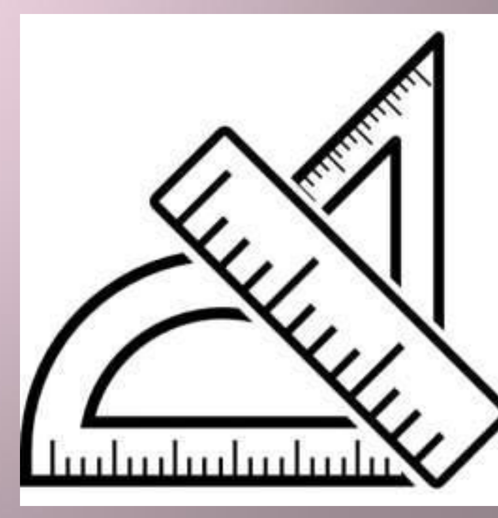
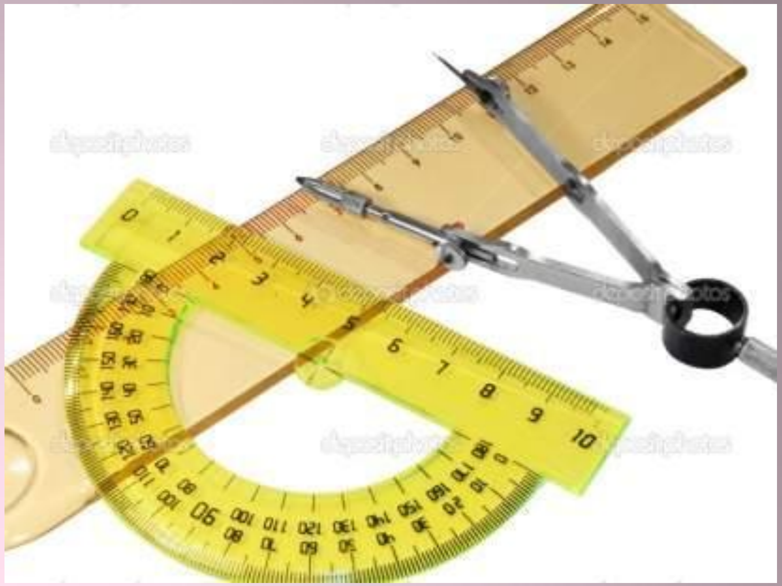
Построение треугольника по трем элементам.

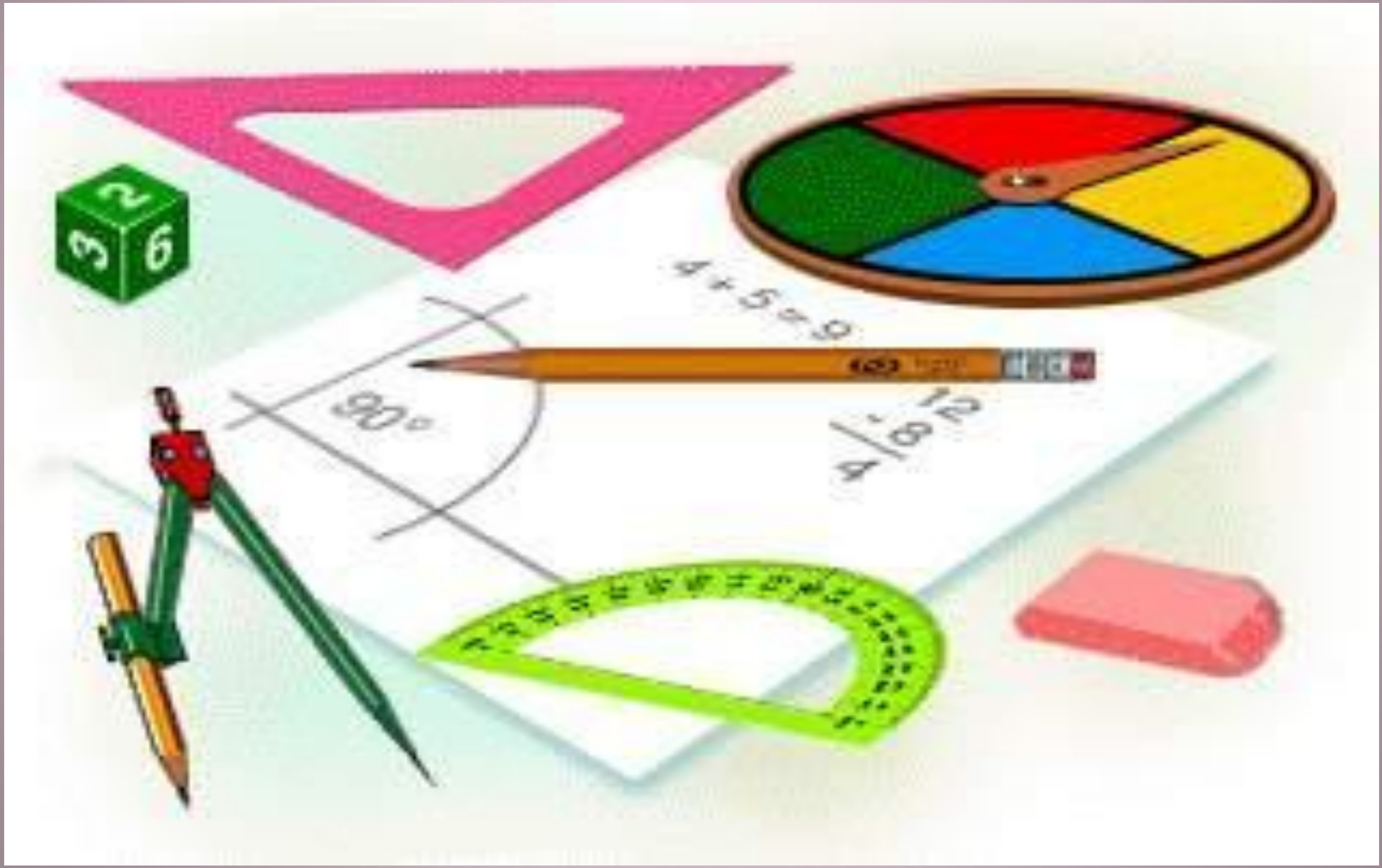




Цель урока:

- построение треугольника по трем элементам;
- совершенствование навыков решения задач на построение.

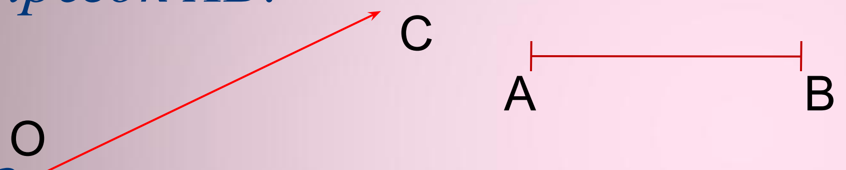
Чертёжные инструменты



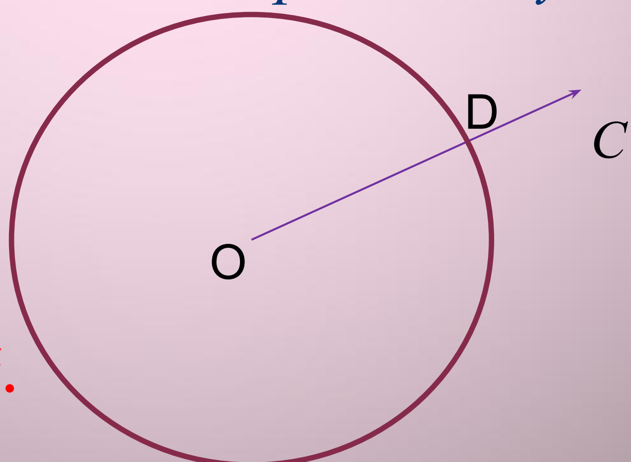
<u>Задача 1</u> : на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

<u>Решение.</u>

Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч OC и отрезок AB.



Затем циркулем построим окружность радиуса AB с центром O . Эта окружность пересечет луч OC в некоторой точке D.

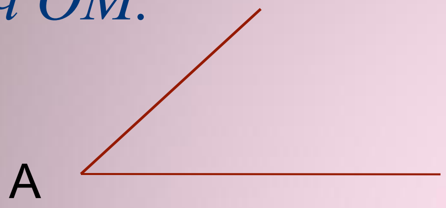


Отрезок OD – искомый.

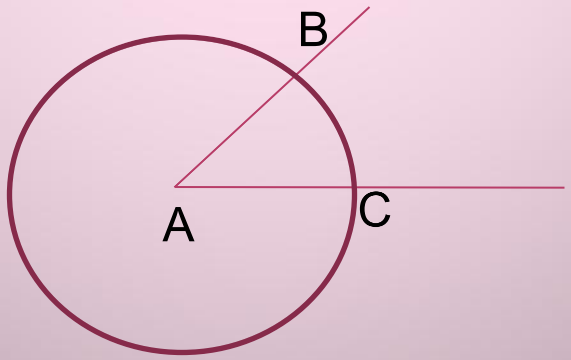
Задача 2: *отложить от данного луча угол, равный данному.*

Решение.

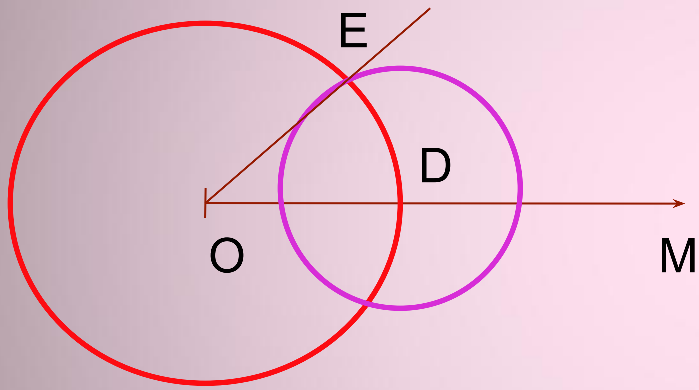
Изобразим фигуры, данные в условии: угол с вершиной А и луч ОМ.



Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине А данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках В и С.



Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча ОМ. Она пересекает луч в точке D. После этого построим окружность с центром D, радиус, которой равен ВС. Окружности пересекаются в



двух точках. Одну обозначим буквой Е. Получим угол МОЕ

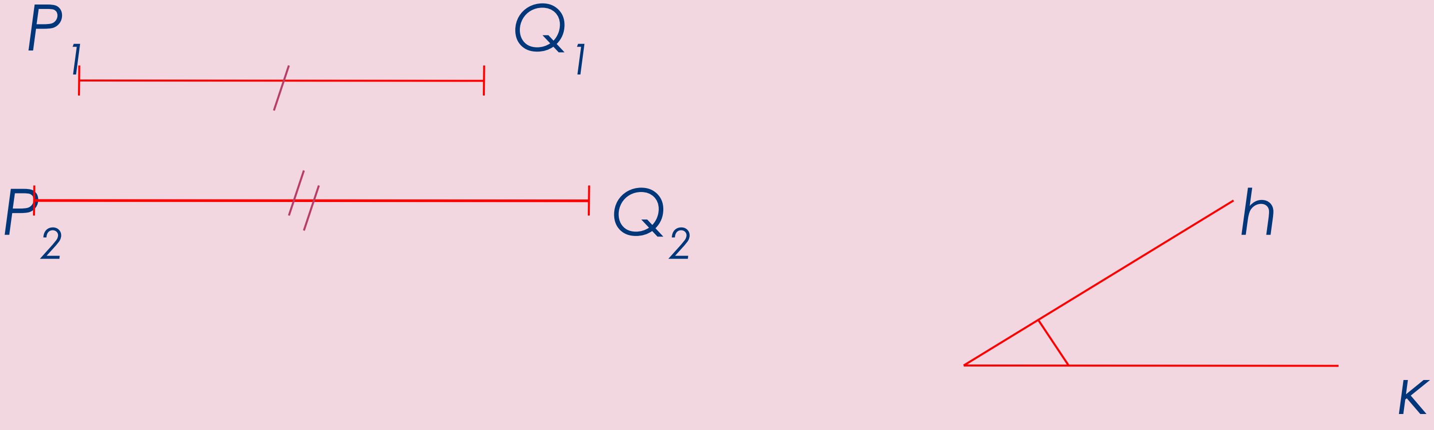
Задача 1

Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.

Решение:

Прежде всего уточним, как нужно понимать эту задачу, т. е. что здесь дано и что нужно построить.

Даны отрезки P_1Q_1, P_2Q_2 *угол* hk .



Требуется с помощью циркуля и линейки (без масштабных делений) построить такой треугольник ABC, у которого две стороны, скажем AB и AC, равны данным отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2, а угол A между этими сторонами равен данному углу hк.

Проведем прямую а и на ней с помощью циркуля отложим отрезок АВ, равный отрезку P_1Q_1

Затем построим угол ВАМ, равный данному углу hк. (как это сделать, мы знаем).

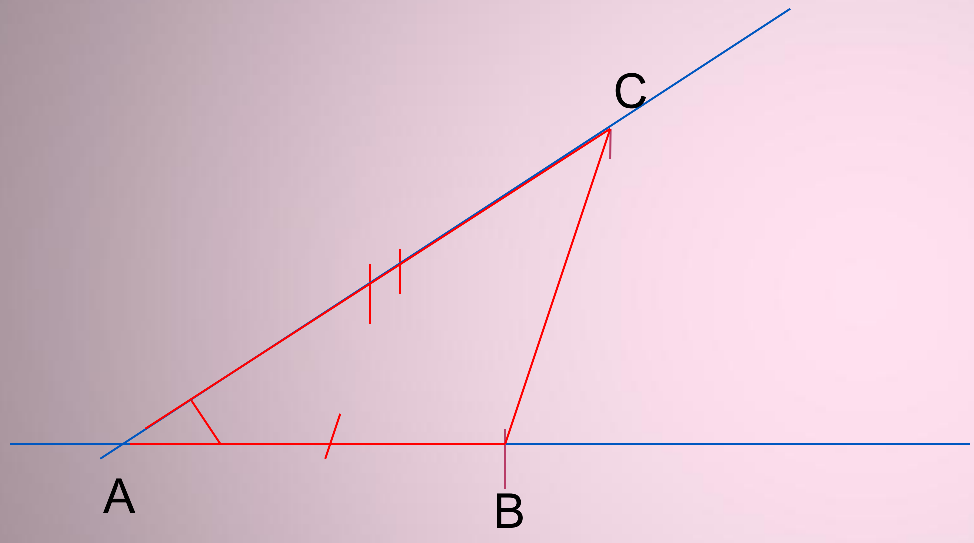
На луче АМ отложим отрезок АС, равный отрезку P_2Q_2, и проведем отрезок ВС.

Построенный треугольник АВС — искомый.

В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $\angle A = \angle h\kappa$.

Построенный треугольник ABC — искомый.

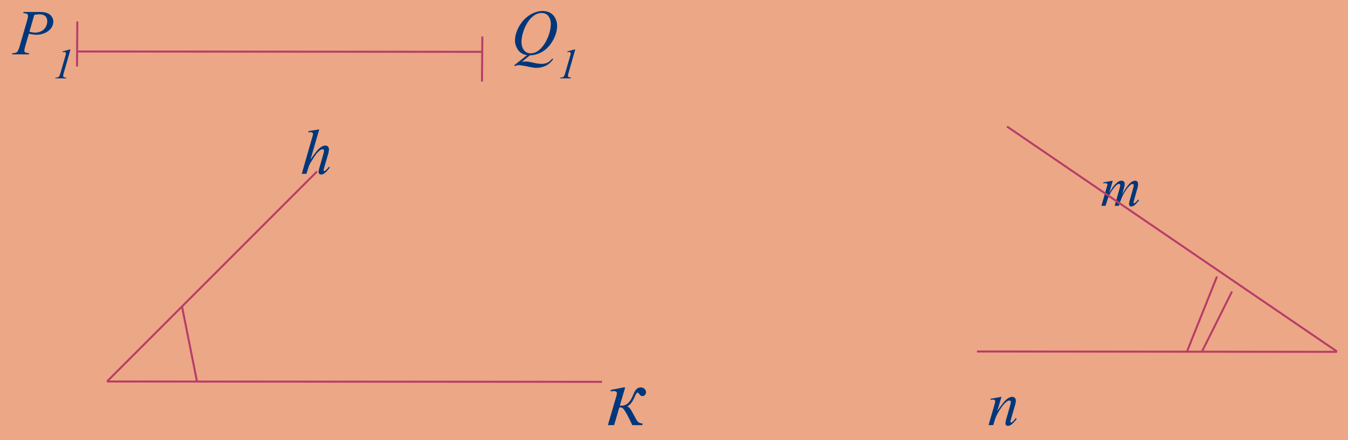
В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $\angle A = \angle hk$.

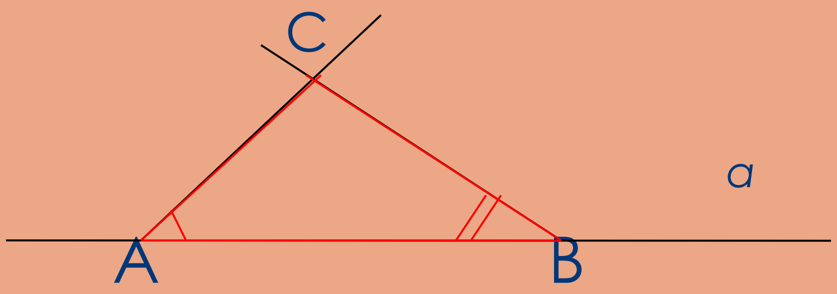


Описанный ход построения показывает, что при любых данных отрезках P_1Q_1, P_2Q_2 и данном неразвернутом угле hk искомый треугольник построить можно. Так как прямую a и точку A на ней можно выбрать произвольно, то существует бесконечно много треугольников, удовлетворяющих условиям задачи. Все эти треугольники равны друг другу (по первому признаку равенства треугольников), поэтому принято говорить, что ***данная задача имеет единственное решение.***

Задача 2

Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.





как выполнялось построение?

всегда ли задача имеет решение?

Задача 3

Построить треугольник по трем его сторонам.

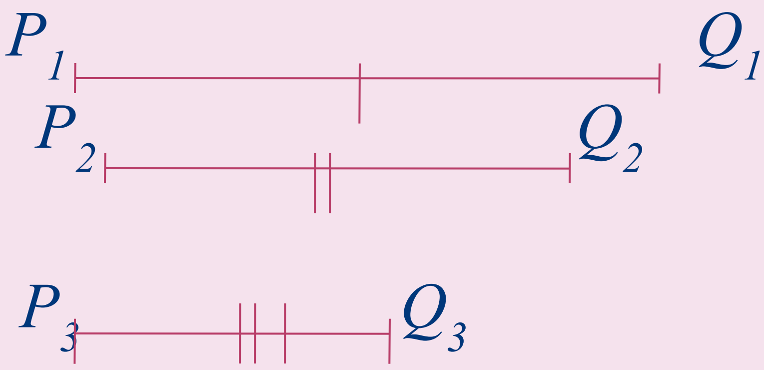
Решение.

Пусть даны отрезки P_1Q_1, P_2Q_2 и P_3Q_3. Требуется построить треугольник ABC, в котором

$$AB = P_1Q_1,\quad AC = P_2Q_2,\ BC = P_3Q_3.$$

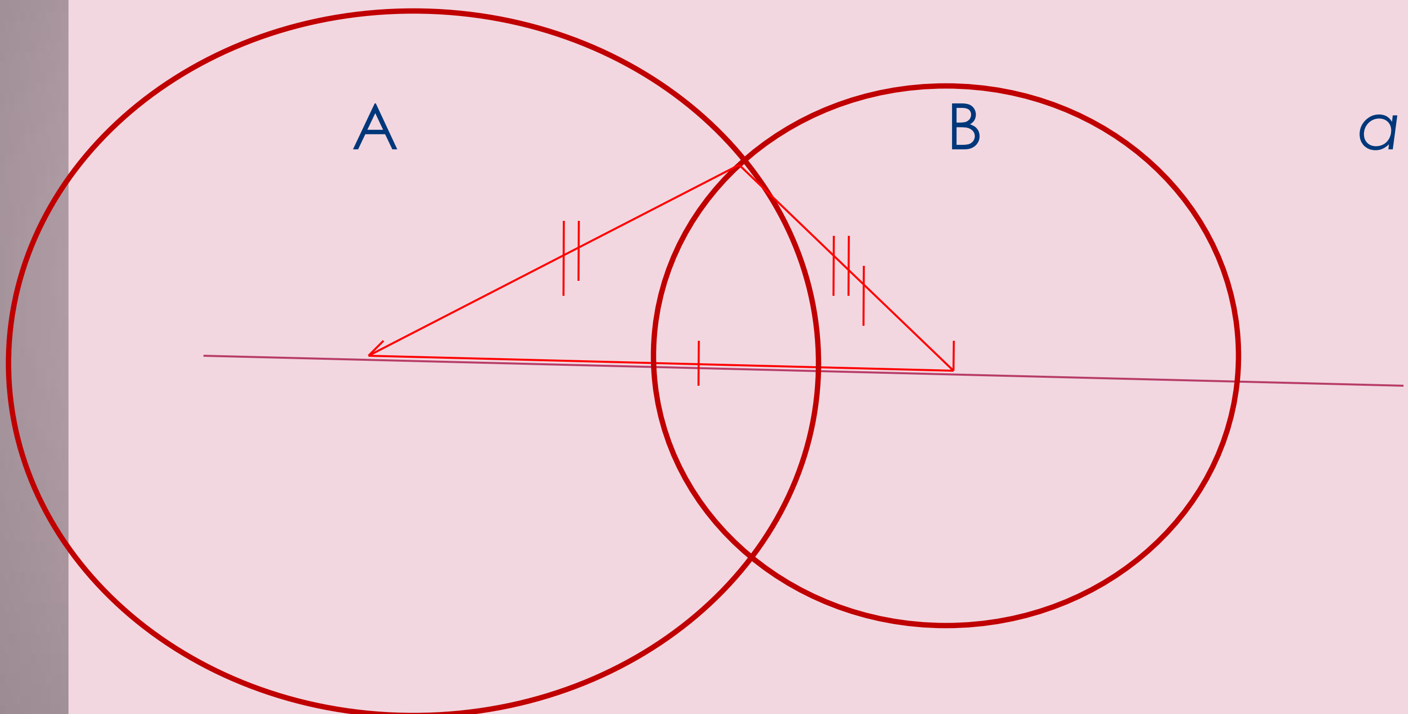
Проведем прямую и на ней с помощью циркуля отложим отрезок AB, равный отрезку P_1Q_1. Затем построим две окружности: одну — с центром A и радиусом P_2Q_2, *а другую — с центром В и радиусом* P_3Q_3 .

Пусть точка С — одна из точек пересечения этих окружностей. Проведя отрезки АС и ВС, получим искомый треугольник АВС.



Построенный треугольник ABC, в котором

$AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $BC = P_3Q_3$.



Построение треугольника по трем сторонам.

В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $BC = P_3Q_3$, т.е. стороны треугольника ABC равны данным отрезкам.

Задача 3 не всегда имеет решение.

Действительно, *во всяком треугольнике сумма любых двух сторон больше третьей стороны, поэтому если какой-нибудь из данных отрезков больше или равен сумме двух других, то нельзя построить треугольник, стороны которого равнялись бы данным отрезкам.*

Итог урока.

Рассмотрим схему, по которой обычно решают задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Она состоит из частей:

1. *Отыскание способа решения задачи путём установления связей между искомыми элементами и данными задачи. Анализ дает возможность составить план решения задачи на построение.*
2. *Выполнение построения по намеченному плану.*
3. *Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.*
4. *Исследование задачи, т.е. выяснение вопроса о том, при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько решений.*

№286

Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла.

Решение.

Требуется построить треугольник *ABC,* у которого одна из сторон, например *AC,* равна данному отрезку P_1Q_1, угол *A* равен данному углу *hк,* а биссектриса AD этого треугольника равна данному отрезку P_2Q_2.

Даны отрезки P_1Q_1 *и* P_2Q_2 *и угол hк (рисунок а).*

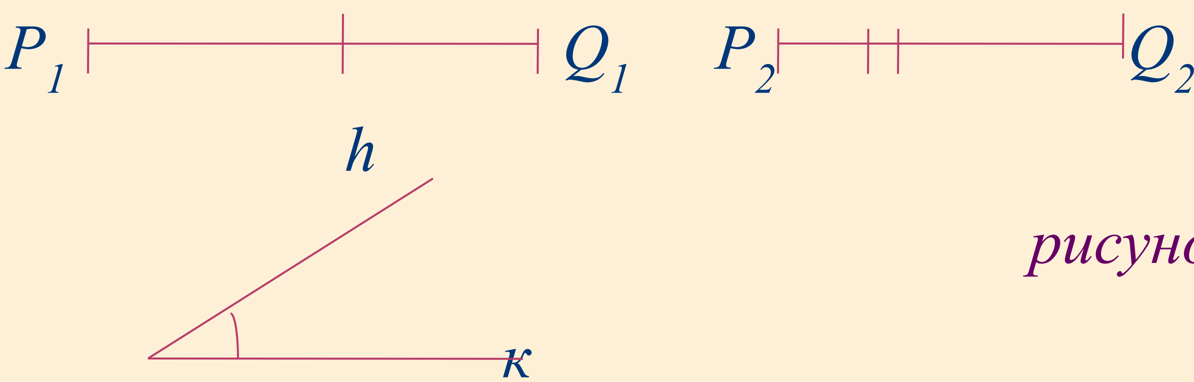


рисунок а

Построение (рисунок б).

1) Построим угол ХАУ, равный данному углу hк.

2)На луче АУ отложим отрезок АС, равный данному отрезку P_1Q_1.

3)Построим биссектрису АF угла ХАУ.

4) На луче АF отложим отрезок АD, равный данному отрезку P_2Q_2

5) Искомая вершина В — точка пересечения луча АХ с прямой CD. Построенный треугольник АВС удовлетворяет всем условиям задачи: $AC=P_1Q_1$,

$\angle A = \angle h\text{к}$, $AD = P_2Q_2$, где AD — биссектриса треугольника АВС.

Вывод: *построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи:*

$$AC = P_1Q_1\ ;\ \angle A = \angle hk,\ AD = P_2Q_2\ ,$$

где AD - биссектриса треугольника ABC

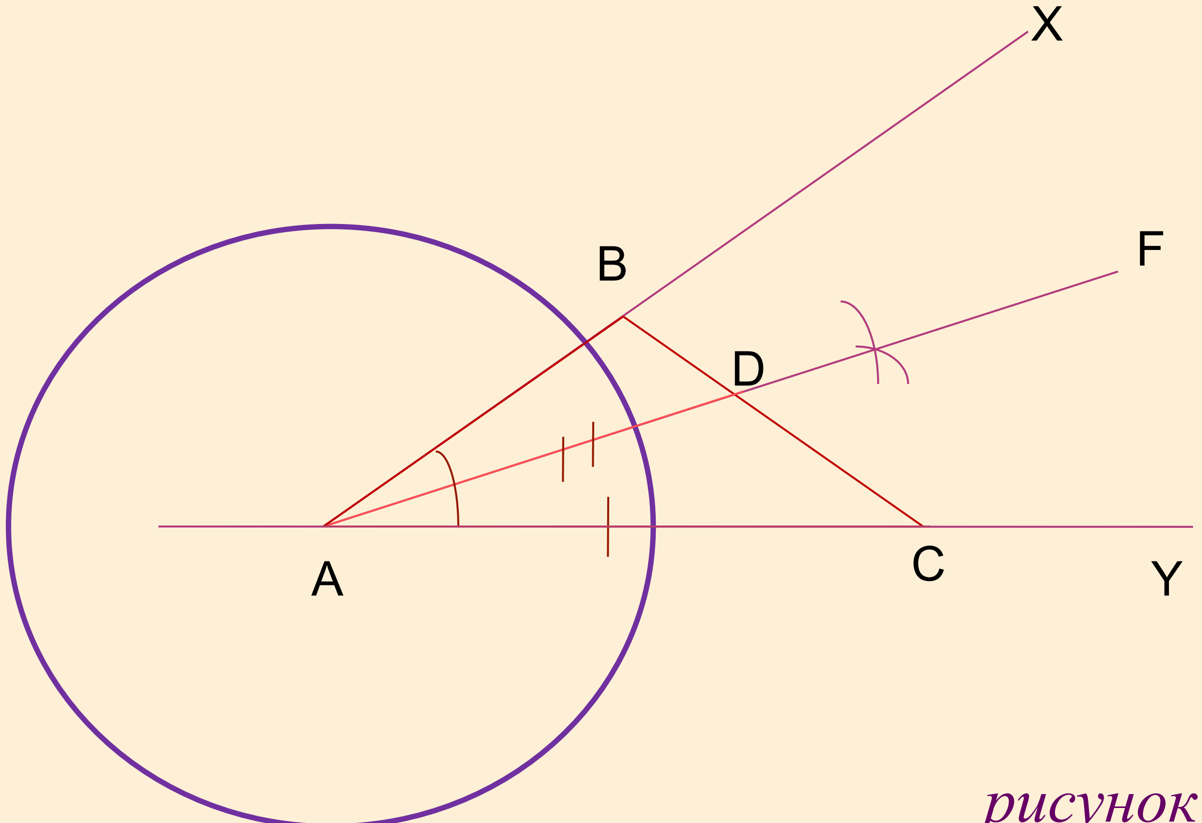


рисунок 6