

Спектр сигнала. Свойства ДПФ



ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СИГНАЛА

1

- **Спектр сигнала** (спектральный образ сигнала) – коэффициенты разложения сигнала в некотором базисе ортогональных функций.

Базисы:

- Функции Уолша;
- Функции Адамара-Уолша;
- Комплексные экспоненциальные функции;
- Функции Хаара и т.д.

ОСНОВНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

1. Свойство линейности – спектр суммы равен сумме спектров.

$$\int_{-\infty}^{\infty} [x_1(t) + x_2(t)] e^{-j\omega t} dt = X_1(\omega) + X_2(\omega).$$

2. Теорема запаздывания

$$X_{\tau}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t - \tau) e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega \tau} X(\omega).$$

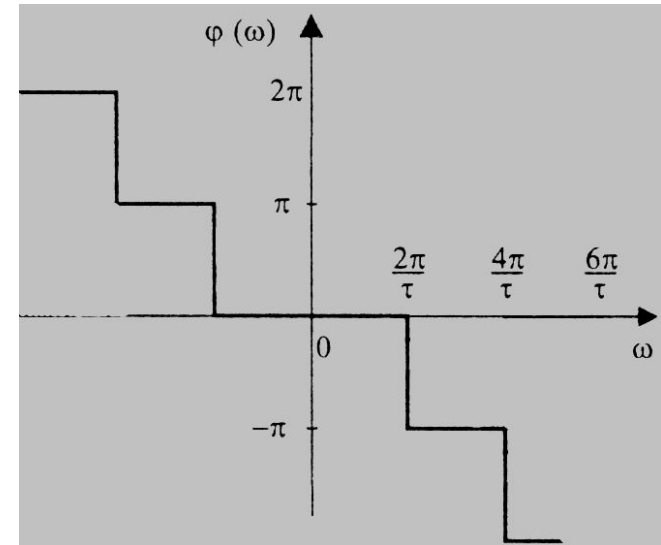
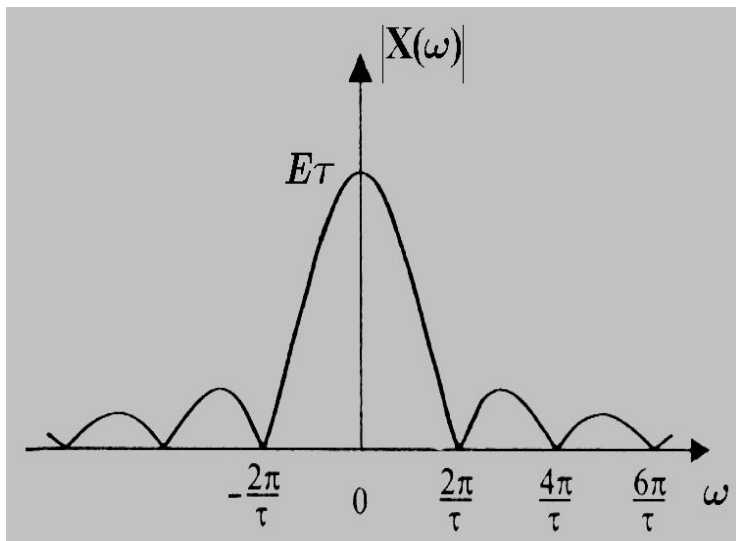
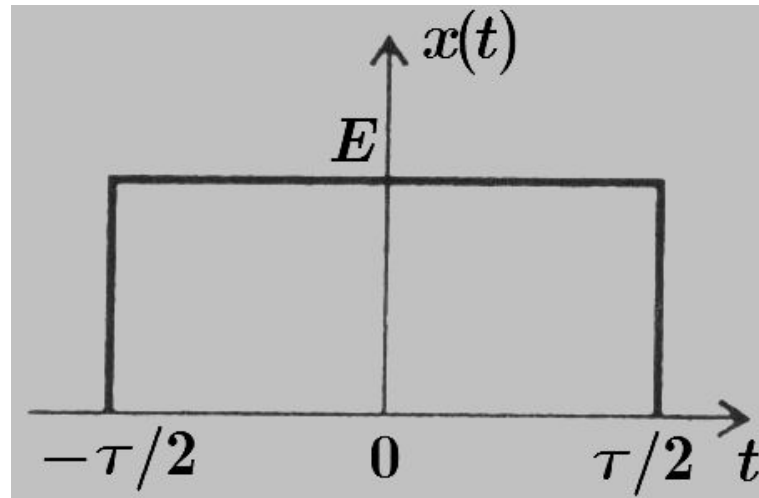
3. Теорема Парсеваля-Релея

$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2^*(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega) X_2^*(\omega) d\omega.$$

СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

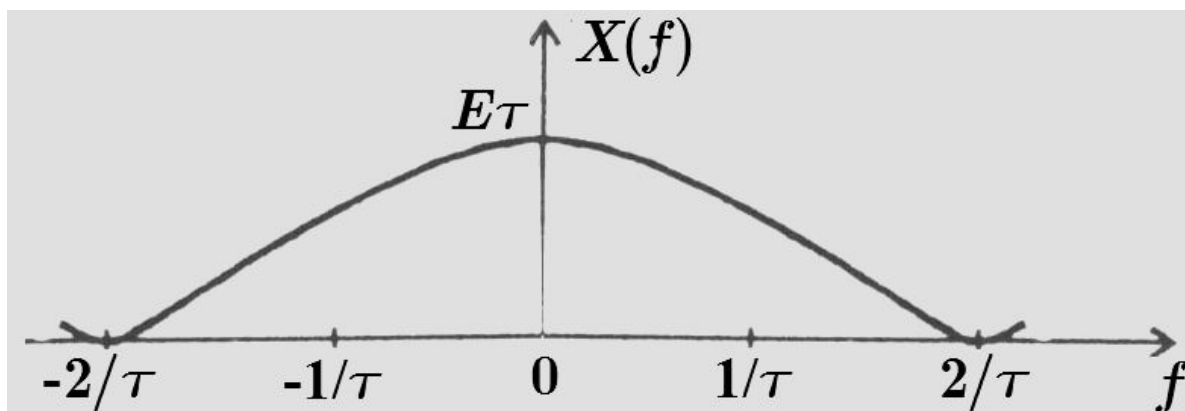
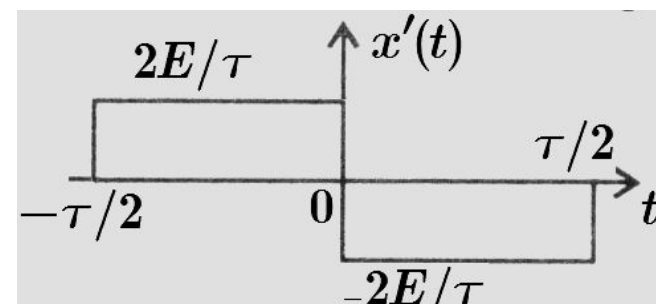
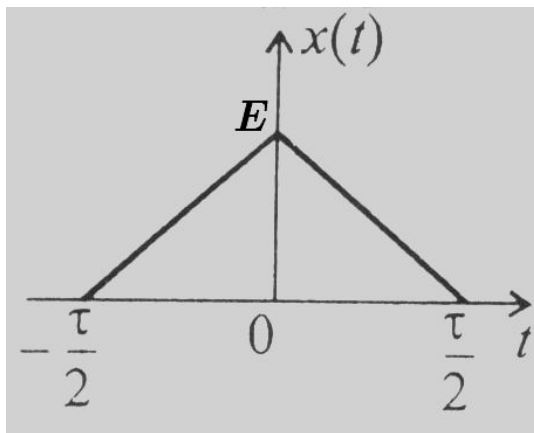
3

Пусть имеется одиночный прямоугольный импульс амплитудой E , и длительностью τ .



СПЕКТР СИММЕТРИЧНОГО ТРЕУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

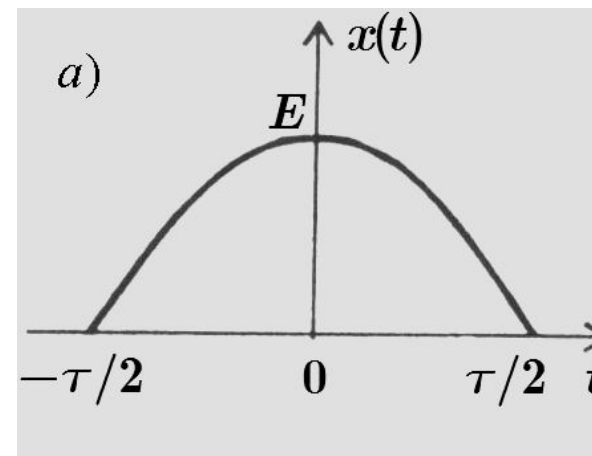
4



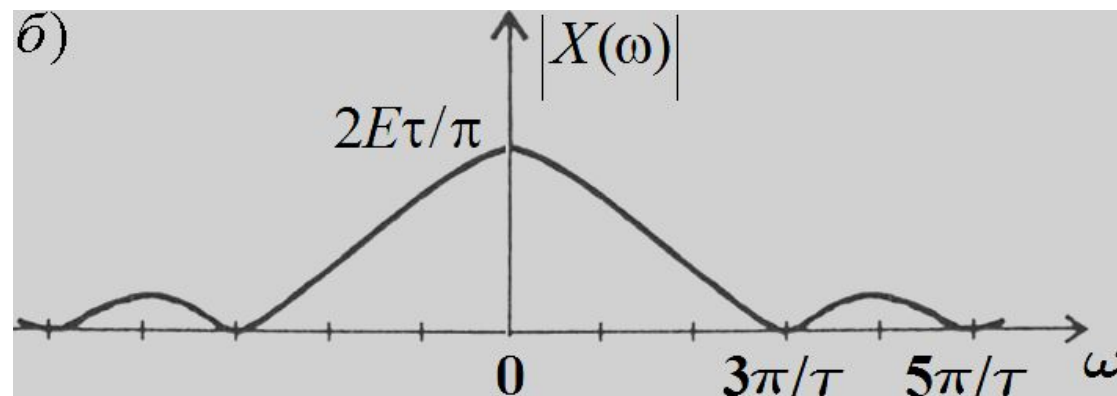
СПЕКТР КОСИНУСОИДАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

5

$$x(t) = \begin{cases} E \cos \frac{\pi}{\tau} t & , |t| \leq \frac{\tau}{2} \\ \text{при других } t & . \end{cases}$$



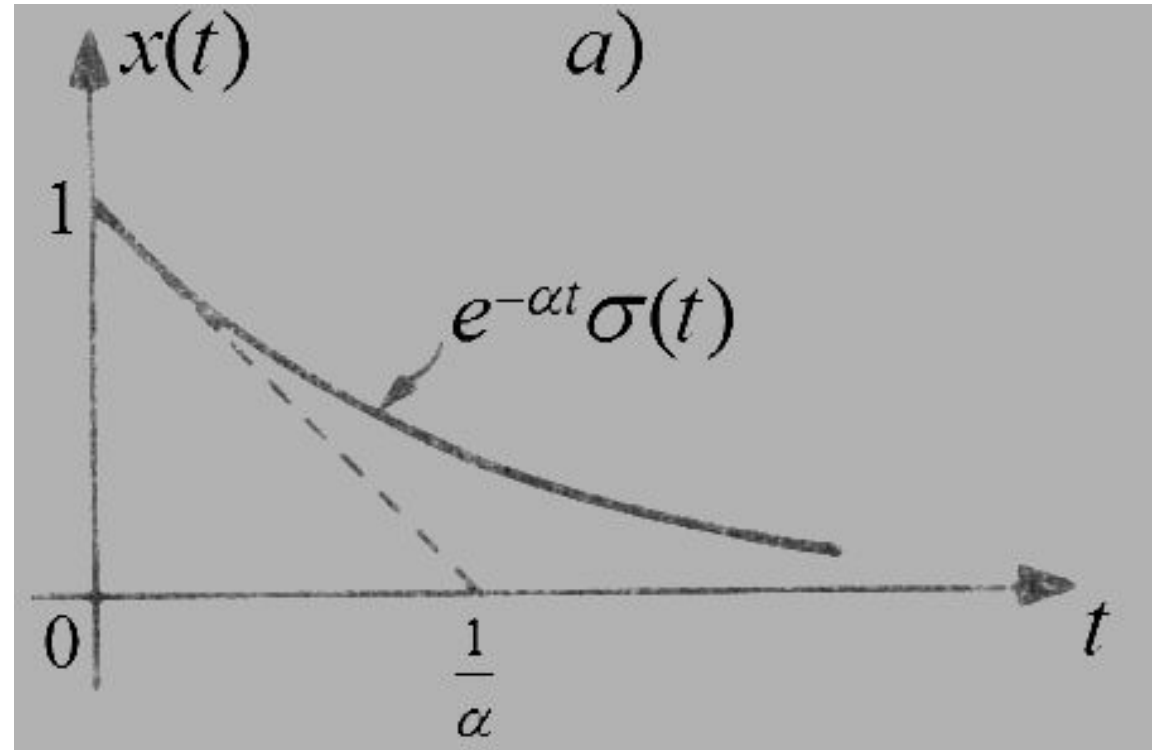
$$X(\omega) = \left(E \frac{2\pi}{\tau} \right) \frac{\cos(\omega\tau/2)}{(\pi/\tau)^2 - \omega^2}.$$



СПЕКТР ОДНОСТОРОННЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

6

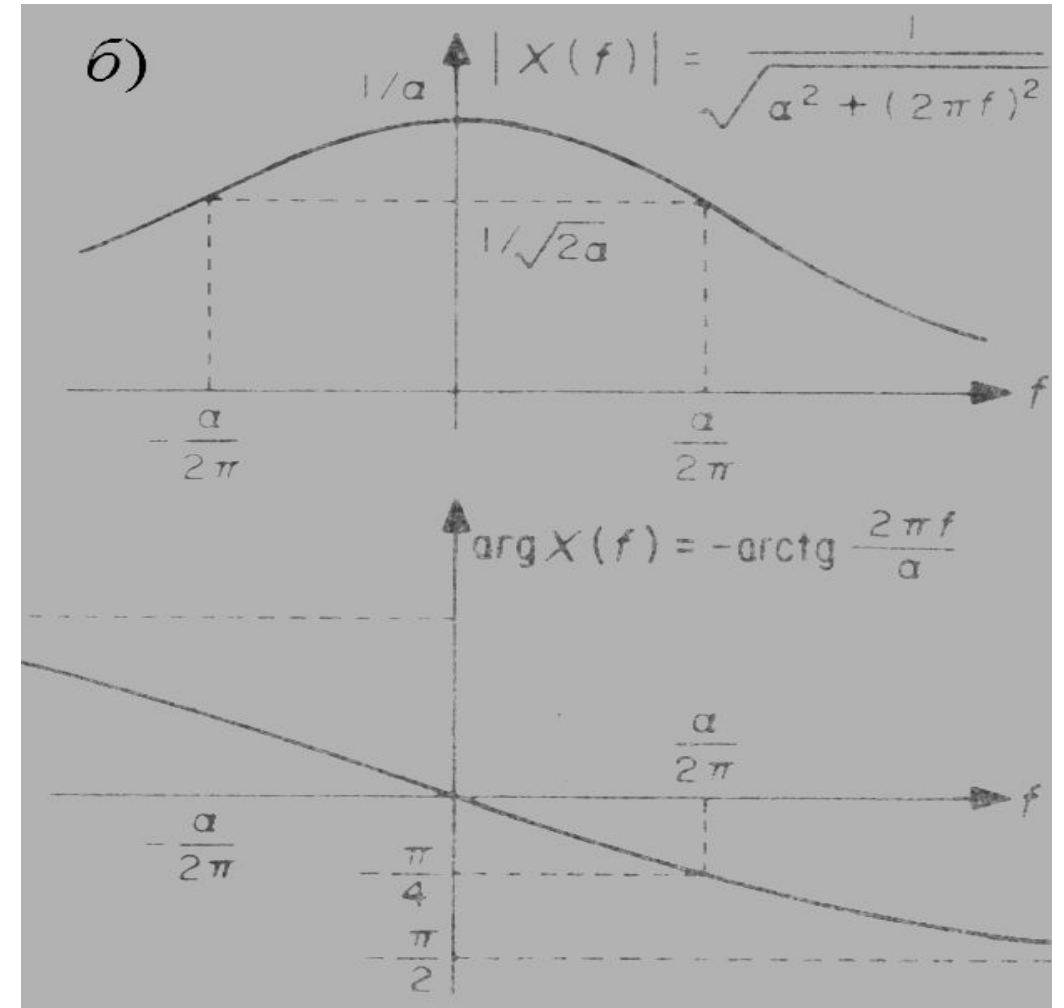
$$x(t) = \begin{cases} E \exp(-\alpha t), & t \geq 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



СПЕКТР ОДНОСТОРОННЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

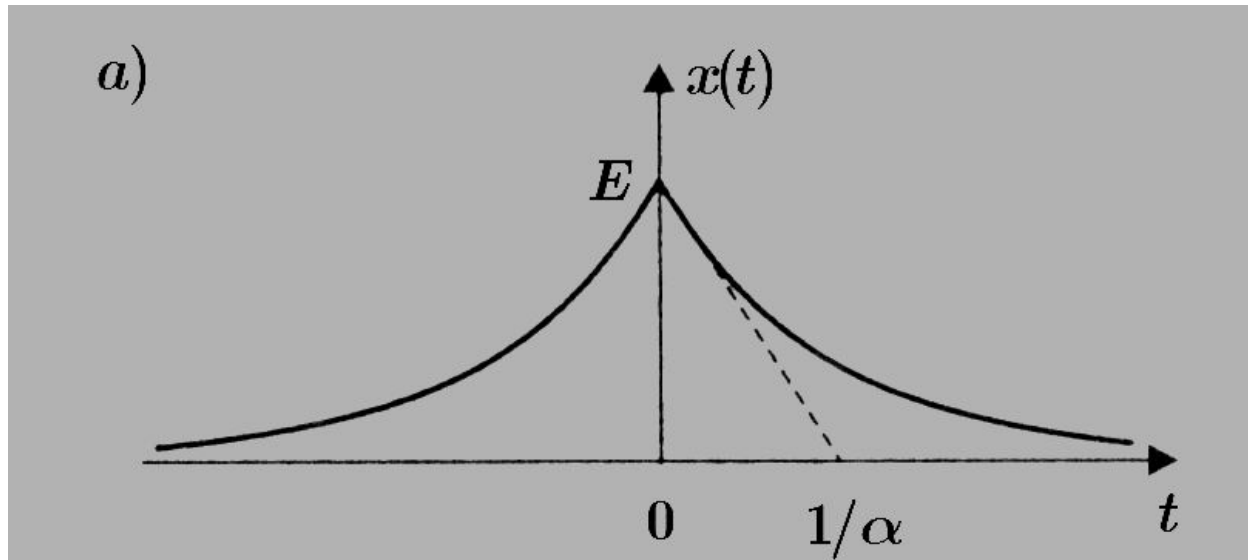
7

$$X(f) = E \int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-j2\pi f t} dt =$$
$$\frac{1}{-(\alpha + j2\pi f)} e^{-(\alpha + j2\pi f)t} \Big|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha + j2\pi f}$$

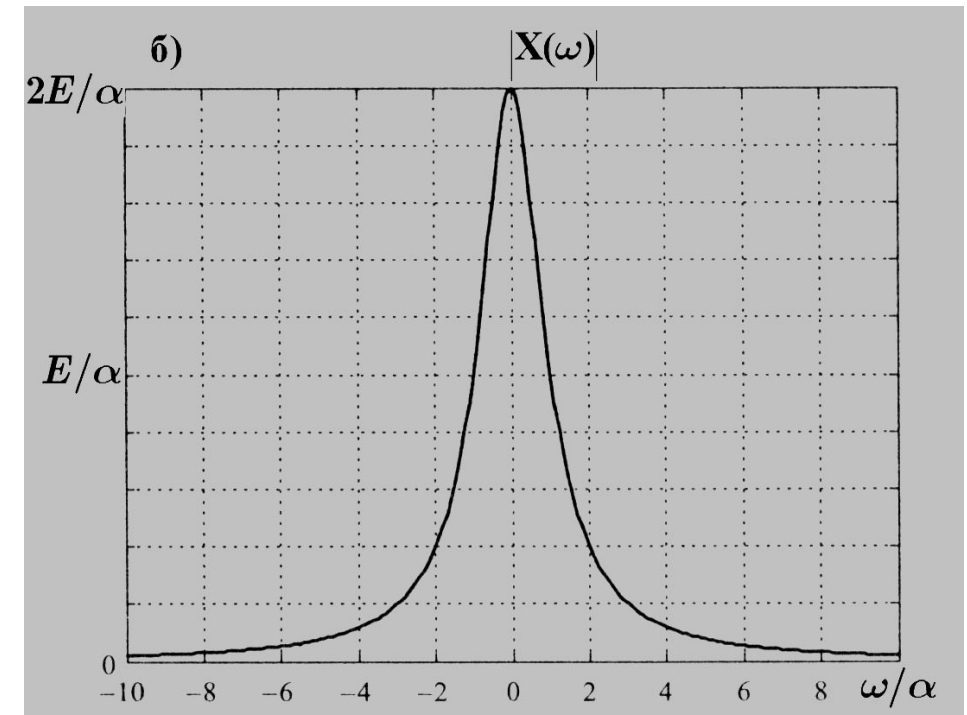


СПЕКТР ДВУСТОРОННЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

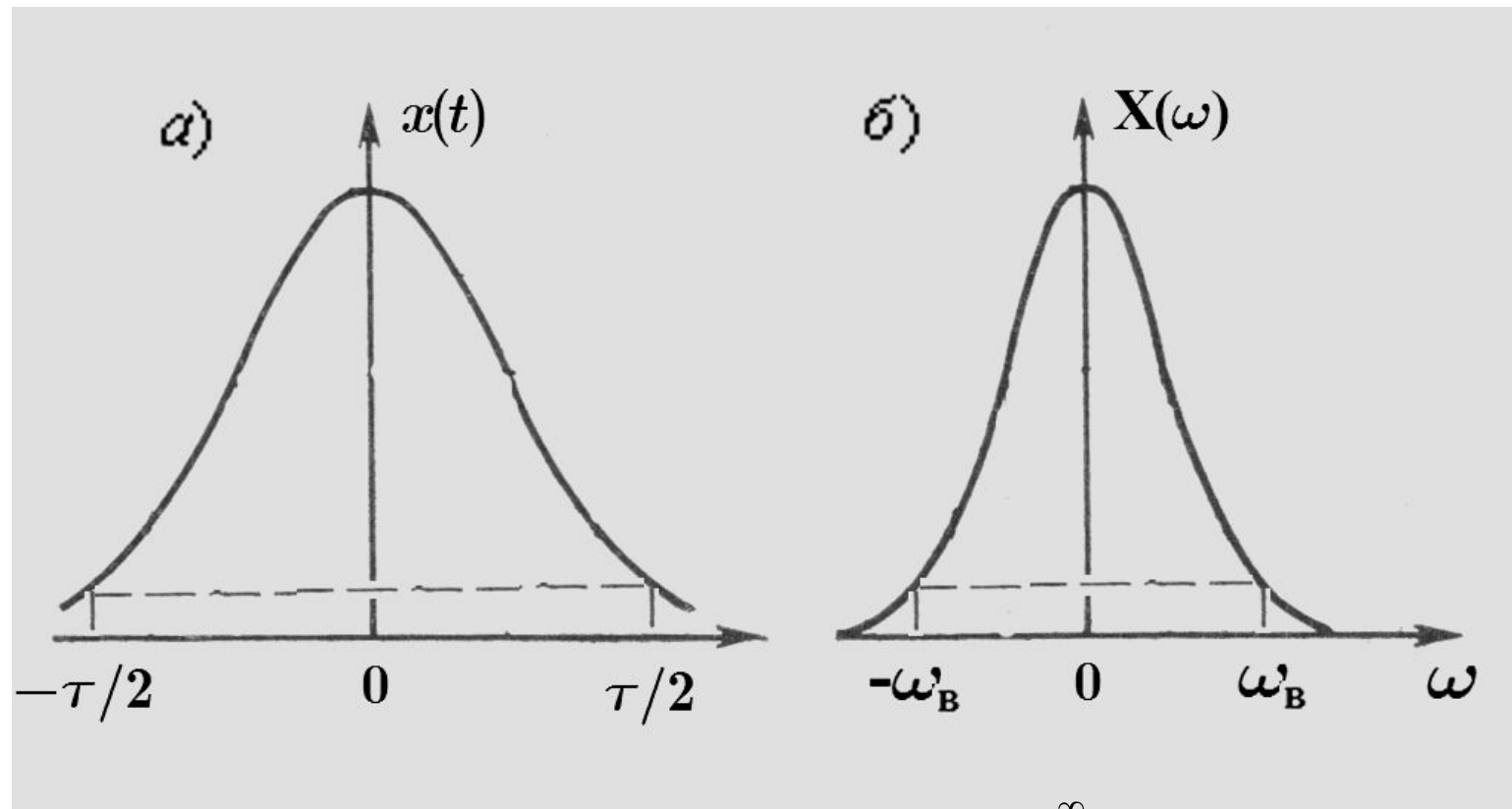
8



$$x(t) = Ee^{-\alpha|t|},$$



$$\begin{aligned} X(\omega) &= X_1(\omega) + X_1^*(\omega) = \\ &= \frac{E}{(\alpha + j\omega)} + \frac{E}{(\alpha - j\omega)} = \frac{2E\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \end{aligned}$$

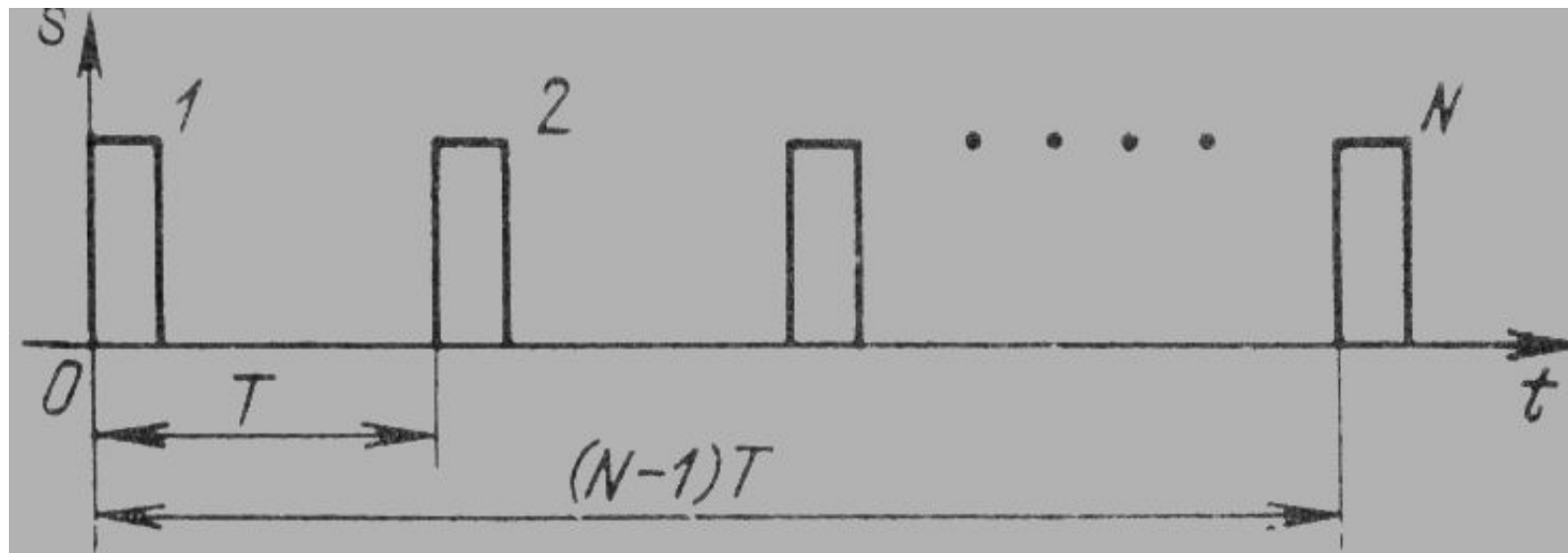


$$x(t) = e^{-(\beta t)^2},$$

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta^2 t^2 + j\omega t)} dt.$$

СПЕКТР ПАЧКИ РАВНООСТОЯЩИХ ИМПУЛЬСОВ

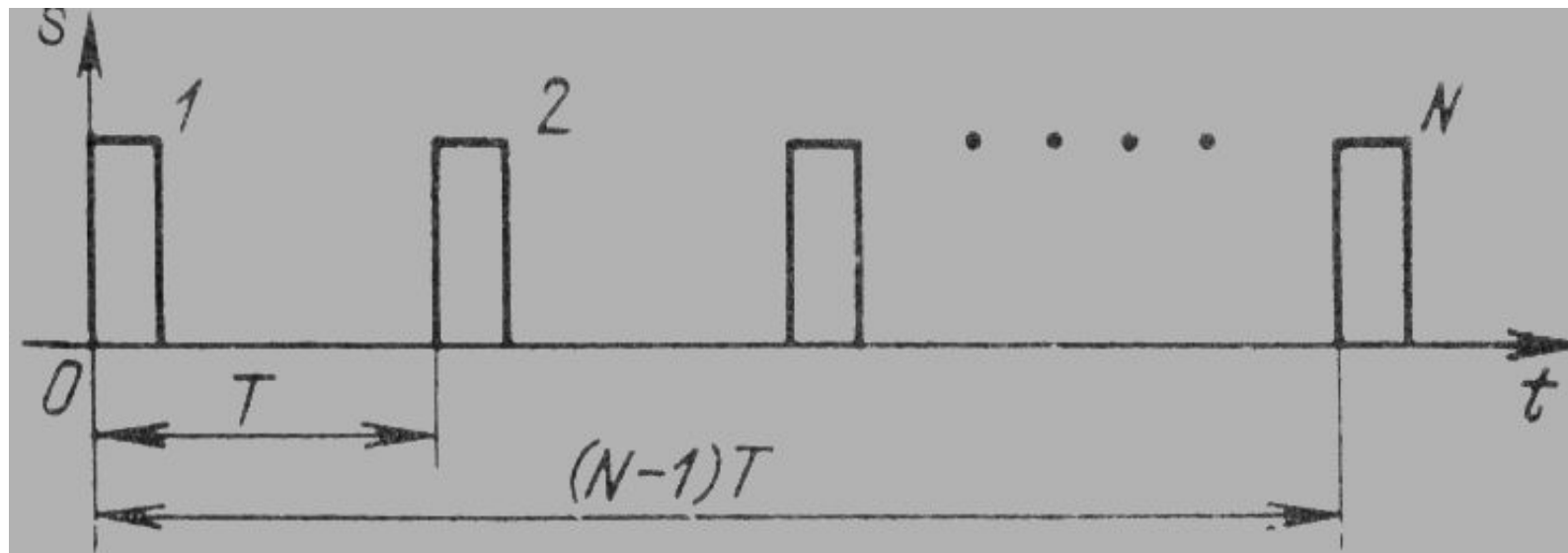
10



$$X(\omega) = e^{-j\omega[(N-1)T/2 + \tau/2]} E\tau \frac{\sin \omega\tau / 2}{\omega\tau / 2} \frac{\sin \omega NT / 2}{\sin \omega T / 2}.$$

СПЕКТР ПАЧКИ РАВНООСТОЯЩИХ ИМПУЛЬСОВ

10



$$X(\omega) = e^{-j\omega[(N-1)T/2 + \tau/2]} E\tau \frac{\sin \omega\tau / 2}{\omega\tau / 2} \frac{\sin \omega NT / 2}{\sin \omega T / 2}.$$

КАК ЗАДАТЬ СИГНАЛ ДЛЯ ЛР 1?

11

```
t1 = 5*10^-6;  
t2 = 15*10^-6;  
f0 = 0.5*10^6;  
fi0 = pi/3;  
alpha = 2*10^5;  
Am = 1;  
  
delta_t = 8*10^-8; %Задаете сами  
  
time = t1:delta_t:t2;  
  
Np = ceil((t2-t1)/delta_t); % Зависит от  
периода дискретизации
```

```
signal = zeros(1, Np);  
ind = 1;  
for t = time  
    signal(ind) =  
        Am*exp(-alpha*(t-t1))*cos(2*pi*f0*t+fi0);  
    ind = ind + 1;  
end  
sd = signal;  
  
figure(1)  
plot(time, signal, 'red', 'LineWidth', 4);  
grid on;  
hold on  
figure(1)  
stem(time, sd, 'b', '-x');  
grid on;  
hold off;
```

КАК ЗАДАТЬ СИГНАЛ ДЛЯ ЛР 1?

11

