# Простейшие задачи в координатах.

# Разобрать решение задач:

**№ 421 а), б).**

а) *Дано*: $A(3;-7;8)$, $B(-5;4;1)$, $C(27;-40;29)$.

*Установить*: $A$; $B$; $C$ лежат ли на одной прямой.

*Решение*: Если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны, то $A$; $B$; $C$ лежат на одной прямой $\overrightarrow{AB}\{-8;11;-7\}$; $\overrightarrow{AC}\{24;-33;21\}$; $\overrightarrow{AB}=k\cdot\overrightarrow{AC}$; $-8=k\cdot 24$; $11=k\cdot(-33)$; $-7=k\cdot 21$; $k=-\frac{1}{3}$; $k=-\frac{1}{3}$ $k=-\frac{1}{3}$. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ – коллинеарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа, $A$, $B$, $C$ лежат на одной прямой.

б) *Дано*: $A(-5; 7; 12)$, $B(4; -8; 3)$, $C(13; -23; -6)$.

*Установить*: $A$; $B$; $C$ лежат ли на одной прямой.

*Решение*: Если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны, то $A$; $B$; $C$ лежат на одной прямой. $\overrightarrow{AB}\{9; -15; -9\}$ $\overrightarrow{AC}\{18; -30; -18\}$ $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$; $9 = k \cdot 18$; $-15 = k \cdot (-30)$; $-9 = k \cdot (-18)$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ – коллинеарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа. $A$; $B$; $C$ лежат на одной прямой.

# Изучение нового материала.

1. Координаты середины отрезка

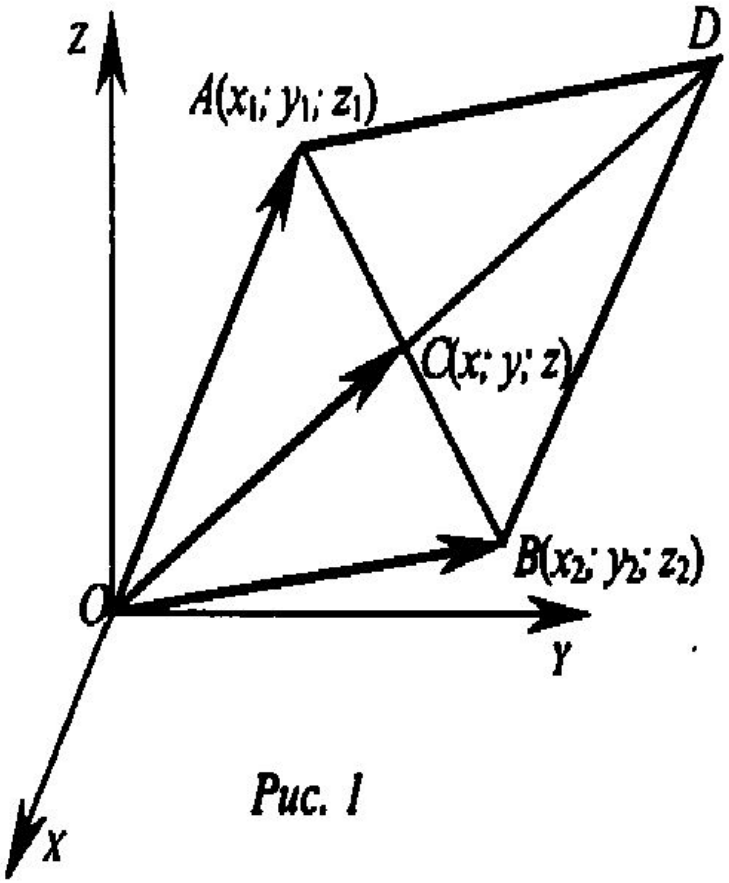



Рис. 1

Пусть $A\ (x_1; y_1; z_1)$, $B\ (x_2; y_2; z_2)$ (рис. 1).

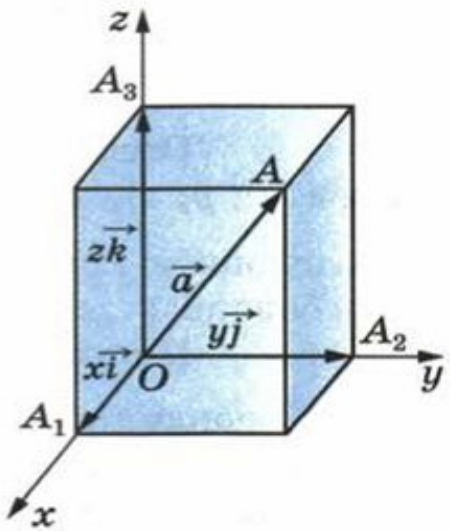
Найдем координаты середины отрезка $AB$ – точки $C\ (x; y; z)$.

$$\overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}),\ \overrightarrow{OC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$$

$$\overrightarrow{OC}\ \{x;y;z\},\ \overrightarrow{OA}\ \{x_1;y_1;z_1\},\ \overrightarrow{OB}\ \{x_2;y_2;z_2\},$$

$$x=\frac{1}{2}(x_1+x_2);\ y=\frac{1}{2}(y_1+y_2);\ z=\frac{1}{2}(z_1+z_2).$$

Итак, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.




2. Вычисление длины вектора по его координатам

$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ (1).

Найдем длину вектора $\vec{a} = \overrightarrow{OA}\ \{x; y; z\}$. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + + \overrightarrow{OA_3}$, то есть $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y \cdot \vec{j} + z\vec{k}$. Из прямоугольного параллелепипеда найдем длину диагонали $OA$. $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|\overrightarrow{OA_1}|^2 + |\overrightarrow{OA_2}|^2 + |\overrightarrow{OA_3}|^2}$, $|\overrightarrow{OA_1}| = |x|$; $|\overrightarrow{OA_2}| = |y|$; $|\overrightarrow{OA_3}| = |z|$, $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

3. Расстояние между двумя точками (рис. 3).

Пусть $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$, $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{M_1M_2} = \{x_2; y_2; z_2\} - \{x_1; y_1; z_1\} = \{x_2 - x_1; y_2 - y; z_2 - z_1\}$. Подставляя в формулу (1) получаем $d = |\overrightarrow{M_1M_2}| =$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

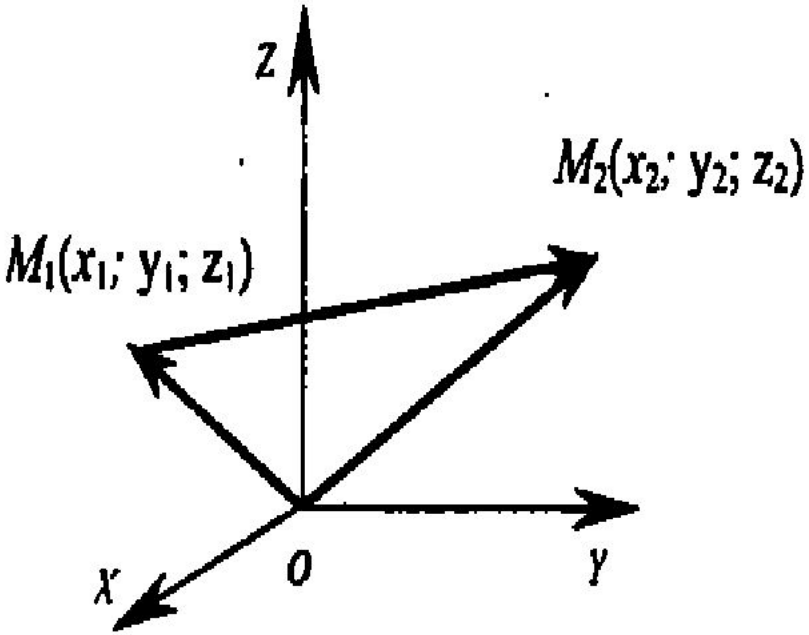
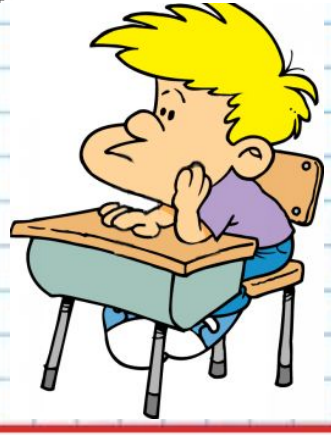



Рис. 3



# Закрепление изученного материала.

1. № 424(*а*), 426(*а*) (*в тетрадях и на доске*).

***Задача № 424а).***

*Дано*: $A$ (0; 3; –4), $B$ (–2; 2; 0), $M$ – середина $AB$.

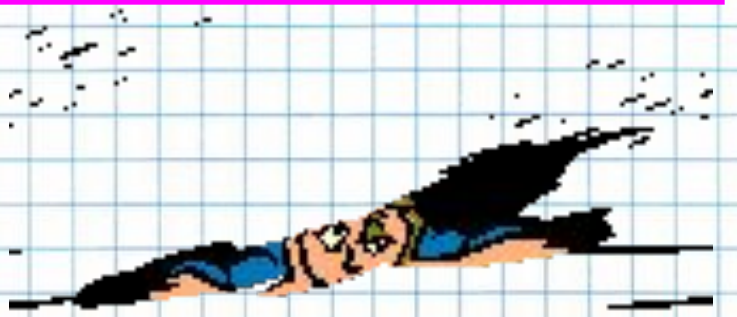
*Найти*: $M$ ($x$; $y$; $z$).

*Решение*:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2};\ y_M = \frac{y_A + y_B}{2};\ z_M = \frac{z_A + z_B}{2}.$$

$$\frac{0-2}{2} = -1; \quad \frac{3+2}{2} = 2{,}5; \quad \frac{-4+0}{2} = -2$$

*Ответ*: $M$ (–1; 2,5; –2).



***Задача № 426а).***

*Дано*: $A\ (-1;\ 0;\ 2)$, $B\ (1;\ -2;\ 3)$.

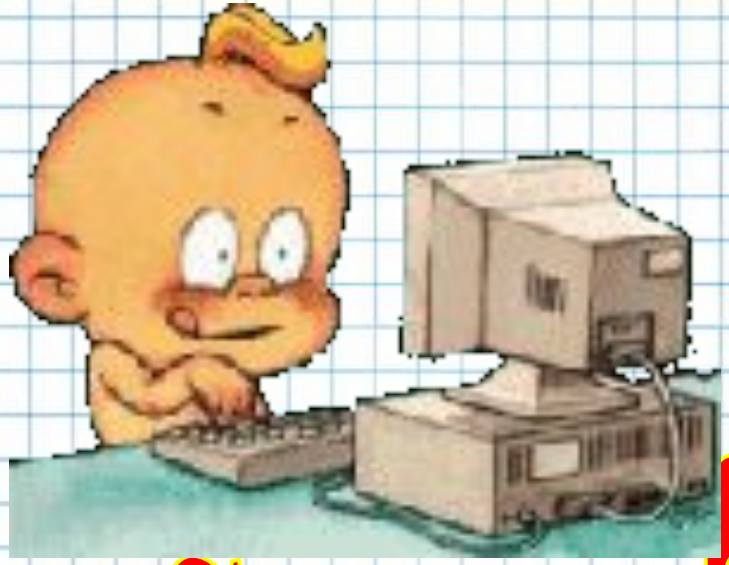
*Найти*: $|\overrightarrow{AB}|$.

*Решение*:

1) $\overrightarrow{AB}\ \{2;\ -2;\ 1\}$,

2) $\overrightarrow{AB} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \ = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$.

*Ответ*: $|\overrightarrow{AB}| = 3$.



# Спасибо за урок!

**I вариант**

1. *Дано*: $A(x; y; z)$, $\vec{a}\{-1; 2; 4\}$, $B(2; 0; 5)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

*Найти*: $x; y; z$.

*Решение*:

1) $\overrightarrow{AB}\{2-x; -y; 5-z\}$

2) $\vec{a}\{-1; 2; 4\} = \overrightarrow{AB}\{2-x; -y; 5-z\}$,

$-1 = 2 - x \quad -y = 2 \quad 4 = 5 - z$

$x = 3 \quad y = -2 \quad z = 1$

**II вариант**

## Уровень А

1. *Дано*: $A(1; 4; 0)$ $\vec{a}\{2; -3; 1\}$, $B(x; y; z)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$

*Найти*: $x; y; z$;

*Решение*:

1) $\overrightarrow{AB}\{x-1; y-4; z\}$.

2) $\vec{a}\{2; -3; 1\} = \overrightarrow{AB}\{x-1; y-4; z\}$;

$2 = x - 1 \quad y - 4 = -3 \quad z = 1$.

$x = 3 \quad y = 1$

2. *Дано:* $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b}\{-3; 1; 2\}$;

$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

*Найти:* $\vec{c}\{x; y; z\}$

*Решение:*

1) $\vec{a}\{4; -3; 0\}$; $\vec{b}\{-3; 1; 2\}$.

2) $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = \{8; -6; 0\} + \{9; -3; -6\} = \{17; -9; -6\}$.

2. *Дано:* $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{k}$; $\vec{b}\{2; 6; -4\}$;

$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a}$.

*Найти:* $\vec{c}\{x; y; z\}$.

*Решение:*

1) $\vec{a}\{-1; 0; 2\}$; $\vec{b}\{2; 6; -4\}$.

2) $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a} = \{1; 3; -2\} + \{2; 0; -4\} = \{3; 3; -6\}$.

3. *Дано*: $\vec{a}\{1;-2;m\}$; $\vec{b}\{n;6;3\}$.

*Найти*: $m, n \mid \vec{a}$ и $\vec{b}$ – коллинеарны.

*Решение*: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

1) $-2 = k \cdot 6$; $k = -\frac{1}{3}$.

2) $1 = -\frac{1}{3} \cdot n$; $n = -3$.

3) $m = -\frac{1}{3} \cdot 3$; $m = -1$.

3. *Дано*: $\vec{a}\{2;m;1\}$; $\vec{b}\{4;-2;n\}$.

*Найти*: $m, n \mid \vec{a}$ и $\vec{b}$ – коллинеарны.

*Решение*: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

1) $2 = k \cdot 4$; $k = -\frac{1}{2}$.

2) $m = \frac{1}{2} \cdot (-2)$; $m = -1$.

3) $1 = \frac{1}{2} \cdot n$; $n = 2$.