Подобие прямоугольных треугольников

Геометрия 9 класс

Признак подобия треугольников по двум углам

Теорема **11.2**

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

Признак подобия треугольников по двум сторонам и углу между ними

Теорема 11.3

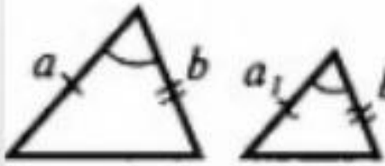
Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, образованные этими сторонами, равны, то треугольники подобны.

Признак подобия треугольников по трём сторонам

Теорема **11.4**

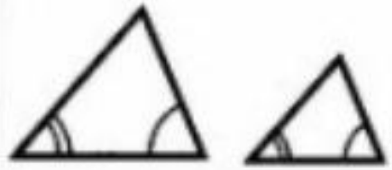
Если стороны одного треугольника пропорциональны сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

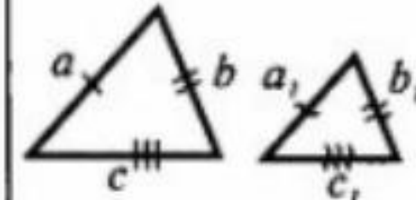


По двум пропорциональным сторонам и углу между ними:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1}.$$



По двум равным углам.

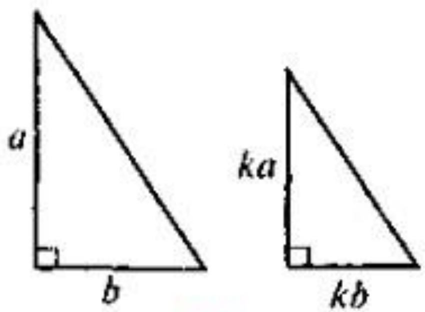


По трем пропорциональным сторонам:

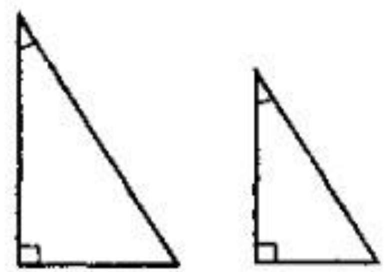
$$\frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}.$$

Сформулировать самостоятельно...

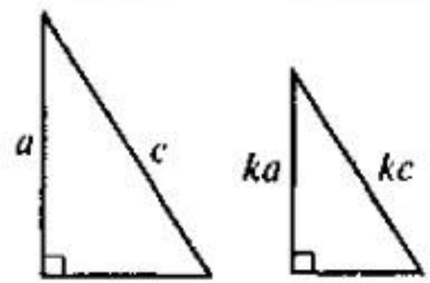
ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ *прямоугольных*



по пропорциональным катетам



по равному острому углу

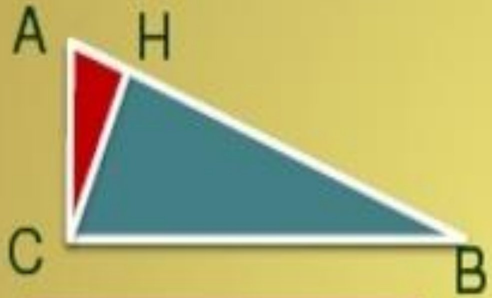


по пропорциональным гипотенузе и катету

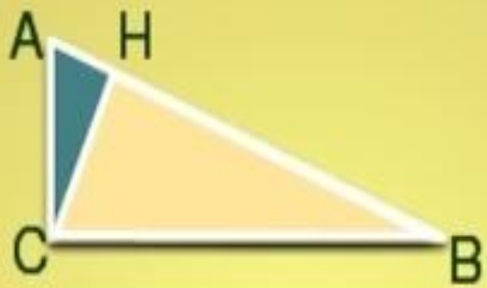
Прямоугольный треугольник

Подобие прямоугольных треугольников:

$CH \perp AB$



$\Delta ABC \sim \Delta ACH$



$\Delta ABC \sim \Delta CBH$

$\Delta ACH \sim \Delta CBH$.

- **Высота** прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник **на два подобных** прямоугольных треугольника, каждый из которых **подобен данному** треугольнику.

$$\triangle AHB \backsim \triangle ABC \longrightarrow AB = \sqrt{AH \cdot AC}$$

проекция гипотенуза

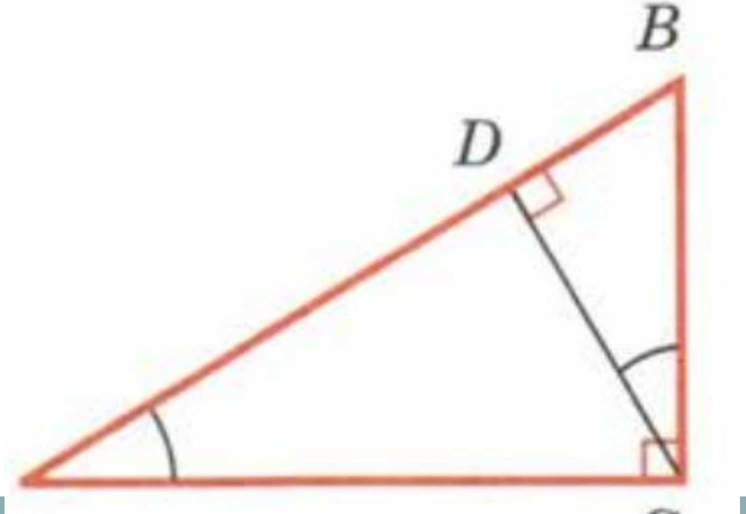
$$\triangle ABC \backsim \triangle BHC \longrightarrow BC = \sqrt{CH \cdot AC}$$

проекция гипотенуза

$$\Longrightarrow \frac{AH}{CH} = \frac{AB^2}{CB^2}$$

$$\triangle AHB \backsim \triangle BHC \longrightarrow BH = \sqrt{AH \cdot CH}$$

для подобия двух прямоугольных треугольников достаточно, чтобы у них было по равному острому углу.



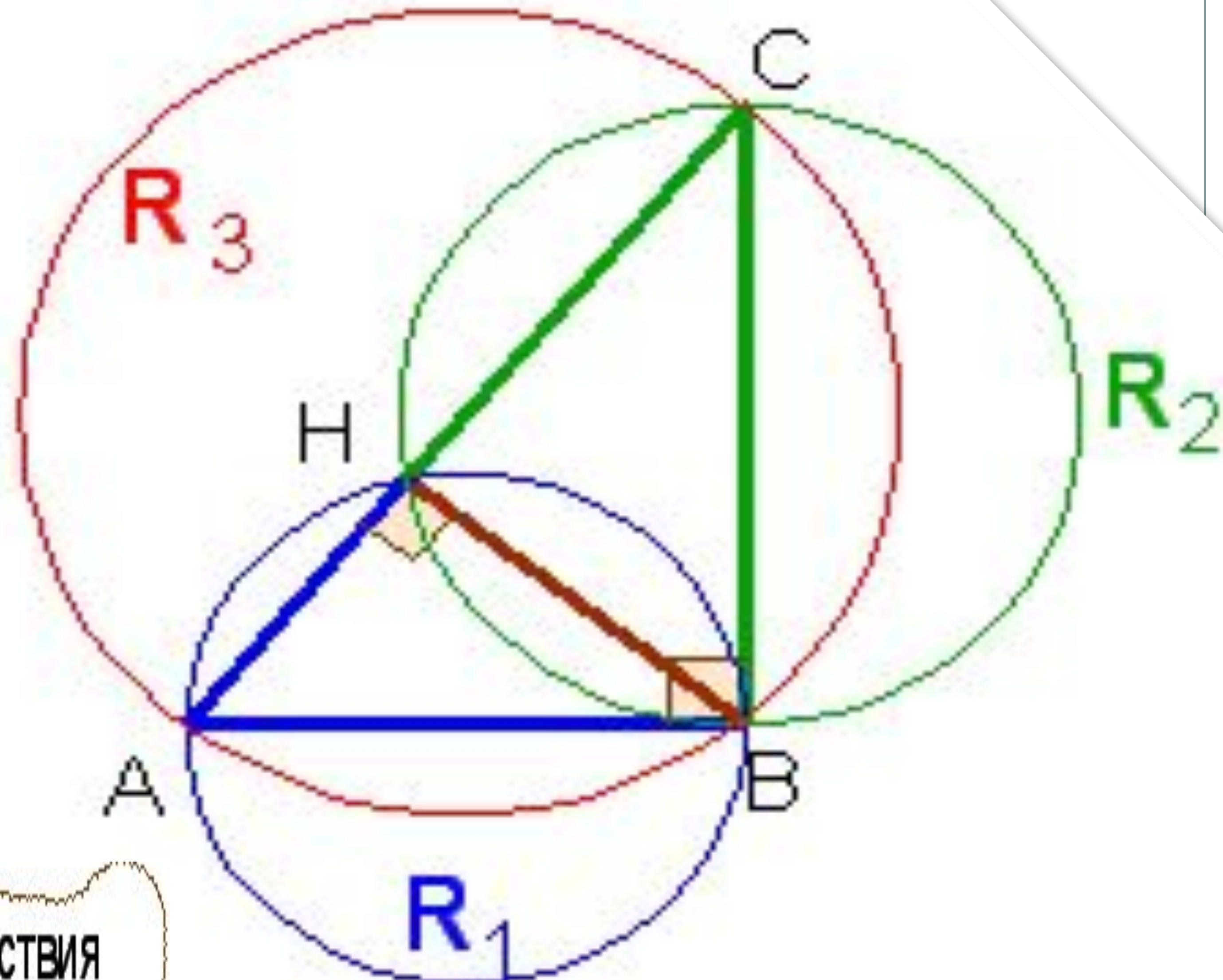
высота прямоугольного треугольника, проведённая из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное между проекциями катетов на гипотенузу.

биссектриса треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.

катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное между гипотенузой и проекцией этого катета на гипотенузу.

Интересные следствия подобия в прямоугольном треугольнике

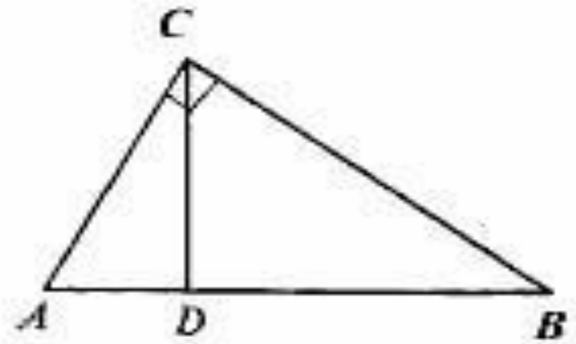
$$r_1^2 + r_2^2 = r_3^2$$



Интересные следствия подобия в прямоугольном треугольнике

$$R_1^2 + R_2^2 = R_3^2$$

№ 43. Катеты прямоугольного треугольника относятся как $m:n$. Как относятся проекции катетов на гипотенузу?



Пусть в ΔABC $\angle C = 90°$, $\frac{AC}{BC} = \frac{m}{n}$.

$\Delta ACD \sim \Delta ABC$, так что $\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AC}$, откуда $AD = \frac{AC^2}{AB}$. Далее $\Delta ABC \sim \Delta BCD$, откуда $\frac{BC}{AB} = \frac{BD}{BC}$, то есть $DB = \frac{BC^2}{AB}$. Так что

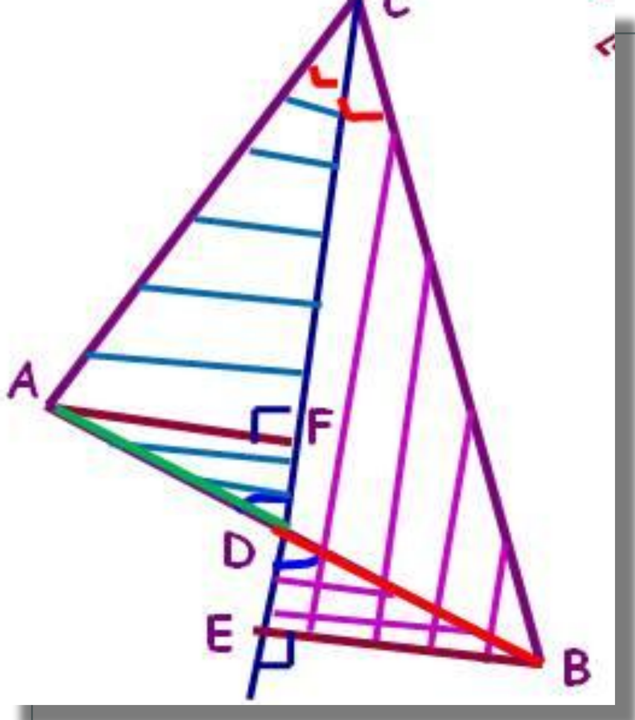
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AC^2}{AB} : \frac{BC^2}{AB} = \frac{AC^2}{BC^2} = \frac{m^2}{n^2}.$$

Ответ: $\frac{m^2}{n^2}$.

«Подобие прямоугольных треугольников»

Свойство биссектрисы

Биссектриса треугольника делит противолежащую сторону на отрезки, пропорциональные двум другим сторонам.



Дано: ΔABC, СД – биссектриса $\angle C$,

АД и ВД – отрезки, на которые биссектриса делит противолежащую сторону,

Доказать: $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$

Доказательство.

Из вершин А и В опустим высоты AF и BE.

У прямоугольных треугольников ACF и BCE: $\angle ACF = \angle BCE$,

тогда $\Delta ACF \sim \Delta BCE$, значит $\frac{AC}{BC} = \frac{AF}{BE}$

У прямоугольных треугольников АДF и ВДЕ: $\angle$АДF = $\angle$ВДЕ (*вертикальные*)

тогда ΔАДF $\sim$ ΔВДЕ, значит $\frac{AD}{BD} = \frac{AF}{BE}$

откуда $\frac{AC}{BC} = \frac{AD}{BD}$ или $\frac{AC}{AD} = \frac{BC}{BD}$