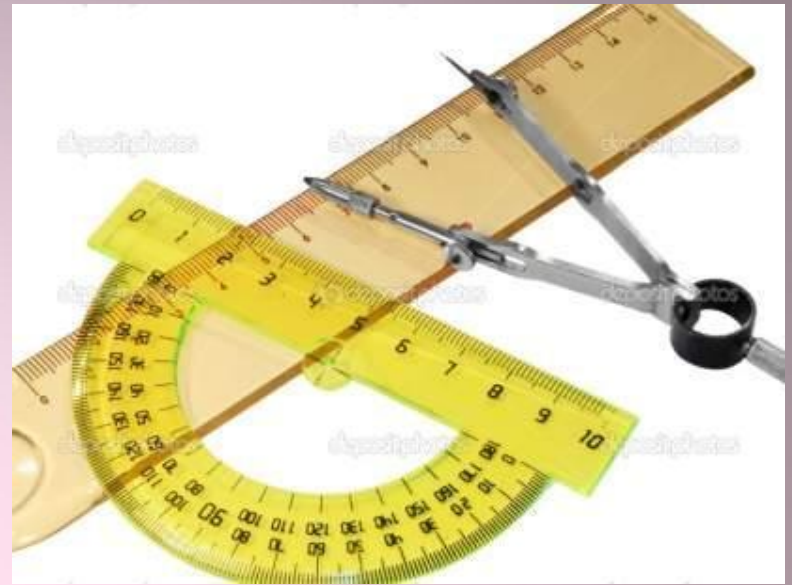




Построение треугольника по трем элементам.

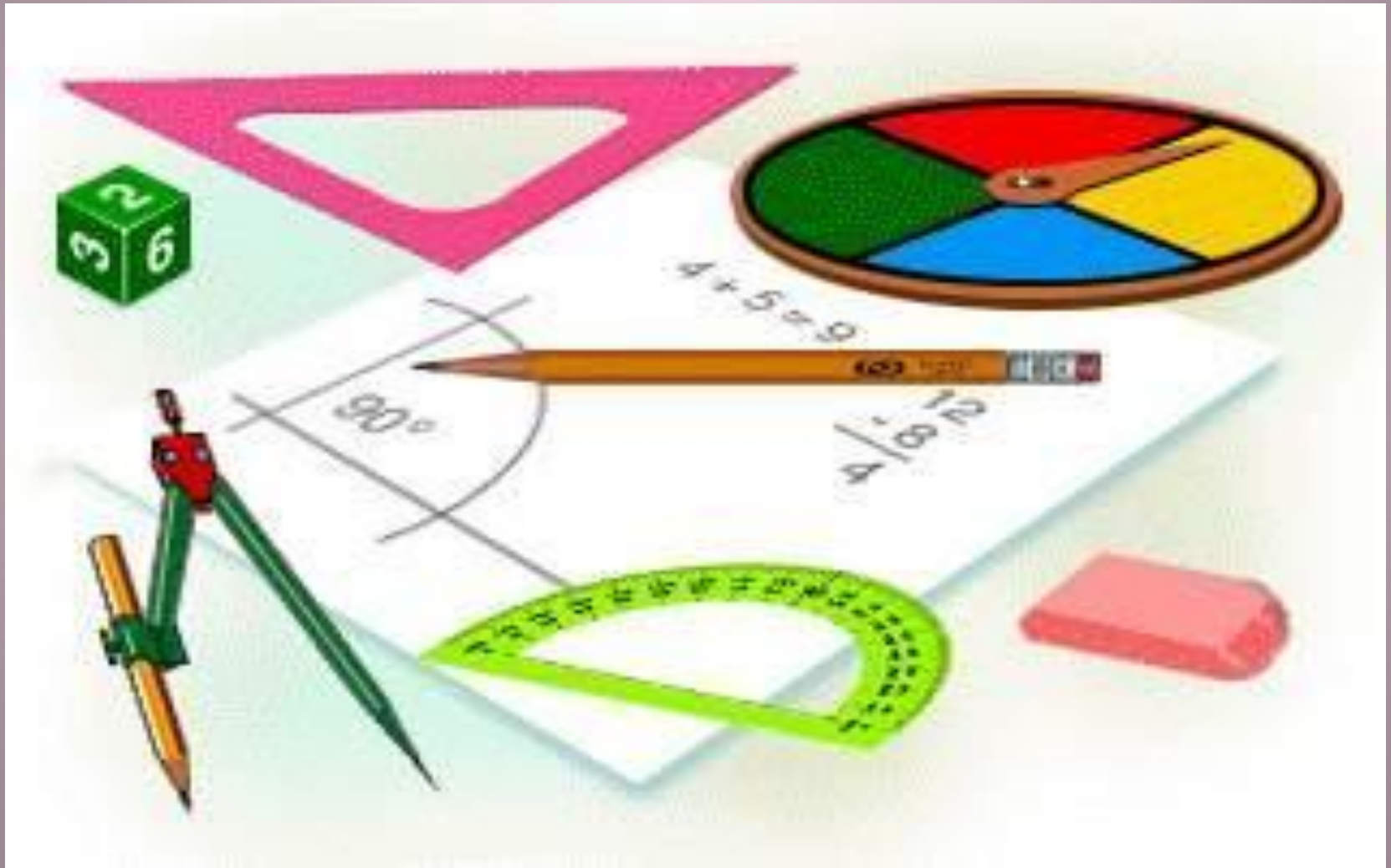




Цель урока:

- ❖ построение треугольника по трем элементам;
- ❖ совершенствование навыков решения задач на построение.

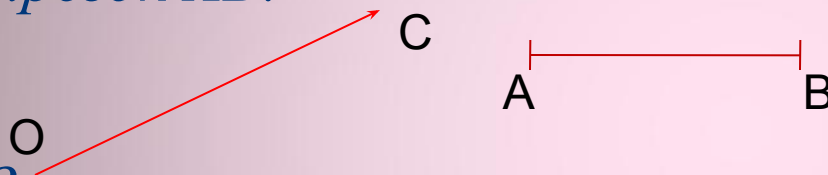
Чертёжные инструменты



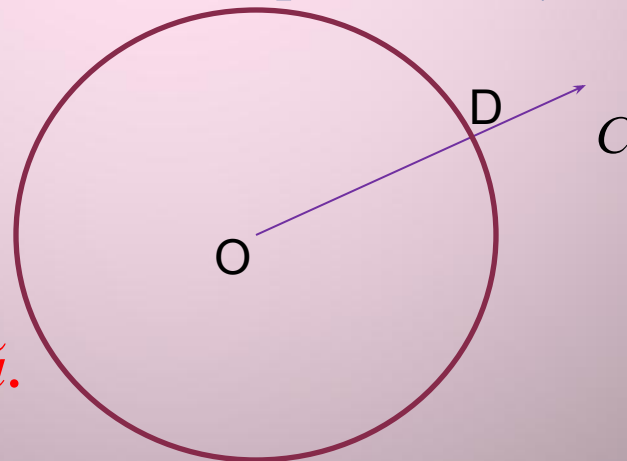
Задача 1: на данном луче от его начала отложить отрезок, равный данному.

Решение.

Изобразим фигуры, данные в условии задачи: луч OC и отрезок AB .



Затем циркулем построим окружность радиуса AB с центром O . Эта окружность пересечет луч OC в некоторой точке D .



Отрезок OD – искомый.



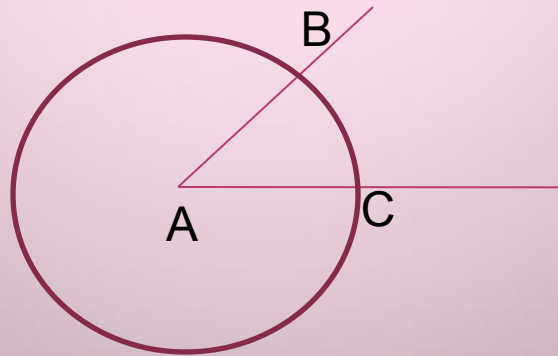
Задача 2: отложить от данного луча угол, равный данному.

Решение.

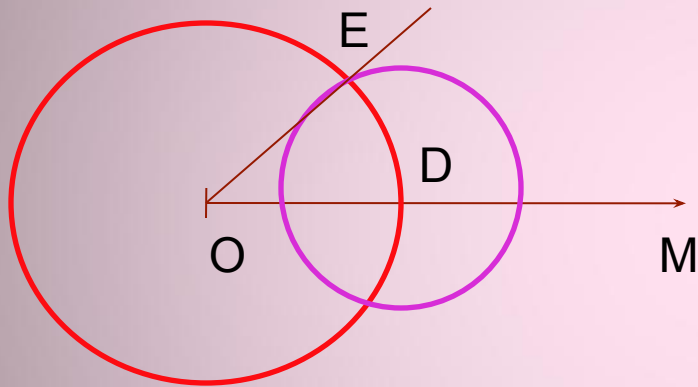
Изобразим фигуры, данные в условии: угол с вершиной A и луч OM .



Проведем окружность произвольного радиуса с центром в вершине A данного угла. Эта окружность пересекает стороны угла в точках B и C .



Затем проведем окружность того же радиуса с центром в начале данного луча OM . Она пересекает луч в точке D . После этого построим окружность с центром D , радиус, которой равен BC . Окружности пересекаются в



двух точках. Одну обозначим буквой E . Получим угол MOE



Задача 1

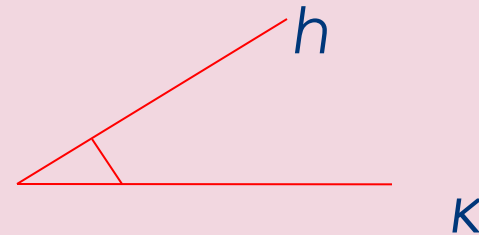


Построить треугольник по двум сторонам и углу между ними.

Решение:

Прежде всего уточним, как нужно понимать эту задачу, т. е. что здесь дано и что нужно построить.

Даны отрезки P_1Q_1 , P_2Q_2 угол $\angle K$.



Требуется с помощью циркуля и линейки (без масштабных делений) построить такой треугольник ABC , у которого две стороны, скажем AB и AC , равны данным отрезкам P_1Q_1 и P_2Q_2 , а угол A между этими сторонами равен данному углу $h\kappa$.



Проведем прямую a и на ней с помощью циркуля отложим отрезок AB , равный отрезку P_1Q_1

Затем построим угол BAM , равный данному углу hk .
(как это сделать, мы знаем).

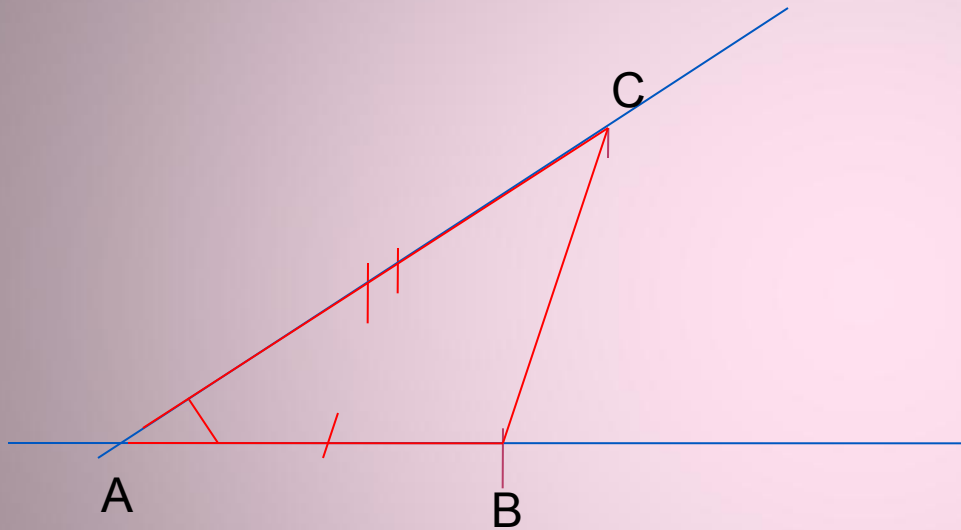
На луче AM отложим отрезок AC , равный отрезку P_2Q_2 , и проведем отрезок BC .

Построенный треугольник ABC — искомый.

В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$,
 $\angle A = \angle hk$.

Построенный треугольник ABC — искомый.

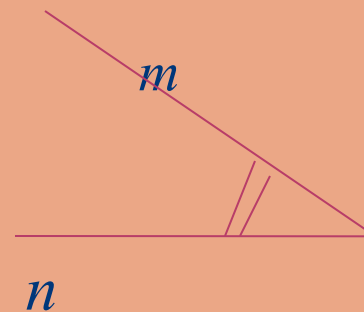
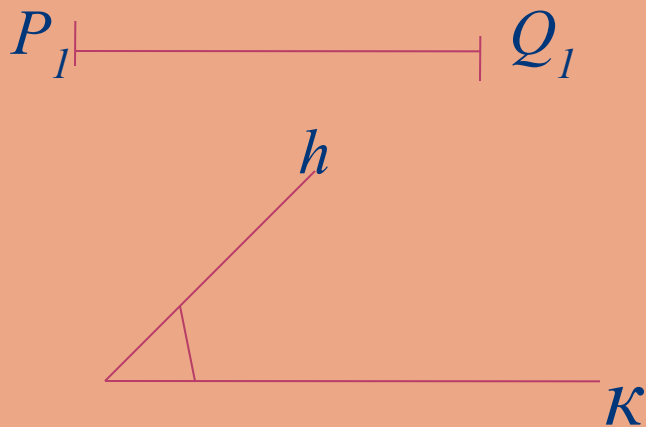
В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$,
 $\angle A = \angle hk$.



Описанный ход построения показывает, что при любых данных отрезках P_1Q_1 , P_2Q_2 и данном неразвернутом угле $\angle K$ искомый треугольник построить можно. Так как прямую a и точку A на ней можно выбрать произвольно, то существует бесконечно много треугольников, удовлетворяющих условиям задачи. Все эти треугольники равны друг другу (по первому признаку равенства треугольников), поэтому принято говорить, что **данная задача имеет единственное решение.**

Задача 2

Построить треугольник по стороне и двум прилежащим к ней углам.



Задача 3

Построить треугольник по трем его сторонам.

Решение.

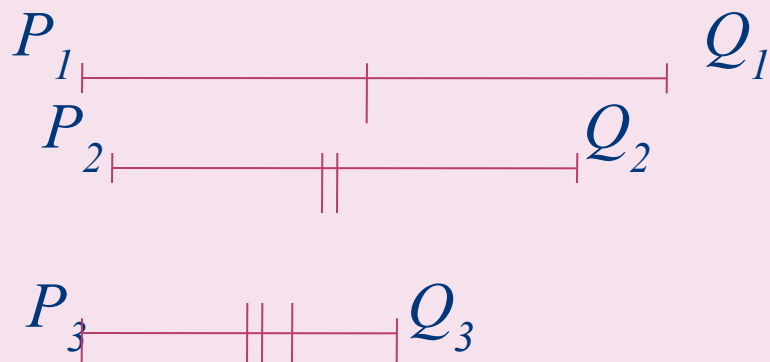
Пусть даны отрезки P_1Q_1 , P_2Q_2 и P_3Q_3 . Требуется построить треугольник ABC , в котором

$$AB = P_1Q_1, \quad AC = P_2Q_2, \quad BC = P_3Q_3.$$

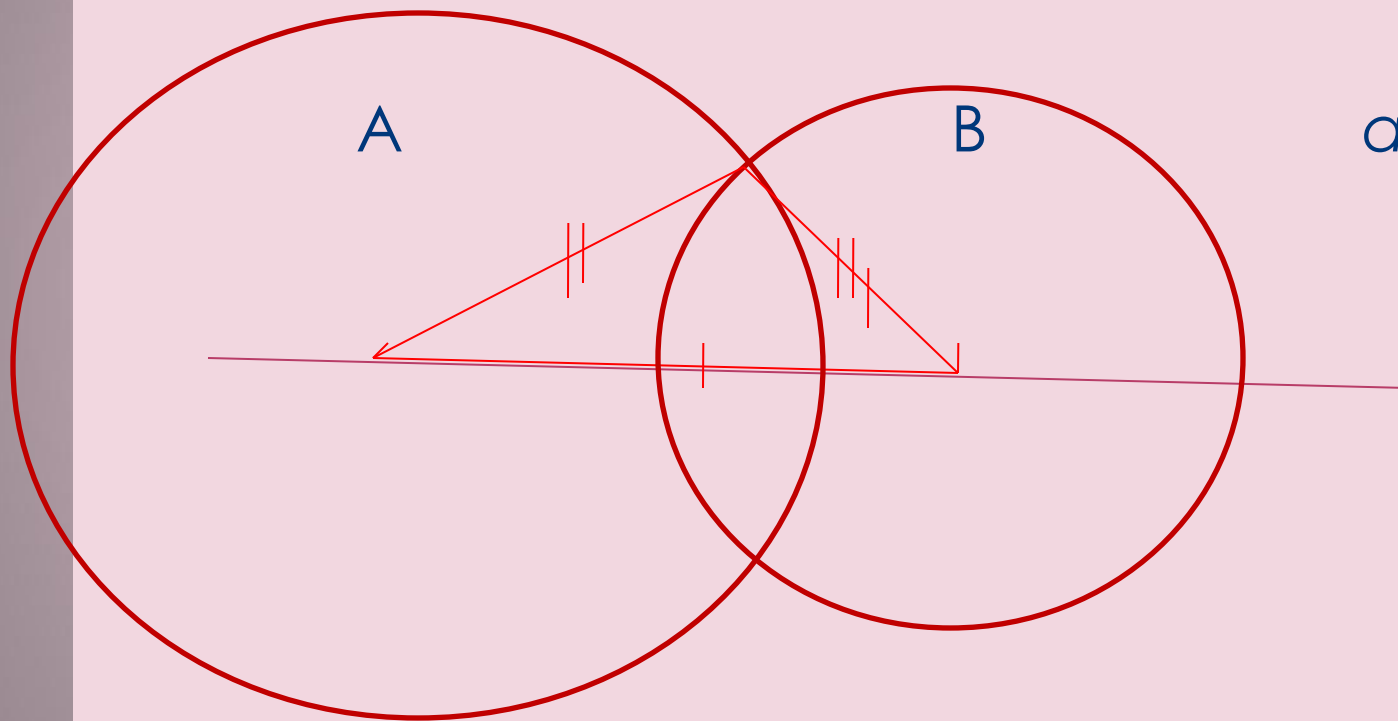
Проведем прямую и на ней с помощью циркуля отложим отрезок AB , равный отрезку P_1Q_1 . Затем построим две окружности: одну — с центром A и радиусом P_2Q_2 ,

а другую — с центром B и радиусом P_3Q_3 .

Пусть точка C — одна из точек пересечения этих окружностей. Проведа отрезки AC и BC , получим искомый треугольник ABC .



Построенный треугольник ABC , в котором
 $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $BC = P_3Q_3$.



Построение треугольника по трем сторонам.

В самом деле, по построению $AB = P_1Q_1$, $AC = P_2Q_2$, $BC = P_3Q_3$, т.е. стороны треугольника ABC равны данным отрезкам.

Задача 3 не всегда имеет решение.

Действительно, во всяком треугольнике сумма любых двух сторон больше третьей стороны, поэтому если какой-нибудь из данных отрезков больше или равен сумме двух других, то нельзя построить треугольник, стороны которого равнялись бы данным отрезкам.

Итог урока.

Рассмотрим схему, по которой обычно решают задачи на построение с помощью циркуля и линейки.

Она состоит из частей:

- 1. Отыскание способа решения задачи путём установления связей между искомыми элементами и данными задачи. Анализ дает возможность составить план решения задачи на построение.*
- 2. Выполнение построения по намеченному плану.*
- 3. Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.*
- 4. Исследование задачи, т.е. выяснение вопроса о том, при любых ли данных задача имеет решение, и если имеет, то сколько решений.*

Постройте треугольник по стороне, прилежащему к ней углу и биссектрисе треугольника, проведенной из вершины этого угла.

Решение.

Требуется построить треугольник ABC , у которого одна из сторон, например AC , равна данному отрезку P_1Q_1 , угол A равен данному углу hk , а биссектриса AD этого треугольника равна данному отрезку P_2Q_2 .

Даны отрезки P_1Q_1 и P_2Q_2 и угол hk (рисунок а).

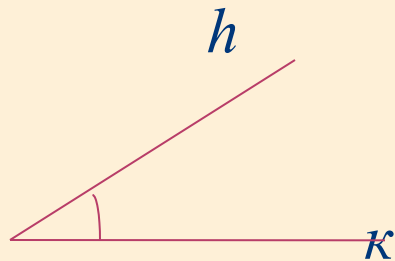


рисунок а

Построение (рисунок б).

- 1) Построим угол $\angle XAU$, равный данному углу $\angle h_k$.*
- 2) На луче AU отложим отрезок AC , равный данному отрезку P_1Q_1 .*
- 3) Построим биссектрису AF угла $\angle XAU$.*
- 4) На луче AF отложим отрезок AD , равный данному отрезку P_2Q_2 .*
- 5) Искомая вершина B — точка пересечения луча AX с прямой CD . Построенный треугольник ABC удовлетворяет всем условиям задачи: $AC = P_1Q_1$, $\angle A = \angle h_k$, $AD = P_2Q_2$, где AD — биссектриса треугольника ABC .*

Вывод: построенный треугольник ABC

удовлетворяет всем условиям задачи:

$AC = P_1 Q_1$; $\angle A = \angle hk$, $AD = P_2 Q_2$,
где AD - биссектриса треугольника ABC

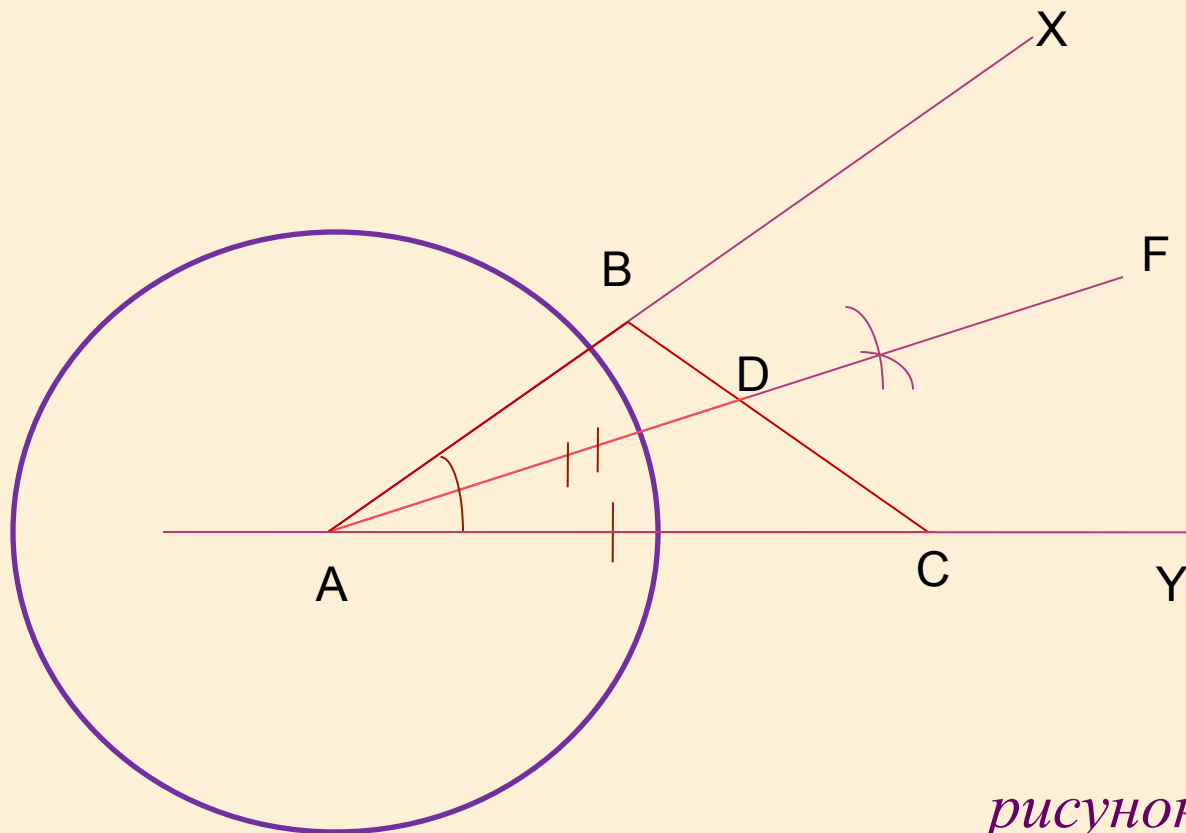


рисунок б