

Подобие прямоугольных треугольников



Геометрия 9 класс

Признак подобия треугольников по двум углам

Теорема

11.2

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Признак подобия треугольников по двум сторонам и углу между ними

Теорема

11.3

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.

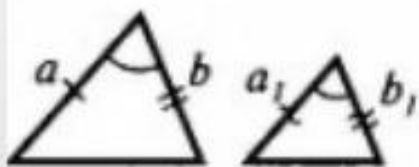
Признак подобия треугольников по трём сторонам

Теорема

11.4

Если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

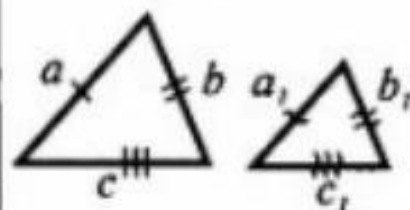


По двум пропорциональным сторонам и углу между ними:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1}$$



По двум равным углам.



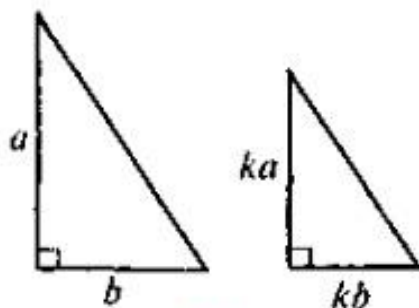
По трем пропорциональным сторонам:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

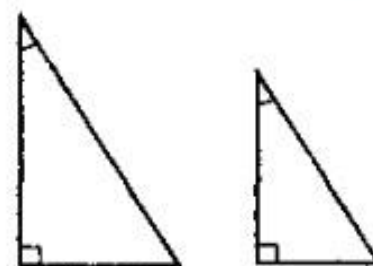
Сформулировать самостоятельно...

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

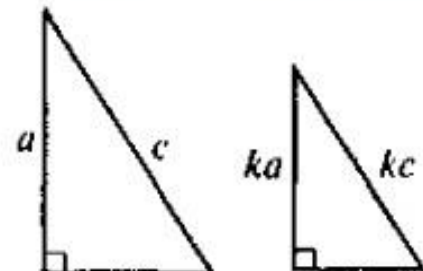
прямоугольных



по пропорциональным катетам



по равному острому углу



по пропорциональным гипотенузе и катету

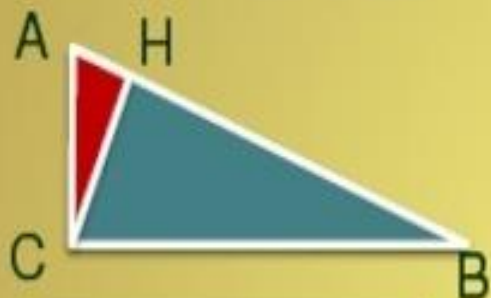




Прямоугольный ТРЕУГОЛЬНИК

Подобие прямоугольных треугольников:

$CH \perp AB$



$\triangle ABC \sim \triangle ACH$



$\triangle ABC \sim \triangle CBH$



$\triangle ACH \sim \triangle CBH$

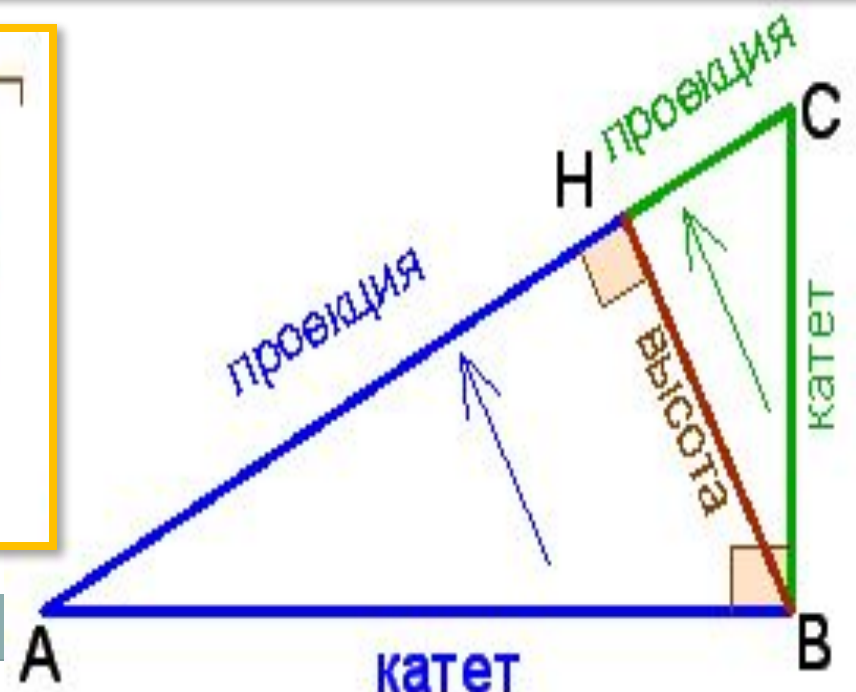
- ✦ **Высота** прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник **на два подобных** прямоугольных треугольника, каждый из которых **подобен данному** треугольнику.

$$\begin{aligned} \triangle AHB \sim \triangle ABC &\rightarrow AB = \sqrt{AH \cdot AC} \\ \triangle ABC \sim \triangle BHC &\rightarrow BC = \sqrt{CH \cdot AC} \end{aligned} \Rightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{AB^2}{CB^2}$$

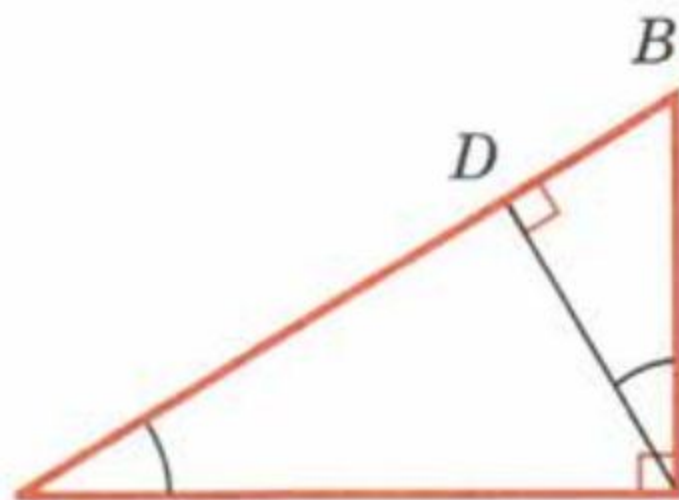
(The first equation is annotated with "проекция гипотенуза" and a blue arrow pointing to AH. The second equation is annotated with "проекция гипотенуза" and a green arrow pointing to CH.)

$$\triangle AHB \sim \triangle BHC \rightarrow BH = \sqrt{AH \cdot CH}$$

(The equation is annotated with a blue arrow pointing to AH and a green arrow pointing to CH.)



для подобия двух прямоугольных треугольников достаточно, чтобы у них было по равному острому углу.

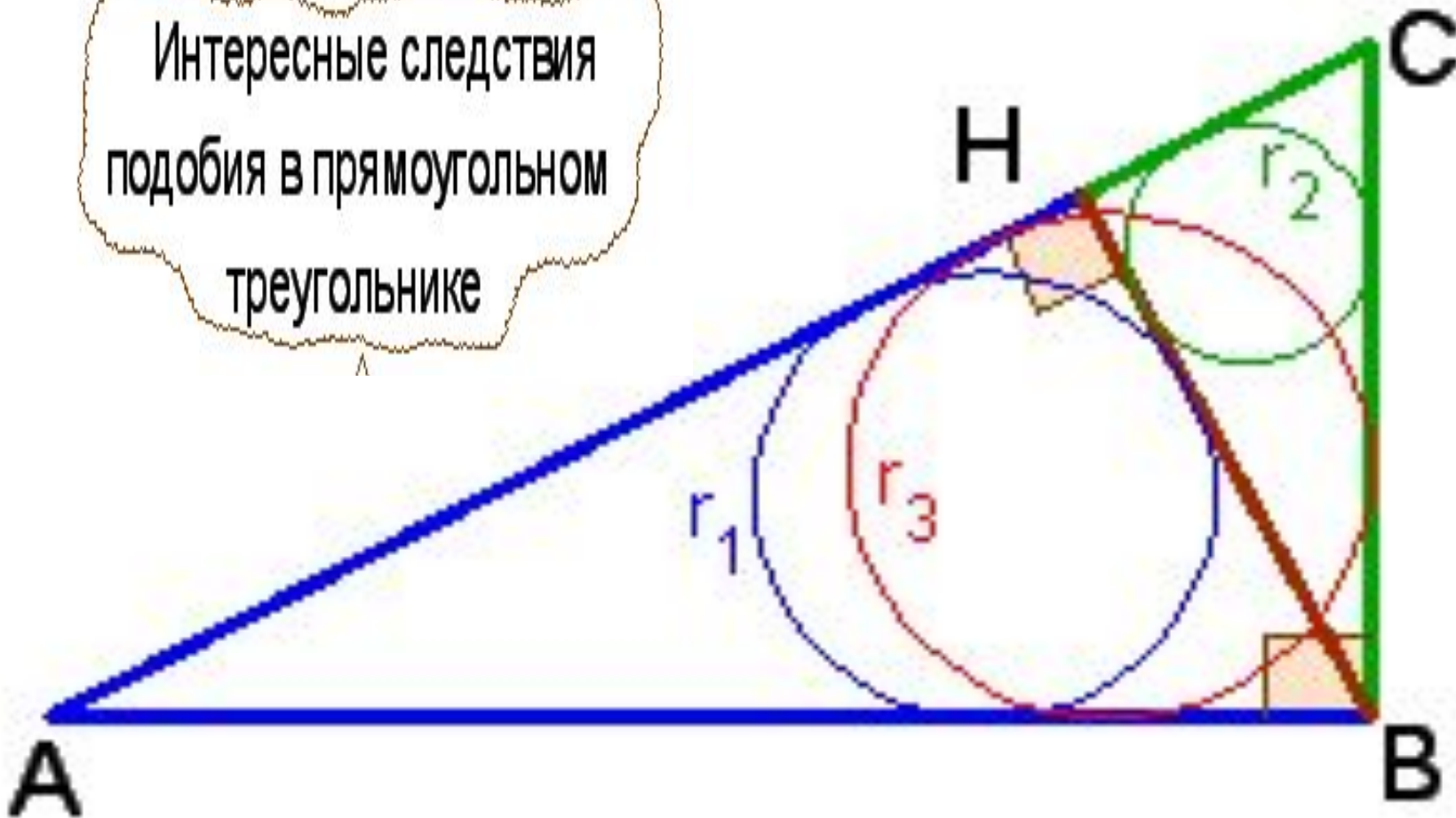


высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

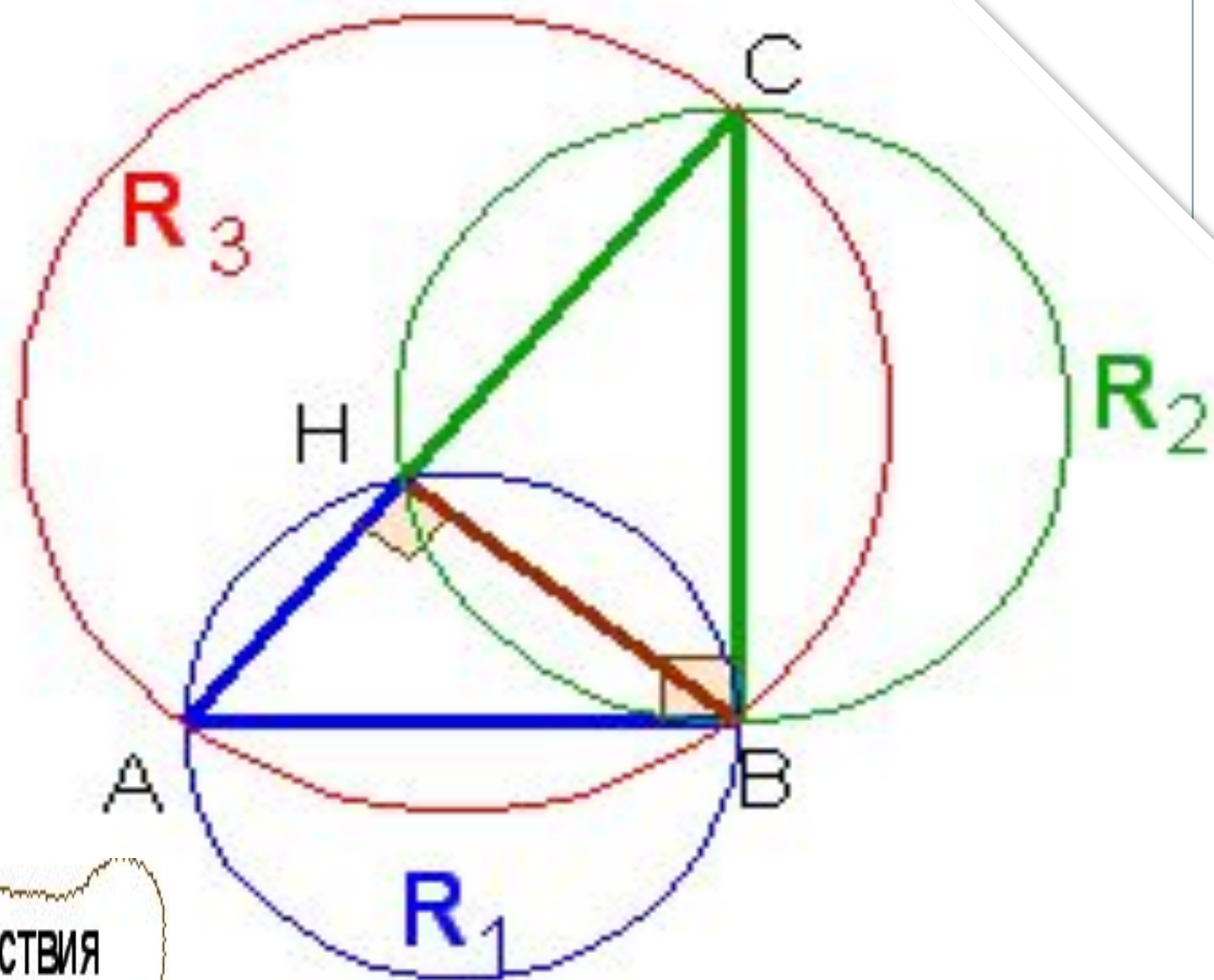
биссектриса треугольника делит противоположащую сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

Интересные следствия
подобия в прямоугольном
треугольнике



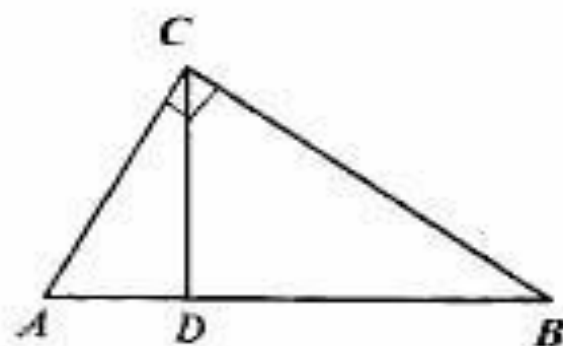
$$r_1^2 + r_2^2 = r_3^2$$



Интересные следствия
 подобия в прямоугольном
 треугольнике

$$R_1^2 + R_2^2 = R_3^2$$

№ 43. Катеты прямоугольного треугольника относятся как $m:n$. Как относятся проекции катетов на гипотенузу?



Пусть в $\triangle ABC$ $\angle C = 90^\circ$, $\frac{AC}{BC} = \frac{m}{n}$.

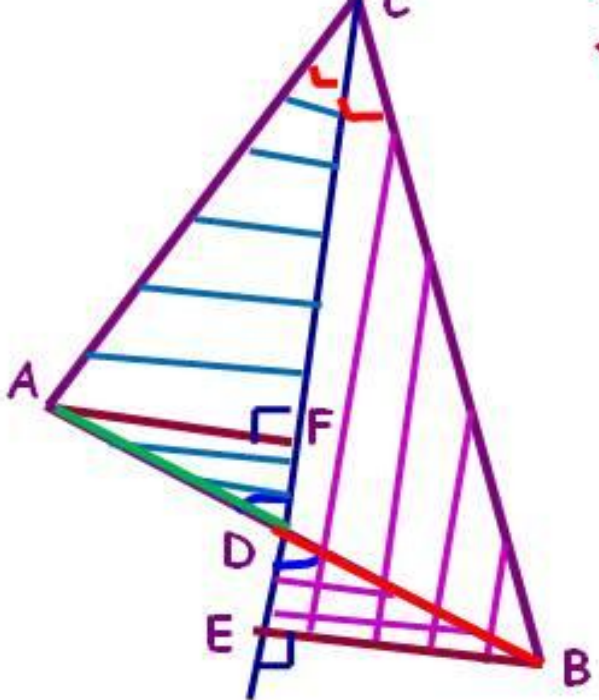
$\triangle ACD \sim \triangle ABC$, так что $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$, откуда $AD = \frac{AC^2}{AB}$. Да-

лее $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, откуда $\frac{BC}{AB} = \frac{BD}{BC}$, то есть $DB = \frac{BC^2}{AB}$. Так

что

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC^2}{AB} : \frac{BC^2}{AB} = \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{m^2}{n^2}.$$

Ответ: $\frac{m^2}{n^2}$.



«Подобие прямоугольных треугольников»

Свойство биссектрисы

Биссектриса треугольника делит противоположащую сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

Дано: $\triangle ABC$, CD - биссектриса $\sphericalangle C$,
 AD и BD - отрезки, на которые биссектриса делит противоположащую сторону,

Доказать: $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$

Доказательство.

Из вершин A и B опустим высоты AF и BE .

У прямоугольных треугольников ACF и BCE : $\sphericalangle ACF = \sphericalangle BCE$,
 тогда $\triangle ACF \sim \triangle BCE$, значит $\frac{AC}{BC} = \frac{AF}{BE}$

У прямоугольных треугольников ADF и BDE : $\sphericalangle ADF = \sphericalangle BDE$ (вертикальные),

тогда $\triangle ADF \sim \triangle BDE$, значит $\frac{AD}{BD} = \frac{AF}{BE}$

откуда $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$ или $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$

