Простейшие задачи в координатах.

Разобрать решение задач:

№ 421 а), б).

а) *Дано*: $A(3; -7; 8)$, $B(-5; 4; 1)$, $C(27; -40; 29)$.

Установить: A; B; C лежат ли на одной прямой.

Решение: Если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны, то A; B; C лежат на одной прямой $\overrightarrow{AB}\{-8; 11; -7\}$; $\overrightarrow{AC}\{24; -33; 21\}$; $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$; $-8 = k \cdot 24$; $11 = k \cdot (-33)$; $-7 = k \cdot 21$; $k = -\frac{1}{3}$; $k = -\frac{1}{3}$ $k = -\frac{1}{3}$. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ – коллинеарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа, A, B, C лежат на одной прямой.





б) *Дано*: $A(-5; 7; 12)$, $B(4; -8; 3)$, $C(13; -23; -6)$.

Установить: A; B; C лежат ли на одной прямой.

Решение: Если $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ коллинеарны, то A; B; C лежат на одной прямой. $\overrightarrow{AB}\{9; -15; -9\}$ $\overrightarrow{AC}\{18; -30; -18\}$ $\overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{AC}$; $9 = k \cdot 18$; $-15 = k \cdot (-30)$; $-9 = k \cdot (-18)$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$; $k = \frac{1}{2}$. $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AC}$ – коллинеарны, то есть координаты векторов пропорциональные числа. A; B; C лежат на одной прямой.

Изучение нового материала.

1. Координаты середины отрезка

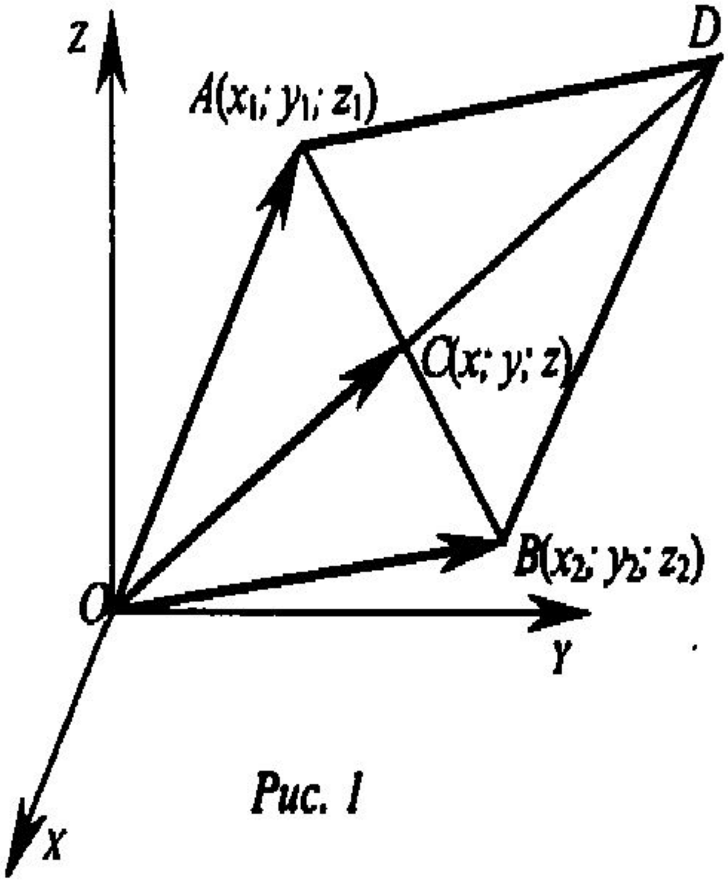


Рис. 1

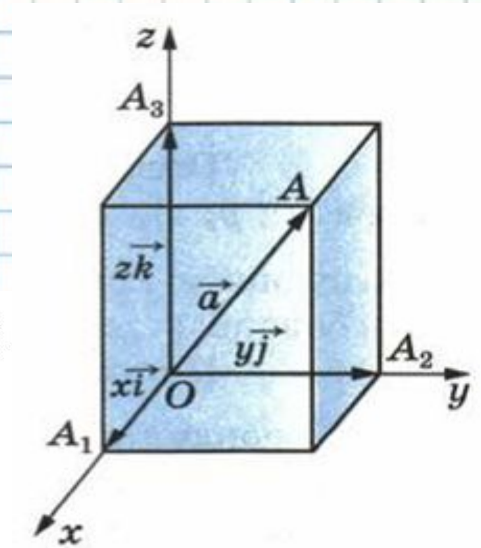
Пусть $A\ (x_1; y_1; z_1)$, $B\ (x_2; y_2; z_2)$ (рис. 1). Найдем координаты середины отрезка AB – точки $C\ (x; y; z)$.

$$\overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}),\ \overrightarrow{OC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OD}.$$

$$\overrightarrow{OC}\ \{x; y; z\},\ \ \overrightarrow{OA}\ \{x_1; y_1; z_1\},\ \ \overrightarrow{OB}\ \{x_2; y_2; z_2\},$$

$$x = \frac{1}{2}(x_1 + x_2);\ y = \frac{1}{2}(y_1 + y_2);\ z = \frac{1}{2}(z_1 + z_2).$$

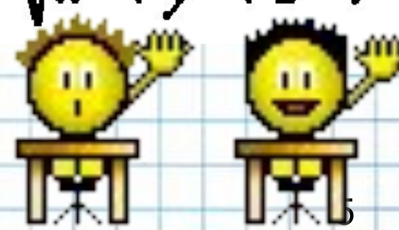
Итак, каждая координата середины отрезка равна полусумме соответствующих координат его концов.



2. Вычисление длины вектора по его координатам

$|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ (1).

Найдем длину вектора $\vec{a} = \overrightarrow{OA}\{x; y; z\}$. $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OA_1} + \overrightarrow{OA_2} + + \overrightarrow{OA_3}$, то есть $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y \cdot \vec{j} + z\vec{k}$. Из прямоугольного параллелепипеда найдем длину диагонали OA. $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|\overrightarrow{OA_1}|^2 + |\overrightarrow{OA_2}|^2 + |\overrightarrow{OA_3}|^2}$, $|\overrightarrow{OA_1}| = |x|$; $|\overrightarrow{OA_2}| = |y|$; $|\overrightarrow{OA_3}| = |z|$, $|\overrightarrow{OA}| = \sqrt{|x|^2 + |y|^2 + |z|^2} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.



3. Расстояние между двумя точками (рис. 3).

Пусть $M_1(x_1; y_1; z_1)$, $M_2(x_2; y_2; z_2)$,

$\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{OM_2} - \overrightarrow{OM_1}$, $\overrightarrow{M_1M_2} =$

$= \{x_2; y_2; z_2\} - \{x_1; y_1; z_1\} = \{x_2 - x_1; y_2 -$
$y; z_2 - z_1\}$. Подставляя в формулу (1)

получаем $d = |\overrightarrow{M_1M_2}| =$

$$= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}.$$

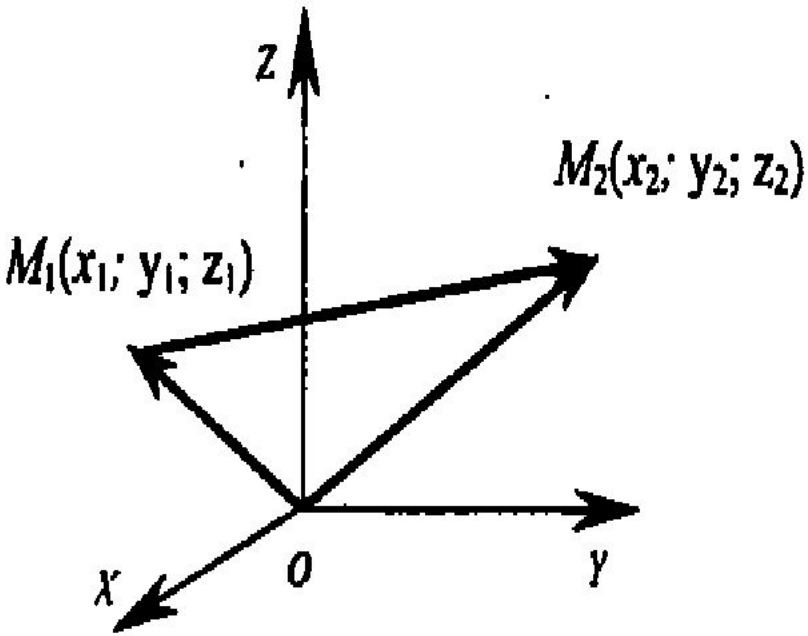
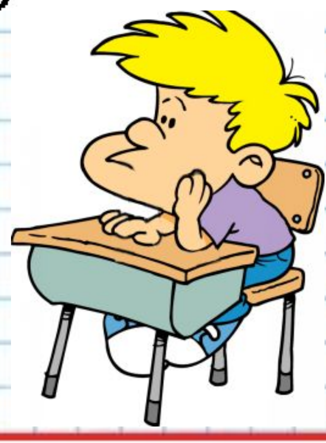


Рис. 3



Закрепление изученного материала.

1. № 424(*а*), 426(*а*) (*в тетрадях и на доске*).

Задача № 424а).

Дано: $A\,(0;\,3;\,-4)$, $B\,(-2;\,2;\,0)$, M – середина AB.

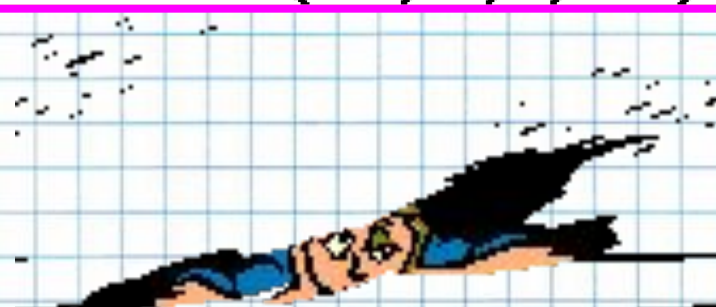
Найти: $M\,(x;\,y;\,z)$.

$$x_M=\frac{x_A+x_B}{2};\quad y_M=\frac{y_A+y_B}{2};\quad z_M=\frac{z_A+z_B}{2}.$$

Решение:

$$\frac{0-2}{2}=-1;\qquad \frac{3+2}{2}=2{,}5;\qquad \frac{-4+0}{2}=-2$$

Ответ: $M\,(-1;\,2{,}5;\,-2)$.



Задача № 426а).

Дано: $A\ (-1;\ 0;\ 2)$, $B\ (1;\ -2;\ 3)$.

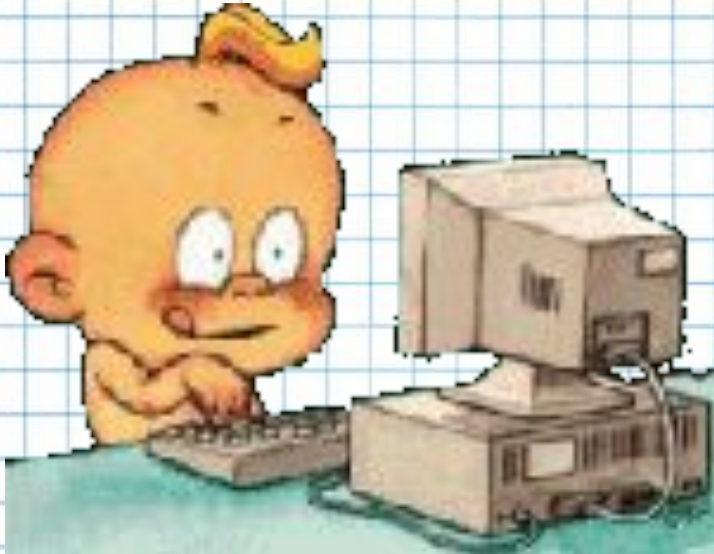
Найти: $|\overrightarrow{AB}|$.

Решение:

1) $\overrightarrow{AB}\ \{2;\ -2;\ 1\}$,

2) $\overrightarrow{AB} = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = \ = \sqrt{4+4+1} = \sqrt{9} = 3$.

Ответ: $|\overrightarrow{AB}| = 3$.



Спасибо за урок!

I вариант

II вариант

Уровень А

I вариант

1. *Дано:* $A\,(x; y; z)$, $\vec{a}\,\{-1; 2; 4\}$,

$B\,(2; 0; 5)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

Найти: $x; y; z$.

Решение:

1) $\overrightarrow{AB}\,\{2-x; -y; 5-z\}$

2) $\vec{a}\,\{-1; 2; 4\} = \overrightarrow{AB}\,\{2-x; -y; 5-z\}$,

$-1 = 2 - x$ $\quad -y = 2$ $\quad 4 = 5 - z$

$x = 3$ $\quad y = -2$ $\quad z = 1$

II вариант

1. *Дано:* $A\,(1; 4; 0)$ $\vec{a}\,\{2; -3; 1\}$,

$B\,(x; y; z)$ $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$

Найти: $x; y; z$;

Решение:

1) $\overrightarrow{AB}\,\{x-1; y-4; z\}$.

2) $\vec{a}\,\{2; -3; 1\} = \overrightarrow{AB}\,\{x-1; y-4; z\}$;

$2 = x - 1$ $\quad y - 4 = -3$ $\quad z = 1$.

$x = 3$ $\quad y = 1$

2. *Дано:* $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$; $\vec{b}\,\{-3; 1; 2\}$;

$\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b}$

Найти: $\vec{c}\,\{x; y; z\}$

Решение:

1) $\vec{a}\{4; -3; 0\}$; $\vec{b}\{-3; 1; 2\}$.

2) $\vec{c} = 2\vec{a} - 3\vec{b} = \{8; -6; 0\} + \{9; -3; -6\} = \{17; -9; -6\}$.

2. *Дано:* $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{k}$; $\vec{b}\,\{2; 6; -4\}$;

$\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a}$.

Найти: $\vec{c}\,\{x; y; z\}$.

Решение:

1) $\vec{a}\{-1; 0; 2\}$; $\vec{b}\{2; 6; -4\}$.

2) $\vec{c} = \frac{1}{2}\vec{b} - 2\vec{a} = \{1; 3; -2\} + \{2; 0; -4\} =$

$= \{3; 3; -6\}$.

3. *Дано:* $\vec{a}\{1; -2; m\}$; $\vec{b}\{n; 6; 3\}$.

Найти: $m, n \mid \vec{a}$ и $\vec{b}$ – коллинеарны.

Решение: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

1) $-2 = k \cdot 6$; $k = -\dfrac{1}{3}$.

2) $1 = -\dfrac{1}{3} \cdot n$; $n = -3$.

3) $m = -\dfrac{1}{3} \cdot 3$; $m = -1$.

3. *Дано:* $\vec{a}\{2; m; 1\}$; $\vec{b}\{4; -2; n\}$.

Найти: $m, n \mid \vec{a}$ и $\vec{b}$ – коллинеарны.

Решение: $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$.

1) $2 = k \cdot 4$; $k = -\dfrac{1}{2}$.

2) $m = \dfrac{1}{2} \cdot (-2)$; $m = -1$.

3) $1 = \dfrac{1}{2} \cdot n$; $n = 2$.