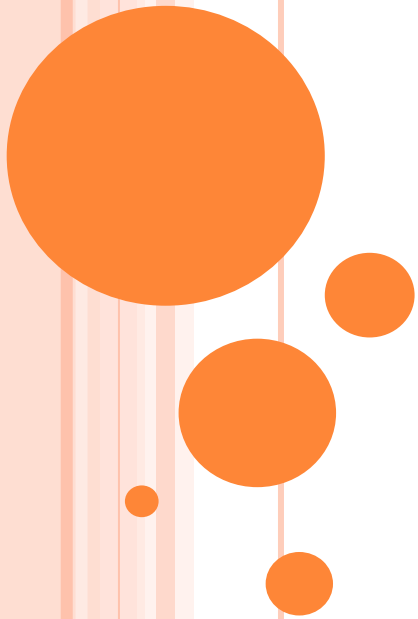


17.11.2020

**Логические функции и схемы
– основа элементной базы
компьютера.**



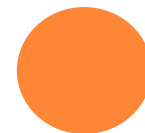
Логика – это наука о формах и способах мышления.

Высказывание – это формулировка своего понимания окружающего мира.

Высказывание бывает истинным и ложным.

Высказывания:

1. Буква «а» – гласная.
2. Компьютер был изобретён в середине XIX века.



***Следующие предложения
высказываниями не являются:***

- Давай пойдем гулять.
- $2 * x > 8$.
- $a * x^2 + b * x + c = 0$.
- Который час?



УПРАЖНЕНИЕ 1. КАКИЕ ИЗ ПРЕДЛОЖЕНИЙ ЯВЛЯЮТСЯ
ВЫСКАЗЫВАНИЯМИ? ОПРЕДЕЛИТЕ ИХ ИСТИННОСТЬ.

1. Какой длины эта лента?
2. Прослушайте сообщение.
3. Делайте утреннюю зарядку!
4. Париж – столица Англии.
5. Число 11 является простым.
6. $4+5=10$
7. Сложите числа 2 и 5
8. Все медведи бурые.
9. Некоторые медведи живут на севере.



Алгебра логики– это наука об общих операциях, аналогичных сложению и умножению, которые выполняются не только над числами, но и над другими математическими объектами.

Логическая переменная– это простое высказывание, содержащее только одну мысль.

A, B, X, Y и т.д.



Между алгеброй логики и двоичным кодированием существует следующая СВЯЗЬ:

основной системой счисления в компьютере является двоичная, в которой используются цифры 1 и 0, а значений логических переменных тоже два: "1" и "0" («истина» и «ложь»).



| | Двоичное кодирование | Логика |
|----------|-----------------------------|---------------|
| 1 | Есть ток | Истина |
| 0 | Нет тока | Ложь |



Логические операции

| | Конъюнкция | Дизъюнкция | Инверсия |
|---------------------------|------------|------------|----------|
| Название | | | |
| Обозначение | | | |
| Союз в естественном языке | | | |
| Таблица истинности | | | |



1. Логическое умножение «И» (конъюнкция)

A **И** B или $A \& B$ или $A \wedge B$

A **И** B истинно тогда и только тогда,
когда оба высказывания A и B
истинны.

Примеры: 0 **И** $0=0$ 0 **И** $1=0$

1 **И** $0=0$ 1 **И** $1=1$



Техническая реализация И

- два последовательно соединенных ключа:



Таблица истинности

| A | B | A & B |
|----------|----------|------------------|
|----------|----------|------------------|

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
|---|---|---|



Логические операции

2. Логическое сложение «ИЛИ» (дизъюнкция)

A **ИЛИ** B или $A \vee B$ или $A+B$

A **или** B ложно тогда и только тогда, когда оба высказывания A и B ложны.

Примеры:

$$0 \text{ или } 1 = 1$$

$$1 \text{ или } 0 = 1$$

$$0 \text{ или } 0 = 0$$

$$1 \text{ или } 1 = 1$$



Техническая реализация ИЛИ

- два параллельно соединенных ключа

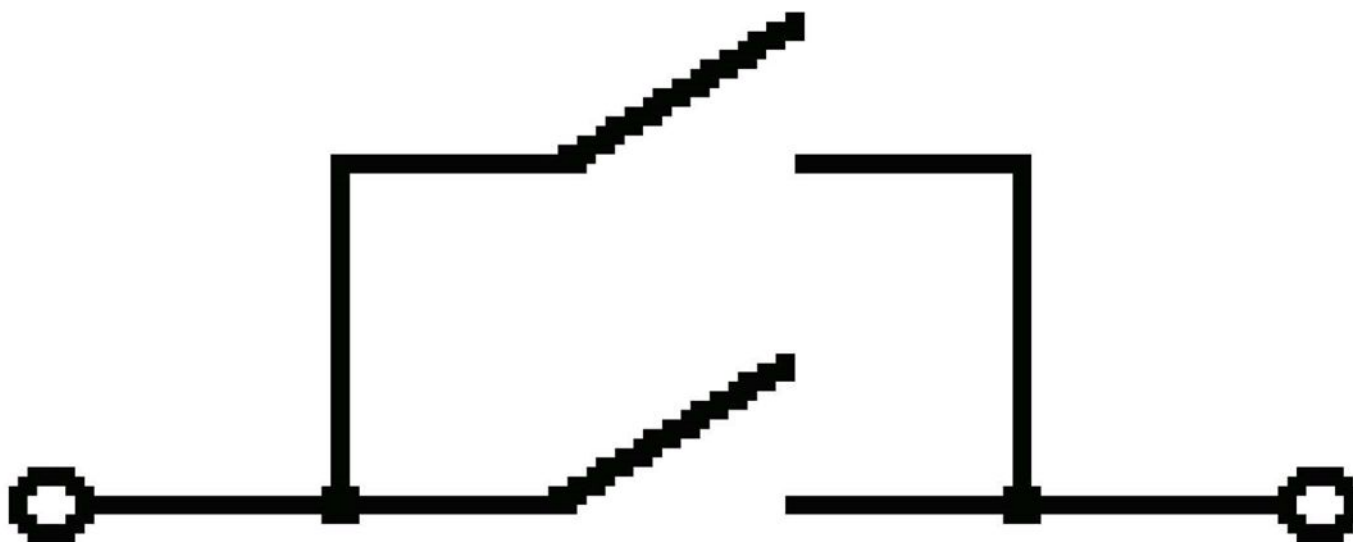


Таблица истинности

| A | B | A ∨ B |
|----------|----------|--------------|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |



Логические операции

3. Логическое отрицание «НЕ» (инверсия)

НЕ A или $\neg A$ или \bar{A}

Логическое отрицание (инверсия) делает истинное выражение ложным и, наоборот, ложное - ИСТИННЫМ.



Таблица истинности

| A | НЕ A |
|----------|-------------|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |



Приоритет логических операций

1) НЕ

2) И

3) ИЛИ



УПРАЖНЕНИЕ 4. (УСТНО)

Найдите значения логических выражений:

1. $F = (0 \vee 0) \vee (1 \vee 1)$

2. $F = (1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$

3. $F = (0 \wedge 0) \wedge (1 \wedge 1)$

4. $F = \neg 1 \wedge (1 \vee 1) \vee (\neg 0 \wedge 1)$

5. $F = (\neg 1 \vee 1) \wedge (1 \vee \neg 1) \wedge (\neg 1 \vee 0)$



Задача 1 (устно)

Для какого из указанных значений числа X ложно высказывание:

$\text{НЕ } ((X > 3) \& (X > 4))$?

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

Ответ: 4) 5



Задача 2 (устно)

Для какого из указанных значений числа X ложно выражение

$(X > 2)$ ИЛИ НЕ $(X > 1)$?

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

Ответ: 2) 2



Задача 3

Для какого из приведенных слов истинно логическое выражение (устно)

НЕ (первая буква гласная) И
НЕ(третья буква согласная)?

1) модем 2) адрес

3) канал 4) связь

Ответ: 4) связь





ПОСТРОЕНИЕ ТАБЛИЦ ИСТИННОСТИ

Алгоритм составления таблицы истинности

- 1. выявить количество строк в таблице (2^n , где n - количество переменных)**
- 2. установить последовательность логических операций**
- 3. выявить количество столбцов = количеству переменных + количество логических операций**
- 4. построить таблицу, указывая названия столбцов и возможные наборы значений исходных логических переменных.**
- 5. заполнить таблицу истинности**



Примеры.

1. Составим таблицу истинности для формулы $x \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x$

которая содержит две переменные x и y . В первых двух столбцах таблицы запишем четыре возможных пары значений этих переменных, в последующих столбцах — значения промежуточных формул и в последнем столбце — значение формулы. В результате получим таблицу:

| Переменные | | Промежуточные логические формулы | | | | | Формула |
|------------|-----|----------------------------------|------------------------|------------|-----------------------|---|---------|
| x | y | \overline{x} | $\overline{x \cdot y}$ | $x \vee y$ | $\overline{x \vee y}$ | $x \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x$ | |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | |



Примеры.

1. Составим таблицу истинности для формулы $\overline{x \vee y} \cdot (x \cdot \overline{y})$

| Переменные | | Промежуточные логические формулы | | | | Формула |
|------------|-----|----------------------------------|-----------------------|----------------|------------------------|--|
| x | y | $x \vee y$ | $\overline{x \vee y}$ | \overline{y} | $x \cdot \overline{y}$ | $\overline{x \vee y} \cdot (x \cdot \overline{y})$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |



Примеры.

1. Составим таблицу истинности для формулы $\overline{\overline{x \vee \overline{y}}} \vee \overline{x \cdot z}$

| Переменные | | | Промежуточные логические формулы | | | | | Формула |
|------------|-----|-----|----------------------------------|-----------------------|---|----------------|------------------------|---|
| x | y | z | \overline{y} | $x \vee \overline{y}$ | $\overline{\overline{x \vee \overline{y}}}$ | \overline{x} | $\overline{x \cdot z}$ | $\overline{\overline{x \vee \overline{y}}} \vee \overline{x \cdot z}$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |

