

## **19 - 21 задания**

**19 – базовый уровень, 20 – повышенный  
уровень,  
21 – высокий уровень,  
время – 6 + 8 + 11 мин**

**Тема: Теория игр. Поиск выигрышной стратегии.**

(демо-2022). Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит **куча камней**. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в кучу один камень или увеличить количество камней в куче в два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший кучу, в которой будет **29** или больше камней.

В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 28$ .

### Задание 19.

Укажите такое значение  $S$ , при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

### Задание 20.

Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

### Задание 21

Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Все позиции в простых играх делятся на выигрышные и проигрышные

- **выигрышная позиция** – это такая позиция, в которой игрок, делающий первый ход, может гарантированно выиграть при любой игре соперника, если не сделает ошибку;
- если игрок начинает играть в **проигрышной** позиции, он обязательно проиграет, если ошибку не сделает его соперник;

**Таким образом**, общая стратегия игры состоит в том, чтобы своим ходом создать проигрышную позицию для соперника

**выигрышные и проигрышные позиции** можно охарактеризовать так:

- позиция, из которой **все возможные ходы** ведут в выигрышные позиции – **проигрышная**;
- позиция, из которой **хотя бы один из возможных ходов** ведет в проигрышную позицию - **выигрышная**, при этом стратегия игрока состоит в том, чтобы перевести игру в эту проигрышную (для соперника) позицию

# Способы решения

1. Руками
2. Электронные таблицы
3. Программа

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

- а) **добавить в кучу один камень;**
- б) **добавить в кучу два камня;**
- в) **добавить в кучу три камня;**
- г) **увеличить количество камней в куче в два раза.**

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче превышает 33. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 34 или больше камней. В начальный момент в куче было  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 33$ .

### **Задание 19.**

Найдите значение  $S$ , при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

### **Задание 20.**

Найдите минимальное и максимальное значение  $S$ , при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

### **Задание 21**

Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

(демо-2021). Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в одну из куч (по своему выбору) один камень или увеличить количество камней в куче в два раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее **77**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т.е. первым получивший такую позицию, при которой в кучах будет 77 или больше камней. В начальный момент в первой куче было **семь** камней, во второй куче –  $S$  камней;  $1 \leq S \leq 69$ .

### Задание 19.

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите минимальное значение  $S$ , когда такая ситуация возможна.

### Задание 20.

Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

### Задание 21

Найдите минимальное значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **увеличить** количество камней в куче **в три раза**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 81, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 73$ .

### **Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение  $S$ , при котором это возможно.

### **Задание 20.**

Определите, сколько существует таких значений  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

– Петя не может выиграть за один ход;

– Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

### **Задание 21**

Укажите максимальное значение  $S$ , при котором у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть при любой игре Пети.

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 81, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 7 камней, а во второй –  $S$  камней,  $1 \leq S \leq 73$ .

### **Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение  $S$ , при котором это возможно.

### **Задание 20.**

Найдите два таких значения  $S$ , при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

- Петя не может выиграть за один ход;
- Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

### **Задание 21**

Найдите значение  $S$ , при котором одновременно выполняются два условия:

- у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;
- у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.