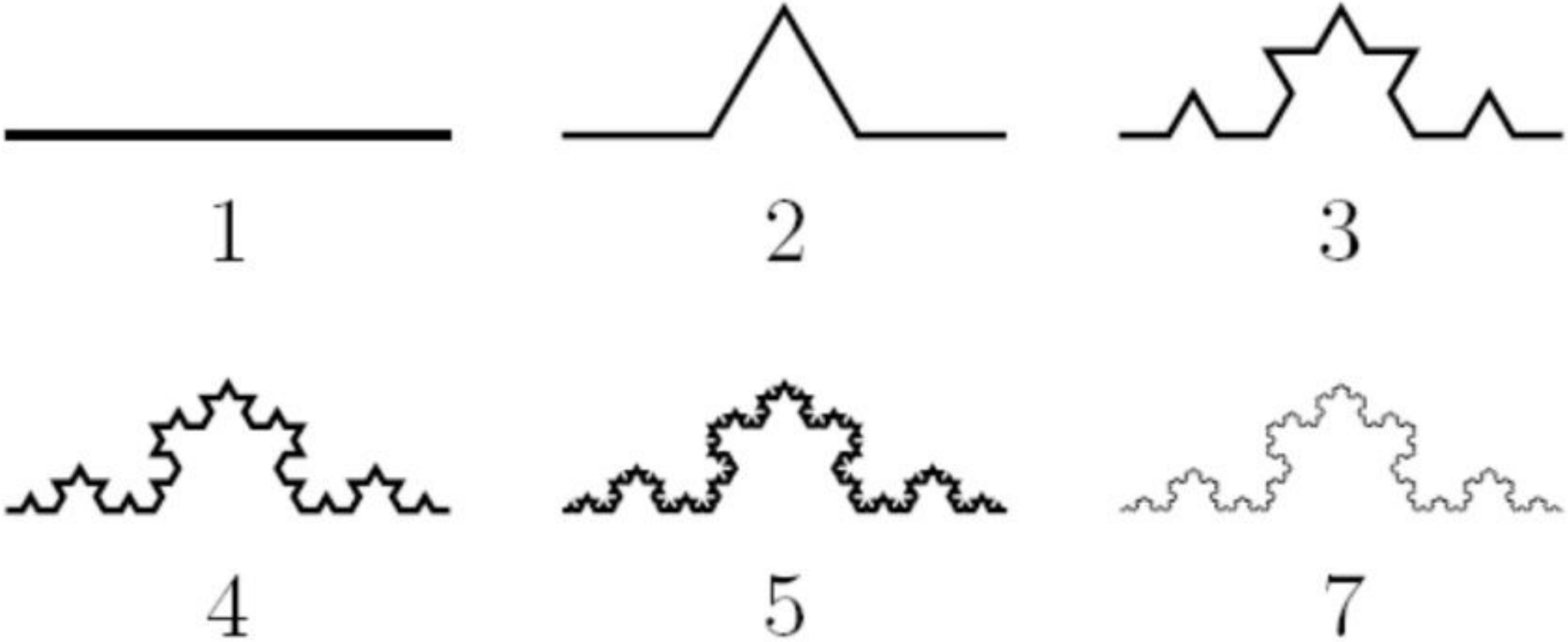
Кривая Коха. Дробная размерность. Метод L-систем

Кривая Коха

- 1904г. Хельге Фон Кох, статья «Об одной непрерывной кривой, не имеющей касательной, построенной с помощью методов элементарной геометрии»
- Кривая Коха нигде не дифференцируема и не спрямляема.
- Кривая Коха имеет бесконечную длину.
- Кривая Коха не имеет самопересечений.
- Кривая Коха имеет промежуточную хаусдорфову размерность, которая равна 1,26
- Длина кривой Коха описывается выражением
- K_n=(4/3)^n→ бесконечность

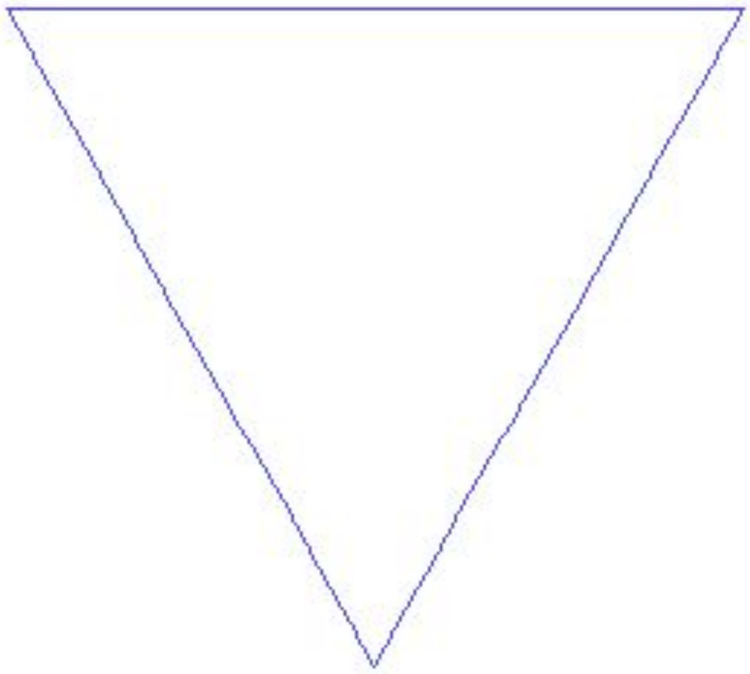
СНЕЖИНКА КОХА



Кривая Коха

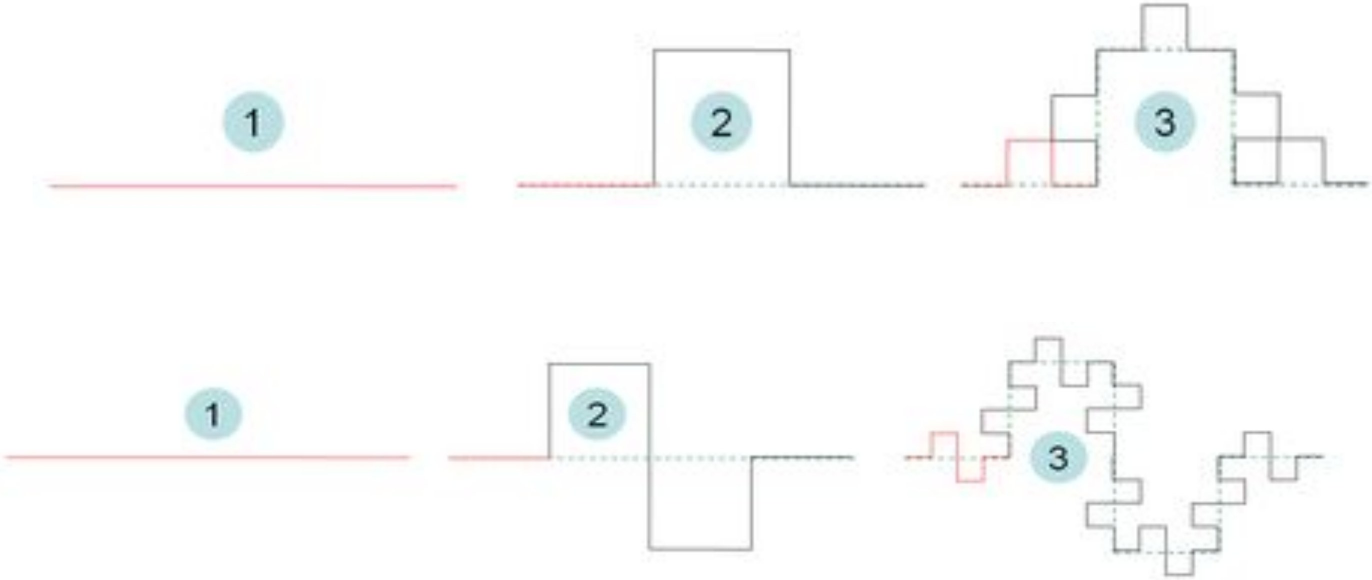
```
void DrawKoch( double dir,  double len, int n)
{   double dirRad=0.0174533*dir;
    if (n= =0)  lineRel(len*cos(dirRad), len*sin(dirRad));
   else
    {  n--;
       len/=3;
       DrawKoch(dir,len,n);
       dir+=60;
      DrawKoch(dir,len,n);
      dir-=120;
      DrawKoch(dir, len,n);
     dir+=60
    DrawKoch(dir,len,n); }
}
```

Кривая Коха



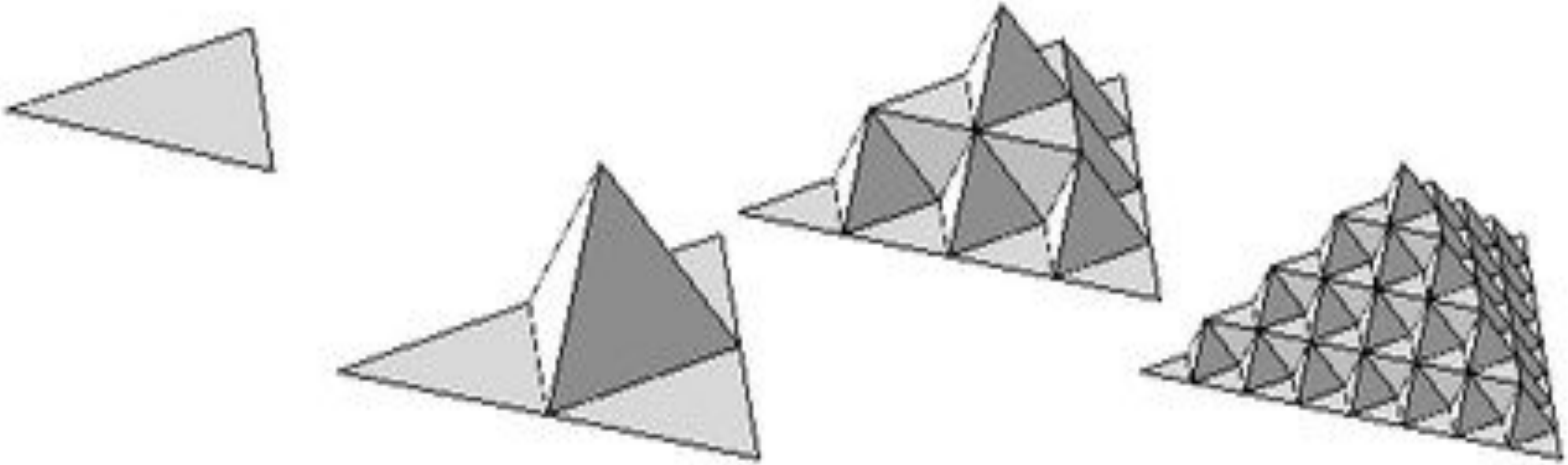
Вариации кривой Коха

- Квадратичная кривая Коха

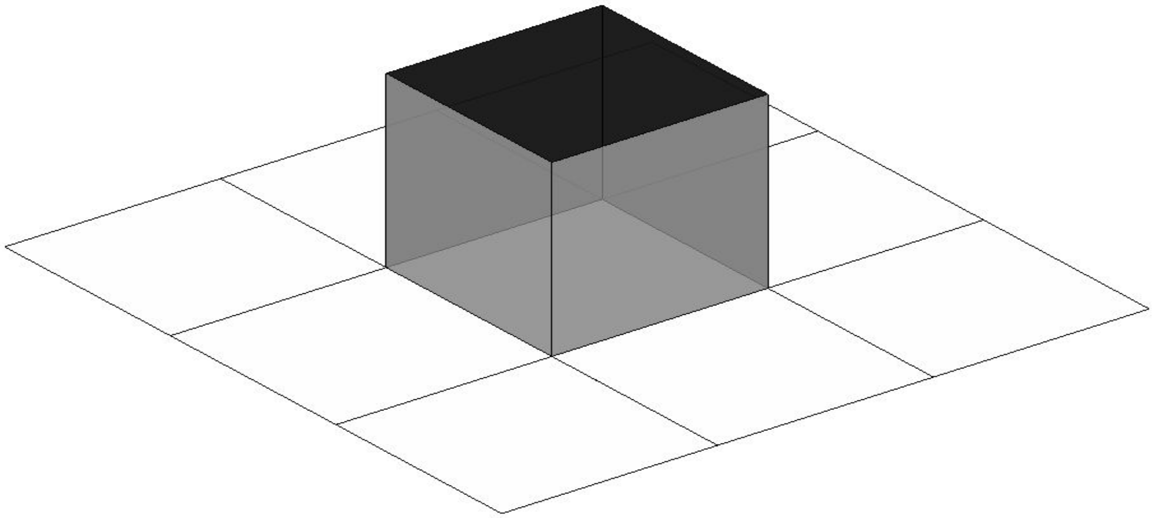


Вариации кривой Коха

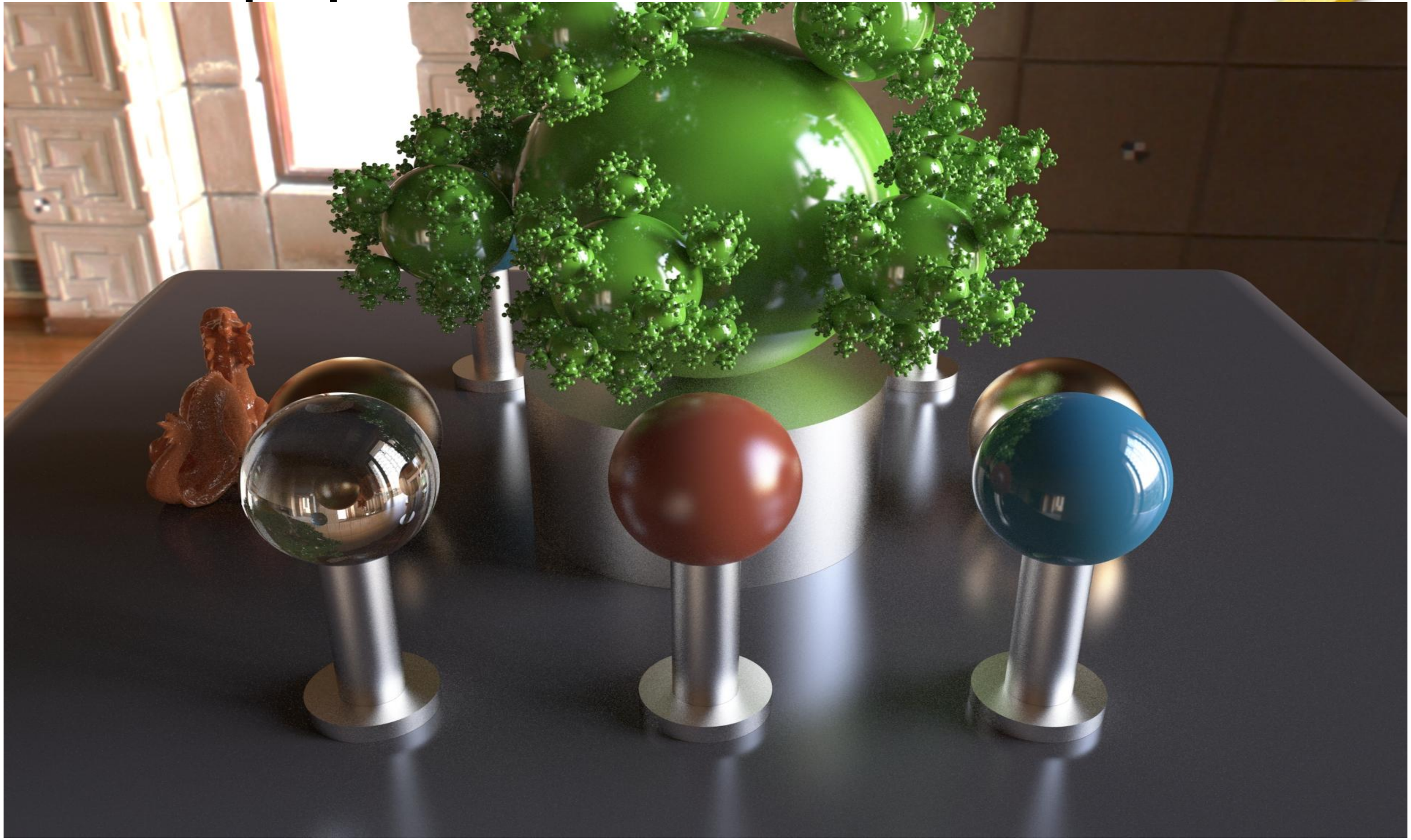
- Поверхность Коха



Квадратичная поверхность Коха

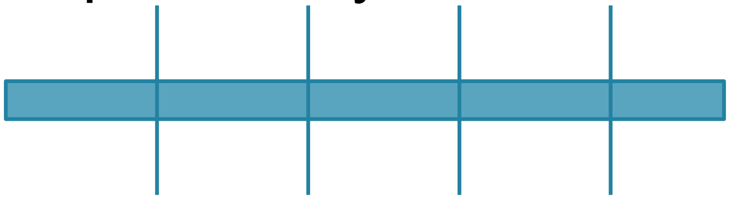


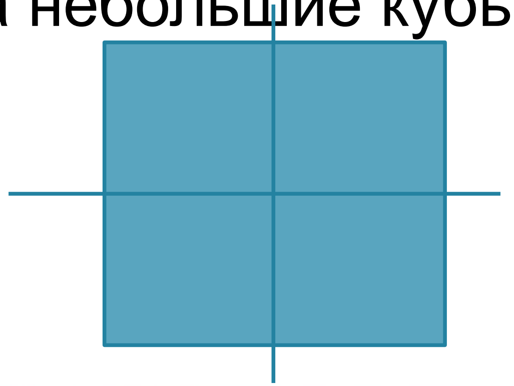
Сферическая снежинка Хейнса



Дробная размерность

- Когда речь идет об обычных геометрических объектах: линия, поверхность, шар, то их топологические размерности известны и являются целыми числами.
- Простой способ измерить длину кривых, площадь поверхности или объем тела состоит в том, чтобы разделить их на небольшие элементы – отрезки длиной 1/n, квадраты со стороной 1/sqrt(n) или на небольшие кубы с ребрами 1/кубический корень (n)



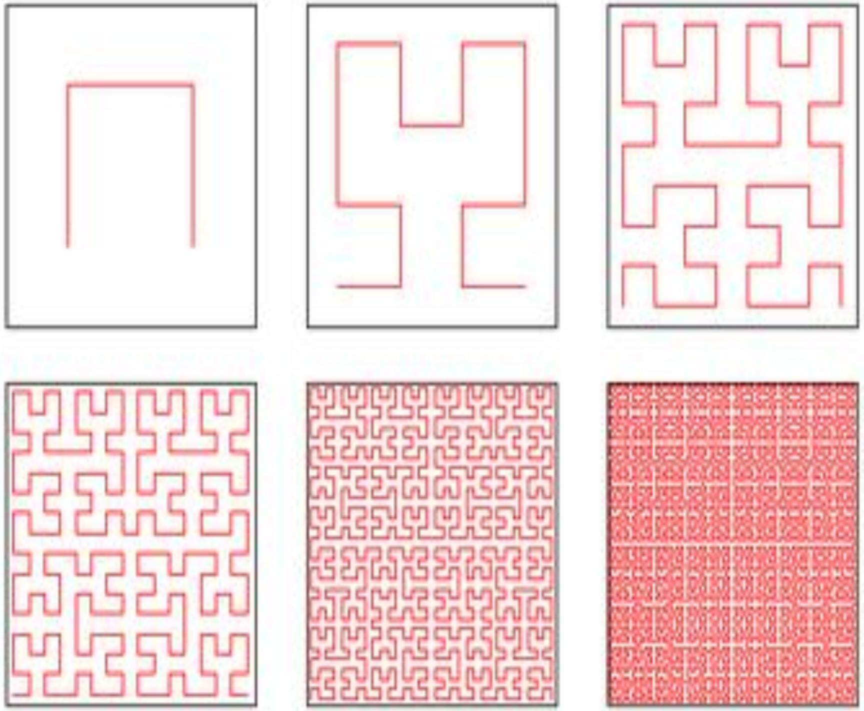


Дробная размерность (Хаусдорф, 1919)

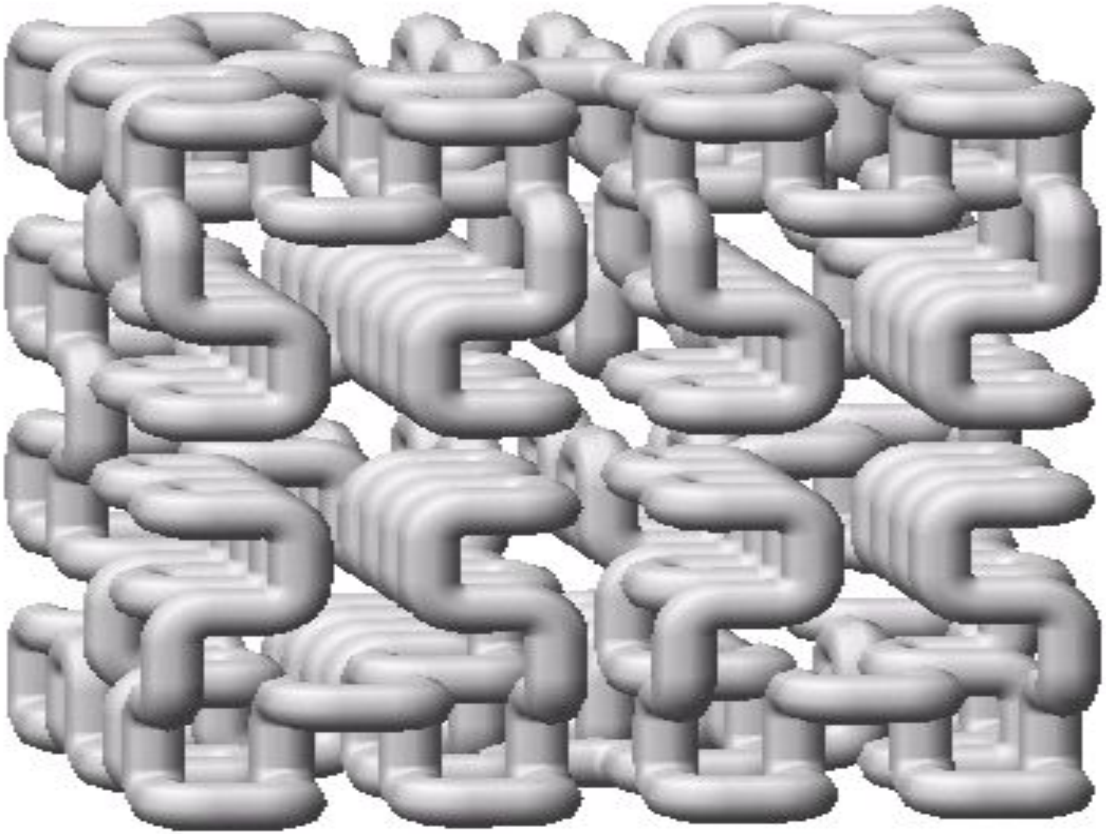
- Будем говорить, что объект имеет размерность D, если при делении его на N равных частей, каждая часть будет иметь сторону меньшую чем сторона исходного объекта в r раз
- r=(1/N)^(1/D)
- Найдем отсюда D
- D=log N/log (1/r)
- Здесь N – количество частей, r – отношение длины ребра маленького объекта к большому.

Дробная размерность

- Для кривой Коха N=4, r=1/3
- D=ln 4/ln 3= 1.26…
- Кривая Гильберта (1891г)
- D=ln4 /ln 2 =2



Трехмерная кривая Гильберта



Кривая Гильберта

- Используется для выявления ошибок при передаче данных
- Числа от 0 до 7 кодируются 000, 001, 010, 011, 100, 101, 110, 111
- Каждое из чисел можно расположить в вершине единичного куба. Например, 001 – (0,0,1)
- Если упорядочить числа, следуя кривой Гильберта, получим код Грея
- Код Грея применяется для кодирования информации в сетях цифрового телевидения

Кривая Гильберта

- Используется для цифровой обработки изображений
- Например, для распечатки изображения в градациях серого при ограниченной палитре оттенков.
- При проходе палитры по кривой Гильберта отсутствуют дефекты изображения.

Метод L-систем

- „ F“ – forward(1,1)
- „+“   – turn(A)
- „- „ – turn(-A)
- Для A=60
- S1= „F-F++F-F“
- F→ „F-F++F-F“
- S2=“(F-F++F-F)-(F-F++F-F)++(F-F++F-F)-(F-F++F-F)“

Метод L-систем

- FILE *f1,*f2;
- for(; ch!=EOF)
- {
-      ch=fget(f1);
-          if(ch==“+“|| ch==“-“) fput(ch,f2);
-          else if(ch==“F“) fputs(f2, „F-F++F-F“);
- }

Метод L-систем

- Подпрограмма для черепахи
- for(each ch from f2)
-     {
-         If (ch==“+“) turn(A);
-                 else if (ch==“-“) turn(-A);
-                         else if (ch==“F“) forward(1,1);
-   }

Метод L-систем

- „F“→ „F“
- „X“→ „X+YF+“
- „Y“→ „-FX-Y“
- Если начальная строка atom=FX, то
- s1=FX+YF+
- s2=F(X+YF+)+(-FX-Y)F+
- Что будет рисовать черепаха?
- s1=F+F+, s2=F+F++-F-F+

Метод L-систем

0

Метод L-систем

- void produceString(char *str, int order)
- { for(; *str; str++)
- { switch (*str)
- { case’ +“: CD=A; break’
- case „-“: CD=-A; break;
- case „F“: if (order>0) produceString(Fstr, order-1);
- else forward(len, 1); break;
- case „X“ : if(order>0) produceString(Xstr, order-1);
- case „Y“: if(order>0) produceString(Ystr, order-1);}
- }
- }

Метод L-систем

- „[“ – затолкнуть в стек
- „]“ – вытолкнуть из стека
- // добавить в функцию produceString()
- case „[“: saveTurtle(); break;
- case „]“: restoreTurtle(); break;
- Куст
- F→“FF-[-F+F+F]+[+F-F-F]“

Задание

- Записать инструкции для черепахи в виде L-строк для одной из квадратичных кривых Коха
- Вычислить размерность одной из квадратичных кривых Коха или дракона
- Записать и нарисовать первые три поколения кривой
- atom=YF, Fstr= F, Xstr= YF+XF+Y, Ystr=XF-YX-X, угол A=60
- Нарисовать фрактал куст(три итерации, угол A=22.5)
- F→FF-[-F+F+F]+[+F-F-F]

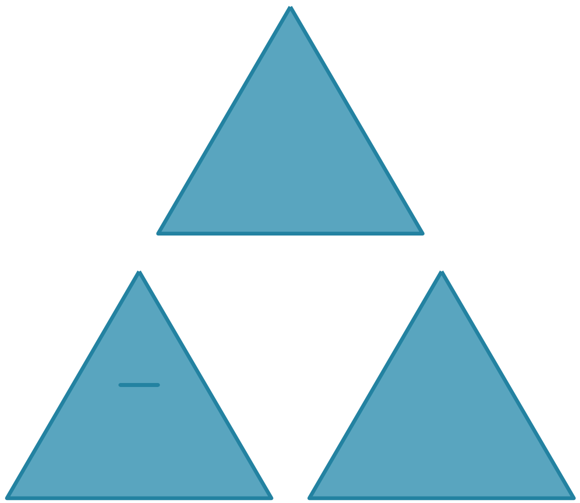
Рептилии

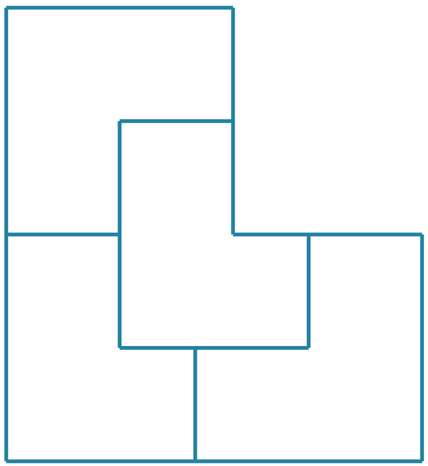
Рептилии

- Класс непериодических мозаик
- Рисуются от большого к малому или наоборот
- Различные копии рептилии совмещаются друг с другом, образуя большую рептилию
- void trio(double size, int depth)
- { if (depth==1) draw();
-     else for(int i=0; i<4; i++)
-         {   draw1(size/2, depth-1);
-          }
- }

Рептилии

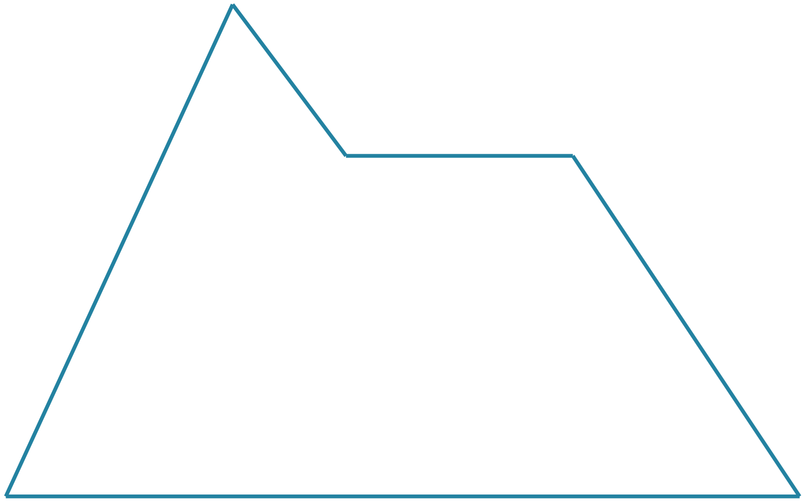
- Тримино



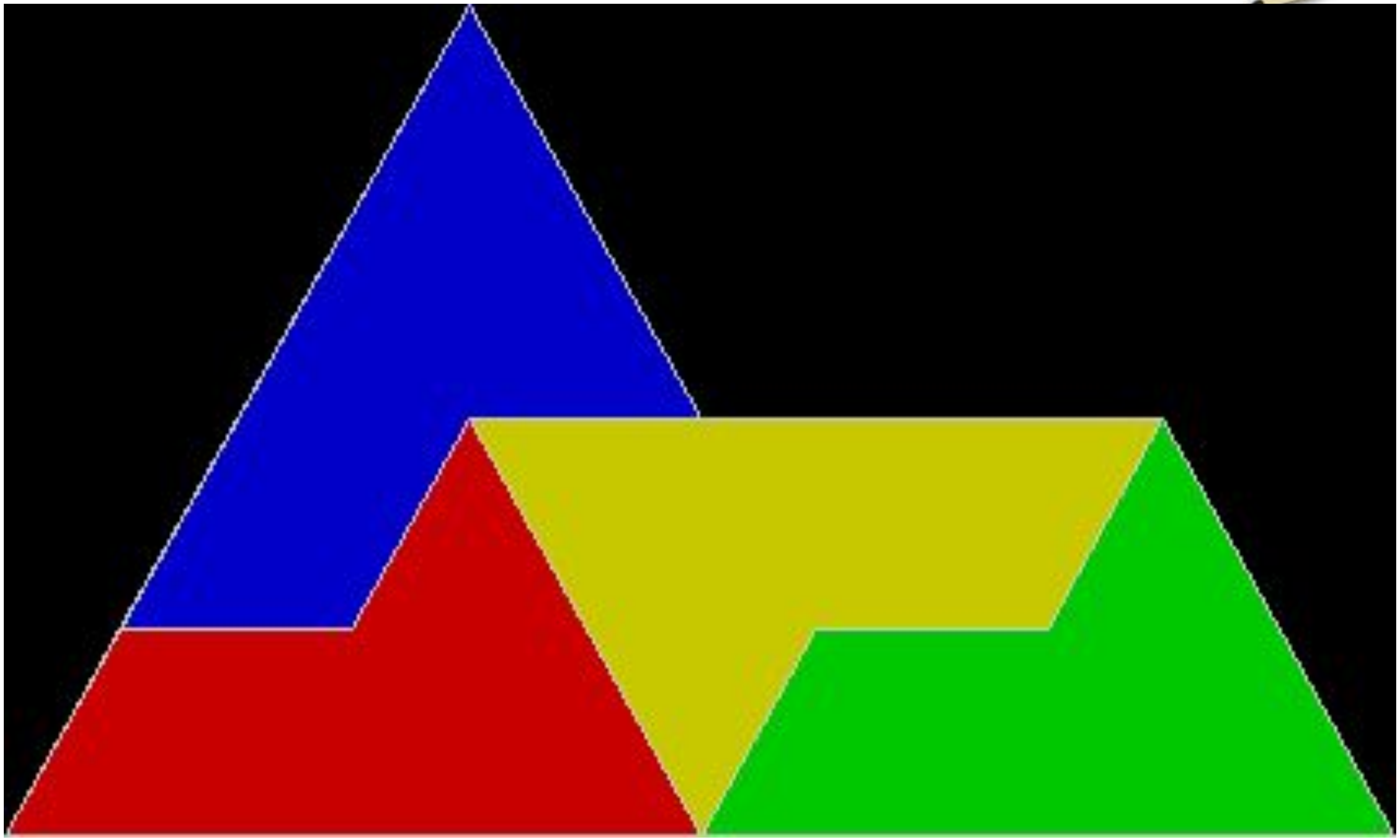


Рептилии

- Сфинкс (как разместить внутри 4 меньших сфинкса?)



Рептилии



Мозаика Пенроуза

- Мозаика Пенроуза — общее название трёх особых типов непериодического разбиения плоскости; названы по имени английского математика Роджера Пенроуза, исследовавшего их в 1970-е годы.
- Все три типа, как и любые апериодические мозаики, обладают следующими свойствами:
- непериодичность — отсутствие трансляционной симметрии,
- повторяемость — любой сколь угодно большой фрагмент мозаики Пенроуза встречается в мозаике бесконечное число раз, хоть и через неравные расстояния,

Мозаика Пенроуза