Спектр сигнала. Свойства ДПФ

Кафедра вычислительных систем и сетей № 44

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СПЕКТРА СИГНАЛА

- **Спектр сигнала** (спектральный образ сигнала) – коэффициенты разложения сигнала в некотором базисе ортогональных функций.

Базисы:

- Функции Уолша;
- Функции Адамара-Уолша;
- Комплексные экспоненциальные функции;
- Функции Хаара и т.д.

ОСНОВНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

1. Свойство линейности – спектр суммы равен сумме спектров.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[x_1(t) + x_2(t) \right] e^{-j\omega t}\, dt = X_1(\omega) + X_2(\omega).$$

2. Теорема запаздывания

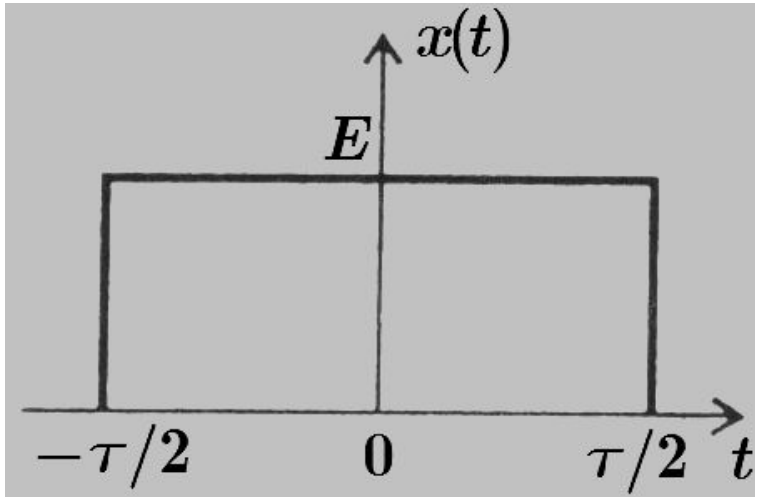
$$X_\tau(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t-\tau)\, e^{-j\omega t} dt = e^{-j\omega\tau} X(\omega).$$

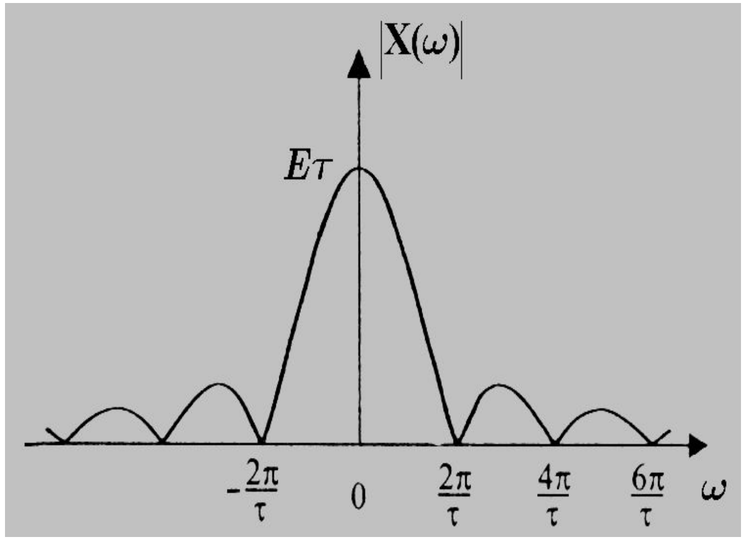
3. Теорема Парсеваля-Релея

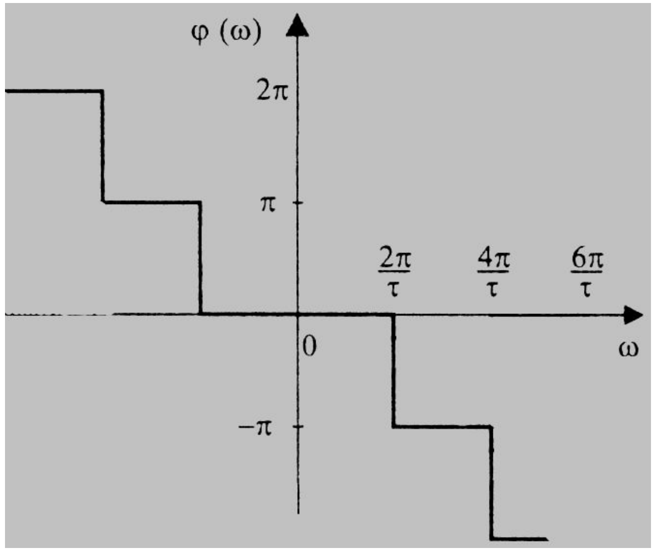
$$\int_{-\infty}^{\infty} x_1(t)\, x_2^*(t)\, dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X_1(\omega)\, X_2^*(\omega)\, d\omega.$$

СПЕКТР ОДИНОЧНОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

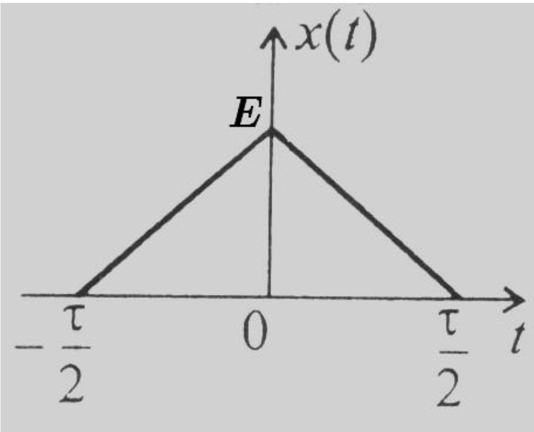
Пусть имеется одиночный прямоугольный импульс амплитудой E, и длительностью τ.

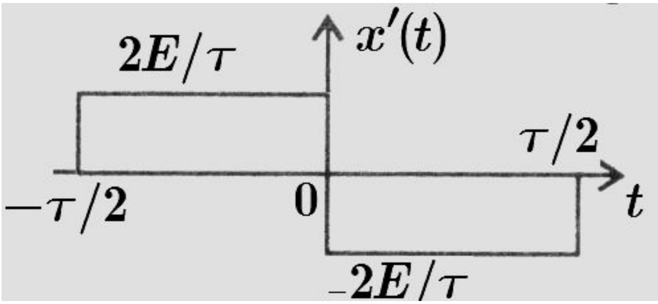


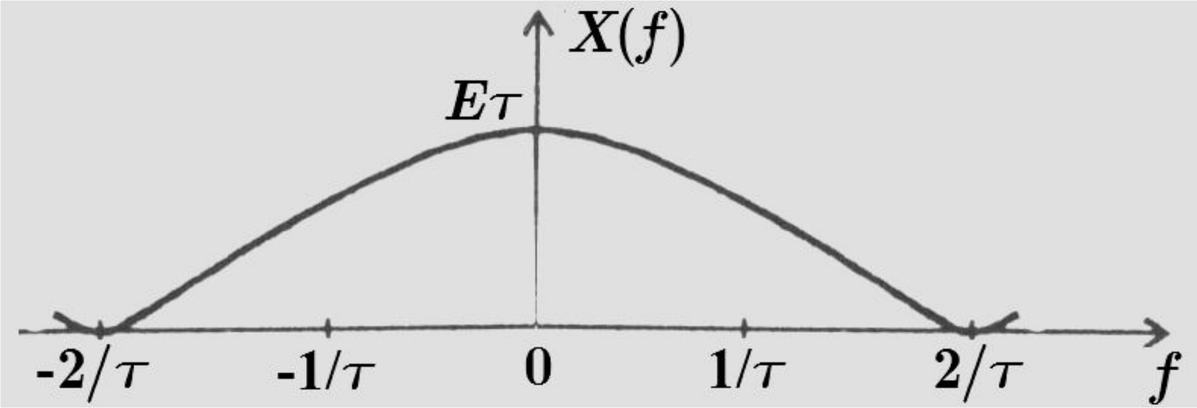




СПЕКТР СИММЕТРИЧНОГО ТРЕУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

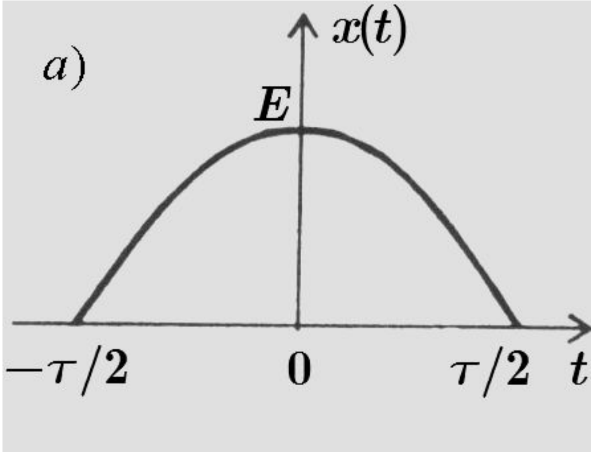




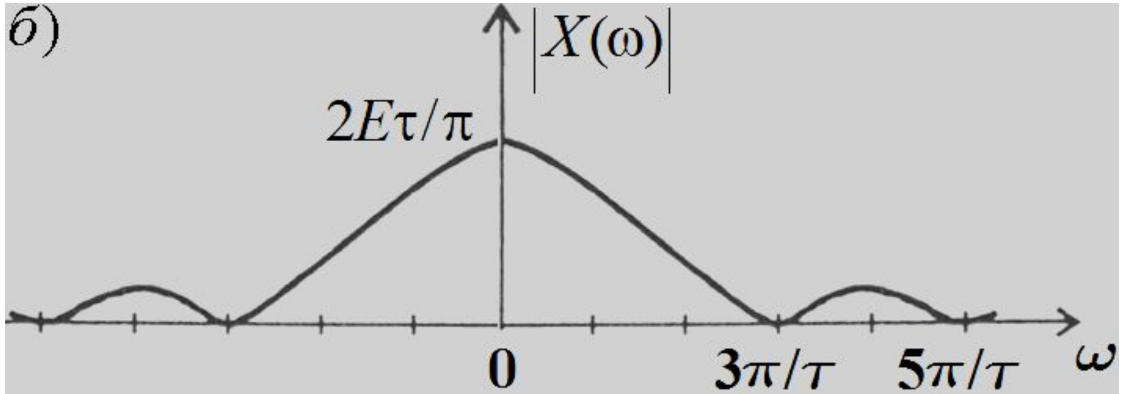


СПЕКТР КОСИНУСОИДАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

$$x(t)=\begin{cases} E\cos\dfrac{\pi}{\tau}t, & |t|\le\dfrac{\tau}{2} \\ 0 & \text{при других } t. \end{cases}$$

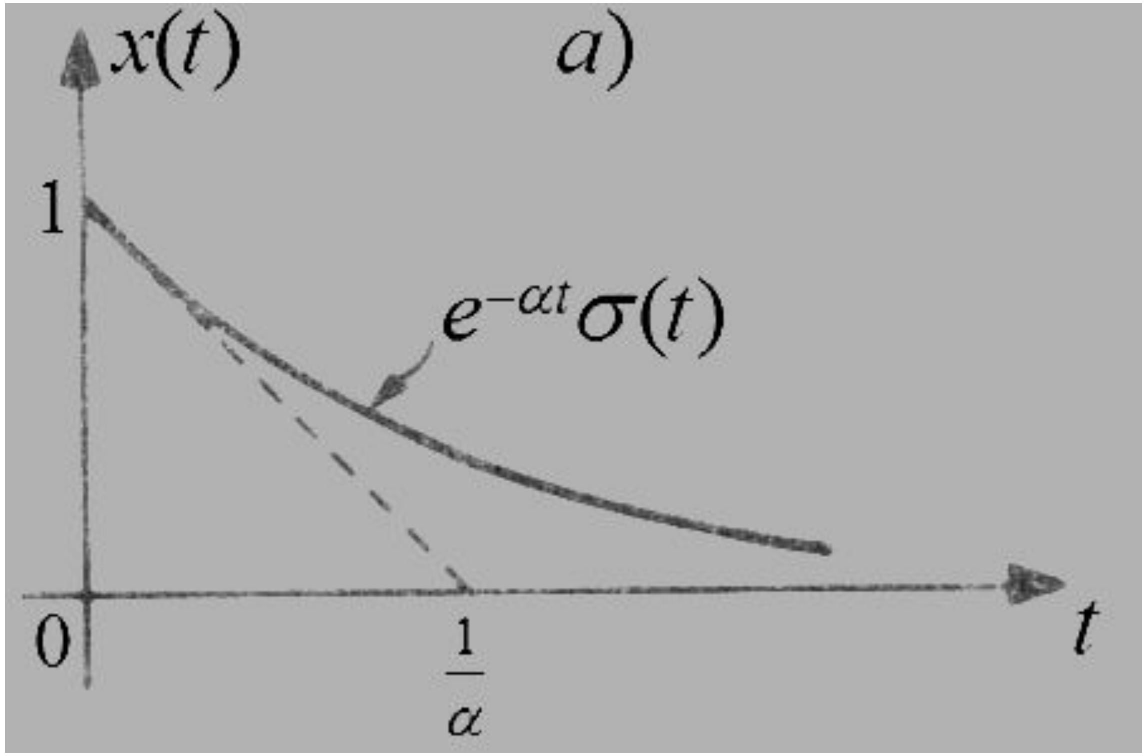


$$X(\omega)=\left(E\frac{2\pi}{\tau}\right)\frac{\cos(\omega\tau/2)}{(\pi/\tau)^2-\omega^2}.$$



СПЕКТР ОДНОСТОРОННЕНГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

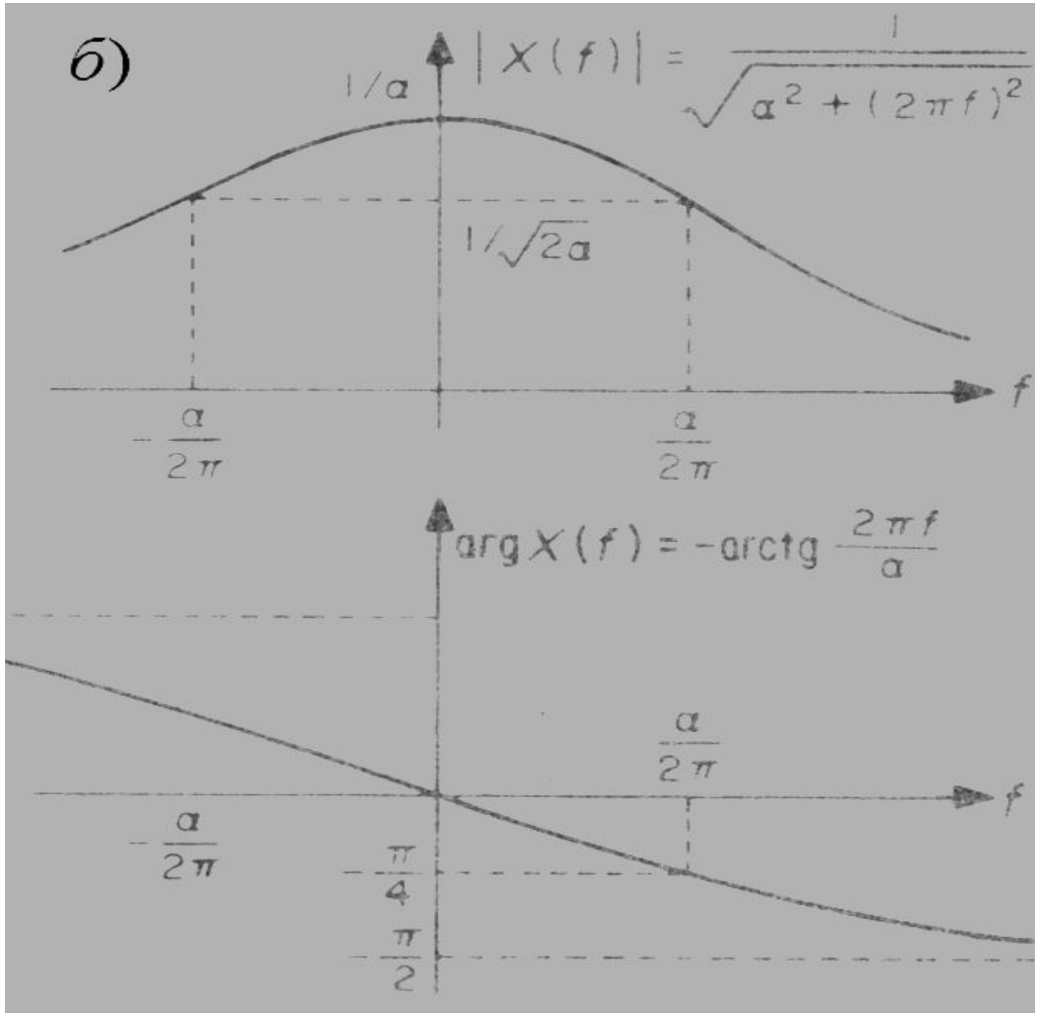
$$x(t) = \begin{cases} E\exp(-\alpha t), & t \ge 0, \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$



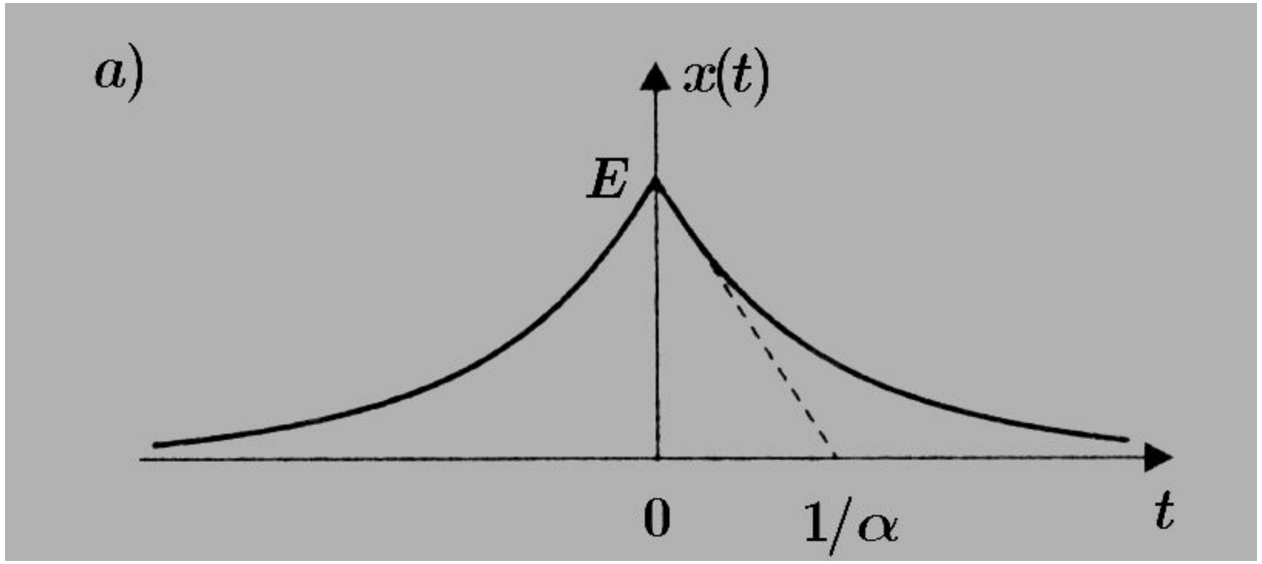
СПЕКТР ОДНОСТОРОННЕНГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА

$$X(f) = E\int_0^{\infty} e^{-\alpha t} e^{-j2\pi f t} dt =$$

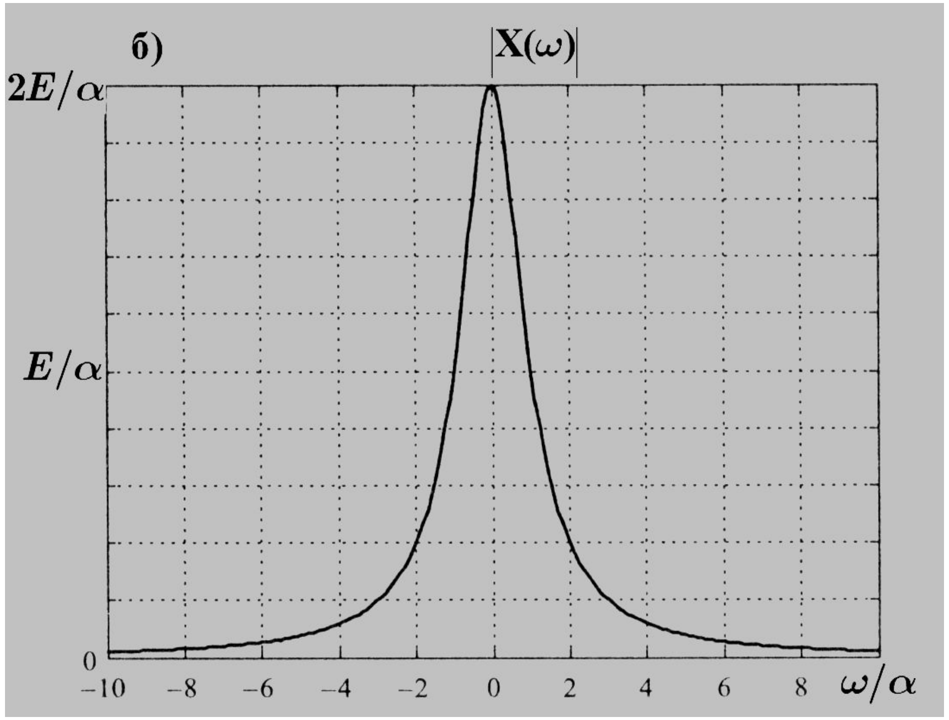
$$\frac{1}{-(\alpha + j2\pi f)} e^{-(\alpha + j2\pi f)t} \Bigg|_0^{\infty} = \frac{1}{\alpha + j2\pi f}$$



СПЕКТР ДВУСТОРОННЕГО ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОГО ИМПУЛЬСА



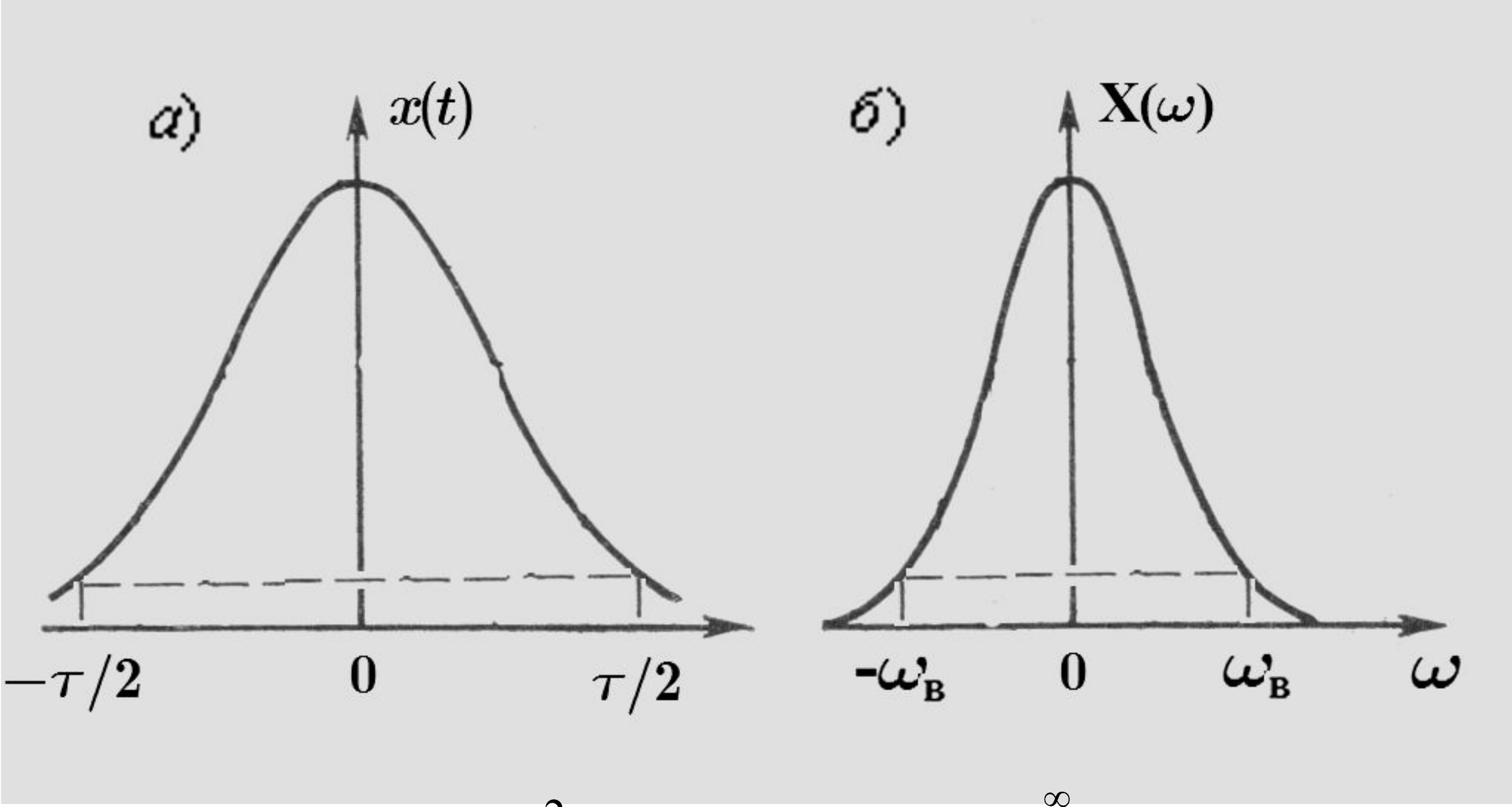
$$x(t) = Ee^{-\alpha|t|},$$



$$X(\omega) = X_1(\omega) + X_1^*(\omega) =$$

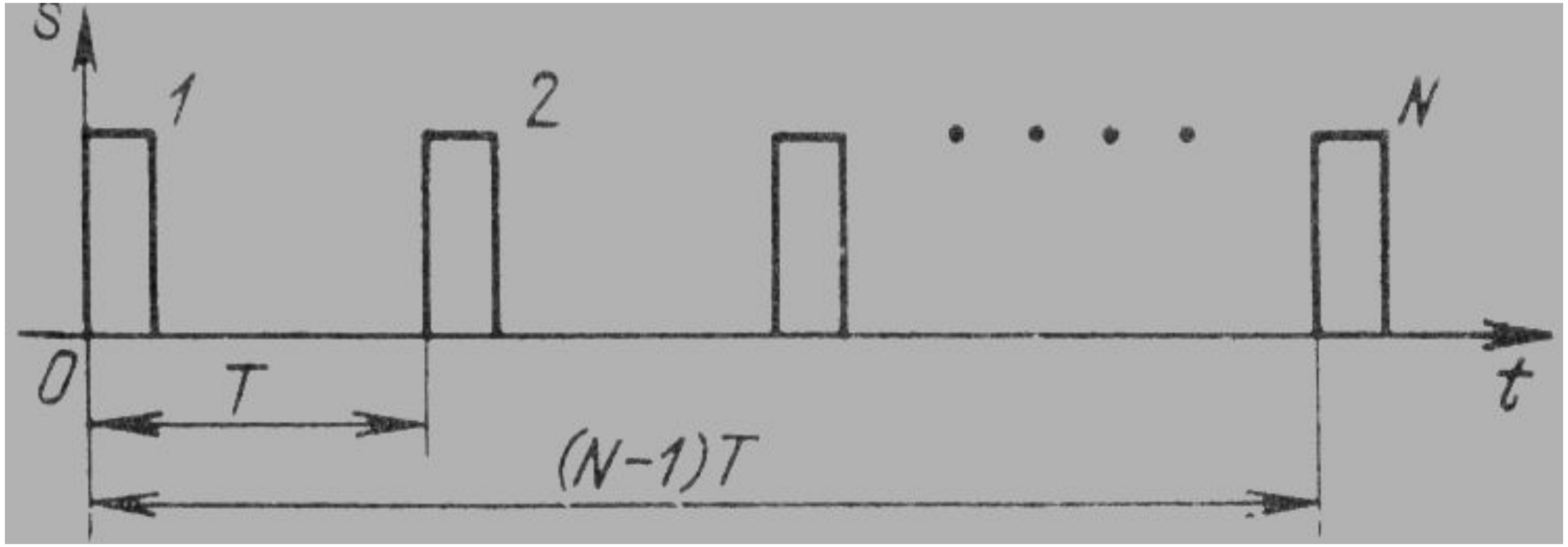
$$= \frac{E}{(\alpha + j\omega)} + \frac{E}{(\alpha - j\omega)} = \frac{2E\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}.$$

СПЕКТР ГАУССОВА ИМПУЛЬСА



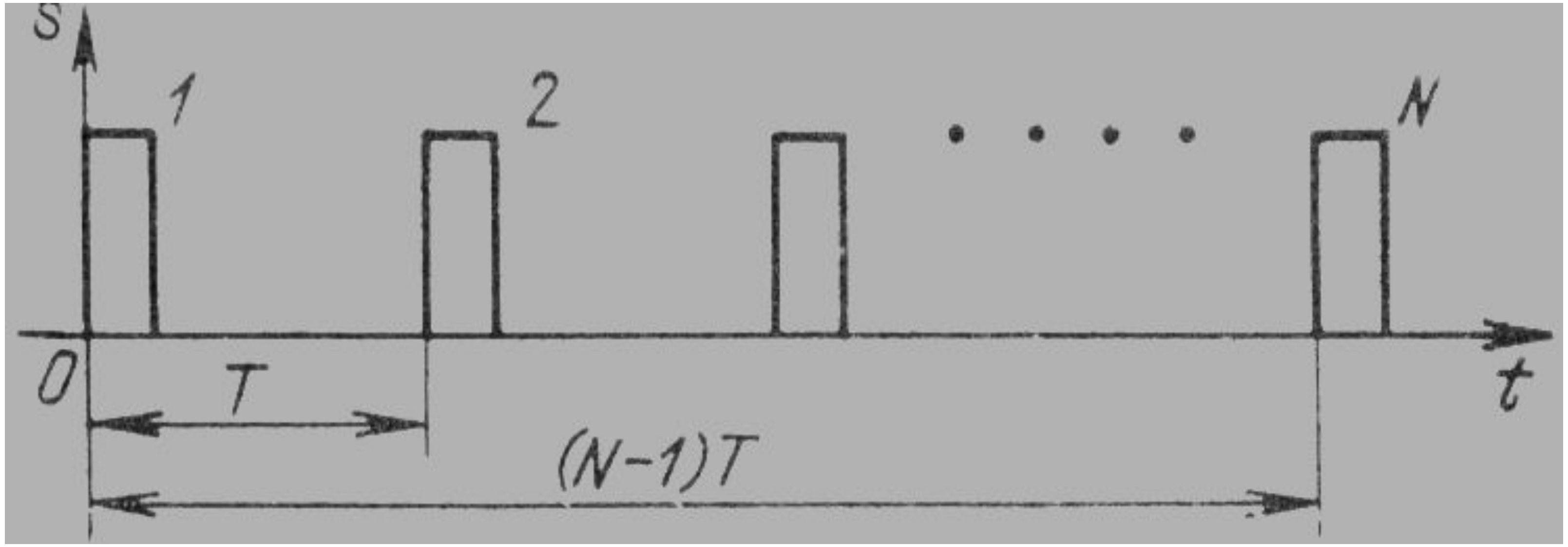
$$x(t) = e^{-(\beta t)^2}, \qquad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\beta^2 t^2 + j\omega t)} dt.$$

СПЕКТР ПАЧКИ РАВНООСТОЯЩИХ ИМПУЛЬСОВ



$$X(\omega) = e^{-j\omega[(N-1)T/2+\tau/2]} E\tau \frac{\sin \omega\tau/2}{\omega\tau/2} \frac{\sin \omega NT/2}{\sin \omega T/2}.$$

СПЕКТР ПАЧКИ РАВНООСТОЯЩИХ ИМПУЛЬСОВ



$$X(\omega) = e^{-j\omega[(N-1)T/2+\tau/2]} E\tau \frac{\sin \omega\tau / 2}{\omega\tau / 2} \frac{\sin \omega NT / 2}{\sin \omega T / 2}.$$

КАК ЗАДАТЬ СИГНАЛ ДЛЯ ЛР 1?


```
t1 = 5*10^-6;
t2 = 15*10^-6;
f0 = 0.5*10^6;
fi0 = pi/3;
alpha = 2*10^5;
Am = 1;

delta_t = 8*10^-8; %Задаете сами

time = t1:delta_t:t2;

Np = ceil((t2-t1)/delta_t); % Зависит от
периода дискретизации
```

```
signal = zeros(1, Np);
ind = 1;
for t = time
signal(ind) =
Am*exp(-alpha*(t-t1))*cos(2*pi*f0*t+fi0);
ind = ind + 1;
end
sd = signal;

figure(1)
plot(time, signal, 'red', 'LineWidth', 4);
grid on;
hold on
figure(1)
stem(time, sd, 'b', '-x');
grid on;
hold off;
```

КАК ЗАДАТЬ СИГНАЛ ДЛЯ ЛР 1?