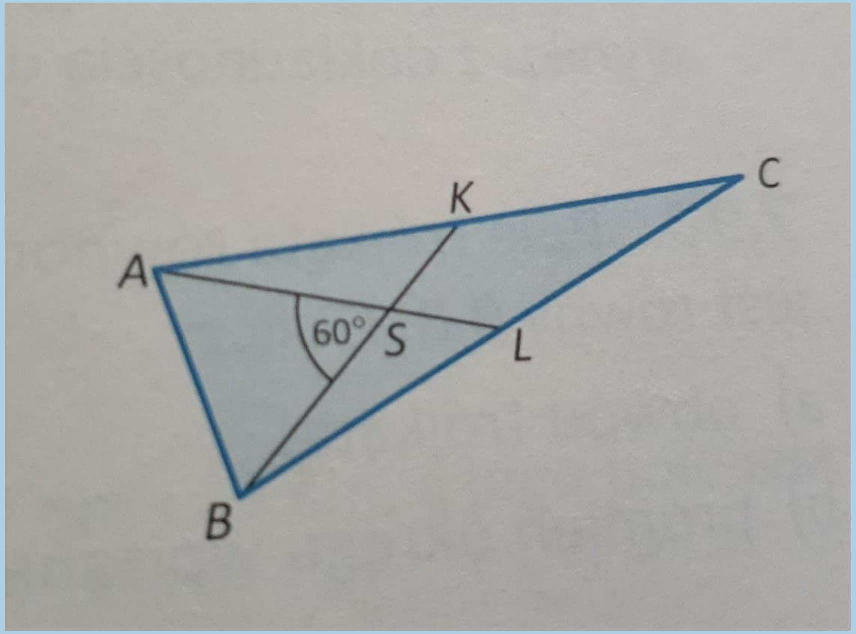
$\boxed{h = \frac{20\sqrt{3}}{8}}$

7.83

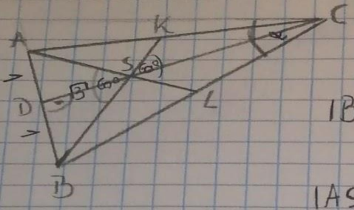
Podstawą trójkąta równoramiennego ABC jest bok AB. Środkowe AL i BK przecinają się w punkcie S pod kątem 60°. Wiadomo, że pole trójkąta ABS jest równe √3

a) Oblicz długości boków trójkąta ABC

b) Czy kąt ACB jest równy 30°? Odpowiedź uzasadnij



7.83



a) długości boków ABC ?

$|BK|, |AL|$ – środkowe przecinają się w stosunku 2:1

$|AS| = \frac{2}{3}|AL|$

$|BS| = \frac{2}{3}|BK|$

z tego wynika, że $|AS| = |BS|$ i ΔABS jest równoramienny

$P_\Delta = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $P_\Delta = \sqrt{3}$

$\sqrt{3} = \frac{|AB|^2\sqrt{3}}{4} \ /:\sqrt{3}$, $1 = \frac{|AB|^2}{4} \ /\cdot 4$, $|AB|^2 = 4$

$|AB| = \underline{\underline{2}}$ $\qquad$ $|AB| = -2 \in D$

$|DS|^2 + 1^2 = 2^2$

$|DS|^2 = 3$

$|DS| = \sqrt{3}$ $\qquad$ $|CD|$ – środkowa, $|CD| = \sqrt{3} \cdot 3 = 3\sqrt{3}$, bo 2:1

$1^2 + (3\sqrt{3})^2 = |BC|^2$

$1 + 27 = |BC|^2$, $|BC|^2 = 28$, $|BC| = 2\sqrt{7}$

odp.: $|AB| = 2$, $|BC| = |AC| = 2\sqrt{7}$

b) czy $\sphericalangle ACB$ może mieć $30°$?

$P_{\Delta ABC} = \frac{\cancel{2} \cdot 3\sqrt{3}}{\cancel{2}} = 3\sqrt{3}$

$P_\Delta = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\alpha \rightarrow 3\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} \cdot \sin\alpha$

$3\sqrt{3} = 14 \sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{3\sqrt{3}}{14} \neq \sin 30° = \frac{1}{2}$

odp.: Nie może być.

DZIĘKUJEMY ZA UWAGĘ

Grupa 2