Закон изменения и сохранения импульса системы тел

Механической системой тел называют совокупность тел, объединенных каким-либо взаимодействием.

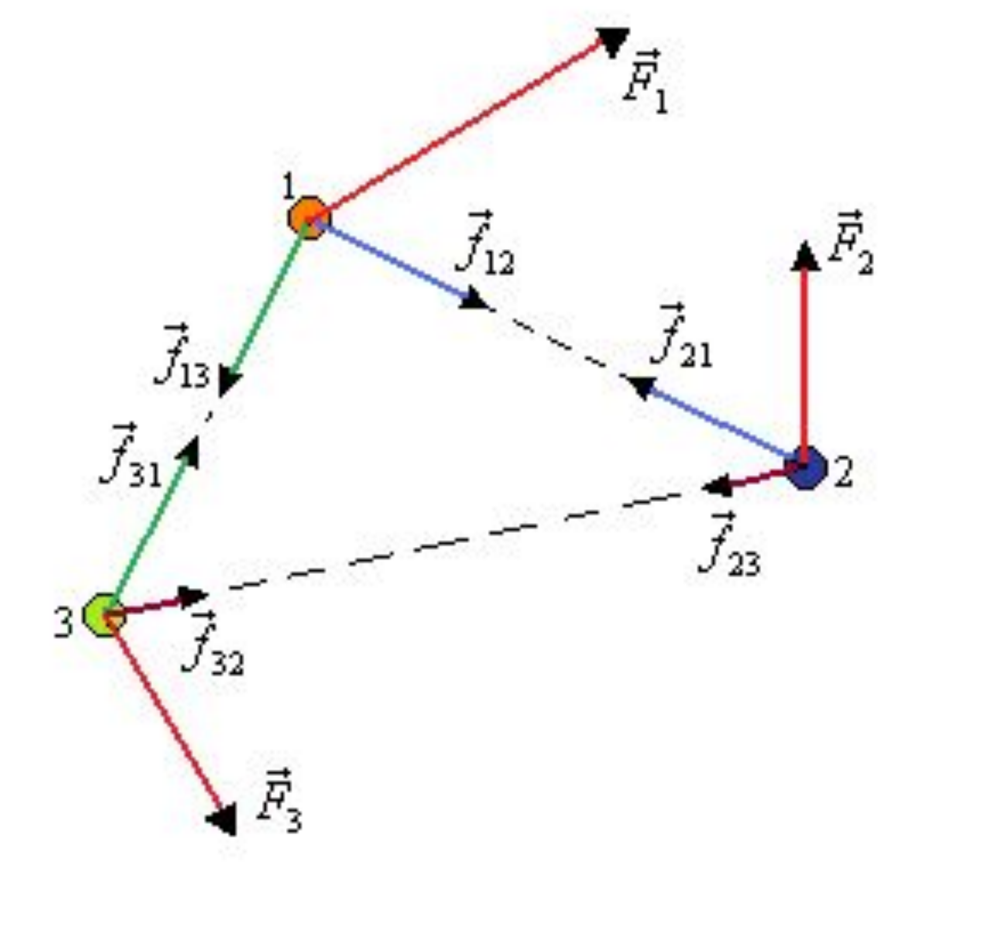
Силы взаимодействия, действующие между телами системы, называют внутренними, а силы, действующие на тела системы со стороны тел, не входящих в систему, называют внешними.

Систему тел называют изолированной (замкнутой), если на тела системы не действуют внешние силы.

Запишем второй закон Ньютона для каждого из тел.

$\vec{F}$ - внешние силы,

$\vec{f}$ - силы взаимодействия.



$$\vec{f}_{12} + \vec{f}_{13} + \vec{F}_1 = m_1 \vec{a}_1 = \frac{d\vec{p}_1}{dt}$$

$$\vec{f}_{21} + \vec{f}_{23} + \vec{F}_2 = m_2 \vec{a}_2 = \frac{d\vec{p}_2}{dt}$$

$$\vec{f}_{31} + \vec{f}_{32} + \vec{F}_3 = m_3 \vec{a}_3 = \frac{d\vec{p}_3}{dt}$$

Сложим почленно все уравнения:

$$(\vec{f}_{12}+\vec{f}_{21})+(\vec{f}_{13}+\vec{f}_{31})+(\vec{f}_{23}+\vec{f}_{32})+\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\frac{d\vec{p}_1}{dt}+\frac{d\vec{p}_2}{dt}+\frac{d\vec{p}_3}{dt}.$$

Сумма внутренних сил равна нулю по третьему закону Ньютона, тогда

$$\vec{F}_1+\vec{F}_2+\vec{F}_3=\frac{d(\vec{p}_1+\vec{p}_2+\vec{p}_3)}{dt}.$$

или

$$\vec{F}=\frac{d\vec{p}_{\text{сист.}}}{dt}$$

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ - равнодействующая внешних сил;

$\vec{p}_{\text{сист.}} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \vec{p}_3$ - импульс системы тел.

Закон изменения импульса системы тел:

равнодействующая внешних сил равна скорости изменения импульса системы.

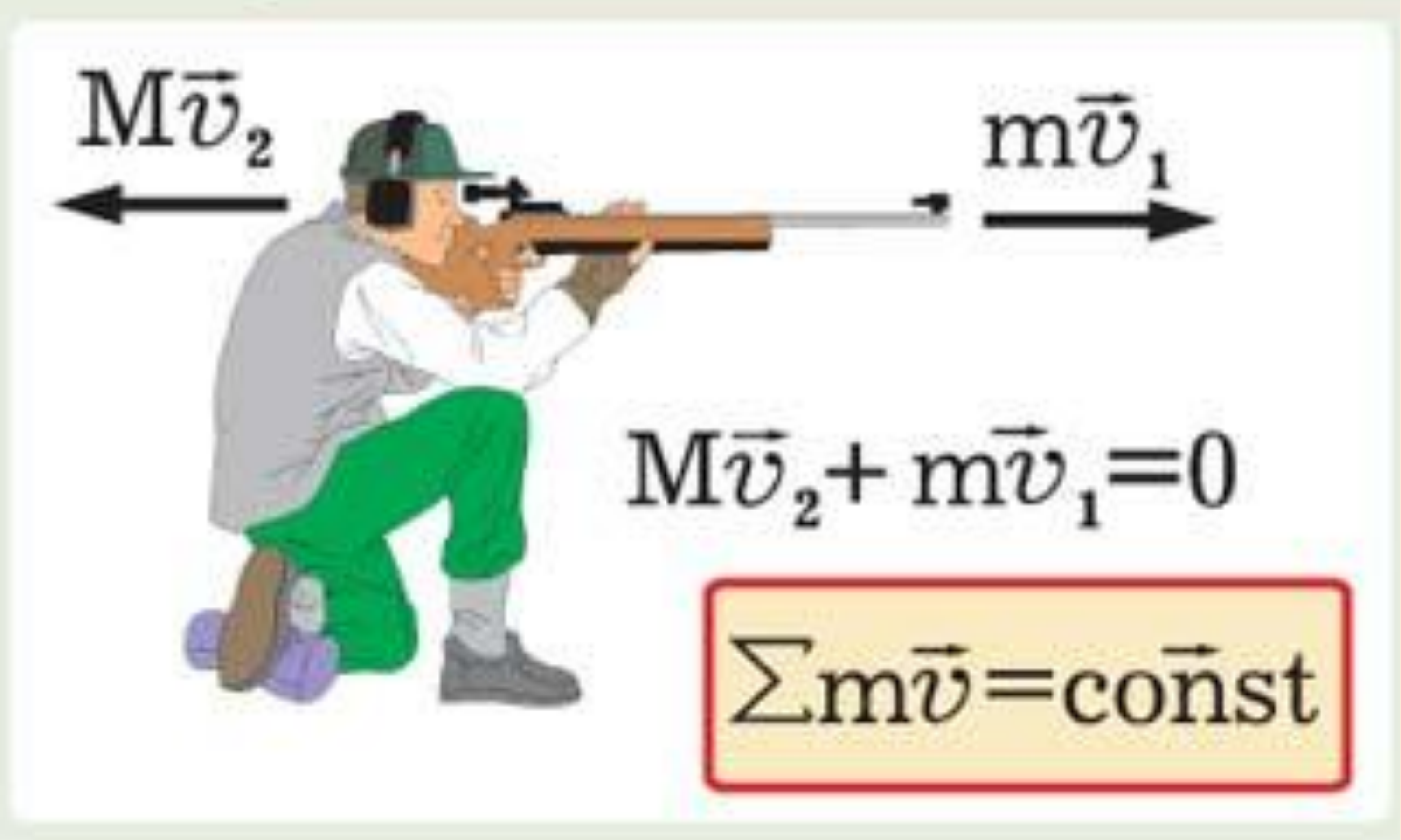
$$\text{Если } \vec{F} = 0, \text{то } \frac{d\vec{p}_{\text{сист.}}}{dt} = 0$$

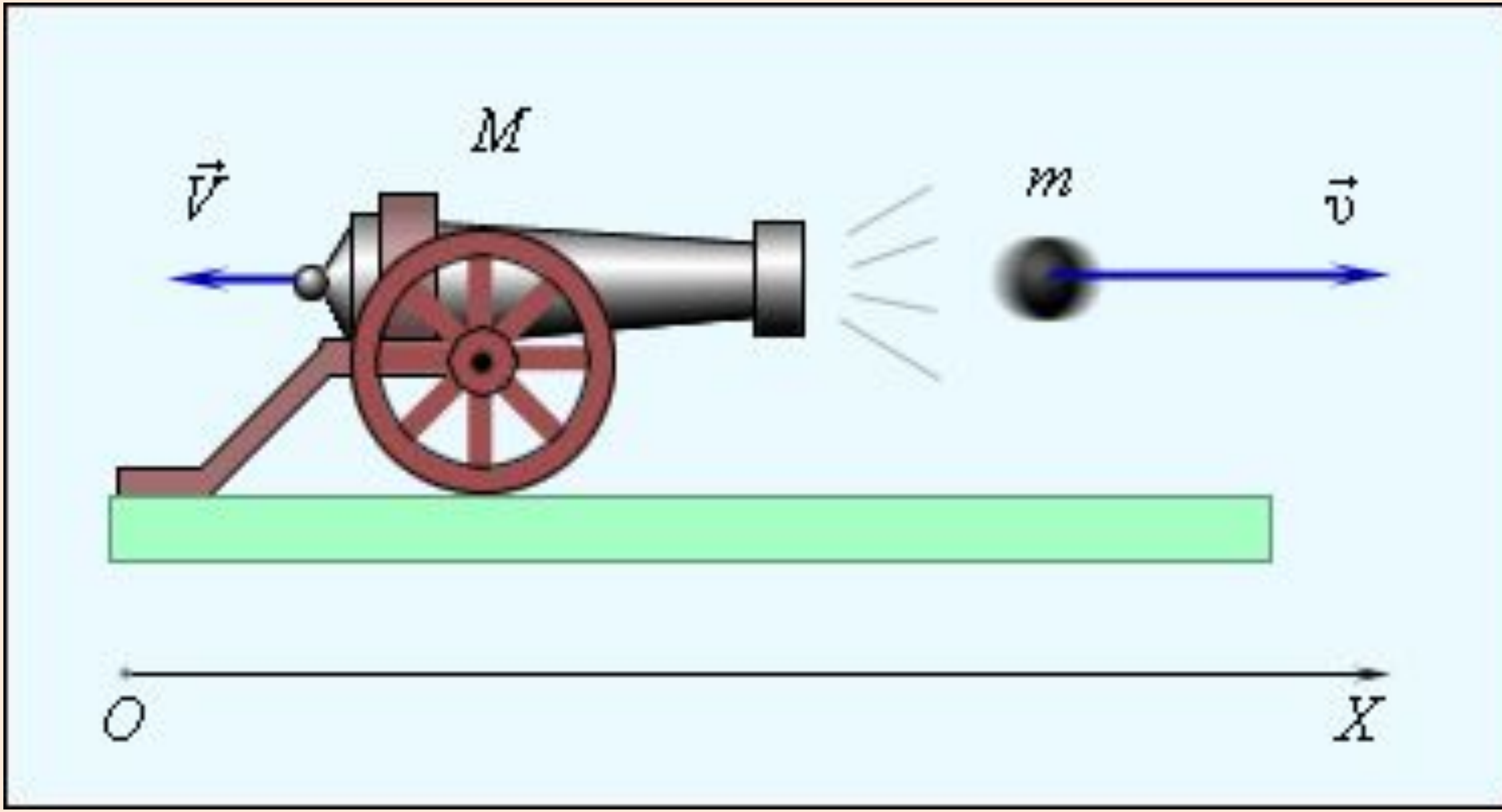
$$\vec{p}_{\text{сист.}} = const.$$

Закон сохранения импульса:

в замкнутой системе тел векторная сумма импульсов тел, входящих в систему, есть величина постоянная.

Пример: явление отдачи при выстреле.





M
$\vec{V}$
m
$\vec{v}$
O
X

Центр инерции системы тел. Центр масс

Центром инерции системы тел называют такую точку, скорость перемещения которой, умноженная на массу всей системы, дает импульс всей системы.

$$\vec{v}_C(m_1 + m_2 + \cdots + m_n) = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \cdots + m_n\vec{v}_n$$

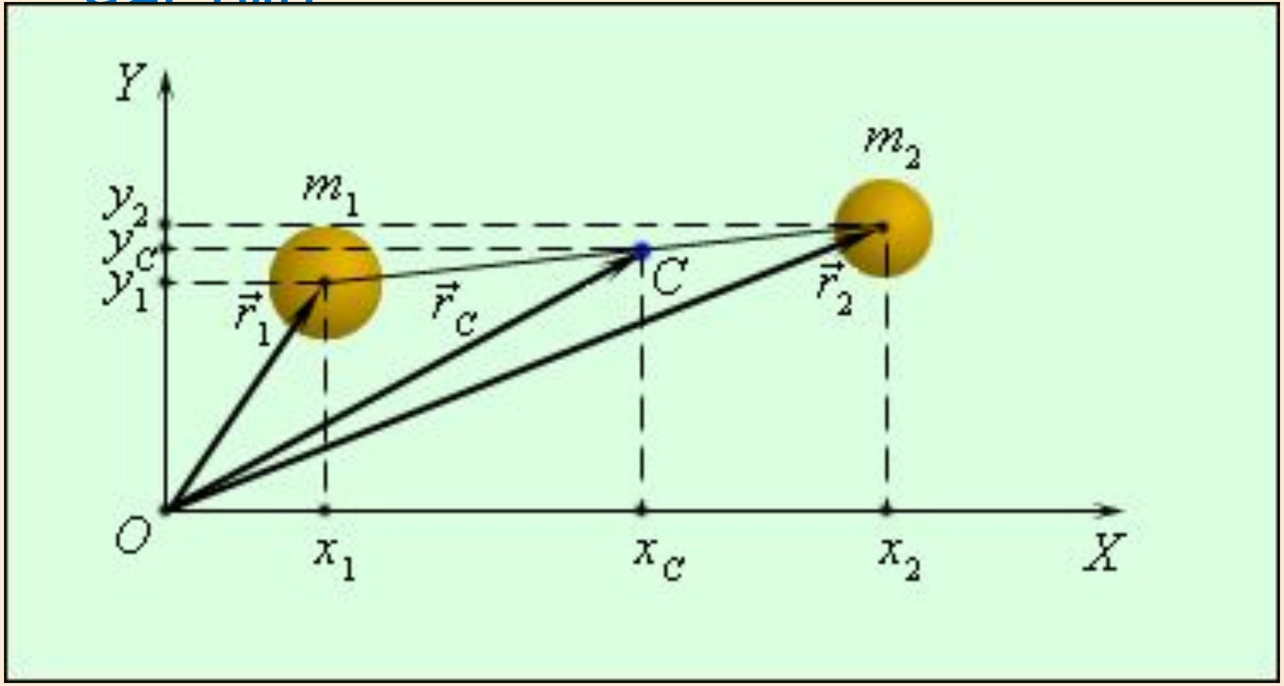
$$\dot{\vec{r}}_C(m_1 + m_2 + \cdots + m_n) = m_1\dot{\vec{r}}_1 + m_2\dot{\vec{r}}_2 + \cdots + m_n\dot{\vec{r}}_n$$

$$\vec{r}_C(m_1 + m_2 + \cdots + m_n) = m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n$$

$$\vec{r}_C = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \cdots + m_n\vec{r}_n}{(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)}$$

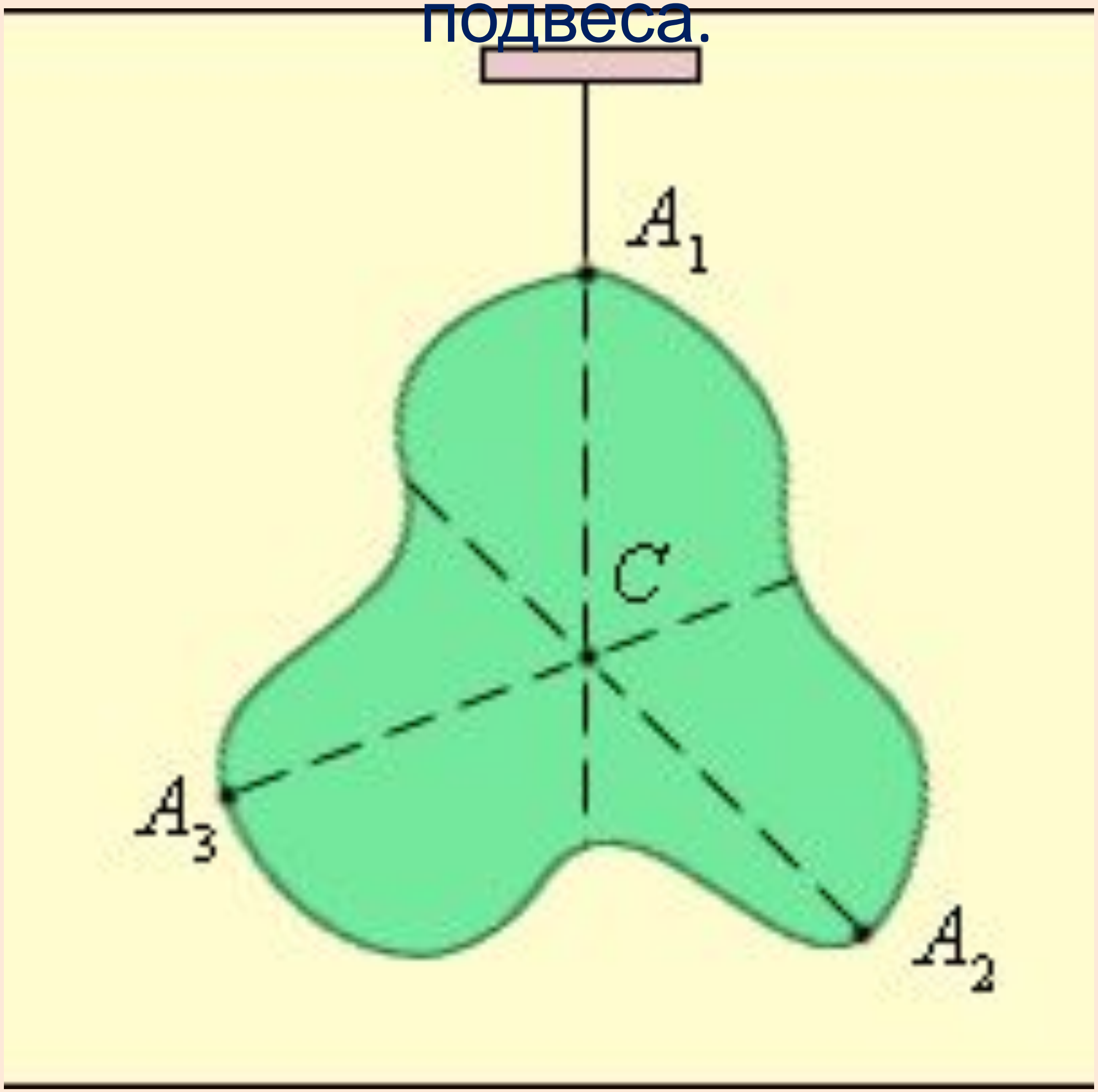
$$\boxed{\vec{r}_C = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r}_i}{m}}$$

Центр инерции *C* системы из двух частиц



Центром масс системы тел называют точку, в которую сжалась бы система покоящихся тел, подверженная только силам всемирного тяготения (при условии, что тела могли бы сжиматься до бесконечно малых размеров).

Определение положения центра масс С тела сложной формы. A_1, A_2, A_3 точки подвеса.



Уравнение движения центра м

$$\vec{p}_{\text{сист.}} = (m_1 + m_2 + \cdots + m_n)\vec{v}_C = m\vec{v}_C$$

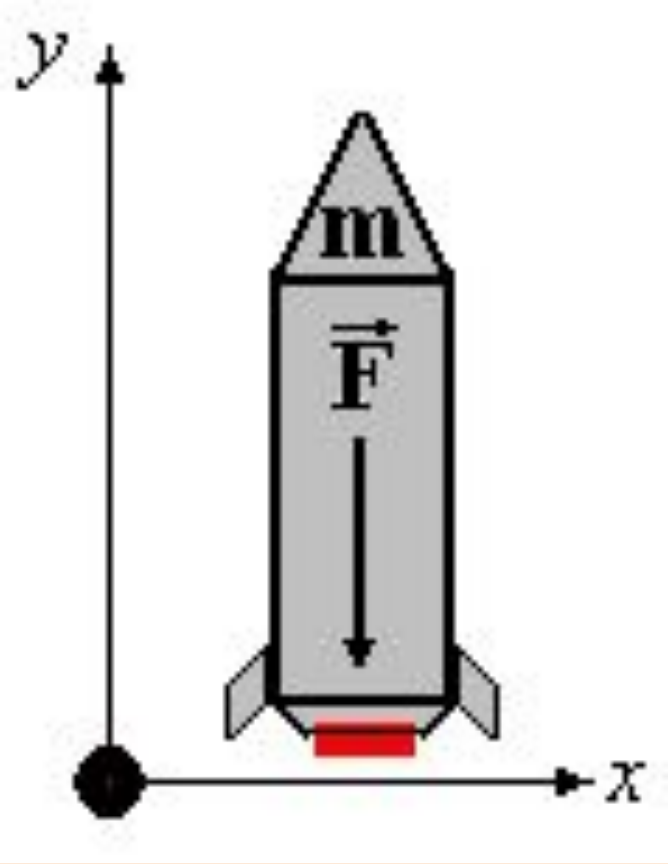
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_{\text{сист.}}}{dt} = m\frac{d\vec{v}_C}{dt}$$

$$\vec{F} = m\vec{a}_C$$

Центр масс системы тел движется так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в нем, и к нему же приложены все внешние силы.

Внутренние силы взаимодействия не могут придать какое-либо ускорение центру масс системы тел и изменить скорость его движения.

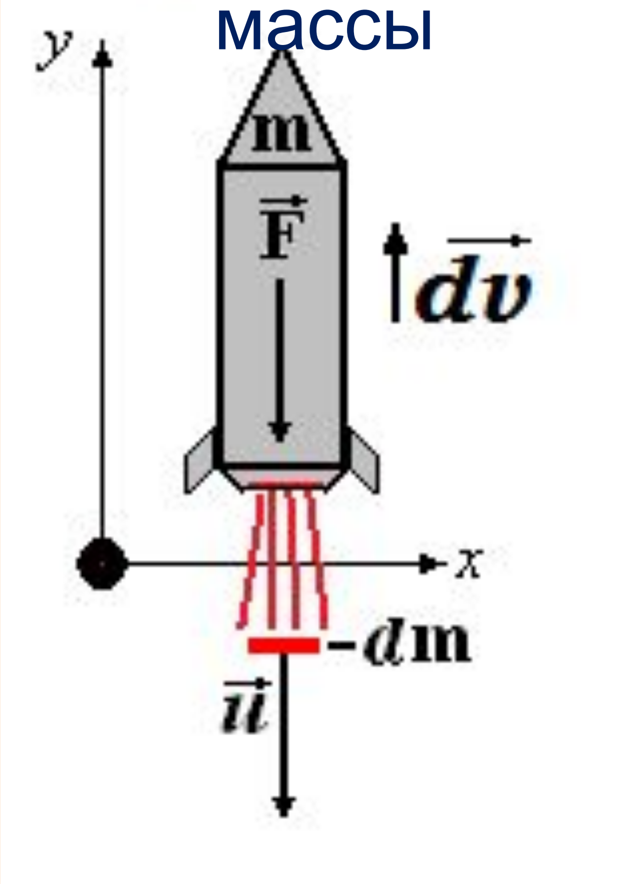
Второй закон Ньютона для тела переменной массы. Реактивное движение.



Пусть в момент времени t=0 ракета начинает дви-жение в системе отсчета, связанной с Землей.

$$\vec{p}_{\text{сист.}} = 0$$

$\vec{u}$ - относительная скорость отделяющейся массы



Через промежуток времени *dt* :

Масса ракеты: *m+dm*; $dm < 0$

Скорость ракеты $d\vec{v}$;

Масса отделившейся части: *-dm*;

Скорость $\vec{u} + d\vec{v}$ ившейся части:

Изменение импульса системы:

$$dp_{\text{сист.}} = (m + dm)d\vec{v} - dm(\vec{u} + d\vec{v}) = m \cdot d\vec{v} + dm \cdot \vec{u}$$

Согласно второму закону Ньютона ($\dot{\vec{p}} = \vec{F}$):

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}_{\text{сист.}}}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} - \frac{dm}{dt}\vec{u}$$

Уравнение Мещерского:

$$\boxed{m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} + \frac{dm}{dt}\vec{u}}$$

$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{F}_{\text{р}}$$

реактивная сила

$$\vec{F}_{\text{р}} = \frac{dm}{dt}\vec{u}$$


SJ

Формула Циолковского

Пусть на тело (ракету) не действуют внешние силы: $\vec{F} = 0$, тогда

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dm}{dt}\vec{u}$$

$$m \cdot d\vec{v} = dm \cdot \vec{u}$$

В проекции на направление движения:

$$dv = -\frac{dm}{m} \cdot u$$

$$\int dv = -u \int \frac{dm}{m}$$

$$v = -u \cdot \ln m + C$$

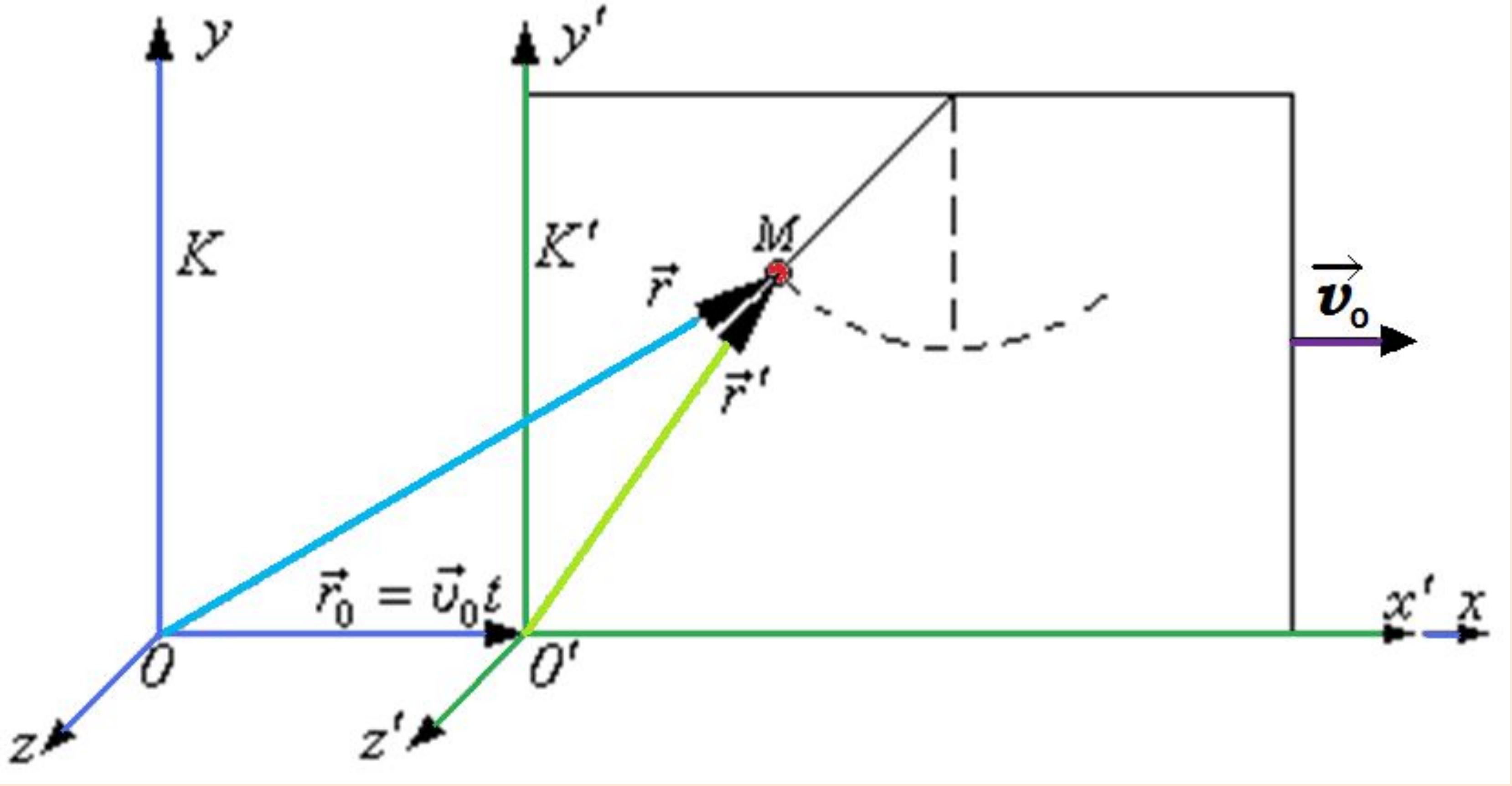
Из начальных условий

$$C = u \cdot \ln m_0$$

$$\boxed{v = u \cdot \ln\frac{m_0}{m}}$$

Преобразования Галилея.

Классический закон сложения скоростей.



$$\begin{cases} \vec{r}\,' = \vec{r} - \vec{v}_0 t \\ t' = t \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} \vec{r} = \vec{v}_0 t' + \vec{r}\,' \\ t = t' \end{cases}$$

Дифференцируя радиус-вектор по времени, получим классический закон преобразования скорости точки при переходе от одной инерциальной системы отсчёта к другой - закон сложения скоростей:

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}_0 + \frac{d\vec{r}\,'}{dt'}$$

или

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}\,'$$

Абсолютная скорость (скорость точки в сис-теме К)

Переносная скорость (скорость системы К в системе К)

Относительная скорость (скорость точки в системе К)

Дифференцируя скорость по времени с учётом того, то

$$\vec{v}_0 = const.,$$

получим:

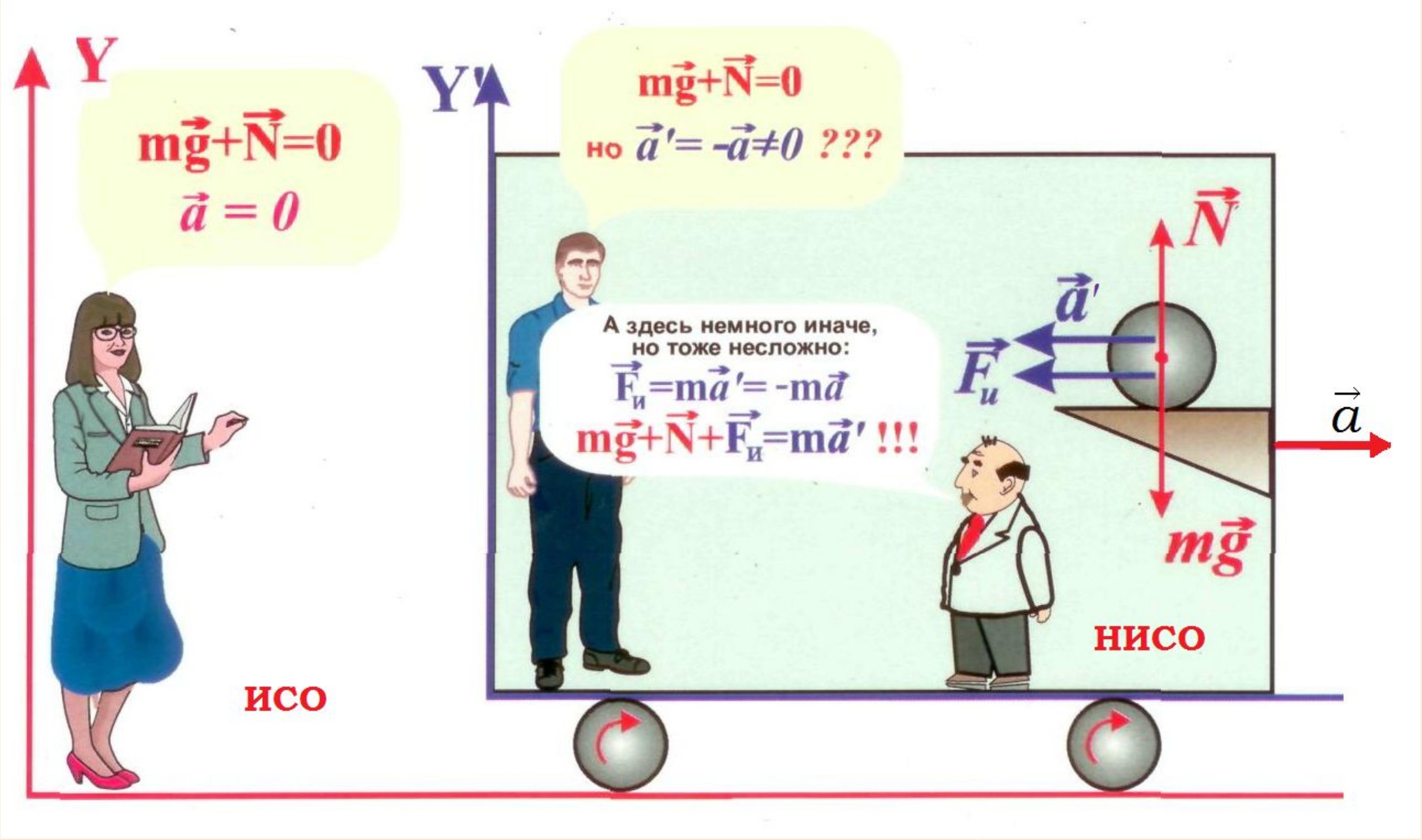
$$\vec{a} = \vec{a}'$$

Ускорение точки одинаково во всех инерциальных системах отсчёта.

Принцип относительности Галилея:
в инерциальных системах отсчета все механические явления протекают одинаково.

Неинерциальные системы отсчета

Неинерциальные системы отсчета (НИСО) движутся относительно инерциальных систем отсчета (ИСО) с ускорением. Законы Ньютона в них



Для неинерциальных систем отсчета законы динамики можно применить, если кроме сил, обусловленных взаимодействием тел друг с другом, ввести в рассмотрение силы, называемые силами инерции.

Рассмотрим три различных случая:

- тело находится в неинерциальной системе отсчета, движущейся поступательно;
- тело покоится во вращающейся системе отсчета;
- тело движется во вращающейся системе отсчета.

НИСО движется поступательно

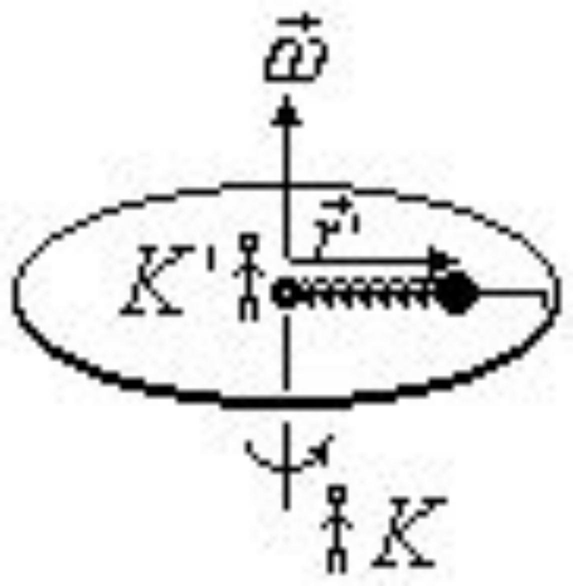
$$\vec{F}_и = -m\vec{a}$$

Сила инерции

Ускорение НИСО относительно ИСО (переносное)

Сила инерции направлена противоположно переносному ускорению системы и пропор-циональна массе тела.

Тело покоится во вращающейся НИСО



$$\vec{F}_{цб} = m\omega^2\vec{r}$$

Для наблюдателя системы К:

$$\vec{F}_{упр} = m\vec{a}_n = -m\omega^2\vec{r}$$

Для наблюдателя системы Ќ :

$$\vec{F}_{упр} + \vec{F}_{цб} = 0$$

Тело движется во вращающейся НИСО

Наряду с центробежной силой инерции действует сила Кориолиса. Ее причина – изменение ускорения тела при его движении в НИСО.

$$\vec{F}_k = 2m[\vec{v}',\vec{\omega}]$$

$\vec{v}'$ - скорость точки во вращающейся системе отсчета.

Принцип эквивалентности Эйнштейна

Все физические явления в однородном поле тяготения происходят совершенно так же, как и в соответствующем однородном поле сил инерции.