

Мастер – класс по теме: «Решение уравнений третьей степени при подготовке к ЕГЭ по математике»

Сложно решать уравнения третьей степени и выше. Самый распространенный способ – способ разложения на множители. Например: решить уравнение разложением на множители

$$x^3 + x^2 + 5x + 5 = 0$$

$$(x^3 + x^2) + (5x + 5) = 0$$


$$x^2(x + 1) + 5(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x^2 + 5) = 0$$

$$x = -1$$

Рассмотрим кубическое уравнение, которое невозможно разложить на множители. Одним из методов, которые помогли мне решить эти уравнения является теорема Безу.

Этьен Безу - французский математик (31.03.1730 - 27.09.1783)
Член Парижской академии наук.



Теорема Безу: При делении многочлена n -й степени относительно переменной x на двучлен $(x - a)$ остаток равен значению делимого при $x = a$

Док – во: Пусть $P(x)$ – многочлен, a – некоторое число.
Докажем, что остаток от деления $P(x)$ на $(x - a)$ равен $P(a)$.
По теореме о делении с остатком следует, что $P(x) = (x - a) \cdot Q(x) + r$, где r – остаток, $Q(x)$ – многочлен степени на 1 меньше чем $P(x)$.

Подставим $x = a$, тогда $P(a) = (a - a) \cdot Q(x) + r = r$

Решить уравнение:

$$x^3 + 2x^2 - 7x - 12 = 0$$

Делители свободного члена 12: $\pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 6; \pm 12$

подставим эти числа в уравнение

выясняем, что $x = -3$ является корнем

значит, один из множителей будет $x + 3$

как найти другие множители?

$$x^3 + 2x^2 - 7x - 12 \text{ делим на } (x + 3)$$

$$x^3 + 2x^2 - 7x - 12 = (x + 3) \cdot (x^2 - x - 4)$$

$$x = -3, x = \frac{1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

Алгоритм решения уравнений с помощью теоремы Безу:

- 1) найти все целые делители свободного члена
- 2) из этих делителей найти хотя бы один корень уравнения
- 3) левую часть уравнения разделить на $(x - a)$
- 4) записать в левой части уравнения произведение делителя и частного
- 5) решить полученное уравнение



1) Теорема Безу находит свое применение – при решении уравнений

2) Можно сделать такой вывод: перед детьми нужно ставить такие вопросы, которые надо научить их решить ?