



Простейшие задачи в координатах.



Разобрать решение задач:

№ 421 а), б).

а) Дано: $A(3; -7; 8)$, $B(-5; 4; 1)$, $C(27; -40; 29)$.

Установить: A ; B ; C лежат ли на одной прямой.

Решение: Если \vec{AB} и \vec{AC} коллинеарны, то A ; B ; C лежат на одной прямой
 $\vec{AB} = \{-8; 11; -7\}$; $\vec{AC} = \{24; -33; 21\}$; $\vec{AB} = k \cdot \vec{AC}$; $-8 = k \cdot 24$;

$11 = k \cdot (-33)$; $-7 = k \cdot 21$; $k = -\frac{1}{3}$; $k = -\frac{1}{3}$ $k = -\frac{1}{3}$. \vec{AB} и \vec{AC} – коллинеарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа, A , B , C лежат на одной прямой.



б) Дано: $A(-5; 7; 12)$, $B(4; -8; 3)$, $C(13; -23; -6)$.

Установить: $A; B; C$ лежат ли на одной прямой.

Решение: Если \vec{AB} и \vec{AC} коллинеарны, то $A; B; C$ лежат на одной

прямой. $\vec{AB}\{9; -15; -9\}$ $\vec{AC}\{18; -30; -18\}$ $\vec{AB} = k \cdot \vec{AC}$; $9 = k \cdot 18$;
 $-15 = k \cdot (-30)$; $-9 = k \cdot (-18)$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$. \vec{AB} и \vec{AC} – колли-

неарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа. $A; B; C$ лежат на одной прямой.



Изучение нового материала.

1. Координаты середины отрезка

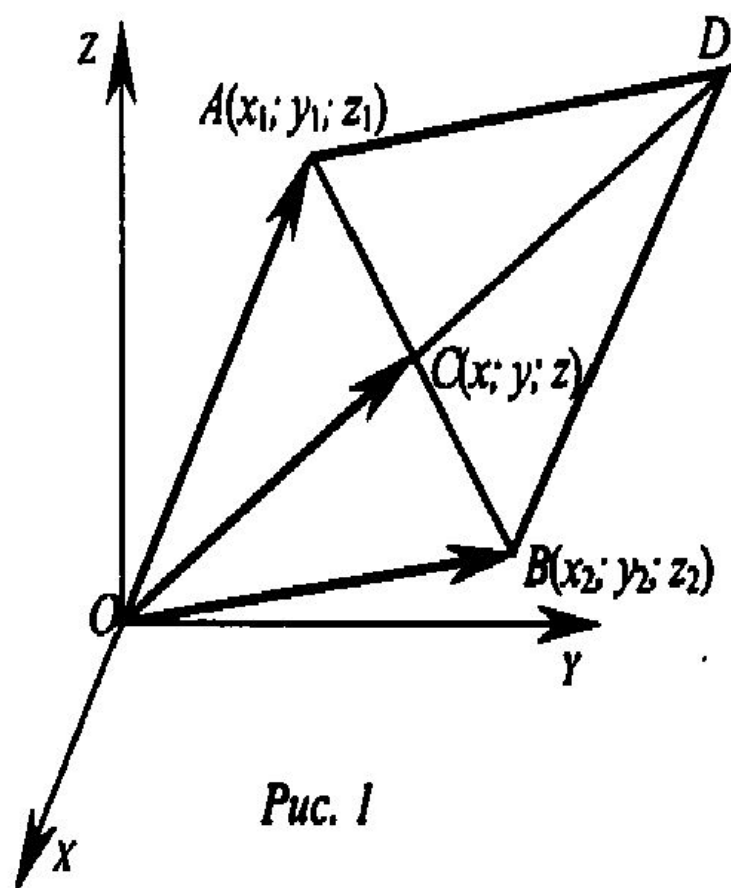


Рис. 1

Пусть $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$ (рис. 1).

Найдем координаты середины отрезка

AB – точки $C(x; y; z)$.

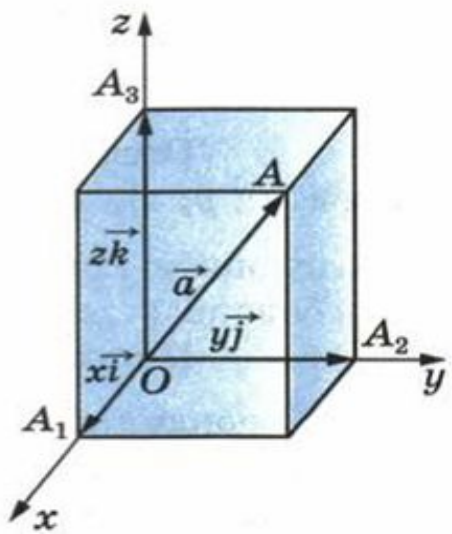
$$\vec{OC} = \frac{1}{2}(\vec{OA} + \vec{OB}), \quad \vec{OC} = \frac{1}{2} \vec{OD}.$$

$$\vec{OC} \{x; y; z\}, \quad \vec{OA} \{x_1; y_1; z_1\}, \quad \vec{OB} \{x_2; y_2; z_2\},$$

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2); \quad y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2); \quad z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2).$$

Итак, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих

координат его концов.



2. Вычисление длины вектора по его координатам

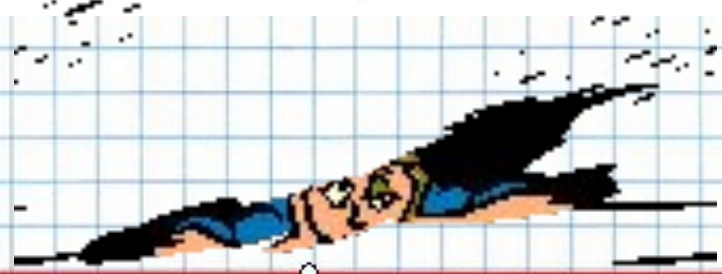
$$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \quad (1).$$

Найдем длину вектора $\vec{a} = \overrightarrow{OA} \{x; y; z\}$. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + \overrightarrow{OA_3}$, то есть

$\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$. Из прямоугольного параллелепипеда найдем длину

диагонали OA . $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|\overrightarrow{OA_1}|^2 + |\overrightarrow{OA_2}|^2 + |\overrightarrow{OA_3}|^2}$, $|\overrightarrow{OA_1}| = |x|$; $|\overrightarrow{OA_2}| = |y|$;

$$|\overrightarrow{OA_3}| = |z|, |\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, |\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$



3. Расстояние между двумя точками (рис. 3).

Пусть $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$,

$$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}, \quad \overrightarrow{M_1M_2} =$$

$$= \{x_2; y_2; z_2\} - \{x_1; y_1; z_1\} = \{x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1\}.$$

Подставляя в формулу (1) получаем $d = |\overrightarrow{M_1M_2}| =$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

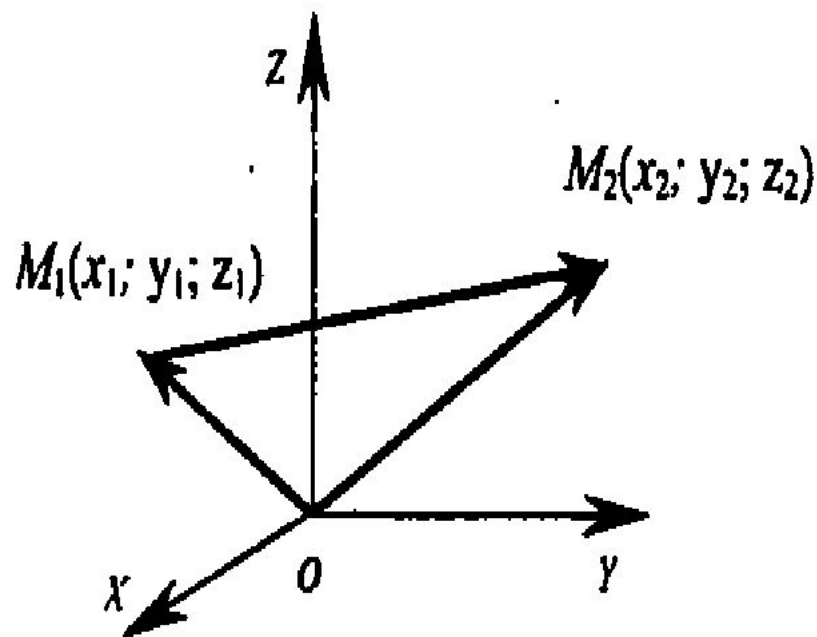


Рис. 3



Закрепление изученного материала.

1. № 424(a), 426(a) (в тетрадях и на доске).

Задача № 424a).

Дано: $A(0; 3; -4)$, $B(-2; 2; 0)$, M – середина AB .

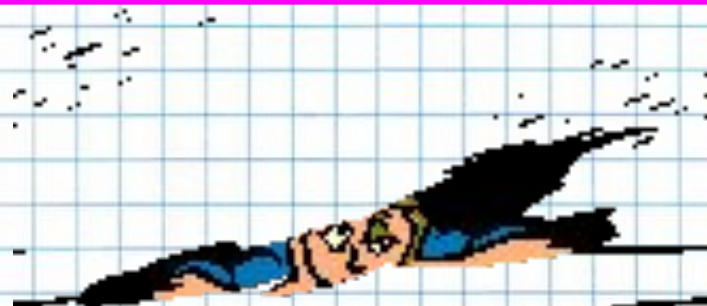
Найти: $M(x; y; z)$.

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}; \quad z_M = \frac{z_A + z_B}{2}$$

Решение:

$$\frac{0 - 2}{2} = -1; \quad \frac{3 + 2}{2} = 2,5; \quad \frac{-4 + 0}{2} = -2$$

Ответ: $M(-1; 2,5; -2)$.



Задача № 426а).

Дано: $A (-1; 0; 2)$, $B (1; -2; 3)$.

Найти: $|\overrightarrow{AB}|$.

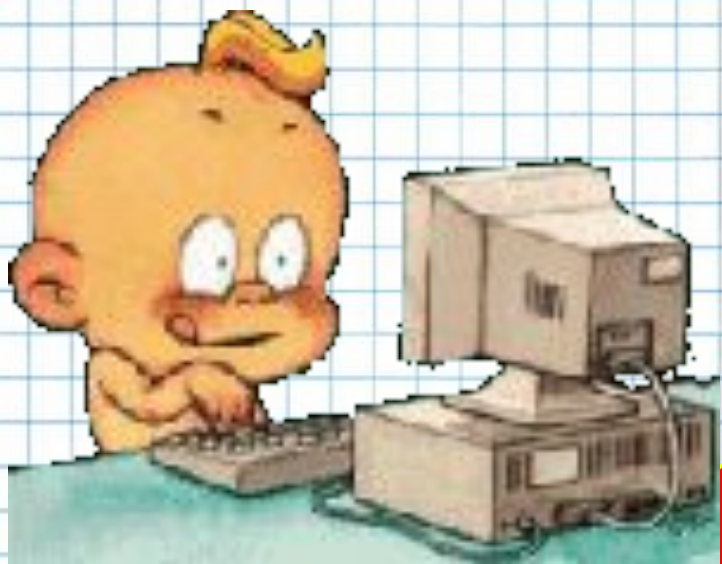
Решение:

1) $\overrightarrow{AB} \{2; -2; 1\}$,

2) $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4 + 4 + 1} = \sqrt{9} = 3$.

Ответ: $|\overrightarrow{AB}| = 3$.





Спасибо за урок!



I вариант

1. Дано: $A(x; y; z)$, $\vec{a} \{-1; 2; 4\}$,

$B(2; 0; 5)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

Найти: $x; y; z$.

Решение:

1) $\overrightarrow{AB} \{2-x; -y; 5-z\}$

2) $\vec{a} \{-1; 2; 4\} = \overrightarrow{AB} \{2-x; -y; 5-z\}$,

$$-1 = 2 - x \quad -y = 2 \quad 4 = 5 - z$$

$$x = 3 \quad y = -2 \quad z = 1$$

II вариант

Уровень А

1. Дано: $A(1; 4; 0)$ $\vec{a} \{2; -3; 1\}$,

$B(x; y; z)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$

Найти: $x; y; z$;

Решение:

1) $\overrightarrow{AB} \{x-1; y-4; z\}$.

2) $\vec{a} \{2; -3; 1\} = \overrightarrow{AB} \{x-1; y-4; z\}$;

$$2 = x - 1 \quad y - 4 = -3 \quad z = 1.$$

$$x = 3 \quad y = 1$$



2. Дано: $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b} \{-3; 1; 2\}$;

$$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$$

Найти: $\vec{c} \{x; y; z\}$

Решение:

1) $\vec{a} \{4; -3; 0\}$; $\vec{b} \{-3; 1; 2\}$.

2) $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = \{8; -6; 0\} + \{9; -3; -6\} = \{17; -9; -6\}$.

2. Дано: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{k}$; $\vec{b} \{2; 6; -4\}$;

$$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a}$$

Найти: $\vec{c} \{x; y; z\}$.

Решение:

1) $\vec{a} \{-1; 0; 2\}$; $\vec{b} \{2; 6; -4\}$.

2) $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a} = \{1; 3; -2\} + \{2; 0; -4\} = \{3; 3; -6\}$.



3. Дано: $\vec{a}\{1; -2; m\}$; $\vec{b}\{n; 6; 3\}$.

Найти: m, n | \vec{a} и \vec{b} – коллинеарны.

Решение: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

$$1) -2 = k \cdot 6; k = -\frac{1}{3}.$$

$$2) 1 = -\frac{1}{3} \cdot n; n = -3.$$

$$3) m = -\frac{1}{3} \cdot 3; m = -1.$$

3. Дано: $\vec{a}\{2; m; 1\}$; $\vec{b}\{4; -2; n\}$.

Найти: m, n | \vec{a} и \vec{b} – коллинеарны.

Решение: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

$$1) 2 = k \cdot 4; k = \frac{1}{2}.$$

$$2) m = \frac{1}{2} \cdot (-2); m = -1.$$

$$3) 1 = \frac{1}{2} \cdot n; n = 2.$$

