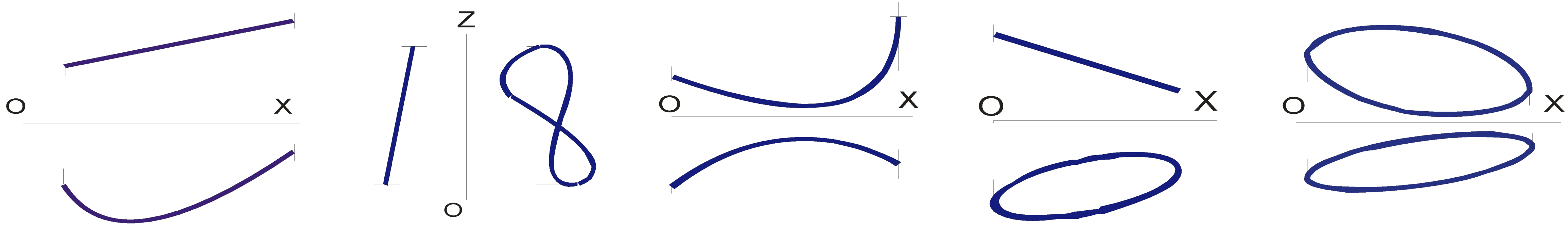
Поверхности

Плоские и пространственные кривые

Плоской *является такая кривая линия, которая лежит в плоскости и, следовательно, при проецирующем положении этой плоскости проекцией этой кривой станет прямая*



Пространственной *является кривая, не лежащая в плоскости и, следовательно, прямая ни в каком случае не может быть ее проекцией*

КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

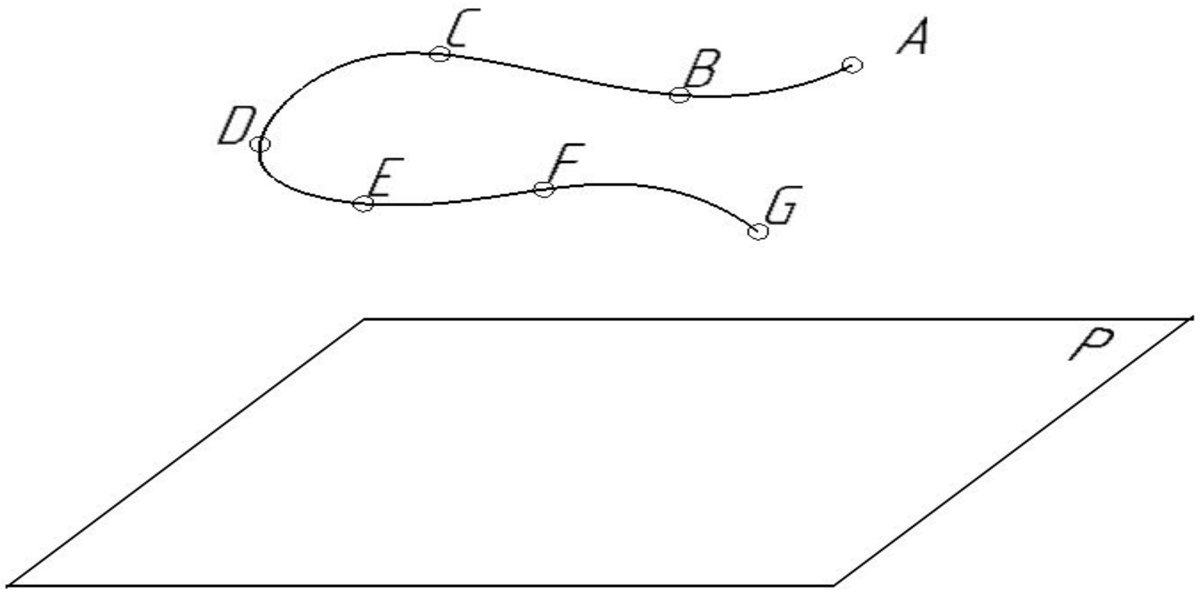
Кривые линии

Определение: Кривую линию можно рассматривать как траекторию движущейся точки на плоскости или в пространстве.

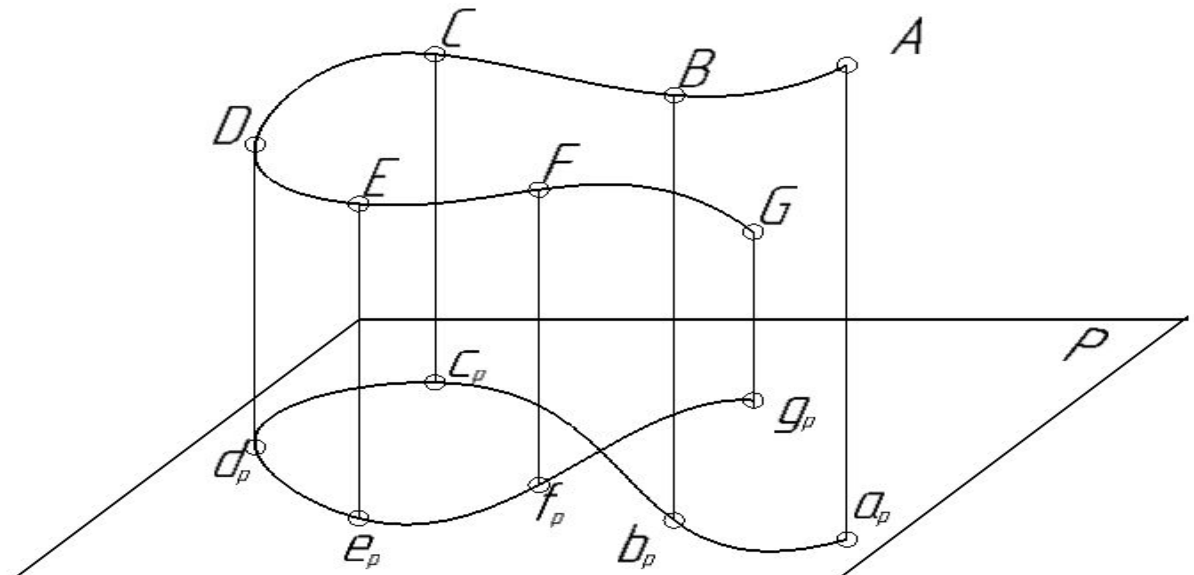
Кривая линия, все точки которой принадлежат плоскости, называется плоской.

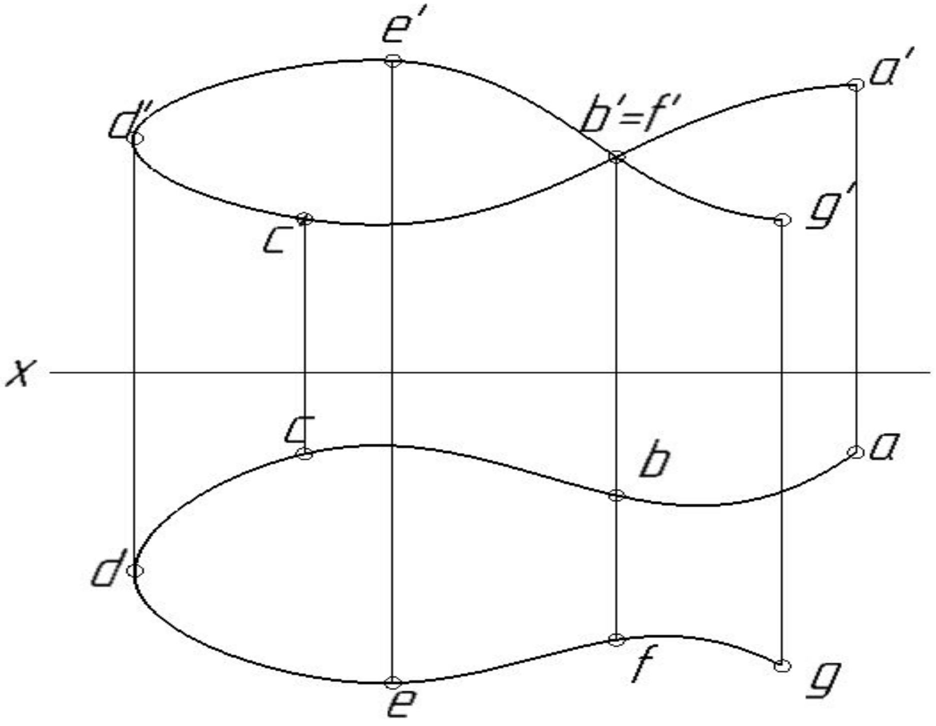
Кривая линия, все точки которой не принадлежат одной плоскости, называется пространственной или линией двоякой кривизны.

Если движение линии происходит по какому-либо закону, то поверхность рассматривают как *закономерную*, в противном случае поверхность считают *незакономерной* или случайной.



Для построения проекций кривой линии необходимо построить проекции ряда принадлежащих ей точек. Чтобы отчетливее по чертежу представить себе кривую в пространстве, следует на чертеже указывать проекции характерных ее точек: точки наиболее удаленные от плоскостей проекций и наиболее близкие к ним, точки перегиба и т.п.





Поверхность представляет собой множество последовательных положений линии, перемещающейся в пространстве.

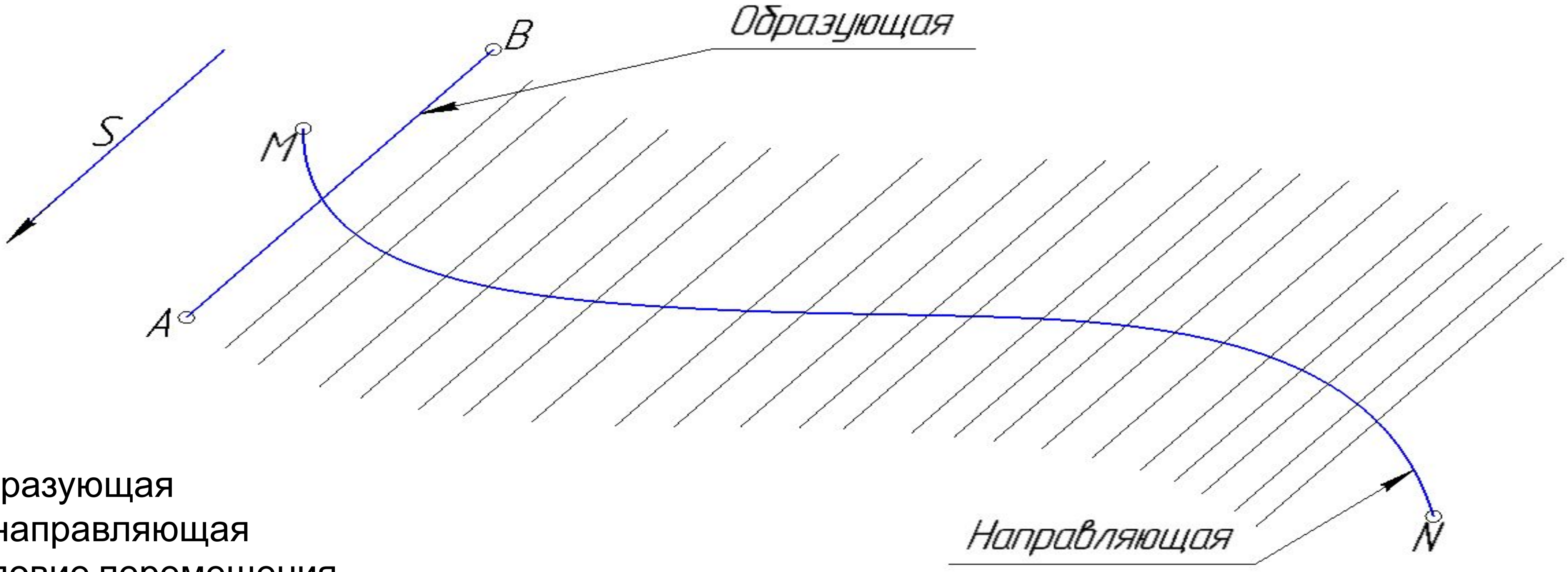
Эту линию называют *образующей поверхности*.

Образование поверхности

На чертеже поверхности задают с помощью образующей и направляющих.

Образующая - линия, производящая поверхность пространства в каждом своем положении.

Направляющая - одна или несколько неподвижных линий (прямых, кривых), по которым скользит образующая, сохраняя определенное положение в пространстве и соблюдая условия перемещения образующей в пространстве.

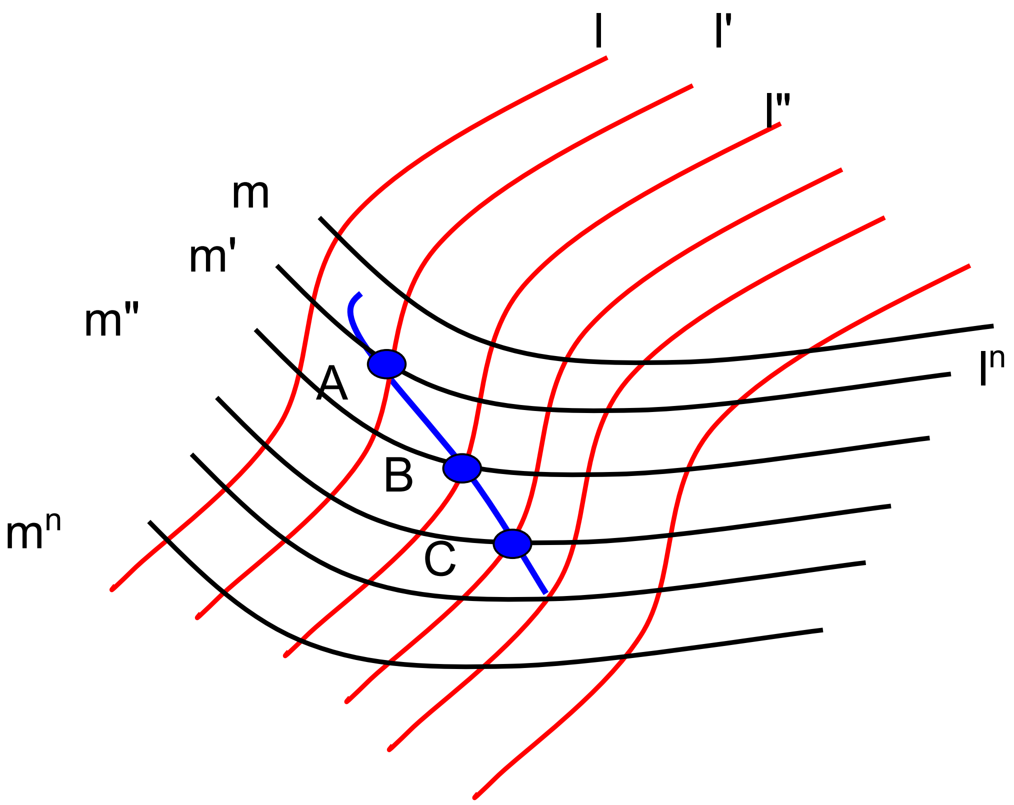


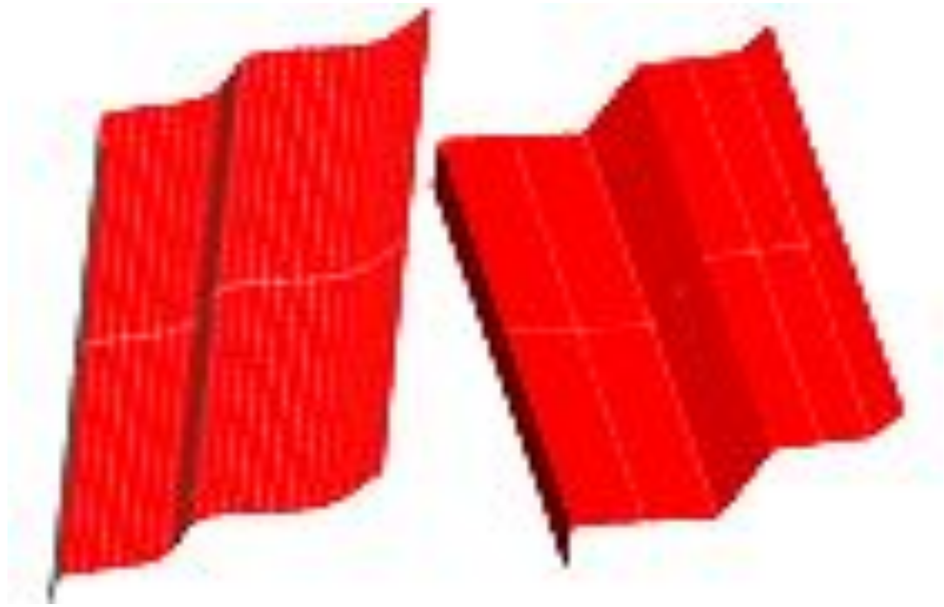
AB - образующая

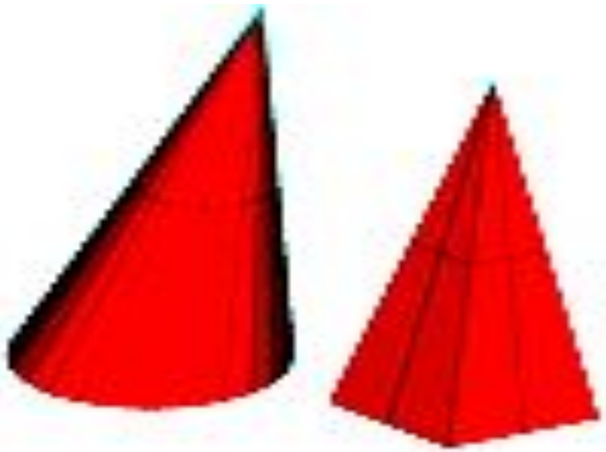
MN - направляющая

S - условие перемещения

Образование поверхностей





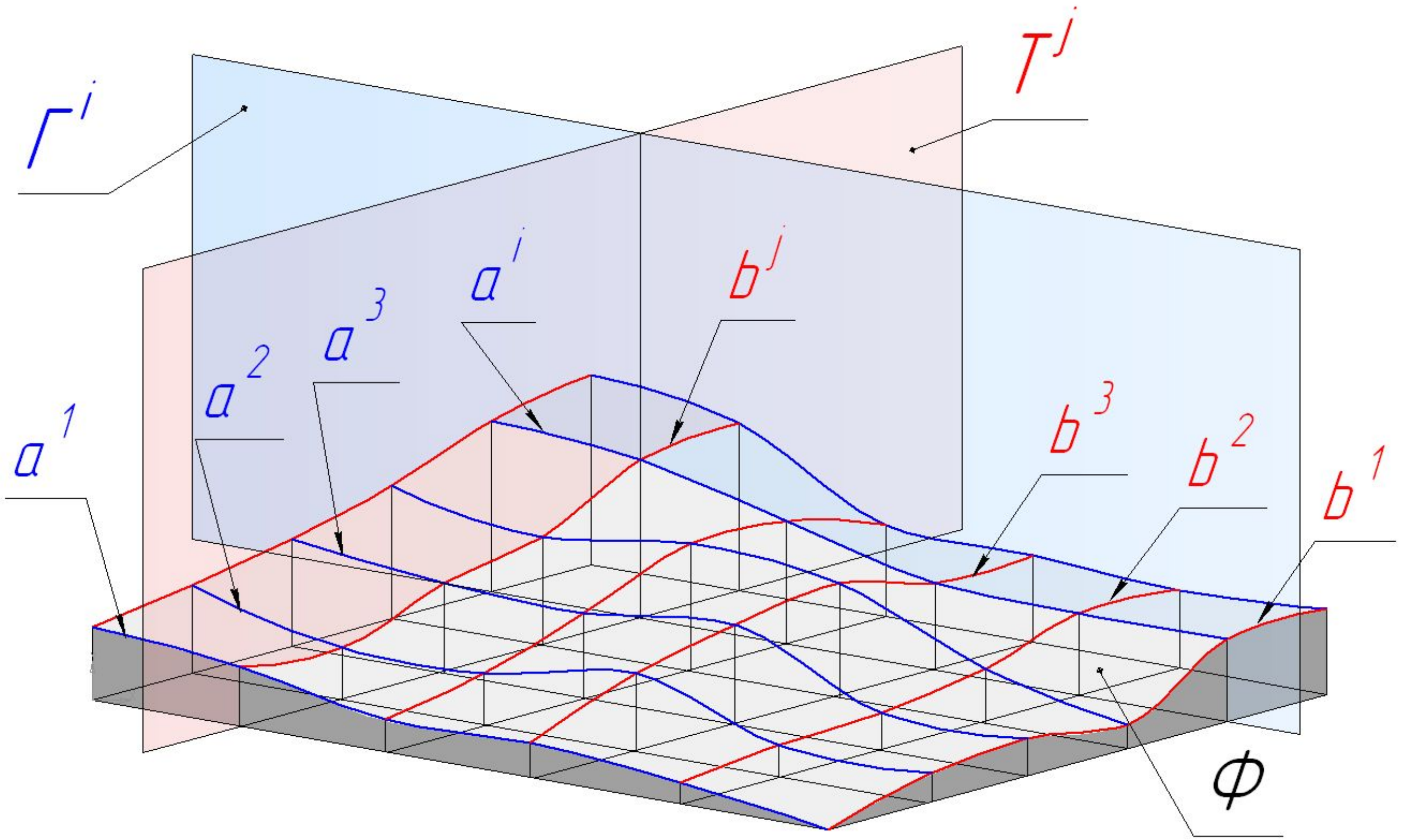


- l– образующая поверхности;
- m – направляющая поверхности.

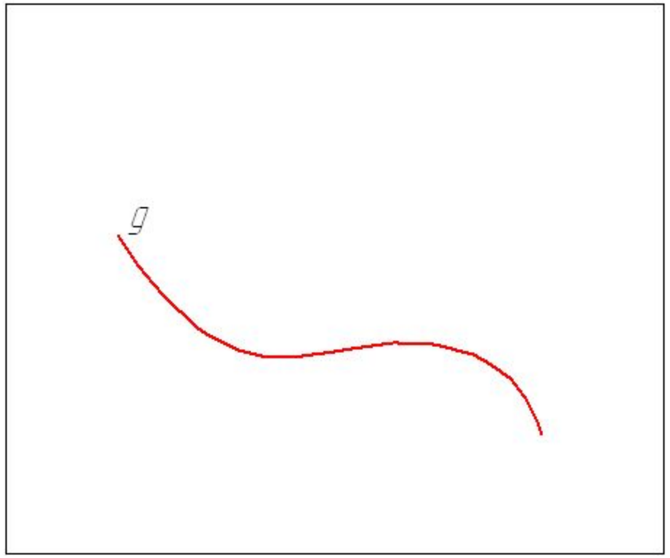
Существует три способа задания поверхности:

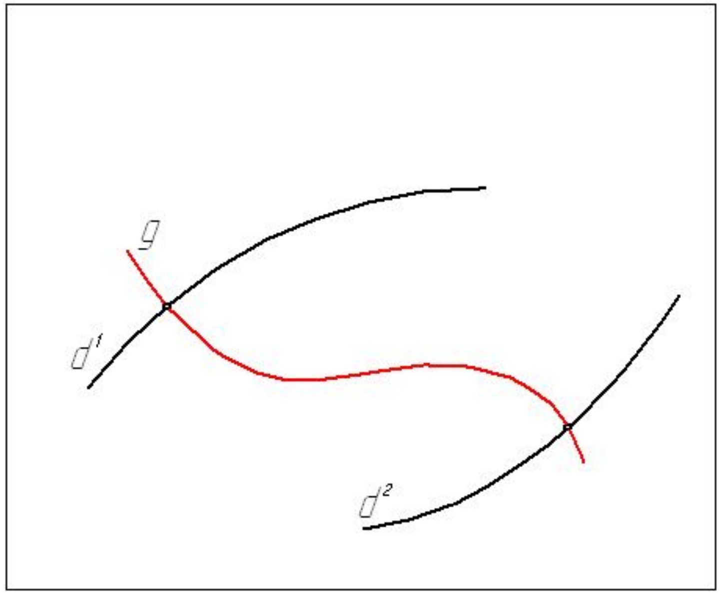
1. ***Аналитический*** – поверхность задается уравнением;

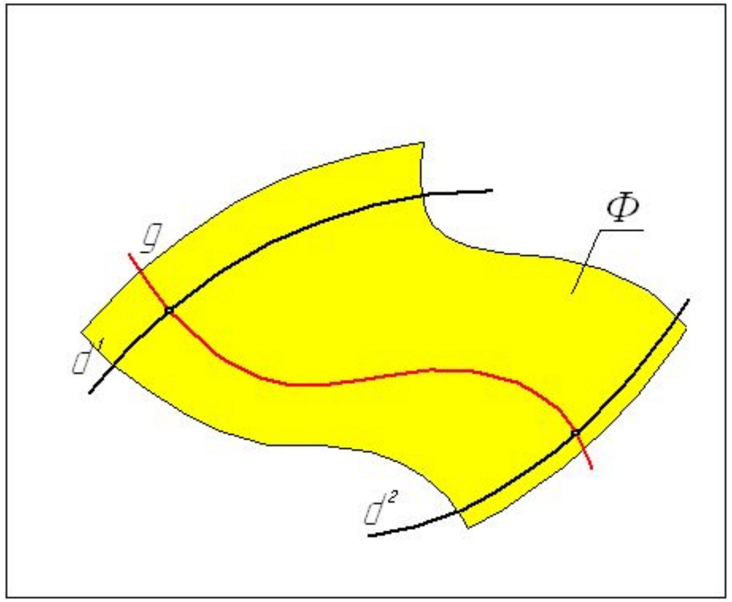
2. Каркасный – поверхность задается совокупностью точек и линий;



3. Кинематический – поверхность рассматривается как совокупность последовательных положений некоторой линии - *образующей*, которая перемещается в пространстве по определенному закону. Закон перемещения образующей может быть задан тоже линиями, но иного направления. Эти линии называют *направляющими.*







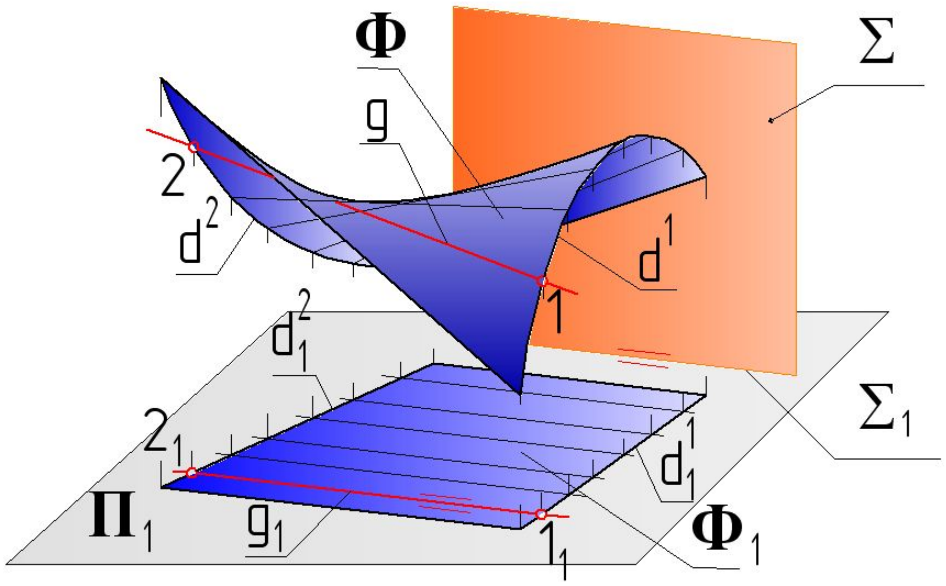
- g – образующая поверхности;
- d – направляющая поверхности.

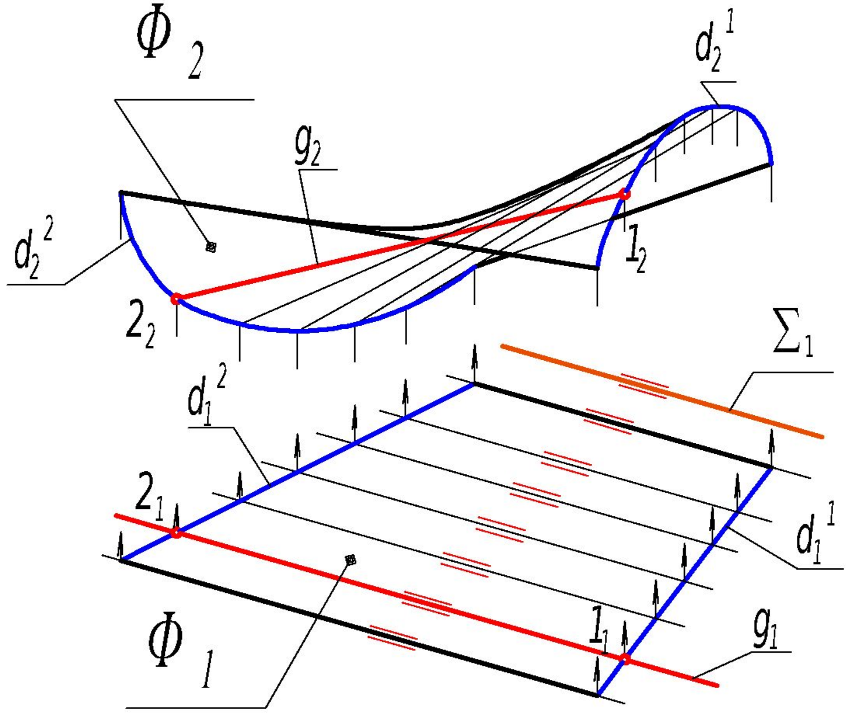
Φ - прямой цилиндроид (группа поверхностей Каталана),

g – образующая (прямая линия),

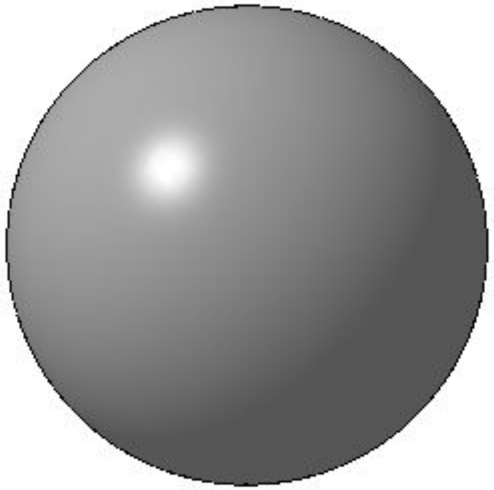
d^1, d^2 – направляющие,

Σ – направляющая плоскость (плоскость параллелизма)

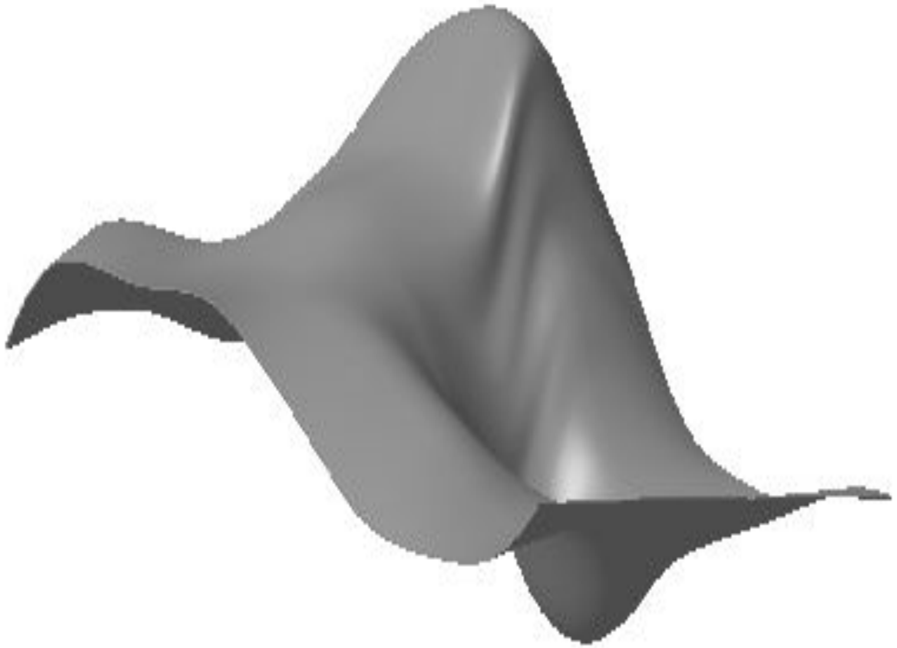




Геометрическая поверхность



Графическая поверхность



Определитель поверхности

Это совокупность независимых условий, однозначно задающих поверхность.

Определитель состоит из двух частей:

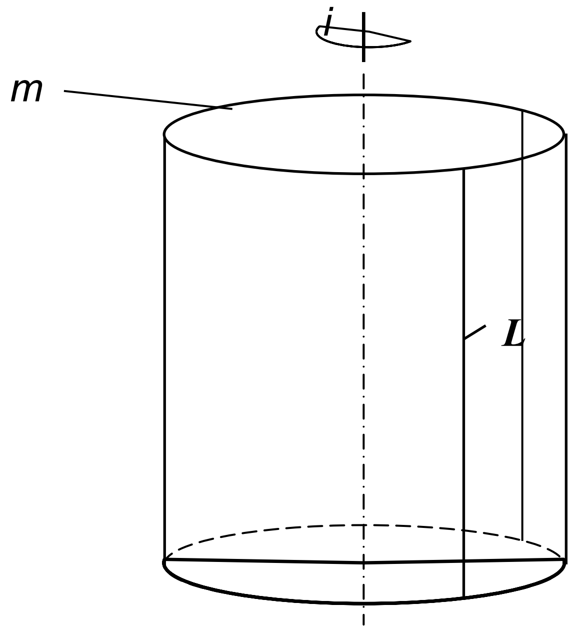
Геометрическая **(Г)** - геометрические фигуры - образующая и другие точки, линии, поверхности, участвующие в образовании поверхности.
Алгоритмическая **(А)** – закон перемещения и изменения формы образующей.

Ф{(Г)(А)}

Одна и та же поверхность может быть образована различными способами, следовательно иметь несколько определителей.

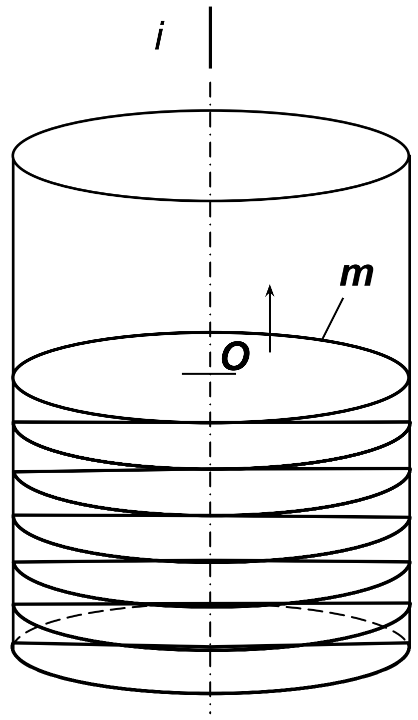
а) цилиндр образован вращением прямой образующей *L* вокруг неподвижной оси *i*; направляющая *m* – окружность, центр которой лежит на оси цилиндра.

$G_1 = \{ (L, i, m) (A_1) \}$

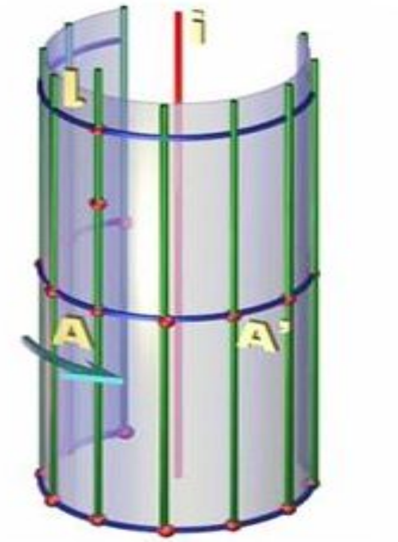


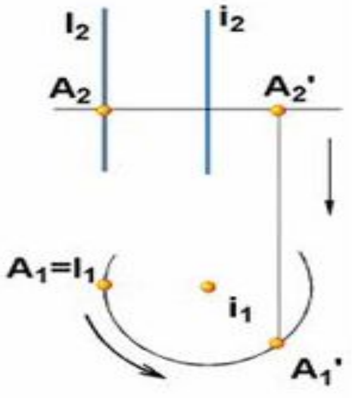
б) образующая - окружность с центром на оси цилиндра.

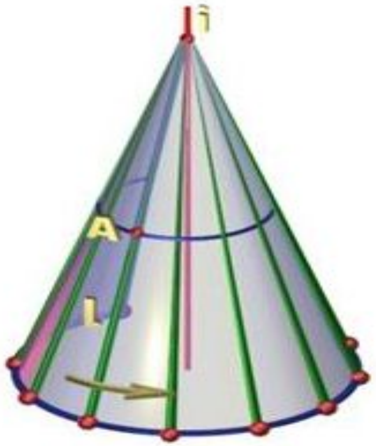
$G_2 = \{ (m, i) (A_2) \}$

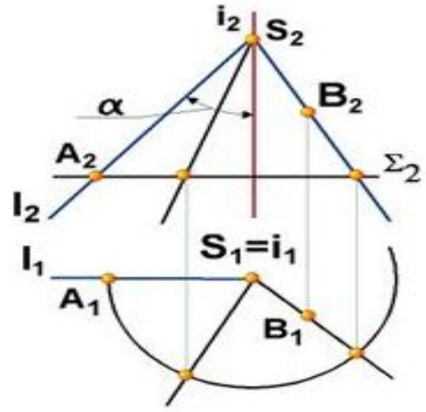


Поверхность на чертеже задают проекциями геометрической части ее определителя.

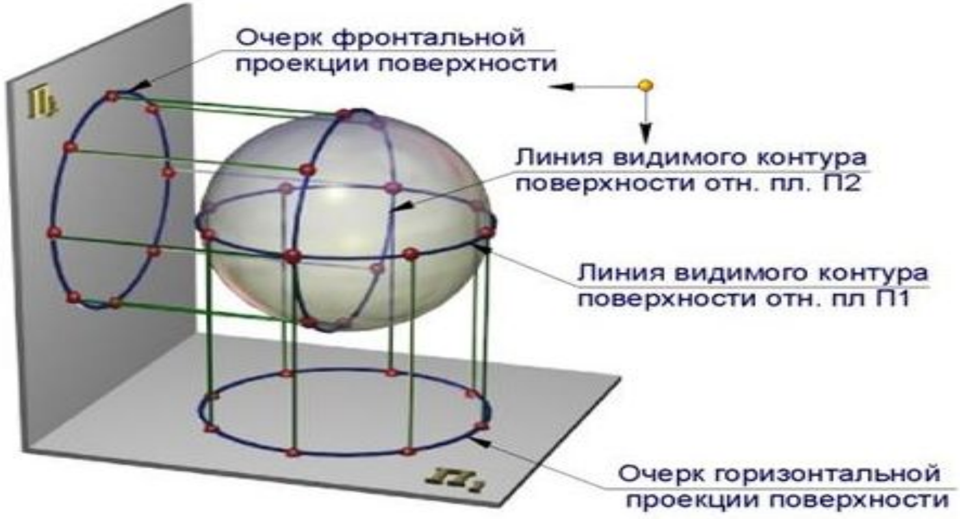




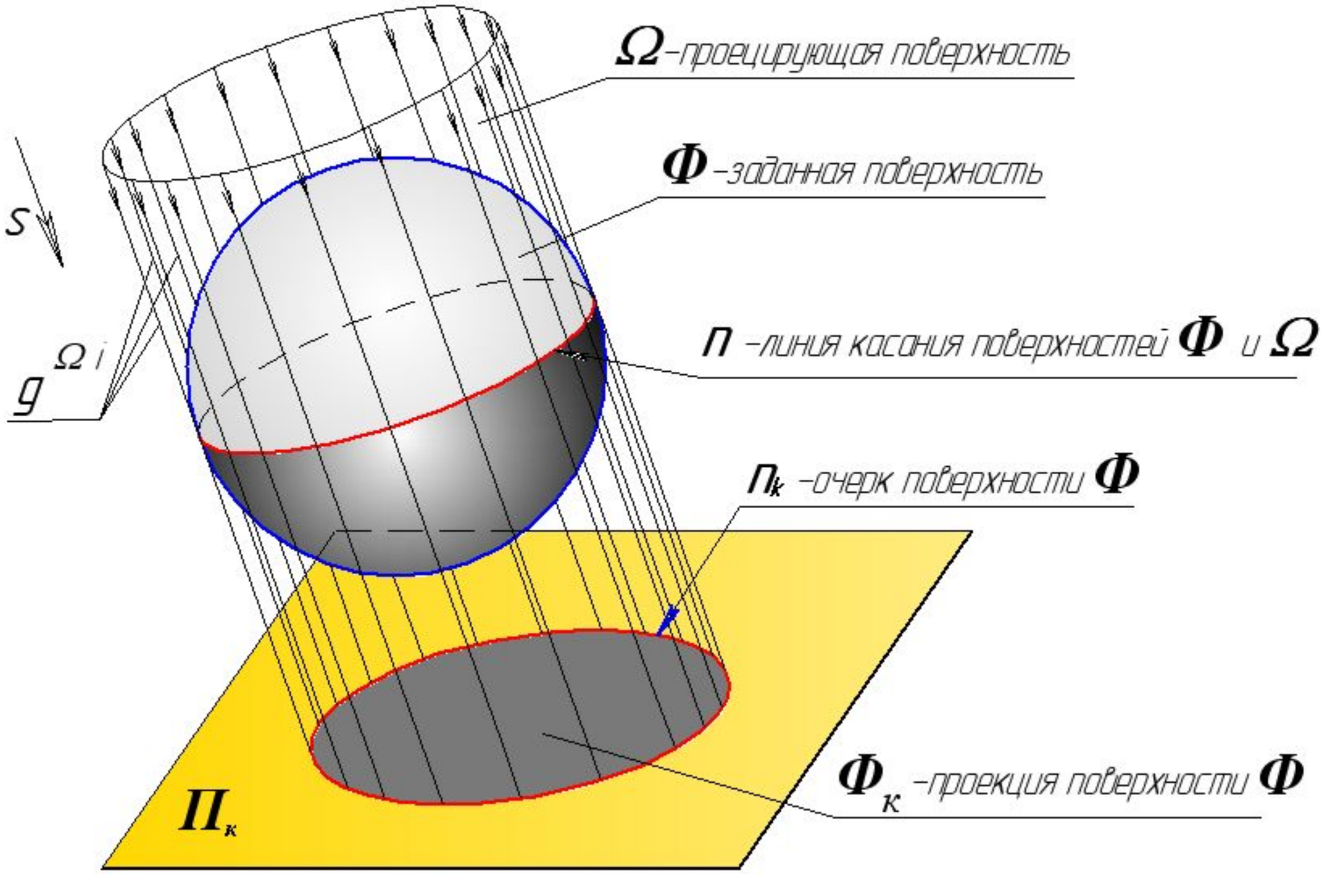




Задание поверхности проекциями геометрической части ее определителя не обеспечивает наглядности изображений. Поэтому прибегают к построению очерков ее проекций.



Очерк поверхности



<u>**Очерк поверхности**</u> **– это *линия пересечения* плоскости проекций с проецирующей поверхностью, касательной к заданной поверхности и ее охватывающей.**

Чтобы задать поверхность на чертеже необходимо:

1. Построить проекции определителя.
2. Построить проекции очерковых образующих поверхности и линии обреза.
3. Определить видимость очерковых образующих.

Поверхности

- **Поверхностью** называется совокупность всех последовательных положений линий, непрерывно перемещающихся в пространстве.
- Линия, образующая поверхность, называется **образующей.**
- Линия, по которой перемещается образующая, называется **направляющей.**
- Поверхности разделяют:

  - По признаку развёртывания в плоскость –

  развёртывающиеся и неразвёртывающиеся.

  - По форме образующей:

  с прямолинейными образующими - **линейчатые поверхности**;

  с криволинейной образующей - **кривые поверхности**.

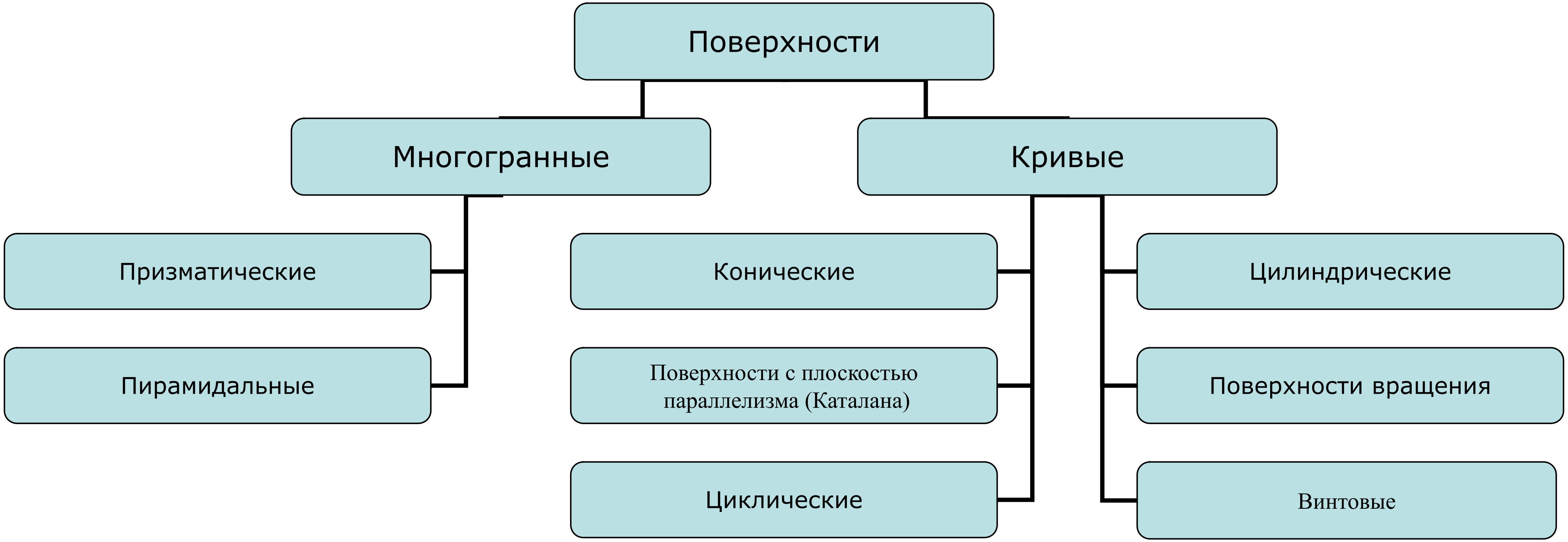
  - По способу перемещения образующей:

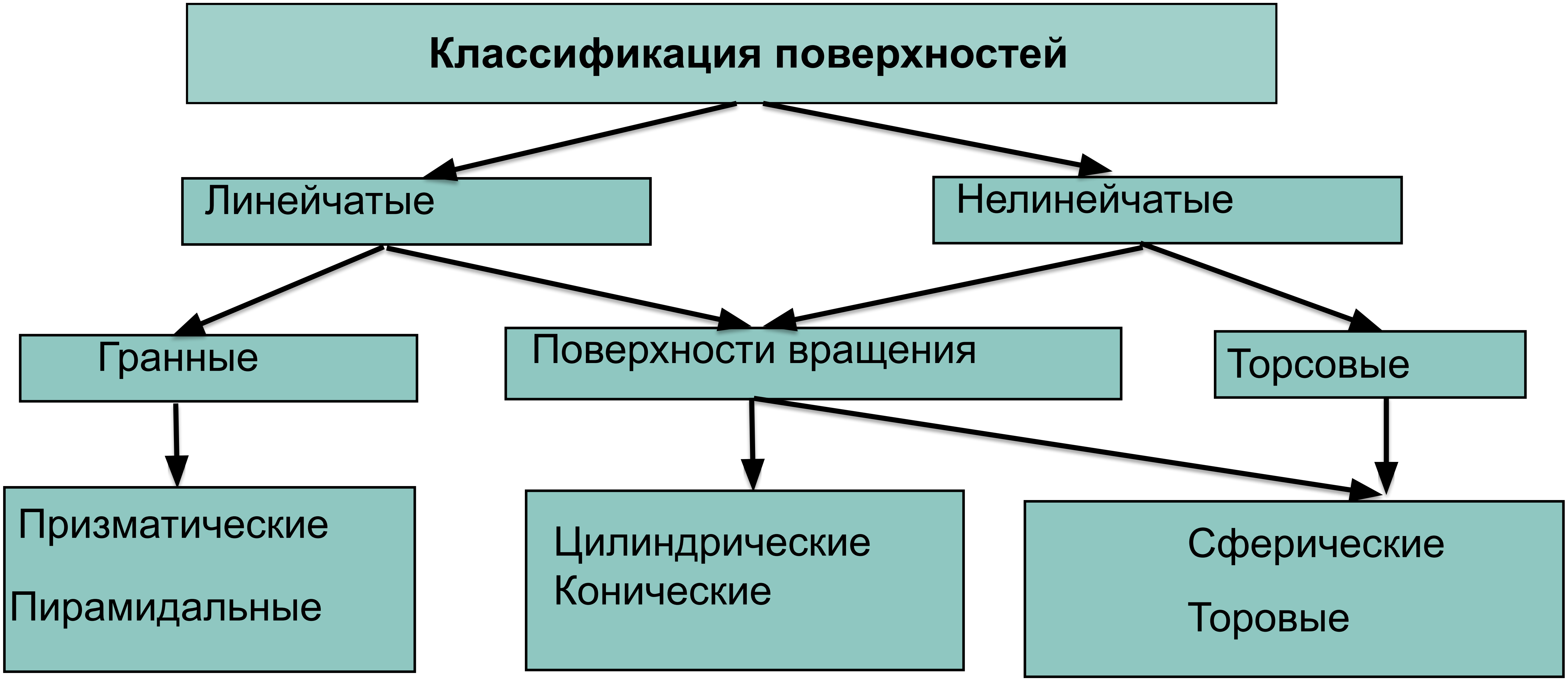
  с поступательным движением образующей;

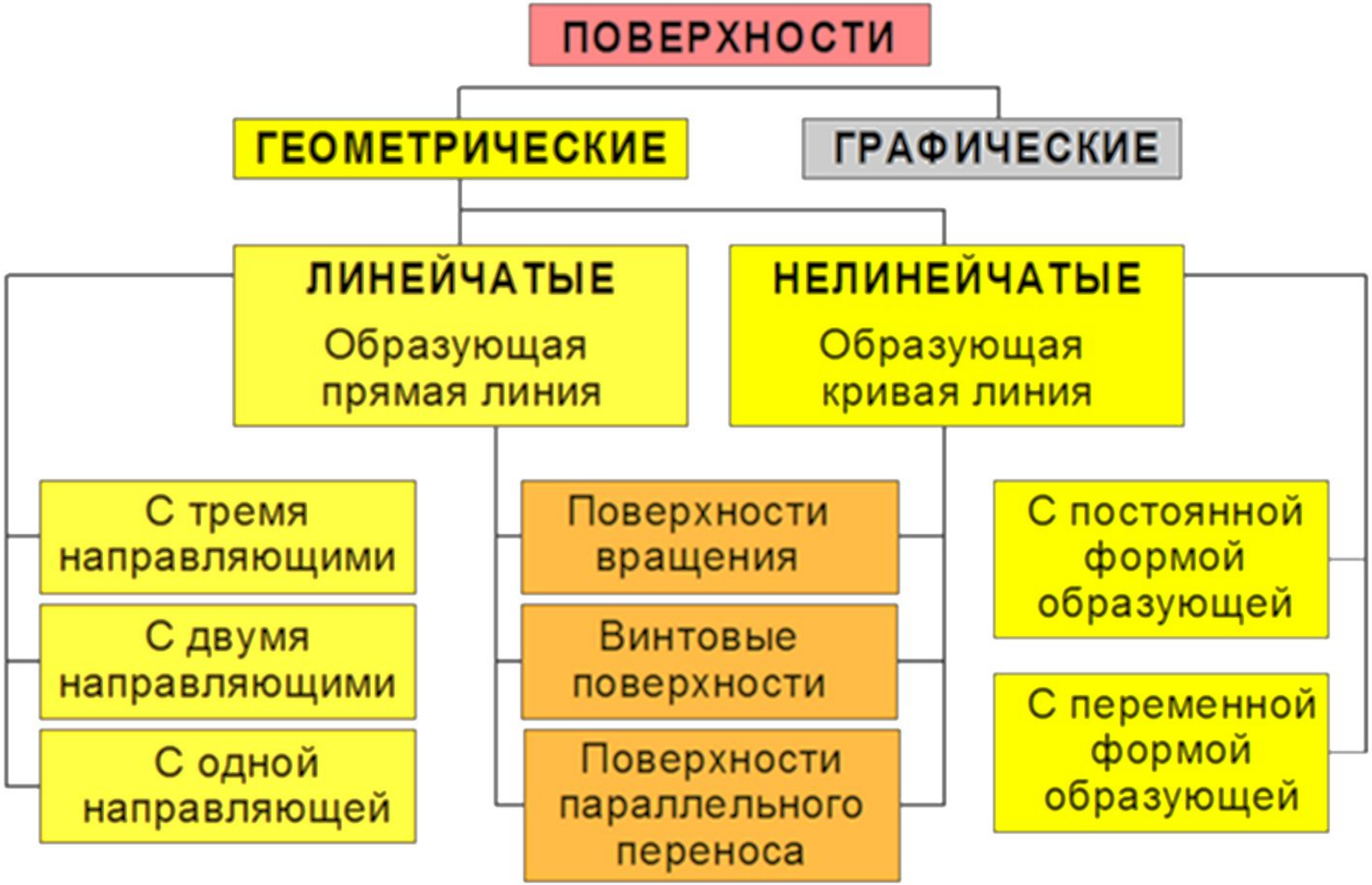
  с вращательным движением образующей - **поверхности вращения**;

  с движением образующей по винтовой линии - **винтовые поверхности.**

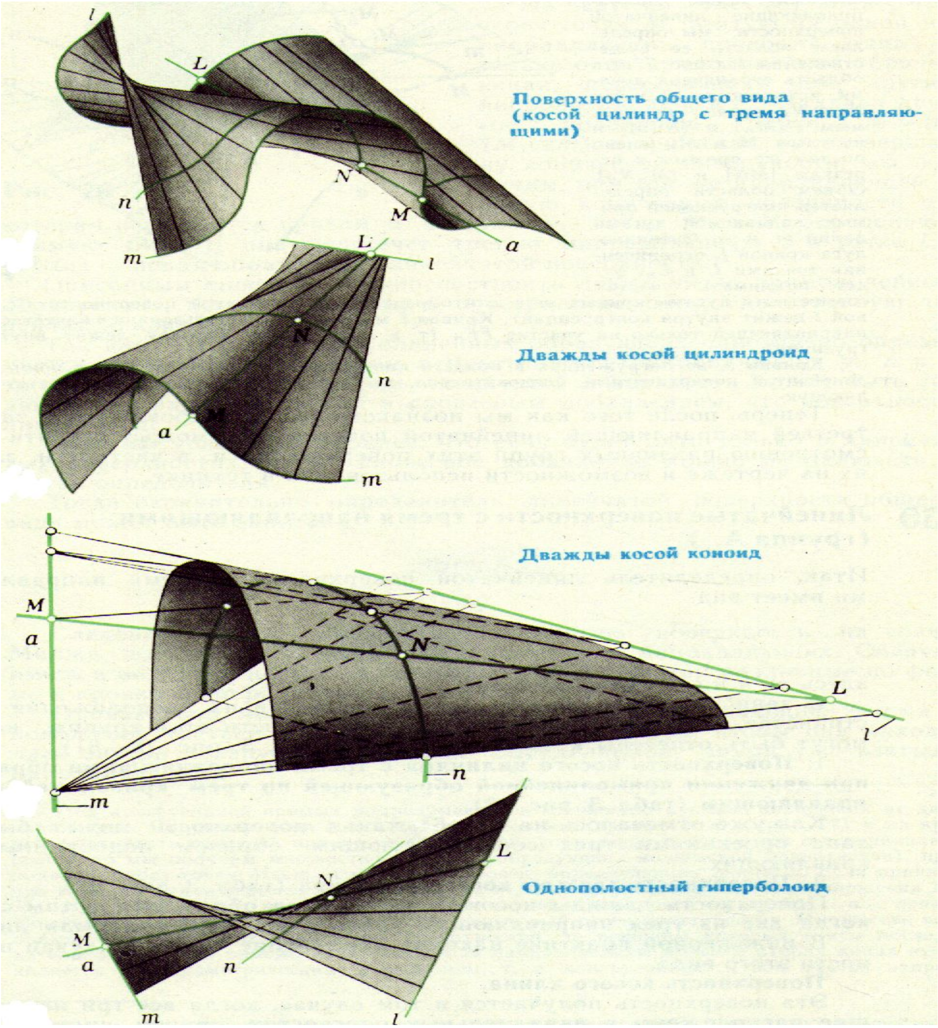
Классификация поверхностей

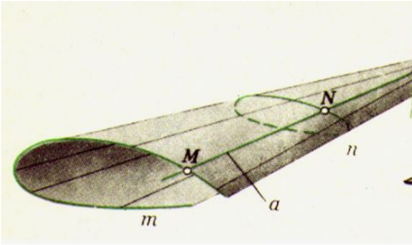


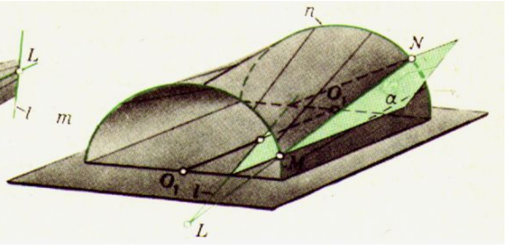

Классификация поверхностей
Линейчатые
Нелинейчатые
Гранные
Поверхности вращения
Торсовые
Призматические
Пирамидальные
Цилиндрические
Конические
Сферические
Торовые


ПОВЕРХНОСТИ
ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ
ГРАФИЧЕСКИЕ
ЛИНЕЙЧАТЫЕ
Образующая прямая линия
НЕЛИНЕЙЧАТЫЕ
Образующая кривая линия
С тремя направляющими
С двумя направляющими
С одной направляющей
Поверхности вращения
Винтовые поверхности
Поверхности параллельного переноса
С постоянной формой образующей
С переменной формой образующей

Линейчатые поверхности с тремя направляющими



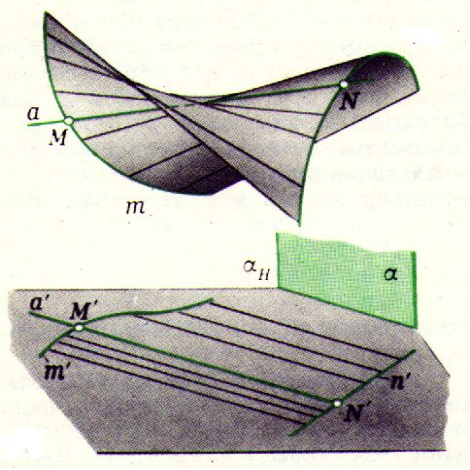




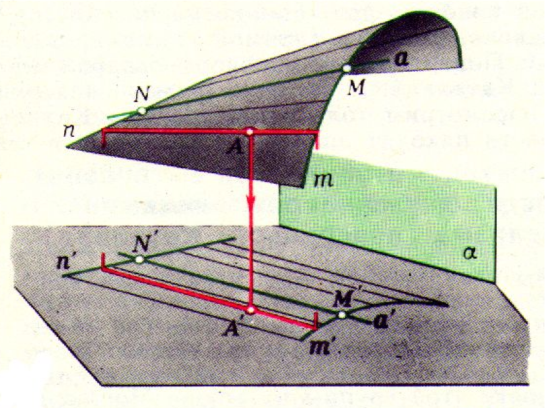
Поверхность косого клина

Поверхность косого перехода

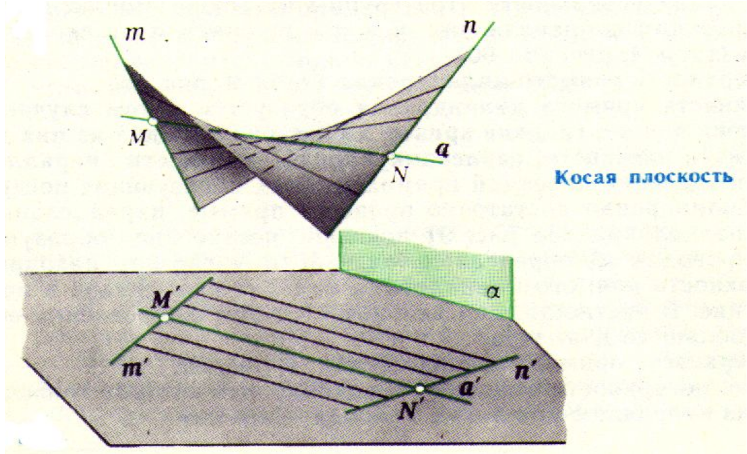
Линейчатые поверхности с двумя направляющими и направляющей плоскостью или плоскостью параллелизма (поверхности Каталана)



Поверхность прямого цилиндроида



Поверхность прямого коноида

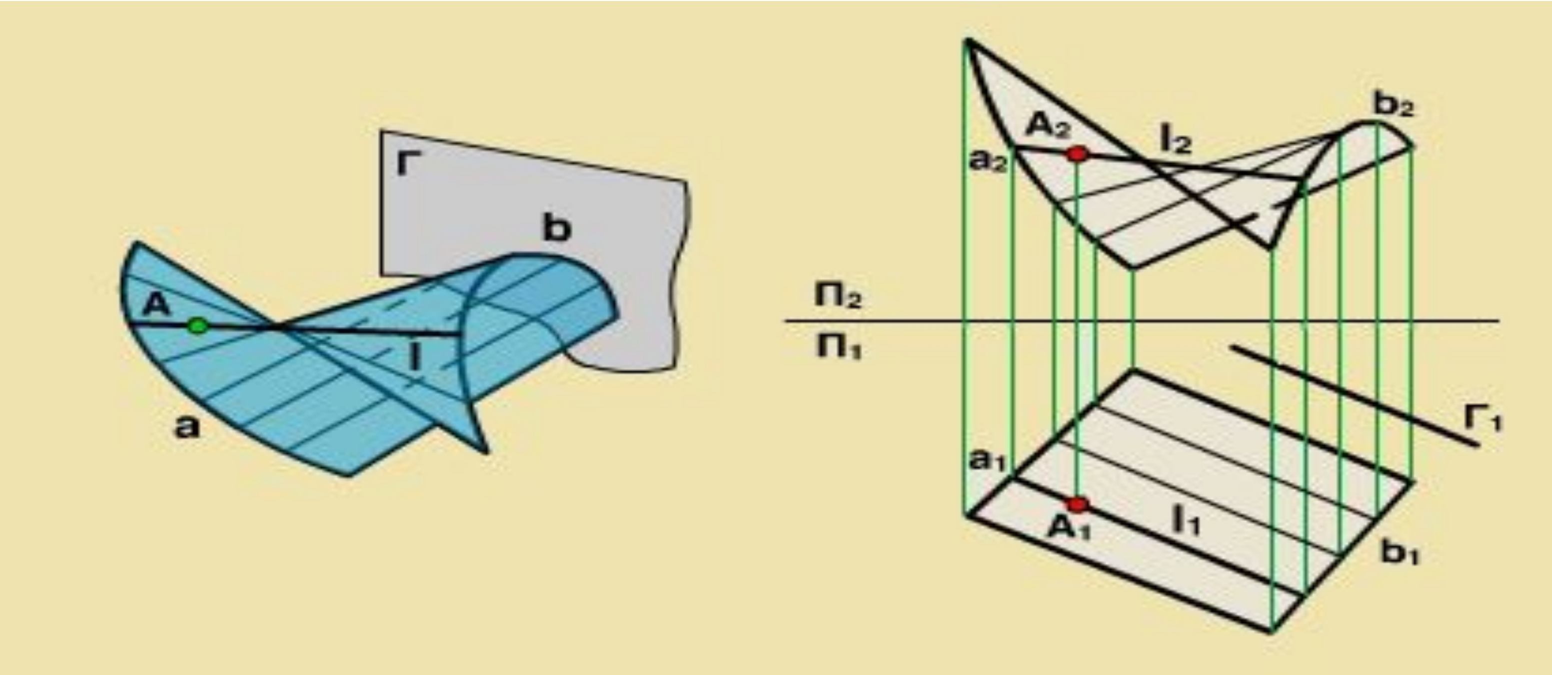


Косая плоскость

Поверхности Каталана (с плоскостью параллелизма) – неразвертывающиеся линейчатые поверхности

Прямолинейная образующая этих поверхностей скользит одновременно по 2-м направляющим, оставаясь в любой момент движения // некоторой плоскости, называемой плоскостью параллелизма.

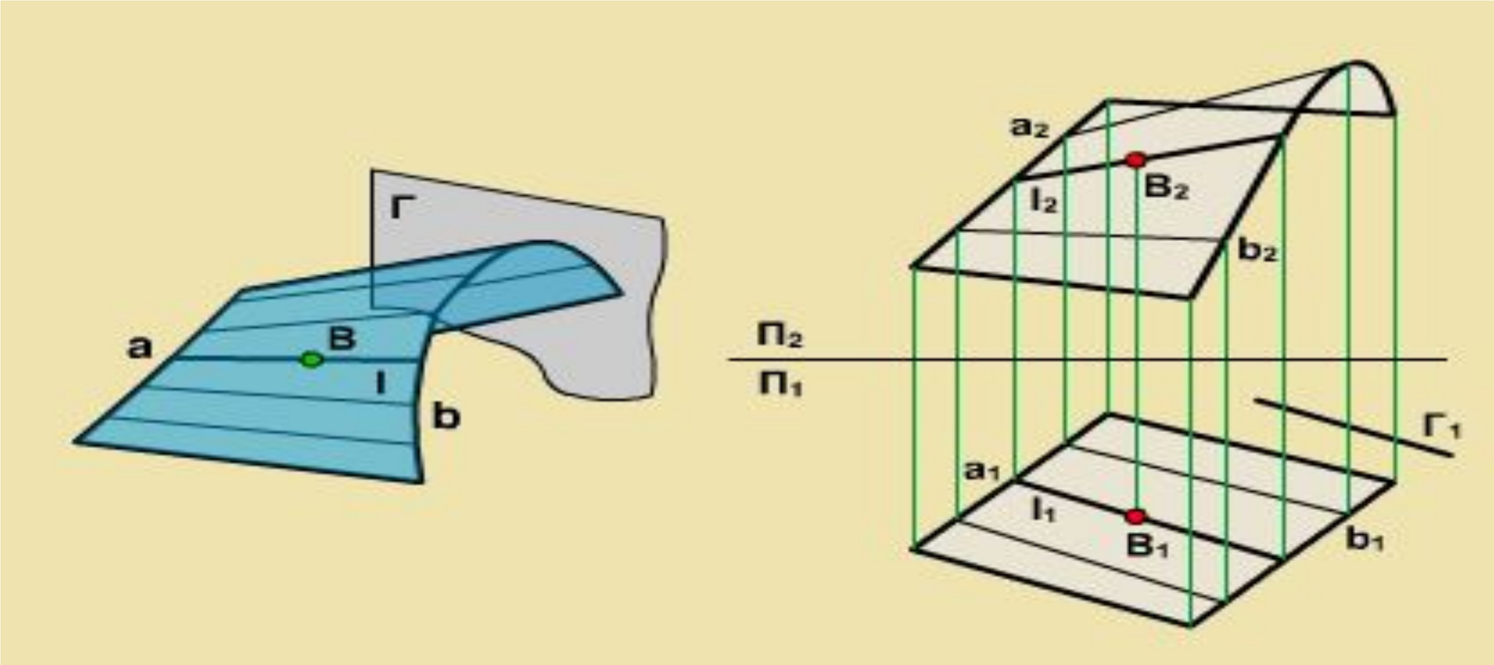
Цилиндроид – поверхность, у которой обе направляющие кривые.



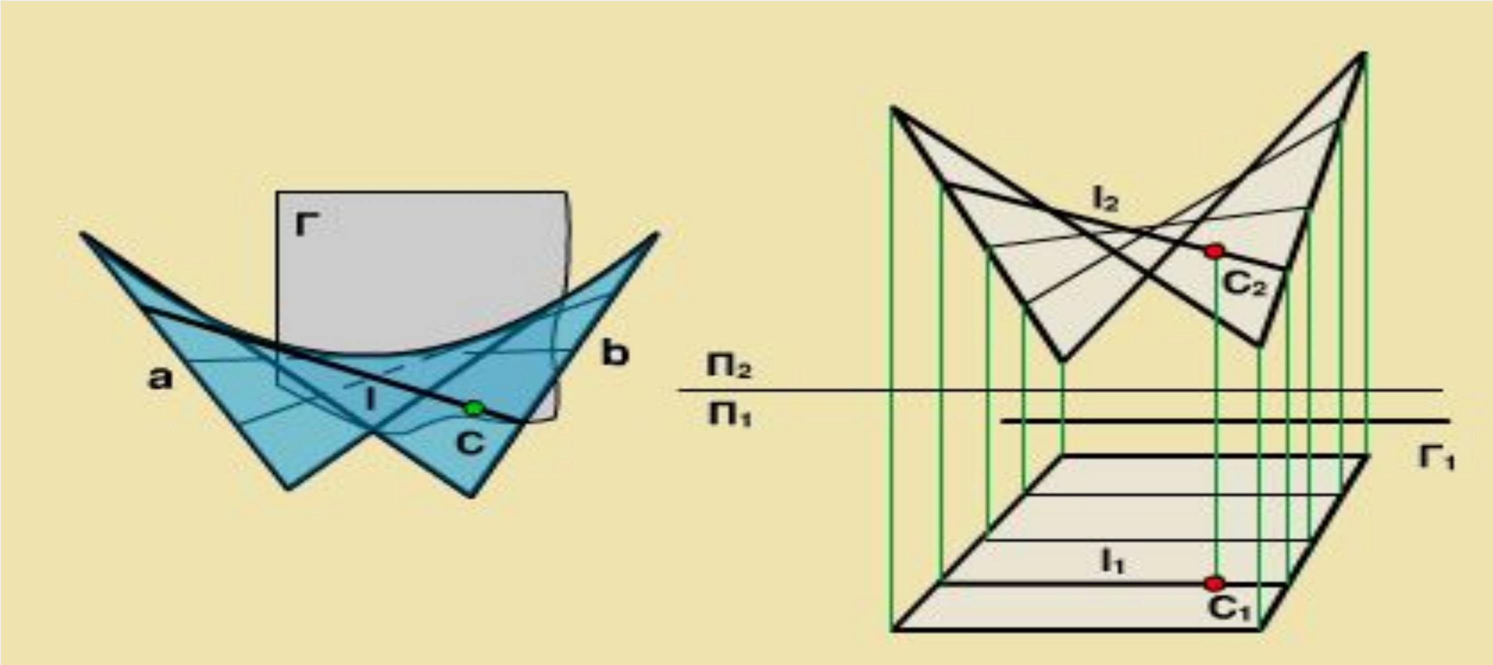
Определитель поверхности:

Σ(a, b, Г)
Г – плоскость параллелизма
***l* ∩ *a*,**
***l* ∩ *b*,**
l* // *Г

Коноид – поверхность, у которой одна направляющая прямая, другая – кривая.



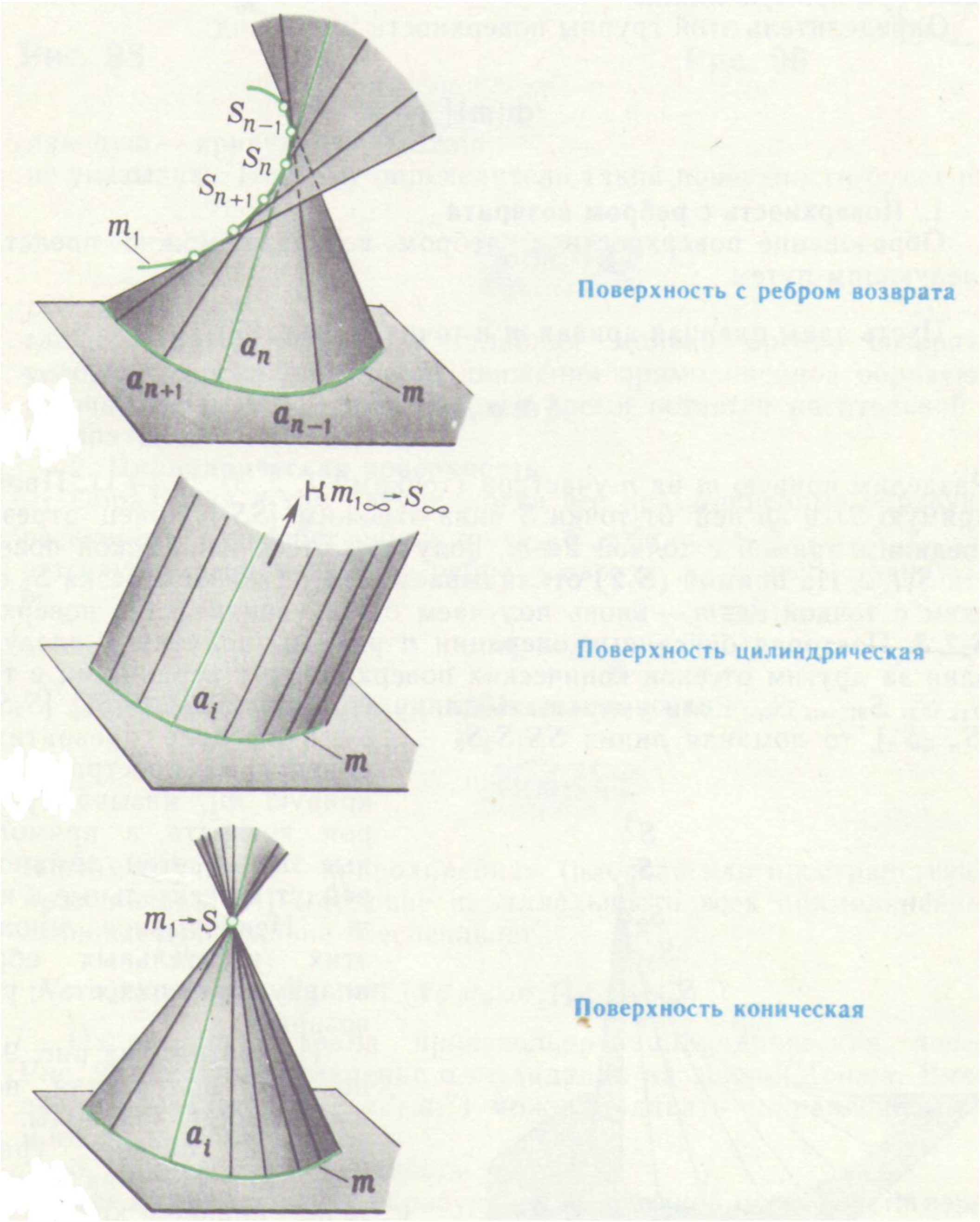
Косая плоскость (гиперболический параболоид) – поверхность, у которой обе направляющие прямые



Линейчатые поверхности с одной направляющей

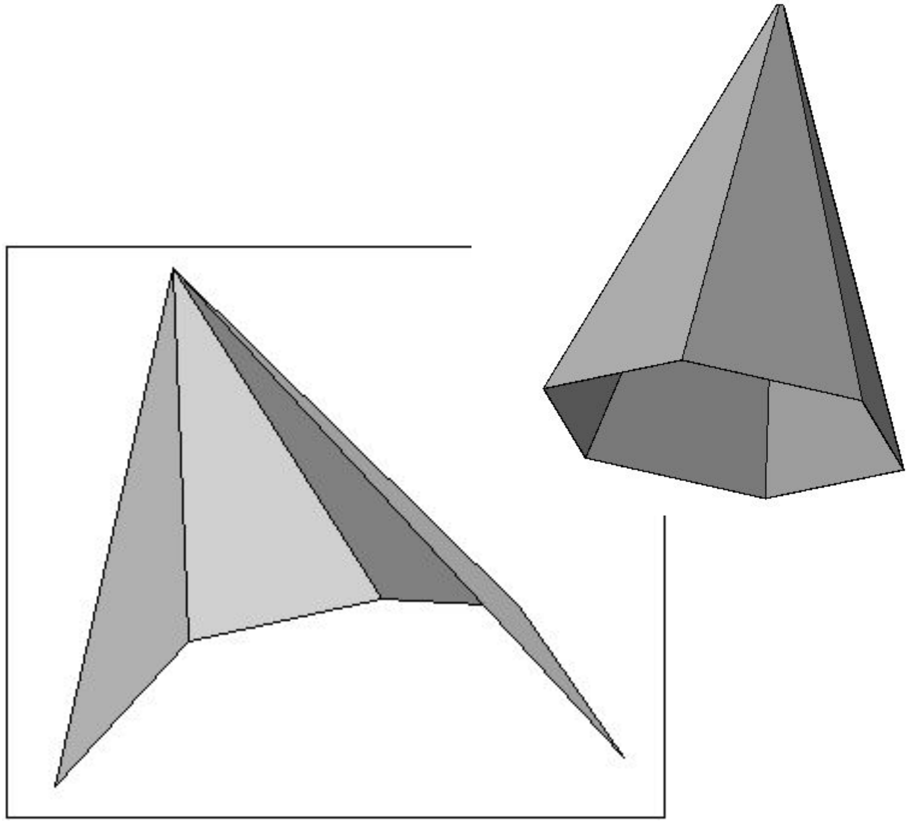
Торсы

S – реальная точка
S$^{\infty}$ - несобственная точка пространства

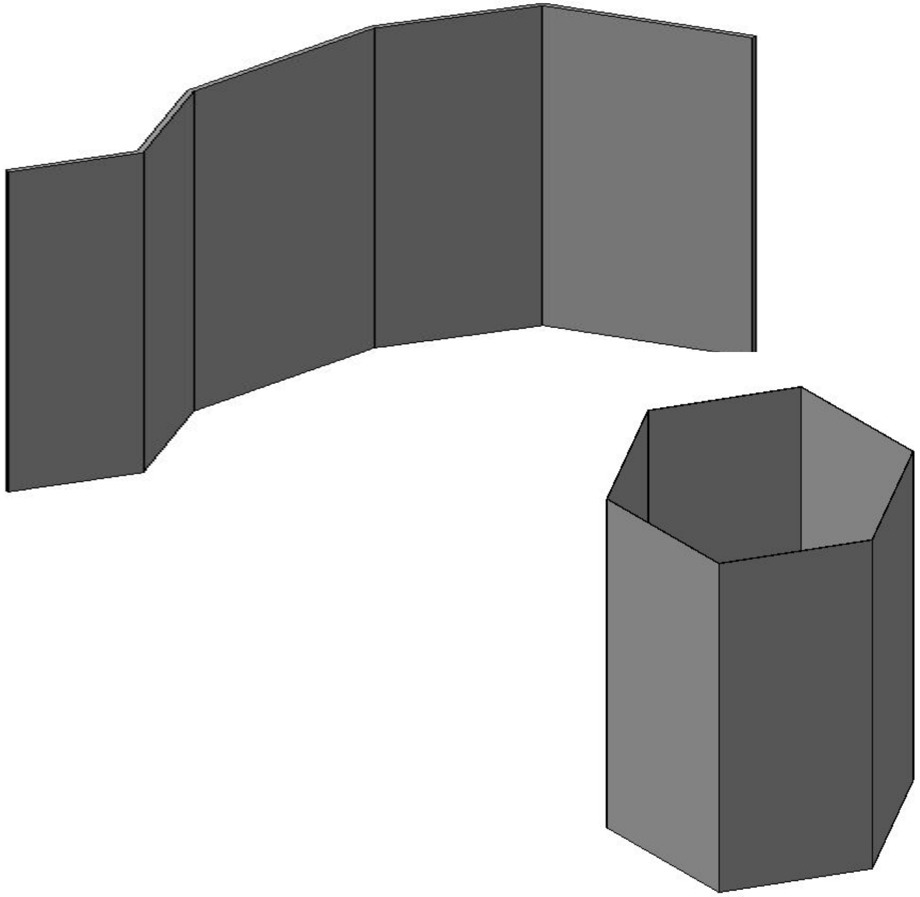


Гранные поверхности

Пирамидальная

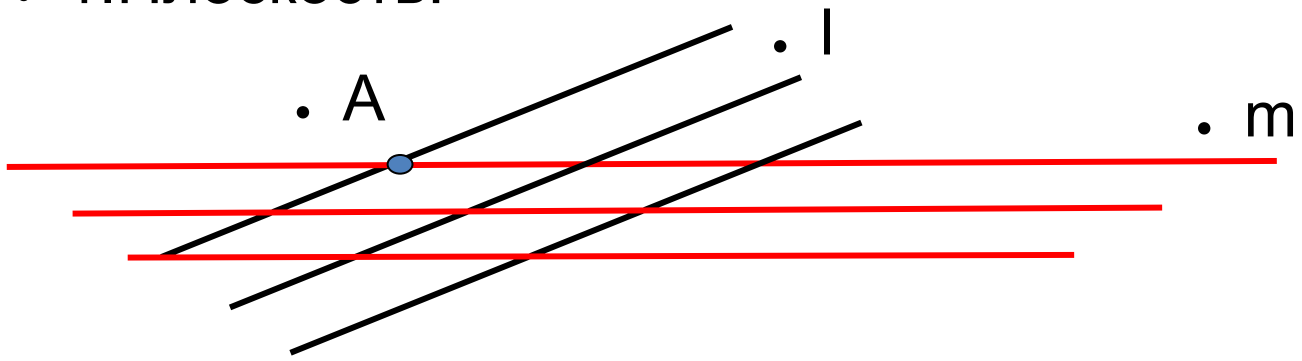


Призматическая



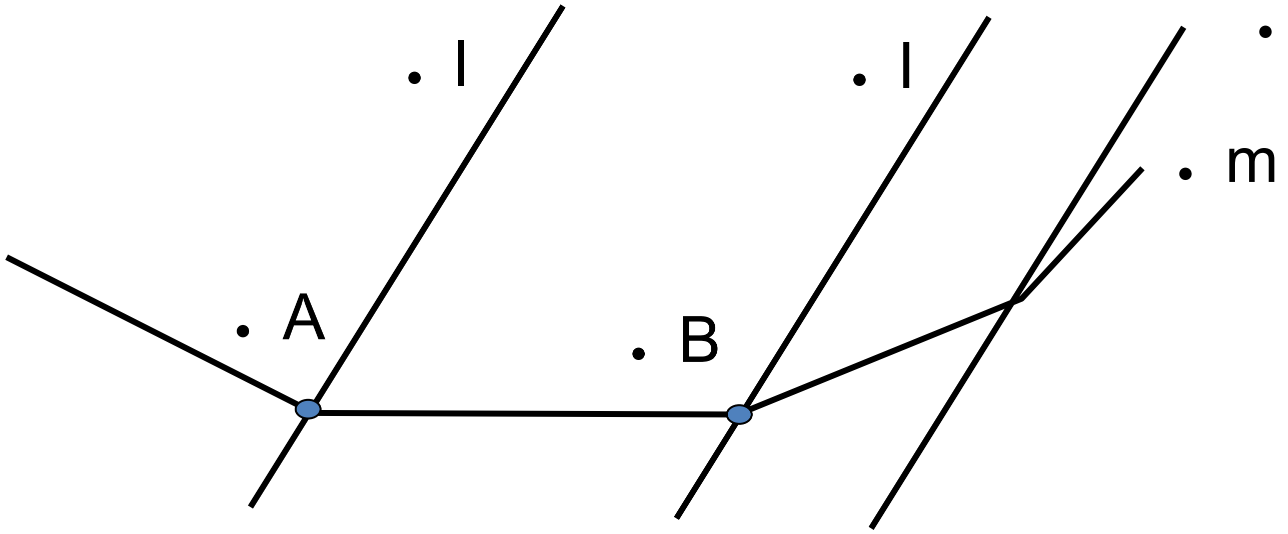
Гранные поверхности

- 1.Плоскость:

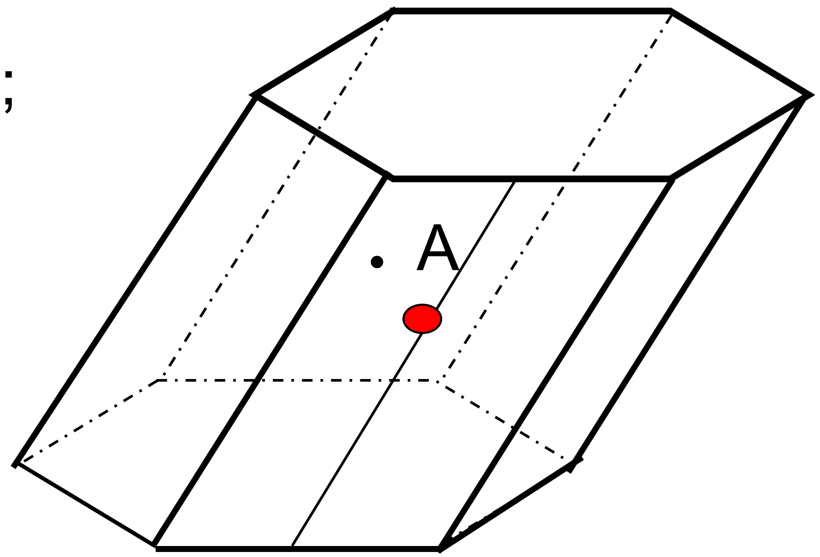


- Q (l ∩ m);
- AЄ Q (l ∩m)

- 2.Призматические поверхности(Призма)

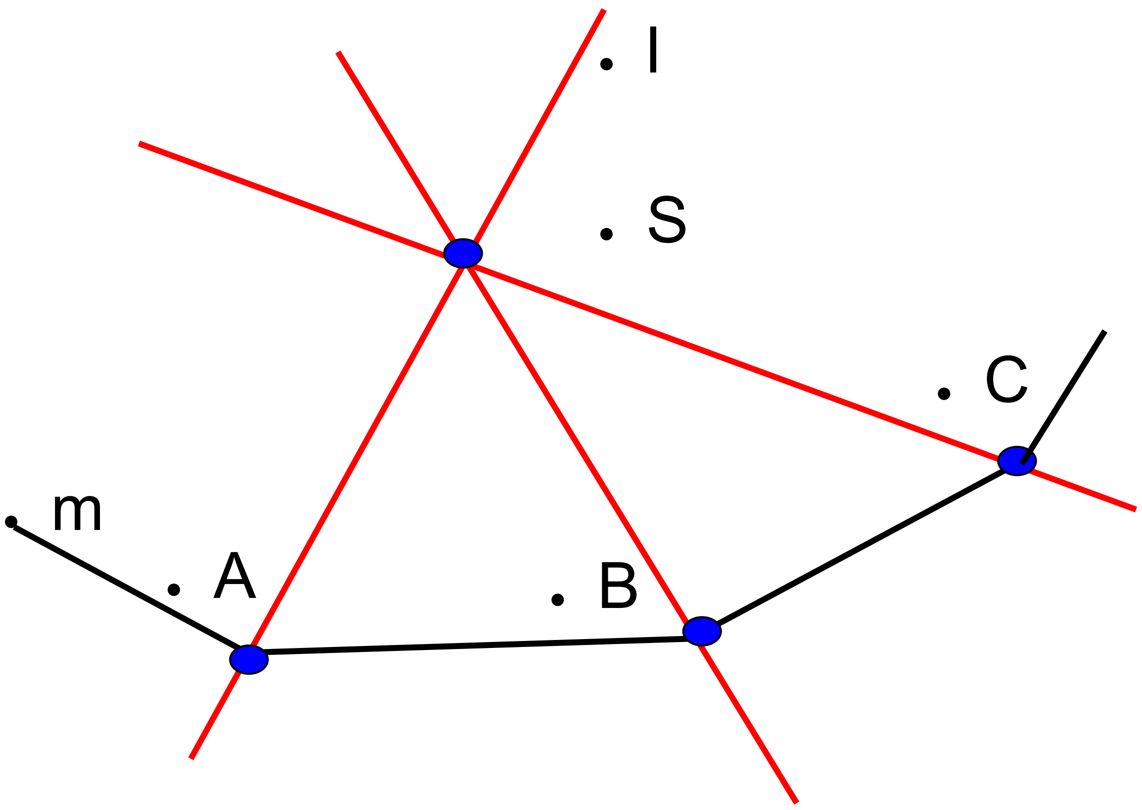


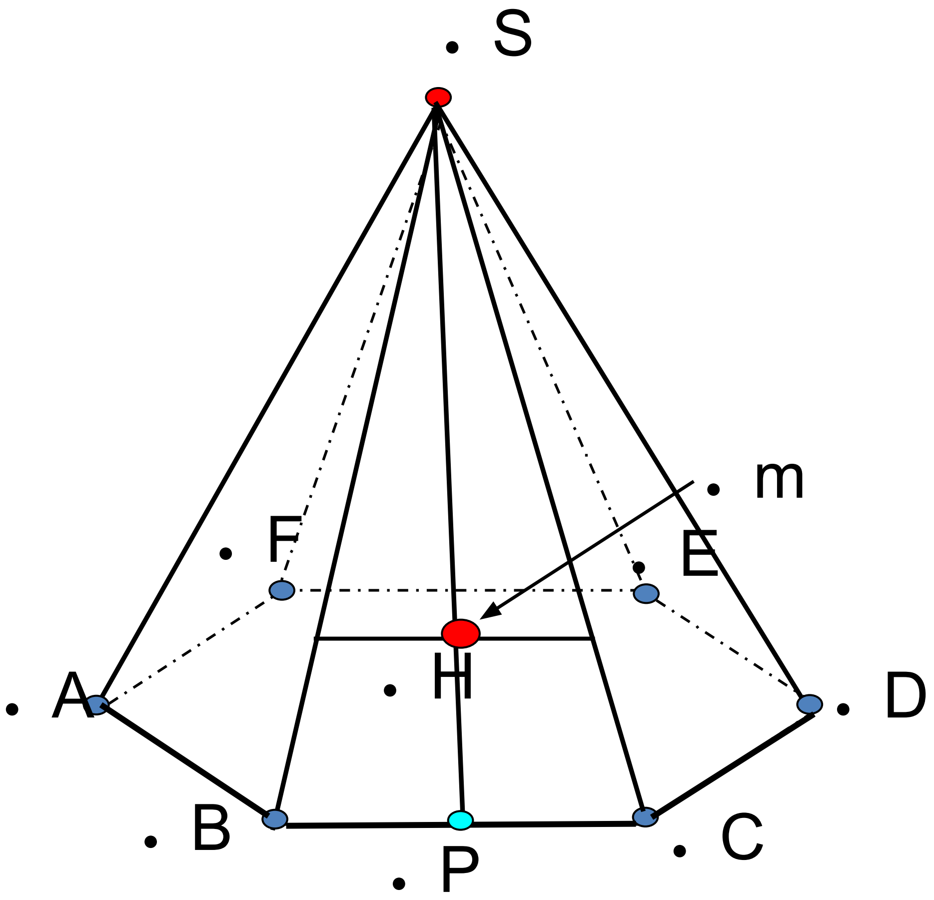
- l//l ;



- AЄ Q (l ∩m)

Пирамидальные поверхности (*пирамиды*)



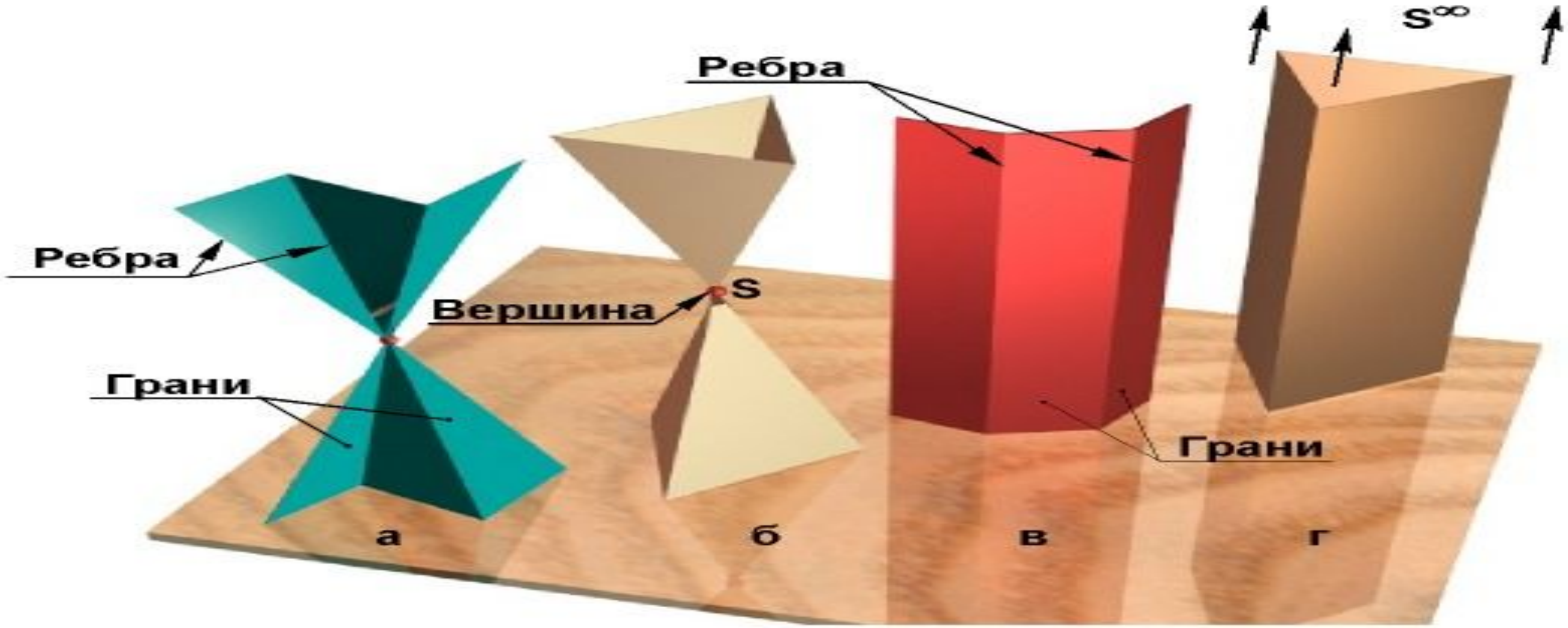


HX (SP∩m)

Многогранные поверхности (пирамидальные, призматические).

Относятся к линейчатым, **развертывающимся** поверхностям.

Образующая l – прямая.



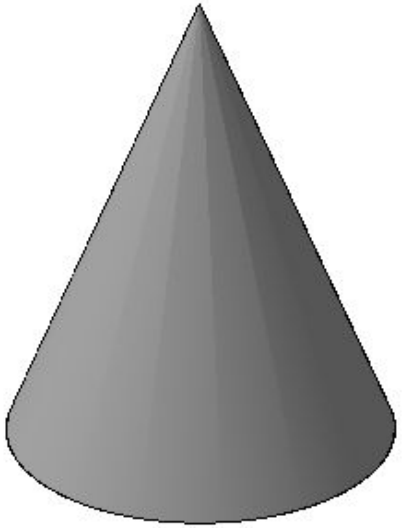
Поверхности вращения

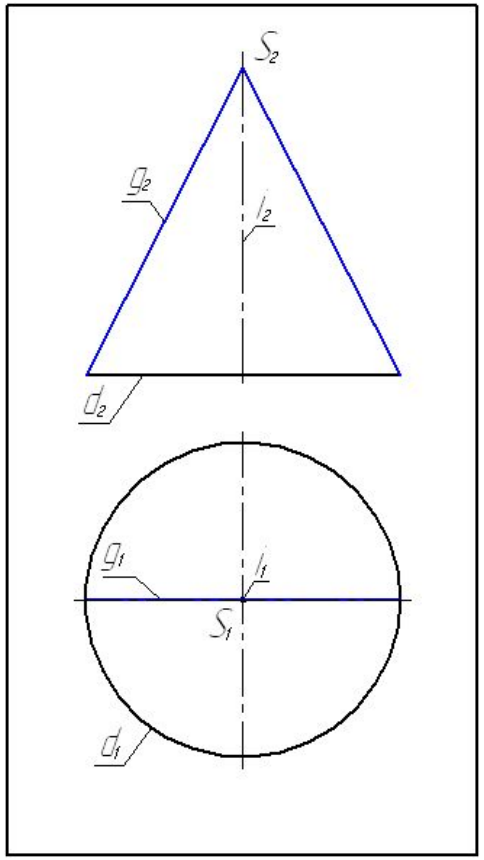
Поверхность вращения

- линейчатая
- нелинейчатая

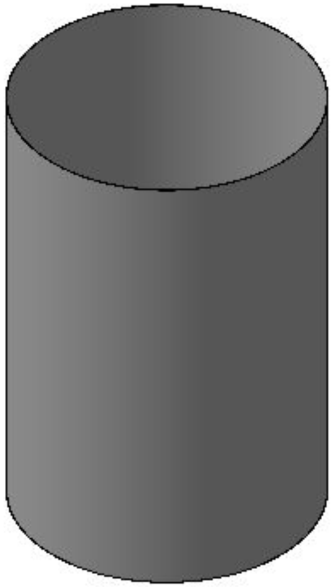
Примеры простых линейчатых поверхностей вращения

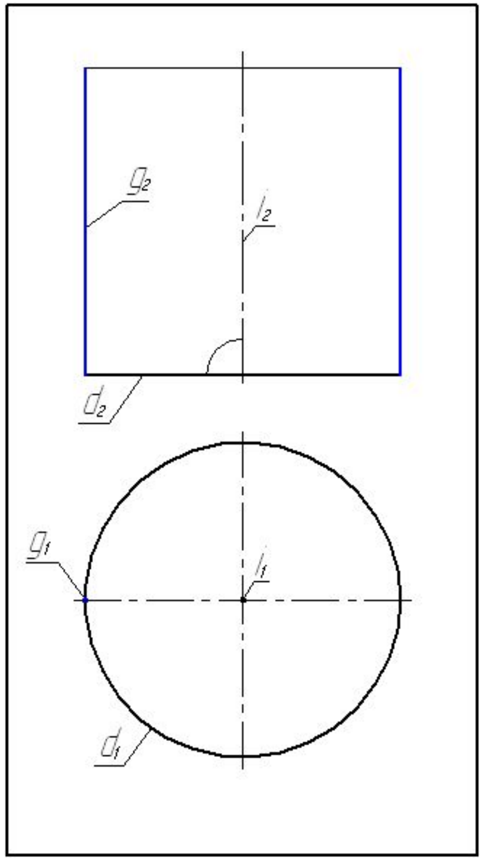
коническая

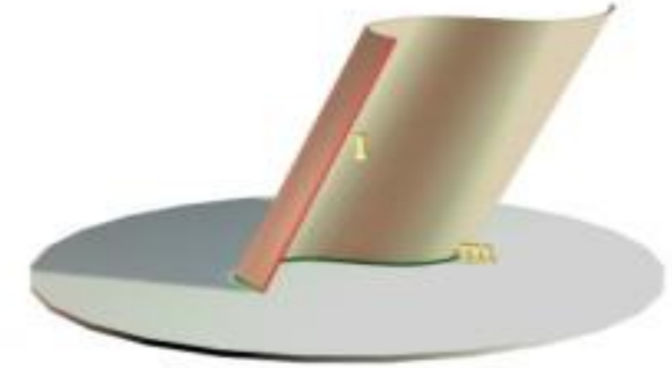




цилиндрическая

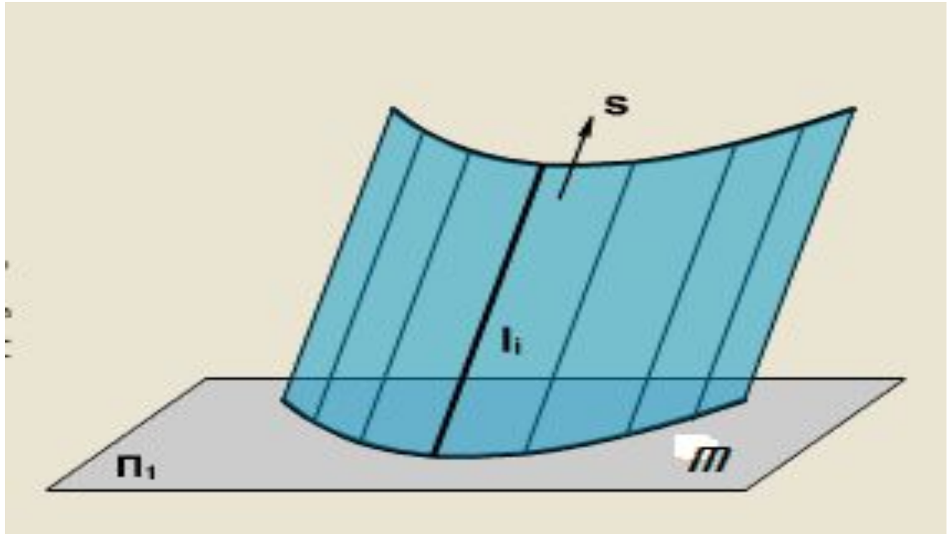






Цилиндрические поверхности

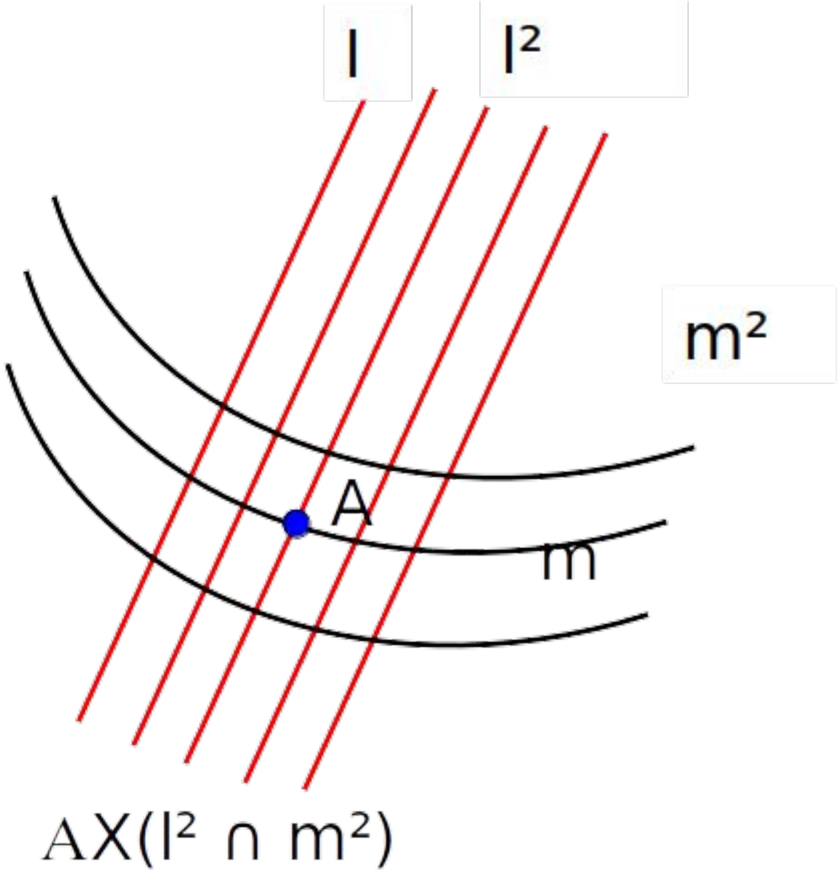
Цилиндрическая поверхность образуется движением прямой линии, скользящей по некоторой неподвижной замкнутой или незамкнутой кривой и остающейся параллельной своему исходному положению



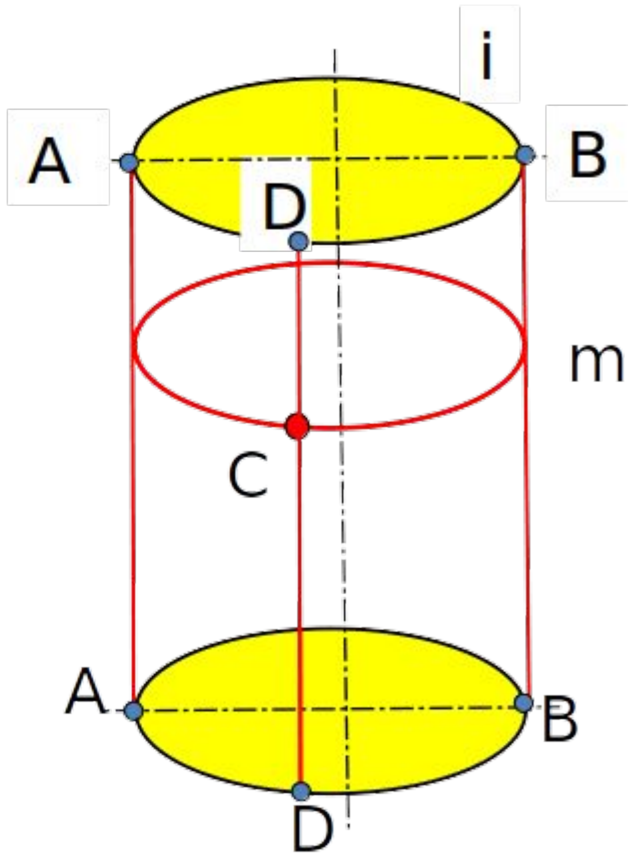
Направляющая поверхности – кривая линия, образующие // заданному направлению – s
Определитель цилиндрической поверхности:∆ (m, s) *l ∩ m, l // s*

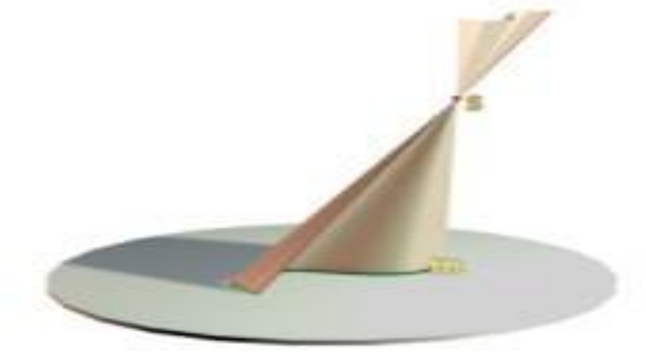
Образование поверхности вращения

Цилиндрическая



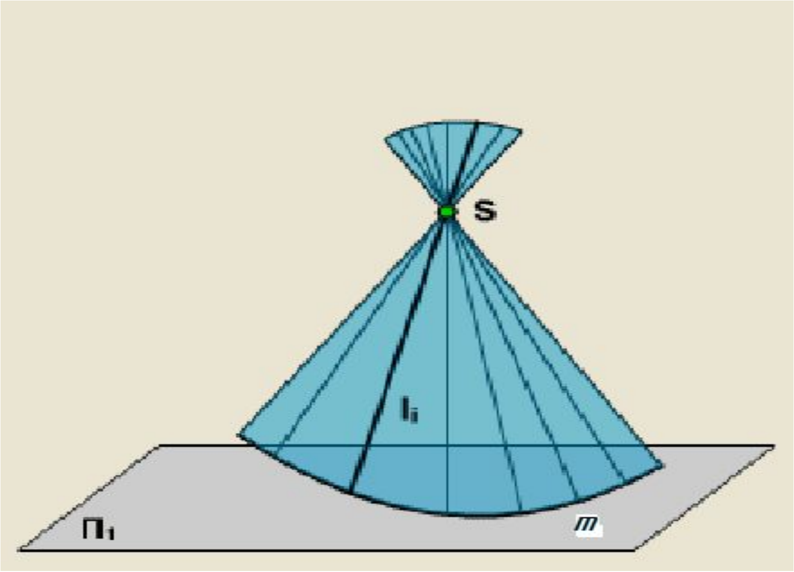
Цилиндр





Конические поверхности

Коническая поверхность образуется движением прямой линии, скользящей по некоторой неподвижной замкнутой или незамкнутой кривой и проходящей во всех своих положениях через неподвижную точку

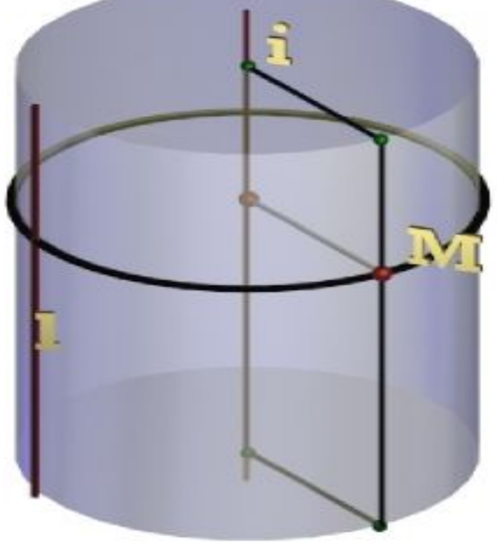


Кривые линейчатые развертывающиеся поверхности

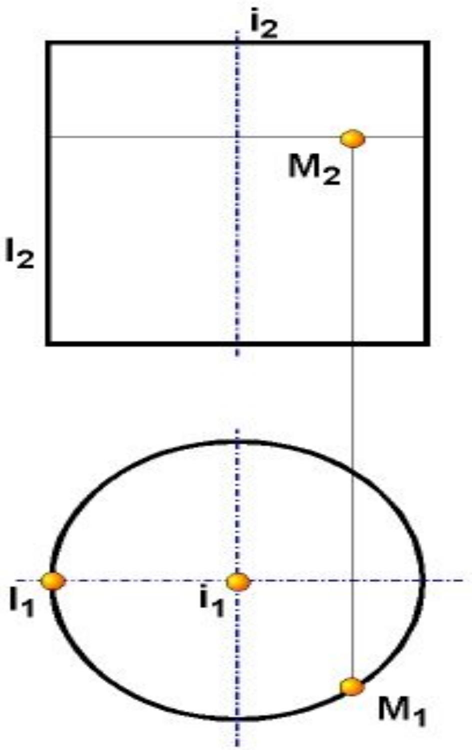
Коническая поверхность
Направляющая – кривая линия.Все образующие проходят через вершину S.
Определитель конической поверхности(такой же как у призматической поверхности):
Ф (m, S);*l* ∩ *m*, *l* ⊃ *S*

Поверхности вращения 2-го порядка.

Цилиндр вращения –проецирующая поверхность.



Комплексный чертеж



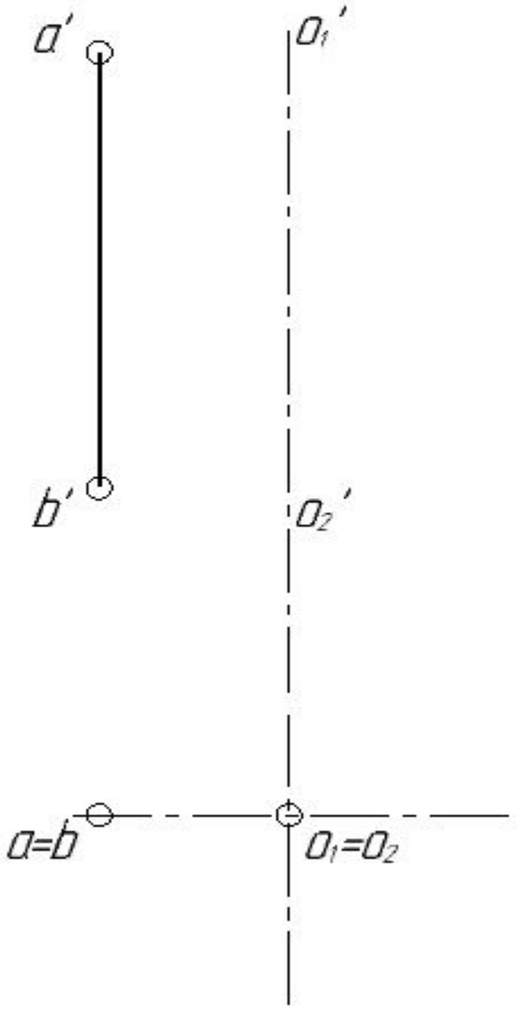
2. Частные виды поверхностей вращения

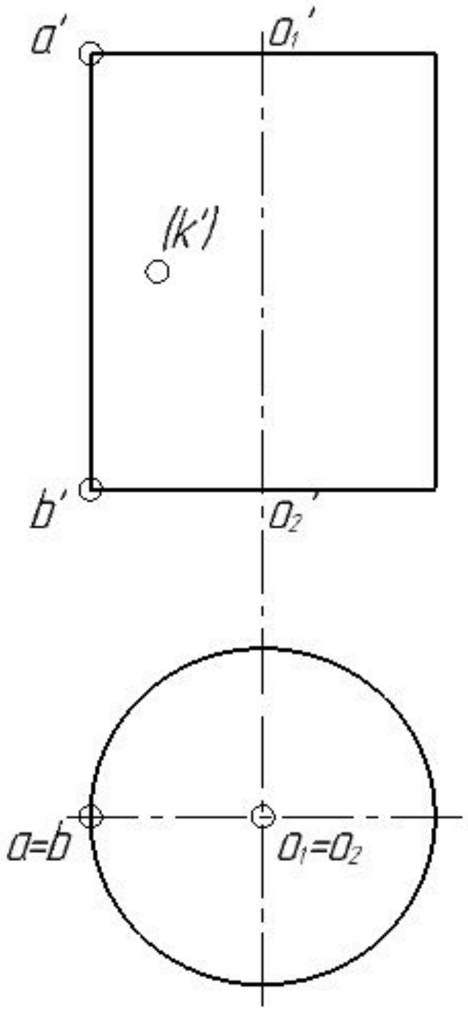
1). Цилиндр вращения (*прямой круговой цилиндр*)– линейчатая, развертываемая, алгебраическая поверхность второго порядка, получается при вращении прямой образующей вокруг оси ей параллельной.

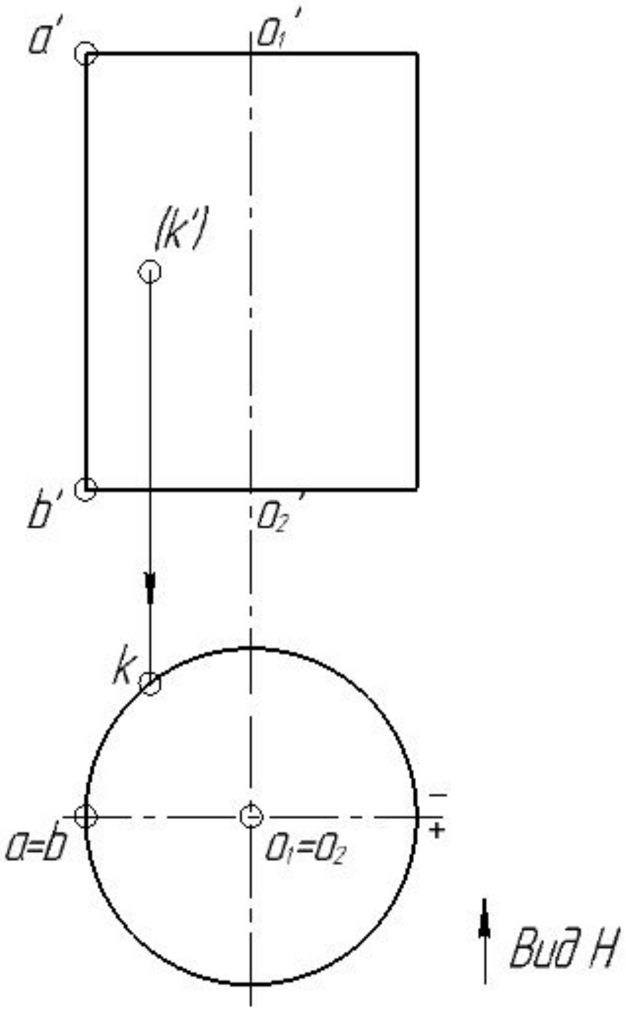
AB – образующая

O_1O_2 – ось вращения

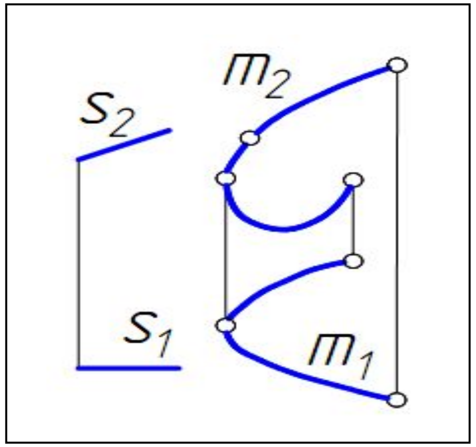
$k' \rightarrow$ k - ?





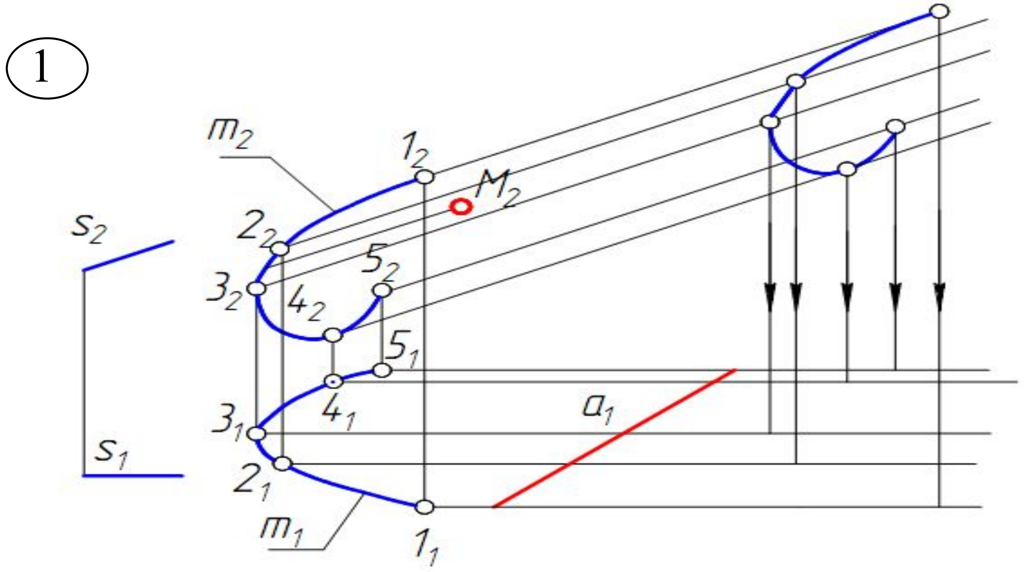


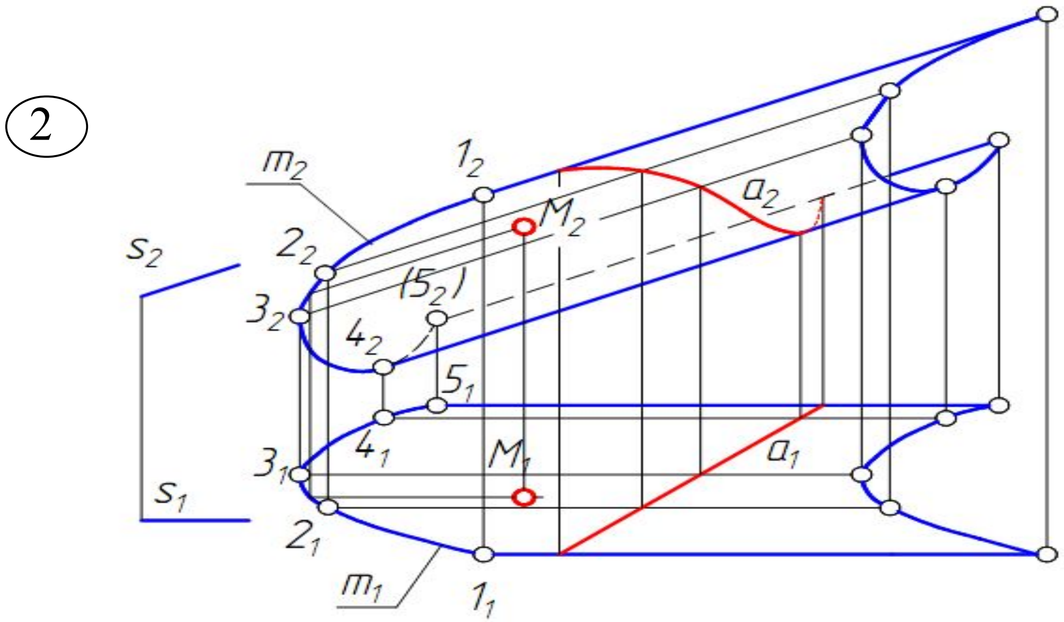
Комплексный чертеж цилиндрической поверхности



Δ **(m, s)**

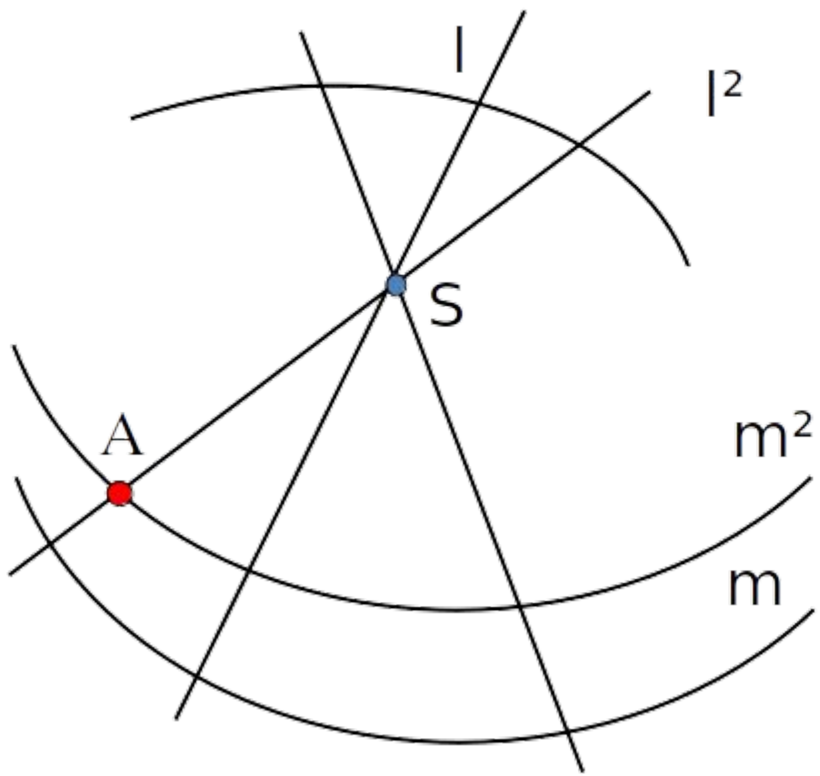
l* ∩ *m*, *l* // *s





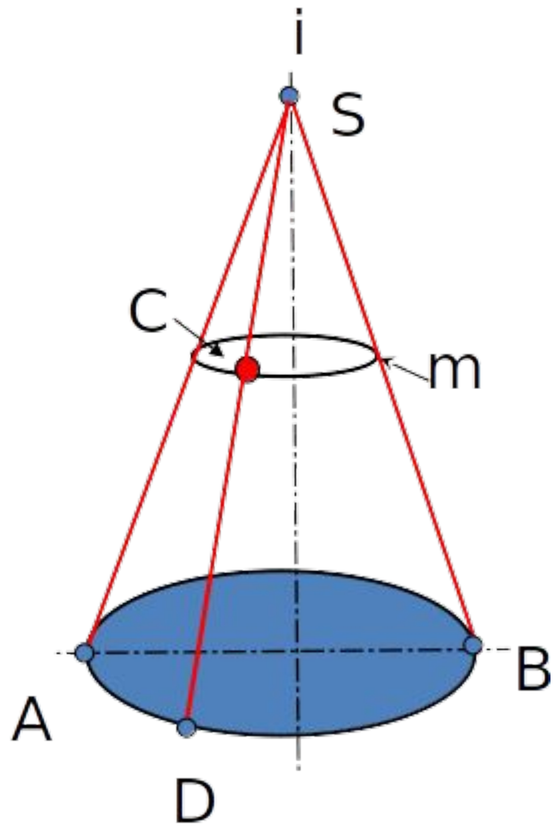
Поверхности вращения

Коническая



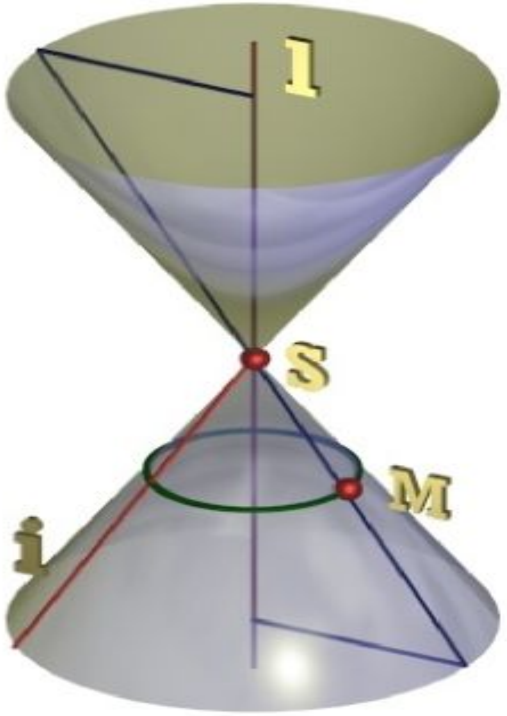
AX(l²∩m²)

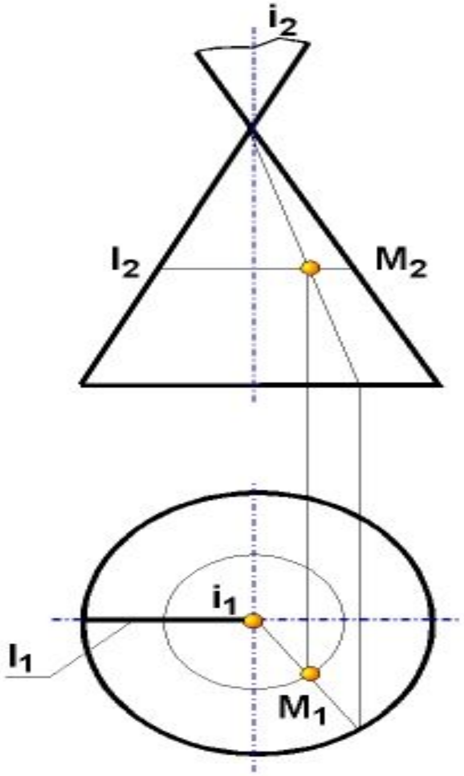
Конус



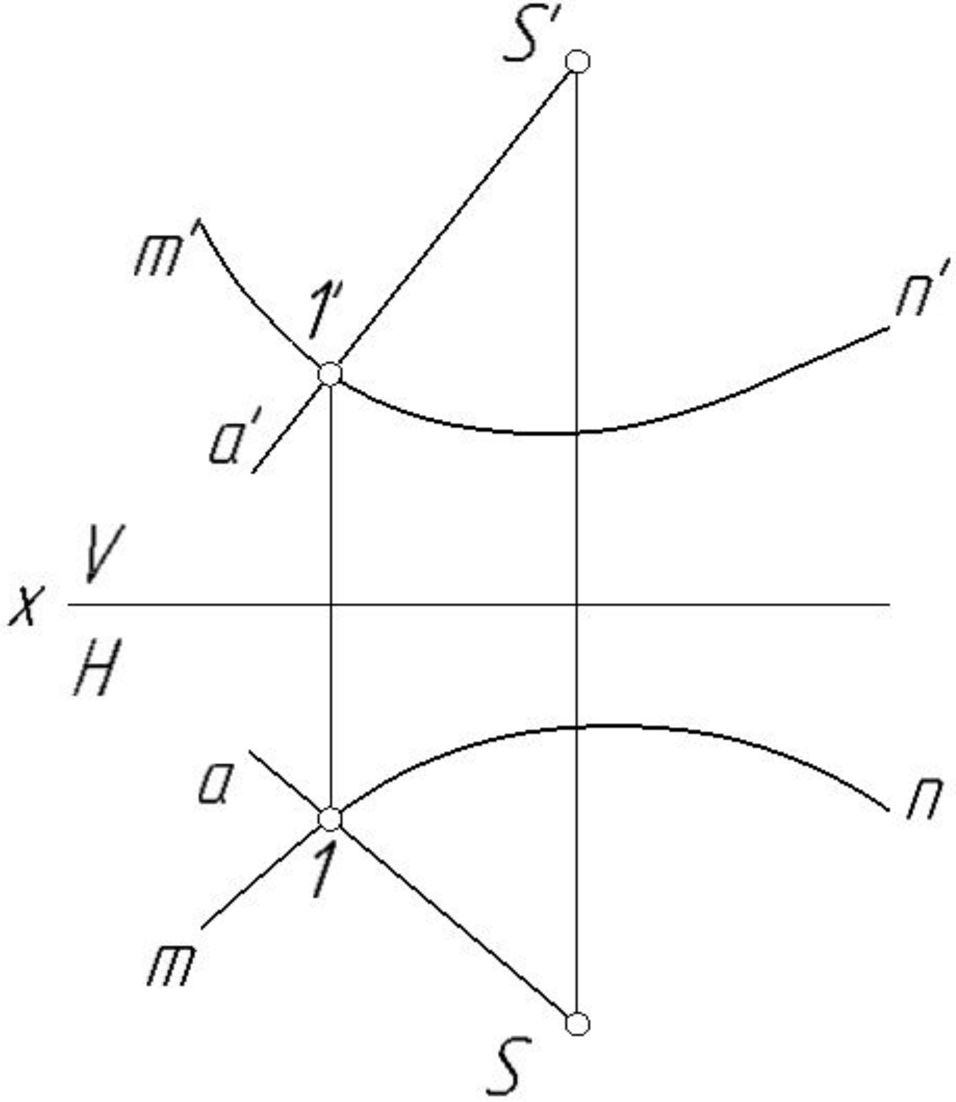
CX(SD∩m)

Конус вращения. Комплексный чертеж.



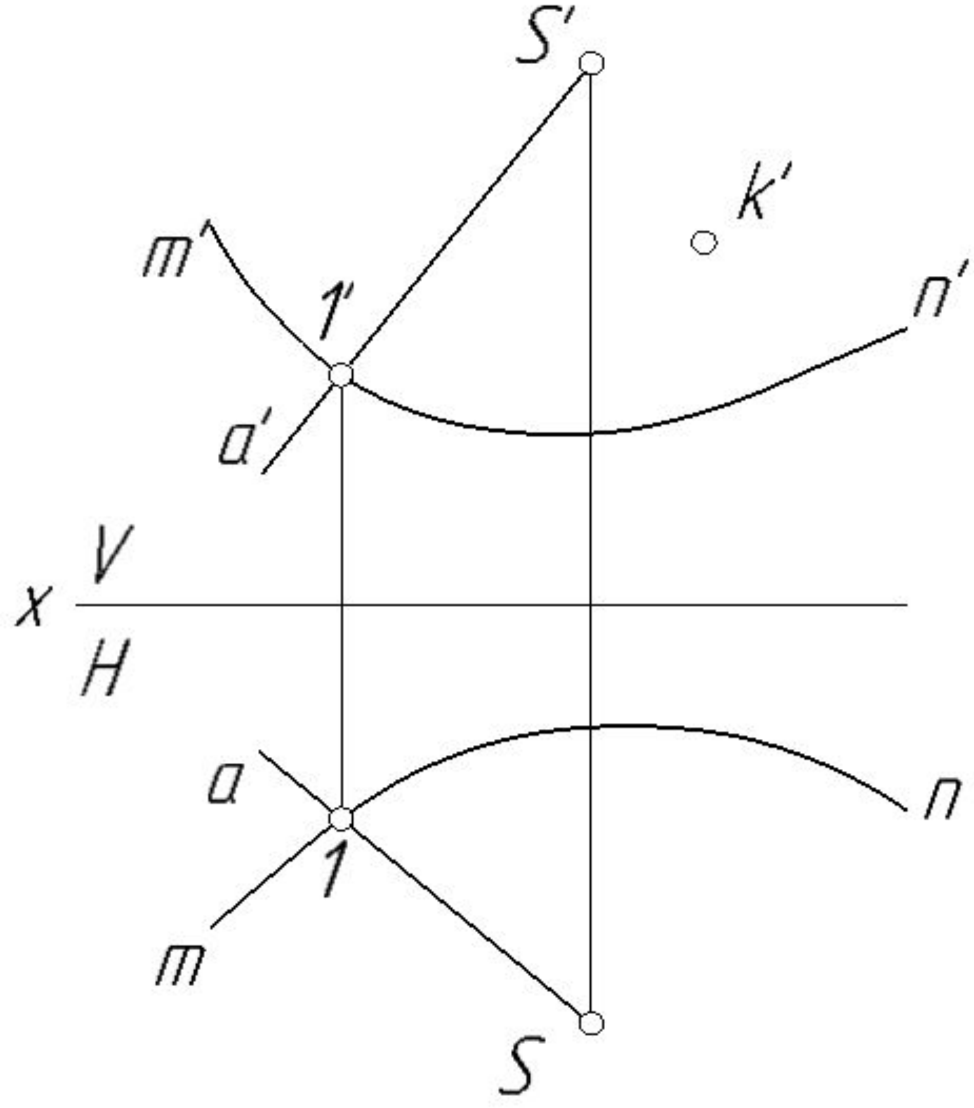


Коническая поверхность общего вида - образующая *SA* проходит через некоторую неподвижную точку *S* (вершину) и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей *MN.*



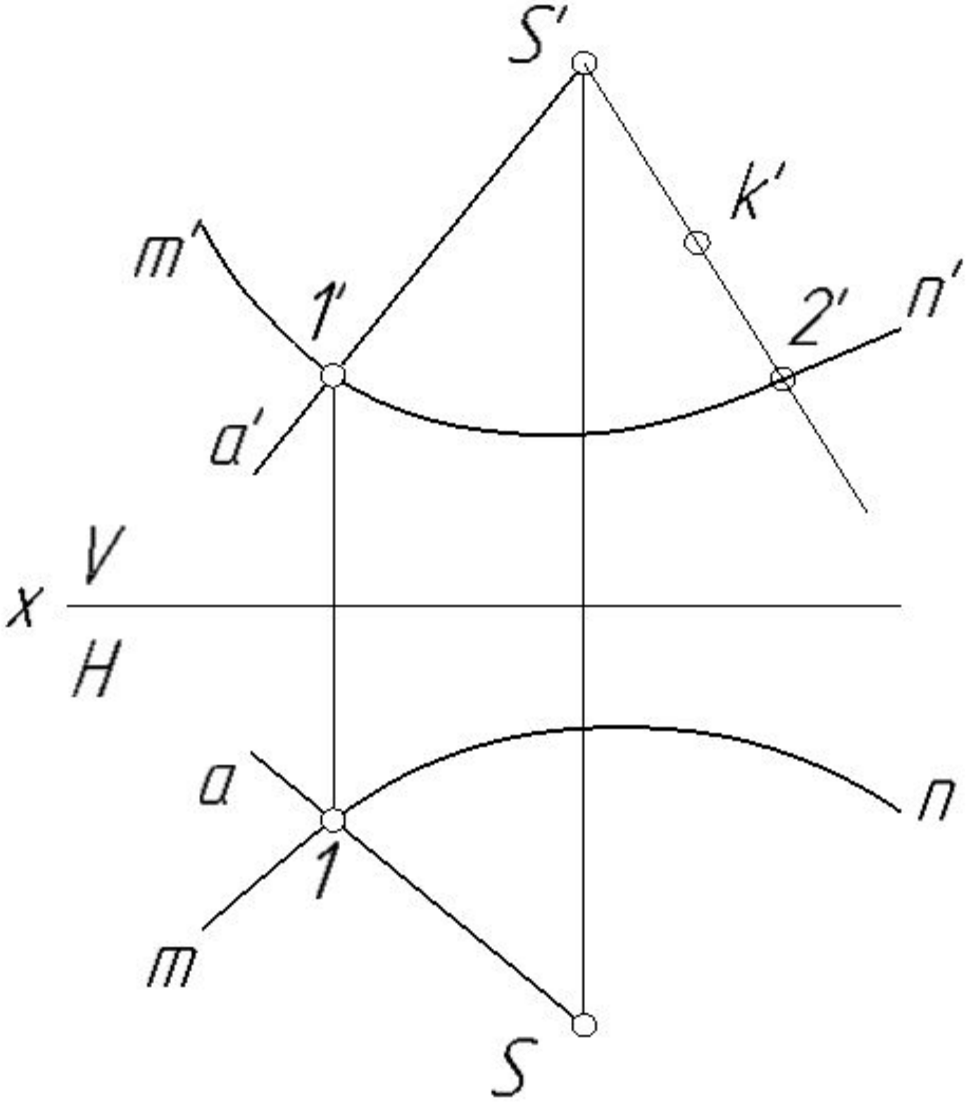
SA - образующая
MN – направляющая

Коническая поверхность общего вида - образующая *SA* проходит через некоторую неподвижную точку *S* (вершину) и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей *MN.*



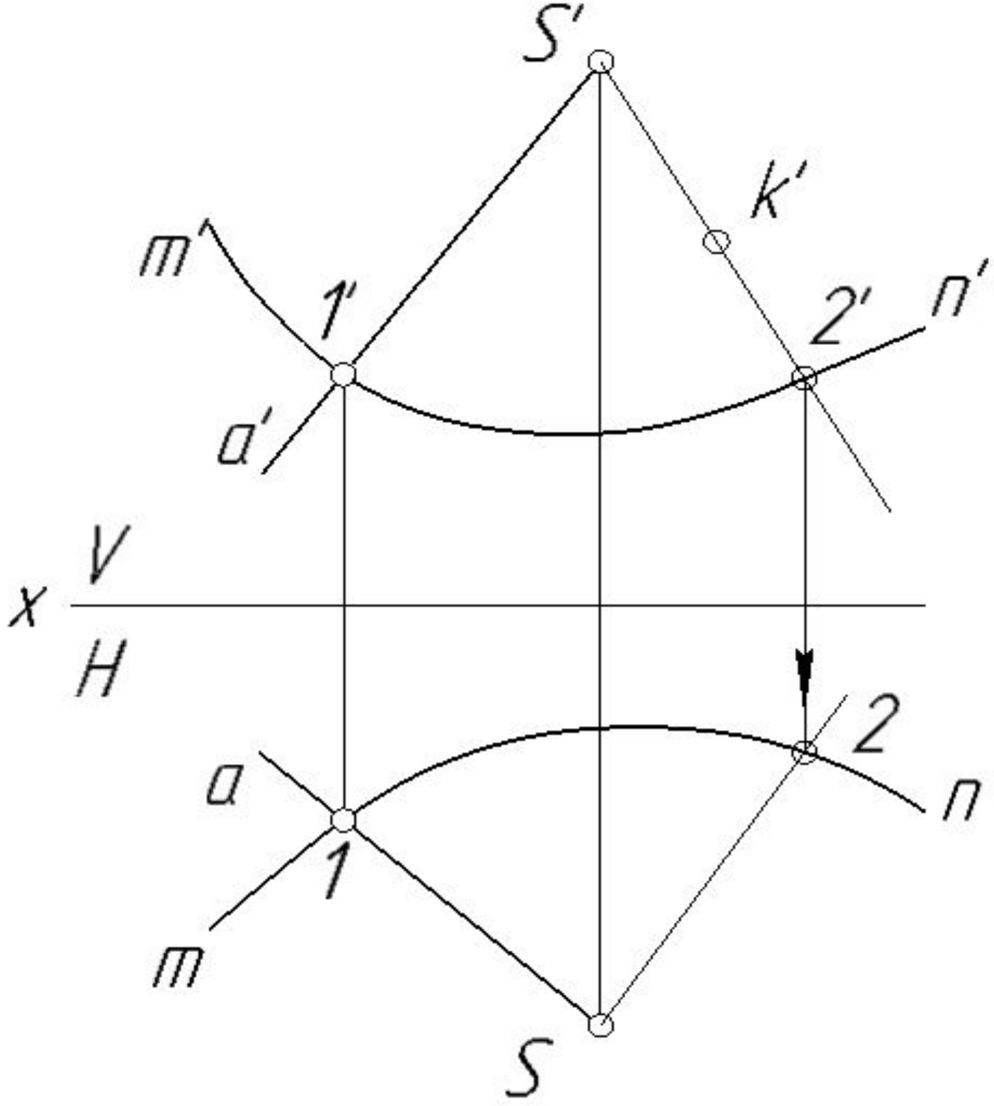
SA - образующая
MN – направляющая
$K \in Кон \Rightarrow k' \rightarrow k$ - ?

Коническая поверхность общего вида - образующая *SA* проходит через некоторую неподвижную точку *S* (вершину) и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей *MN*.



SA - образующая
MN – направляющая
$K \in$ *Кон* $\Rightarrow k' \rightarrow k$ - ?
$K \in S2 \Rightarrow k' \in s'2';\ k \in s2$

Коническая поверхность общего вида - образующая *SA* проходит через некоторую неподвижную точку *S* (вершину) и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей *MN.*



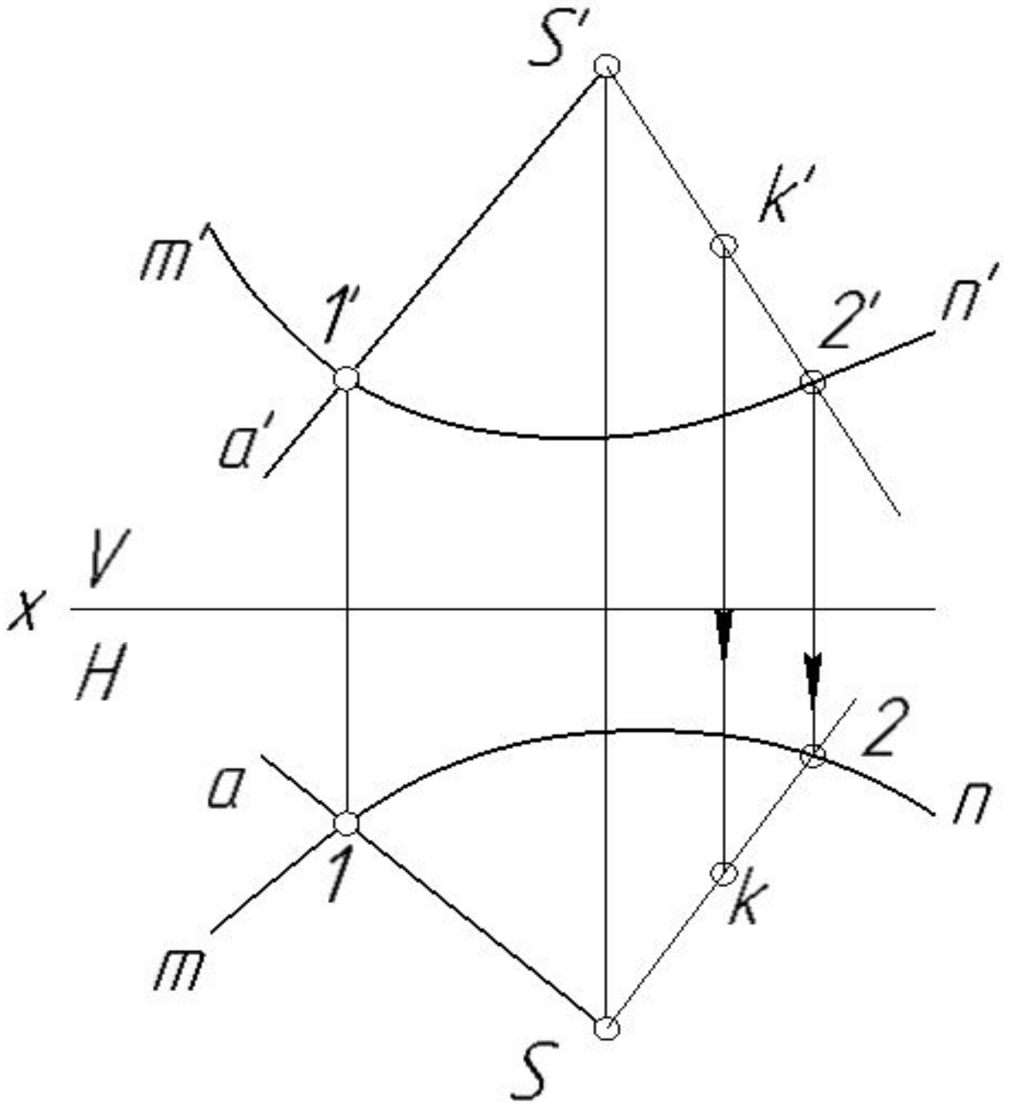
SA - образующая

MN – направляющая

$K \in$ *Кон* $\Rightarrow k' \rightarrow k$ - ?

$K \in S2 \Rightarrow k' \in s'2'; k \in s2$

Коническая поверхность общего вида - образующая *SA* проходит через некоторую неподвижную точку *S* (вершину) и последовательно через все точки некоторой кривой направляющей *MN.*



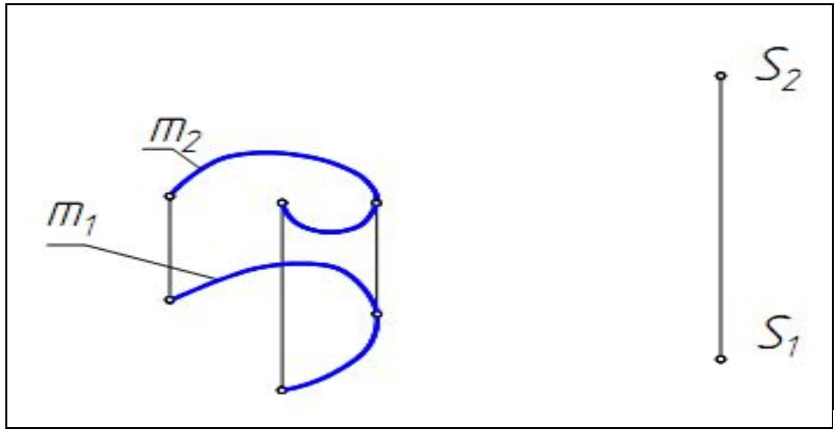
SA - образующая

MN – направляющая

$K \in Кон \Rightarrow k' \rightarrow k$ - ?

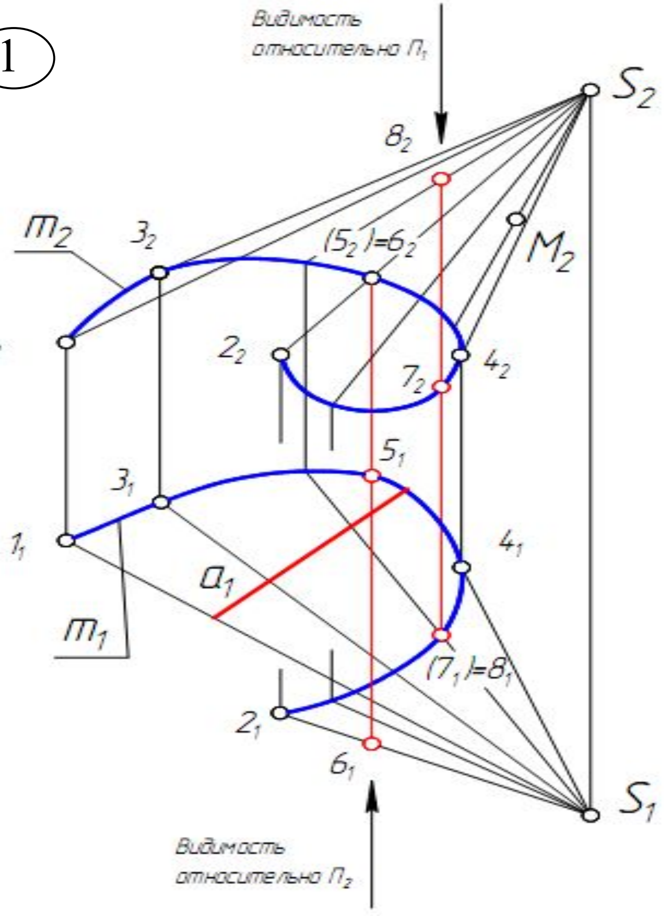
$K \in S2 \Rightarrow k' \in s'2'; k \in s2$

Комплексный чертеж конической поверхности

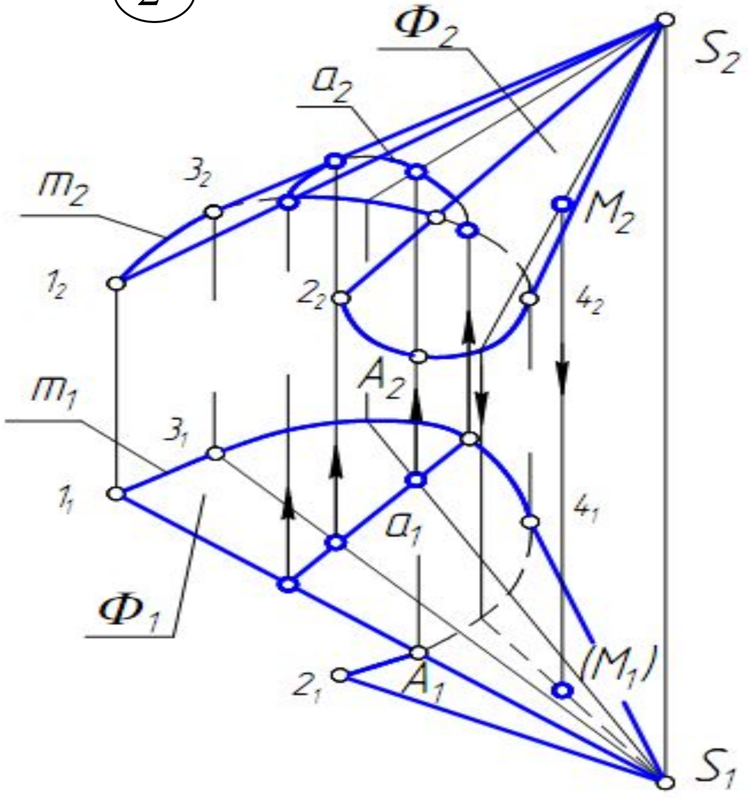


Φ (m, S);
l* ∩ *m*, *l* ⊂ *S

1

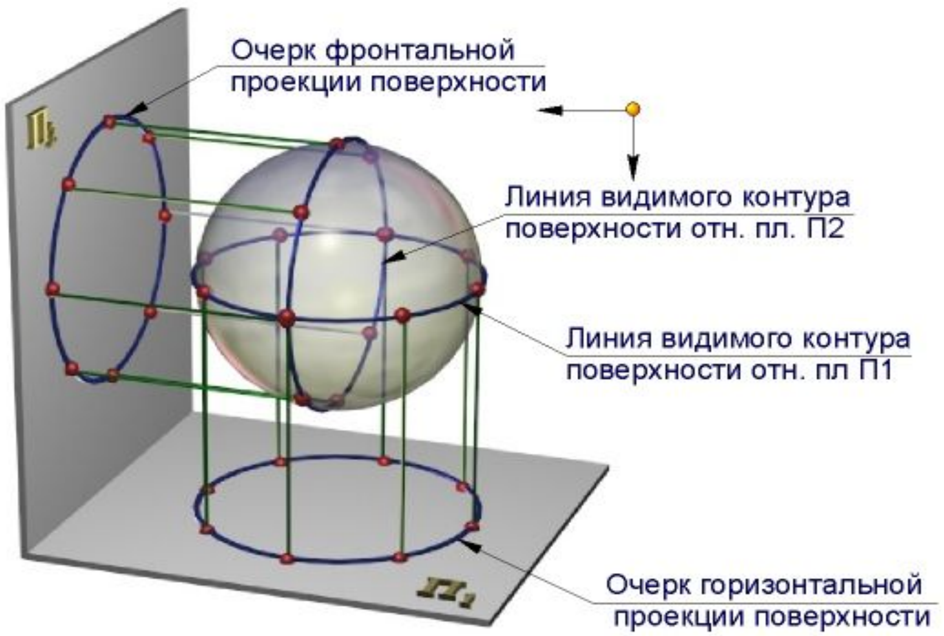


2

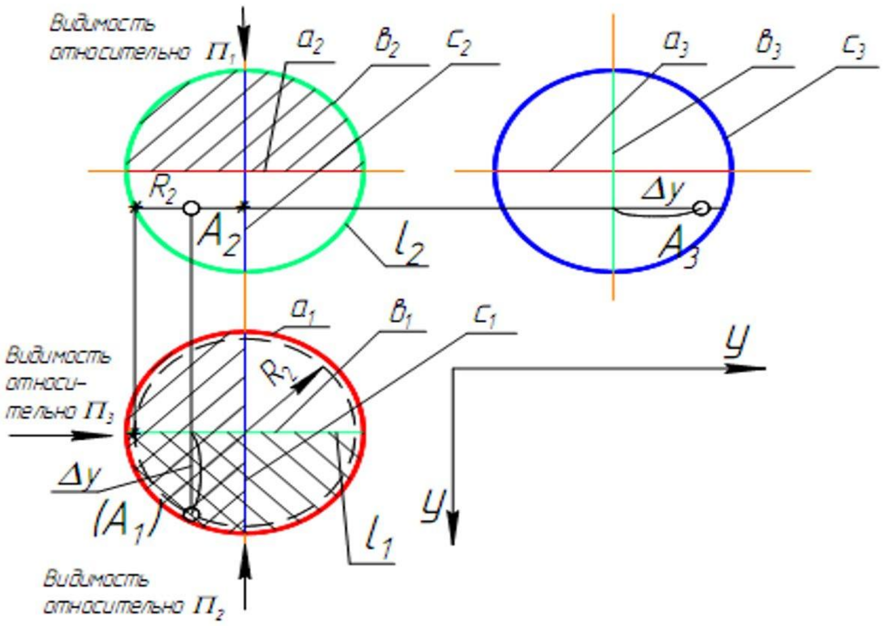


Сфера

- Сфера образуется вращением окружности вокруг оси (*i*)



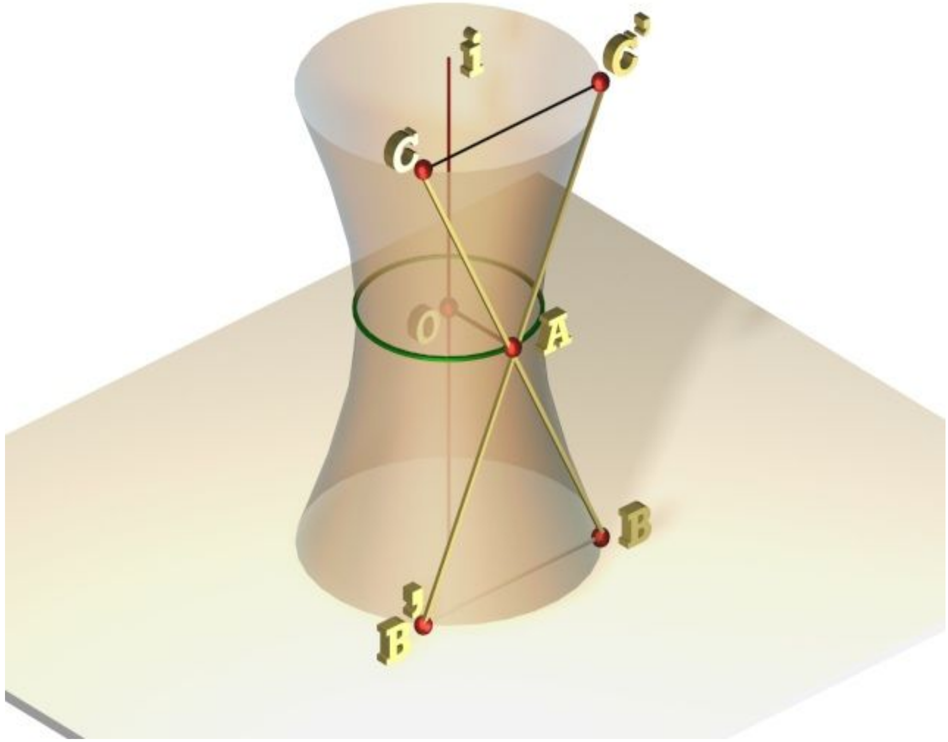
Комплексный чертеж сферы

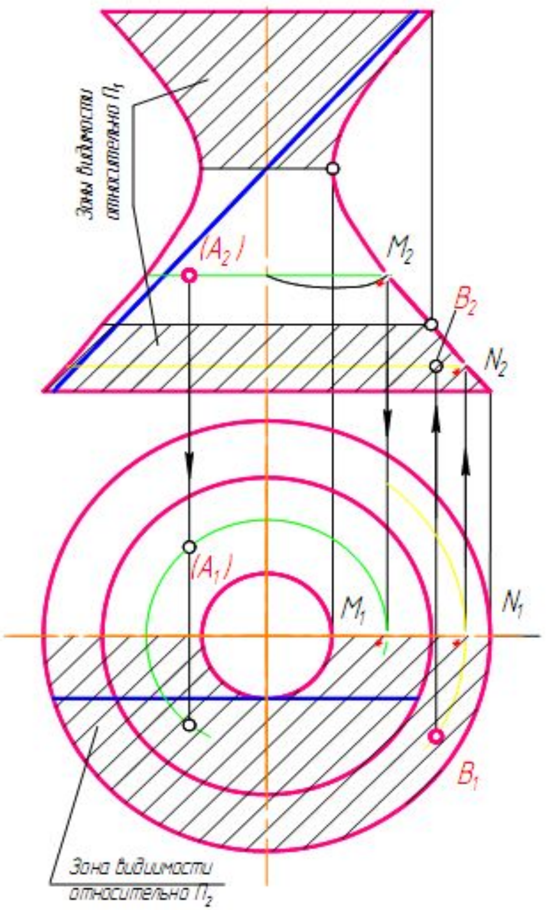


Однополостный гиперболоид вращения. Комплексный чертеж.

Гипербола имеет две оси – действительную и мнимую. При вращении гиперболы вокруг действительной оси – образуется **однополостный гиперболоид вращения**.

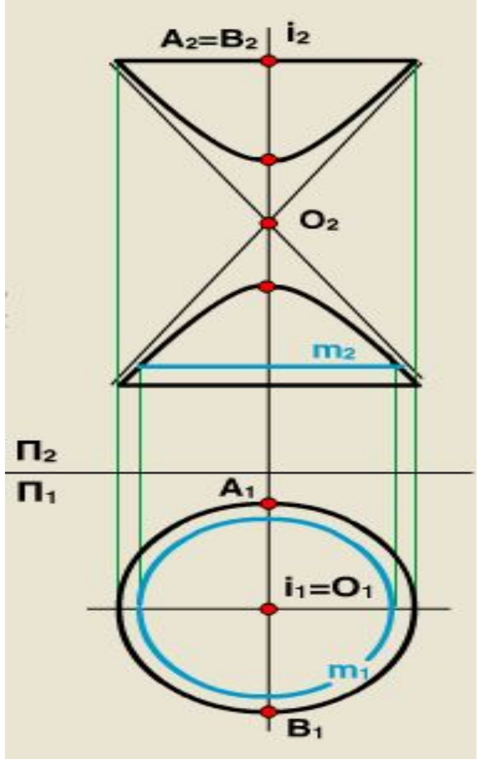
Эта поверхность также может быть отнесена к линейчатым, так как она может быть образована вращением прямолинейной образующей вокруг скрещивающейся с ней осью.



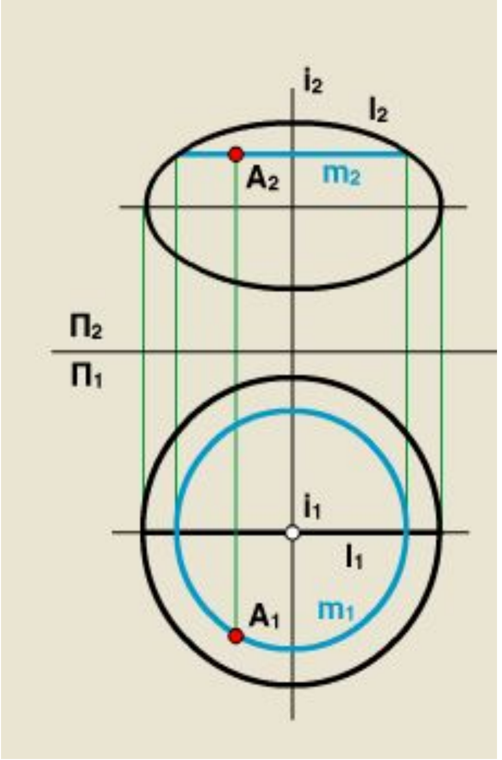


Эллипсоид вращения

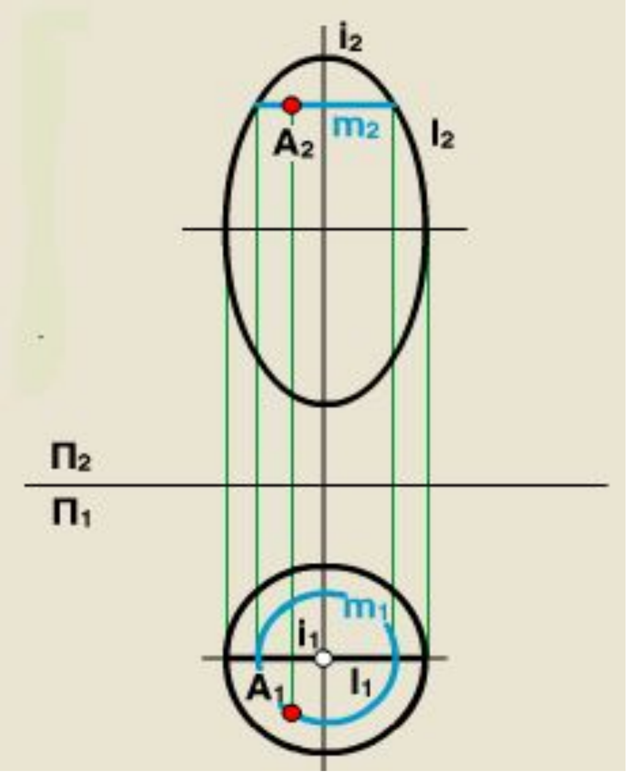
При вращении гиперболы вокруг мнимой оси – образуется две полости гиперболоида или **двуполостный гиперболоид вращения**.



При вращении эллипса вокруг малой оси получается **сжатый эллипсоид вращения**.



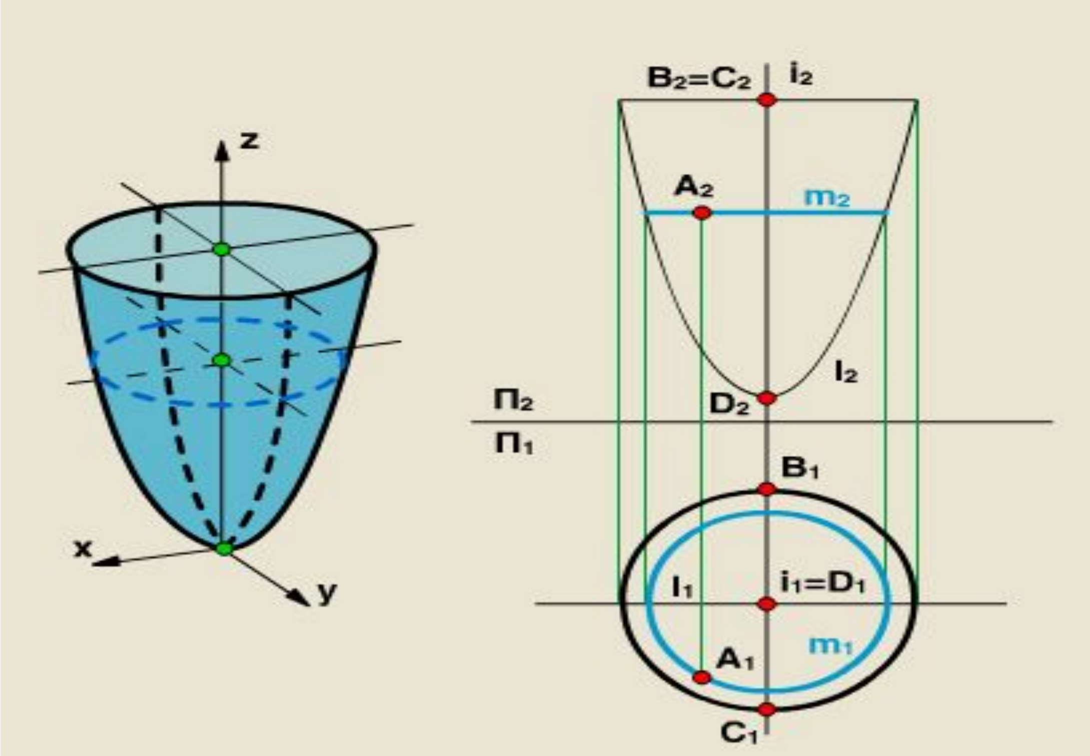
Когда эллипс вращается вокруг большой оси образуется **вытянутый эллипсоид вращения.**

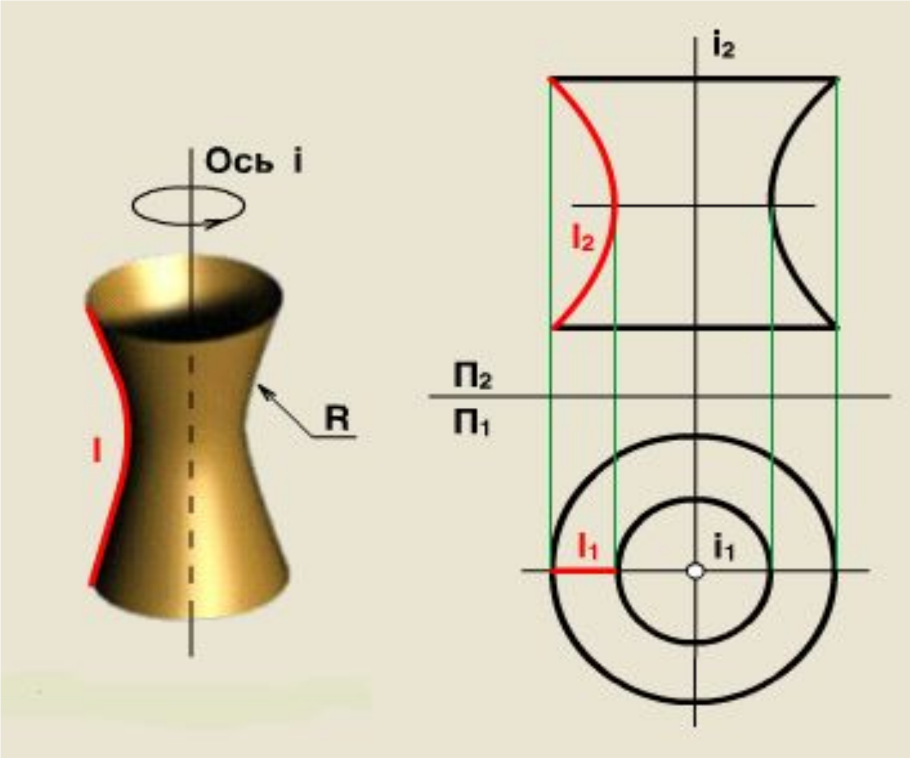


Параболоид вращения

Эта поверхность образуется при вращении параболы вокруг своей оси.

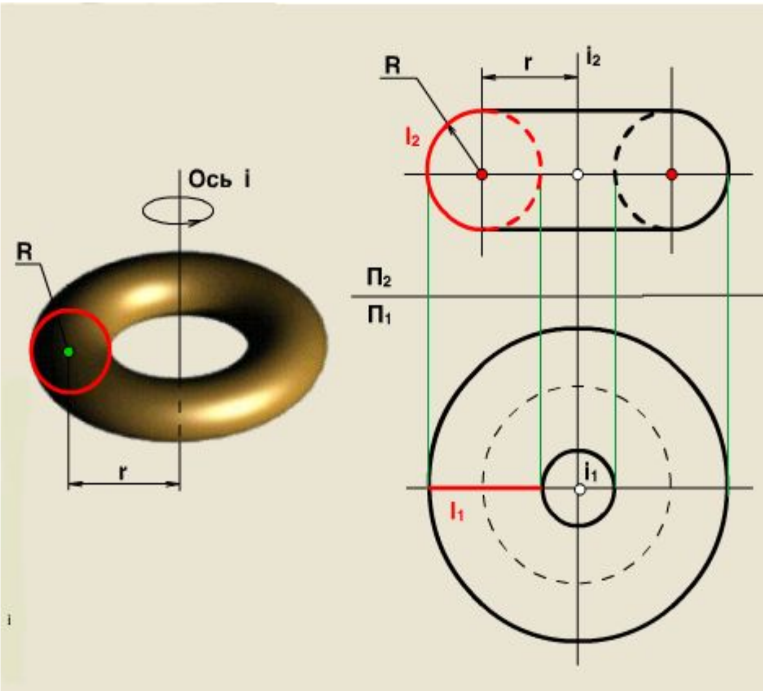
При вращении дуги окружности, образуется поверхность тора, которая называется **глобоид**.



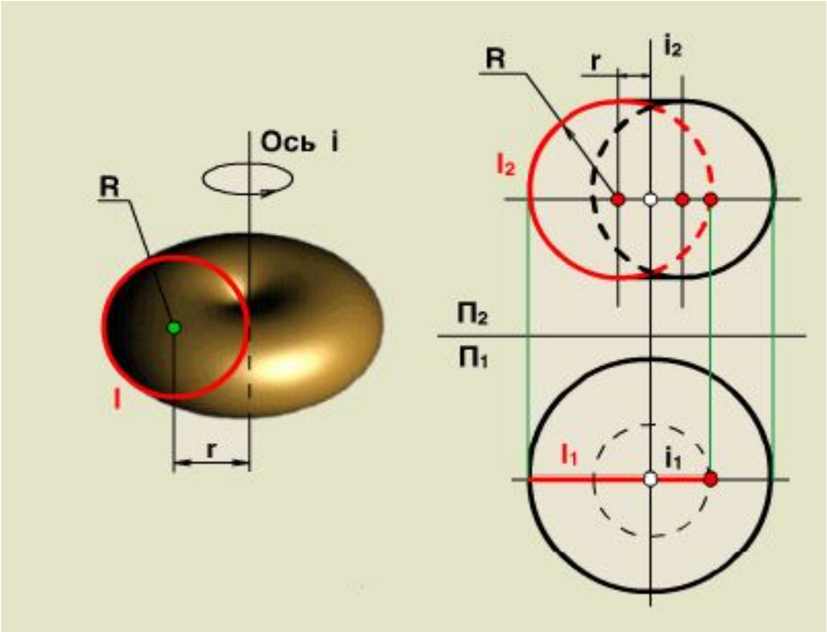


Тор - поверхность вращения 4-го порядка

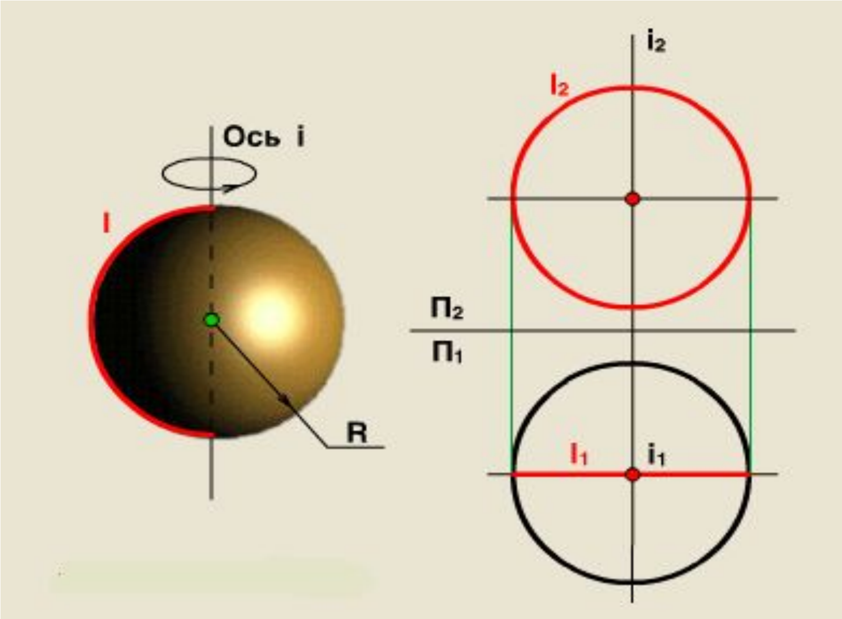
Если R < r, то образующая окружность *l* не пересекает ось вращения i, поверхность называется **кольцом** или **открытым тором**.



Если R > либо = r, то окружность касается оси или пересекает ее, поверхность называется **закрытым тором.**



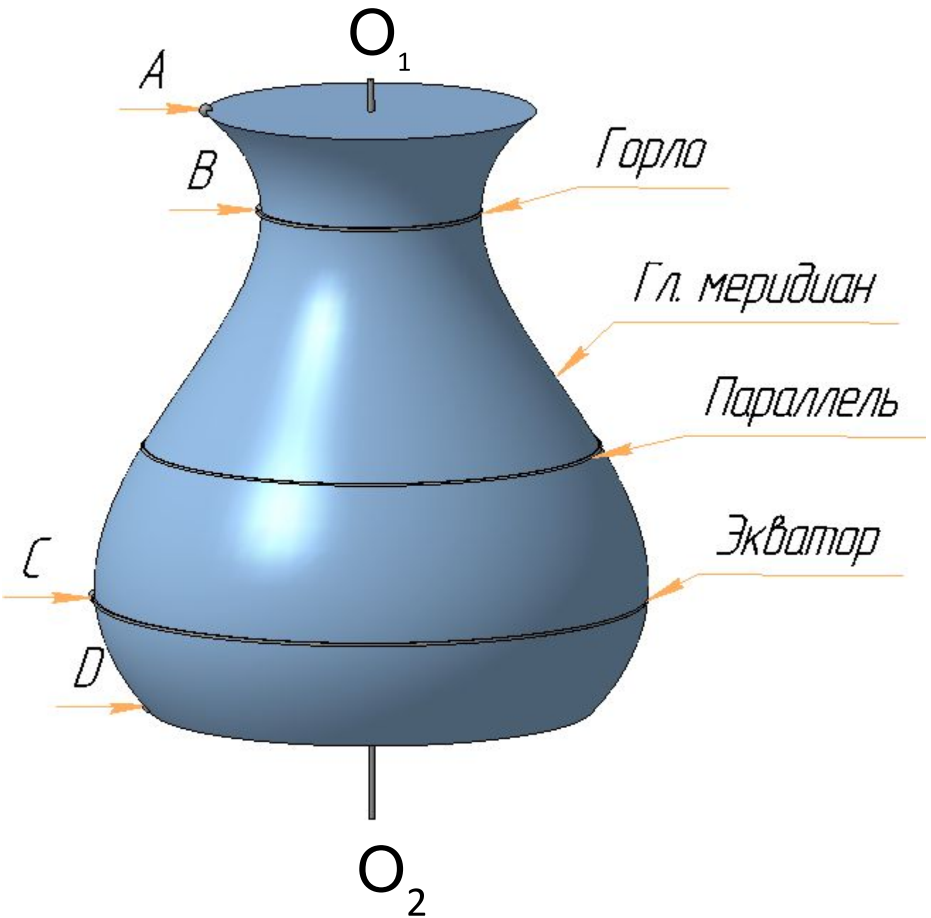
Если r = 0, то образуется **сфера-** частный случай тора.



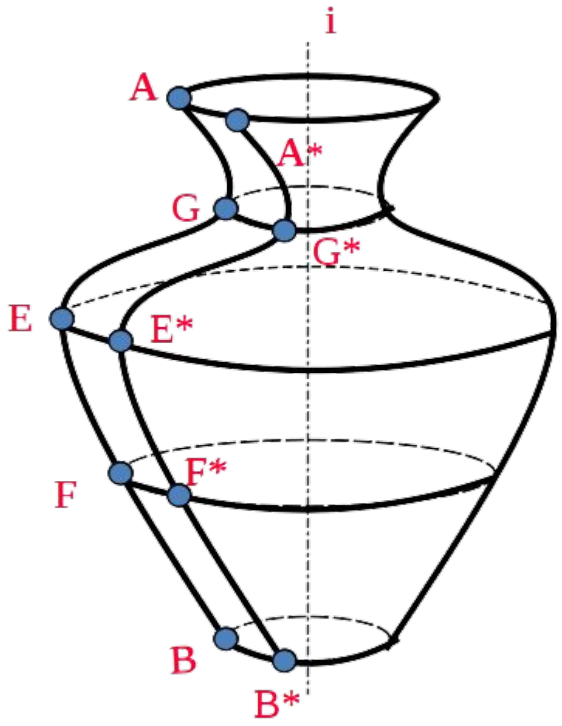
ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

1. *Поверхность вращения общего вида*

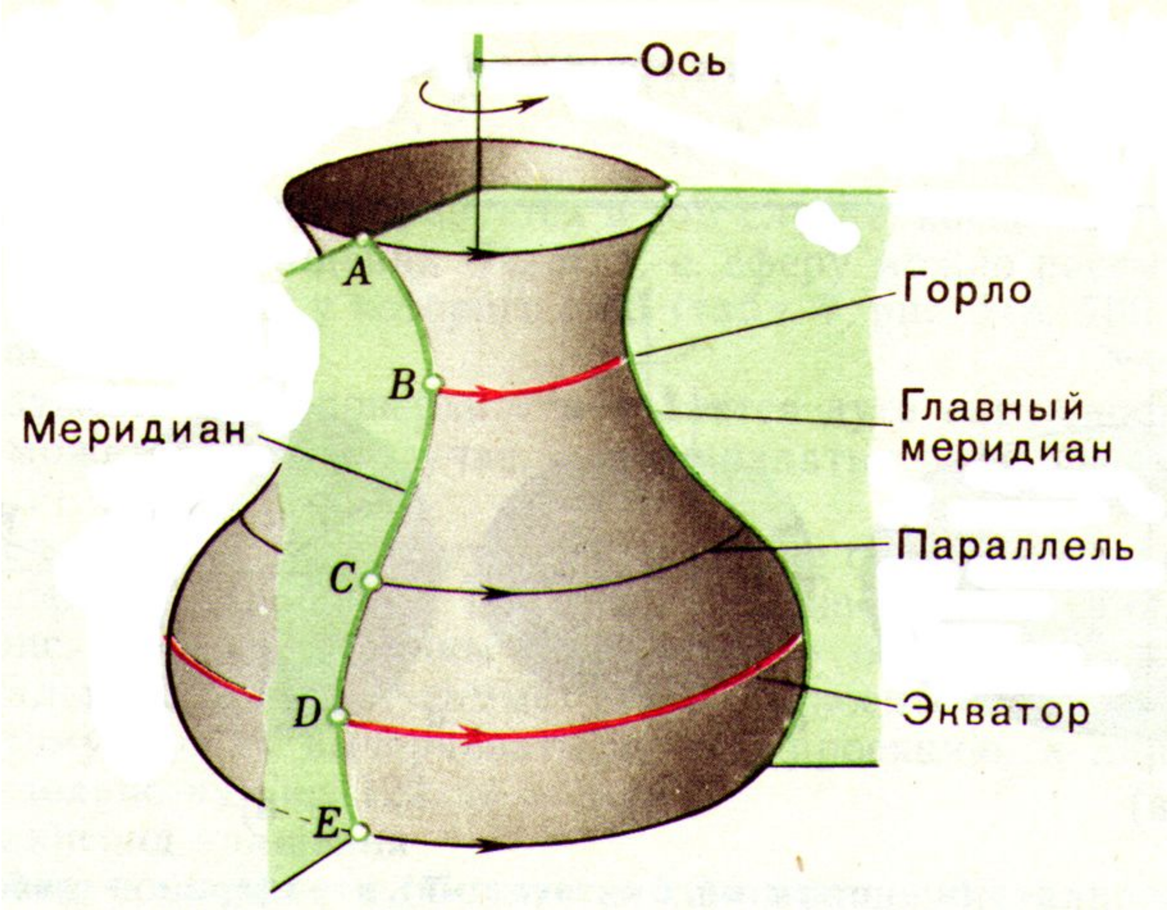
Поверхностью вращения общего вида называют поверхность, которая образуется произвольной линией (плоской или пространственной) при ее вращении вокруг неподвижной оси.
Поверхность вращения задают образующей *ABCD* и положением оси вращения O_1O_2 .

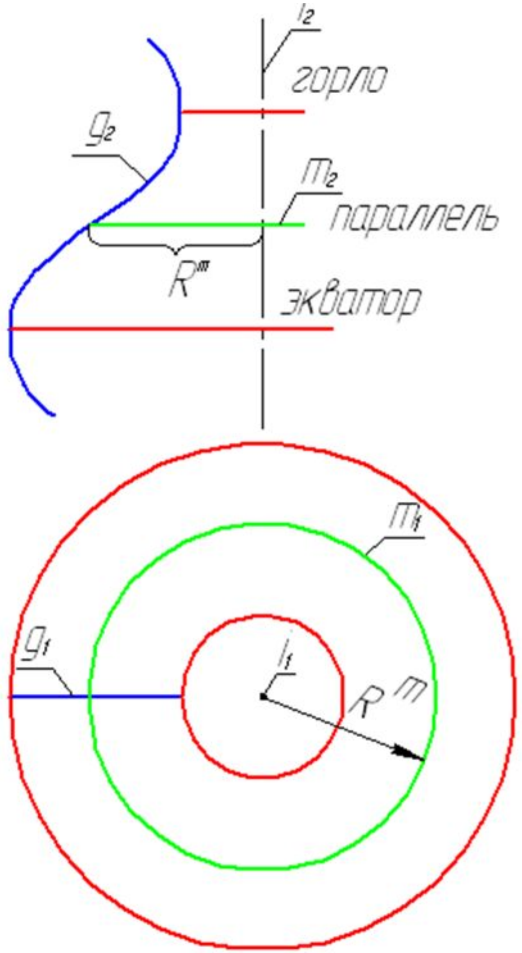


Образование поверхности вращения

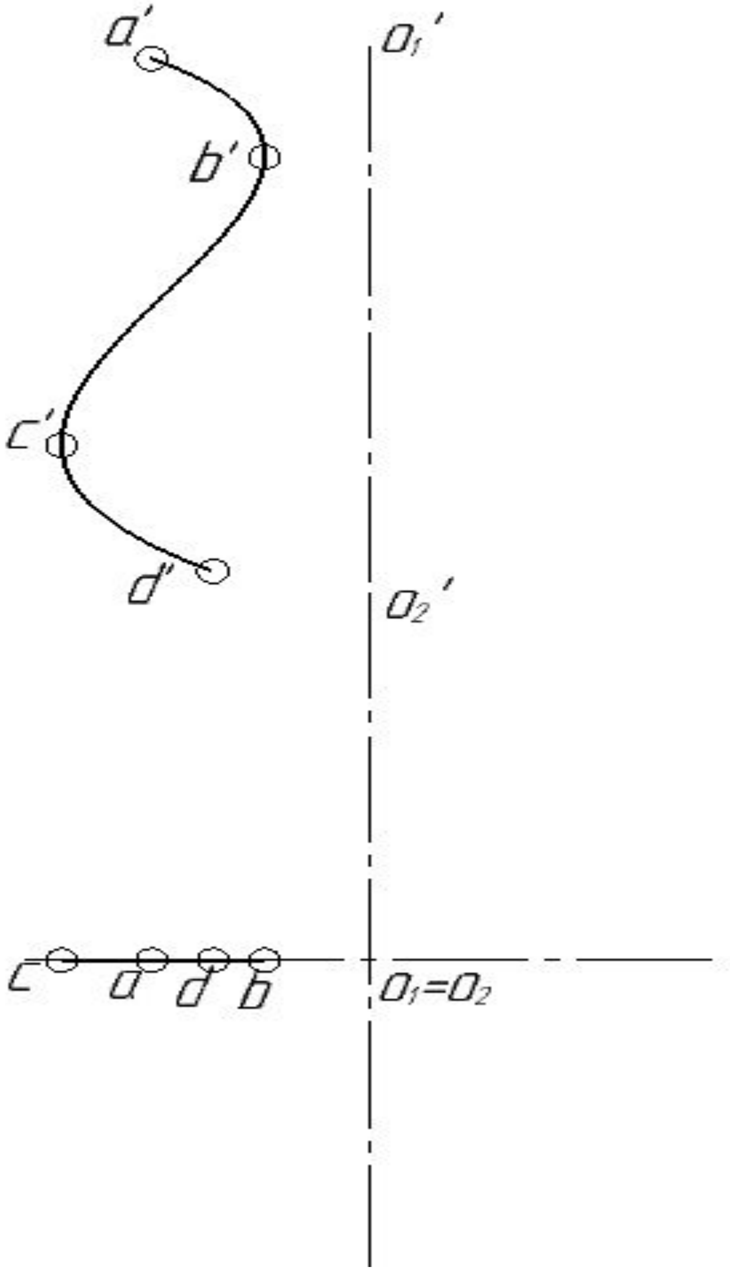


Основные элементы поверхности вращения





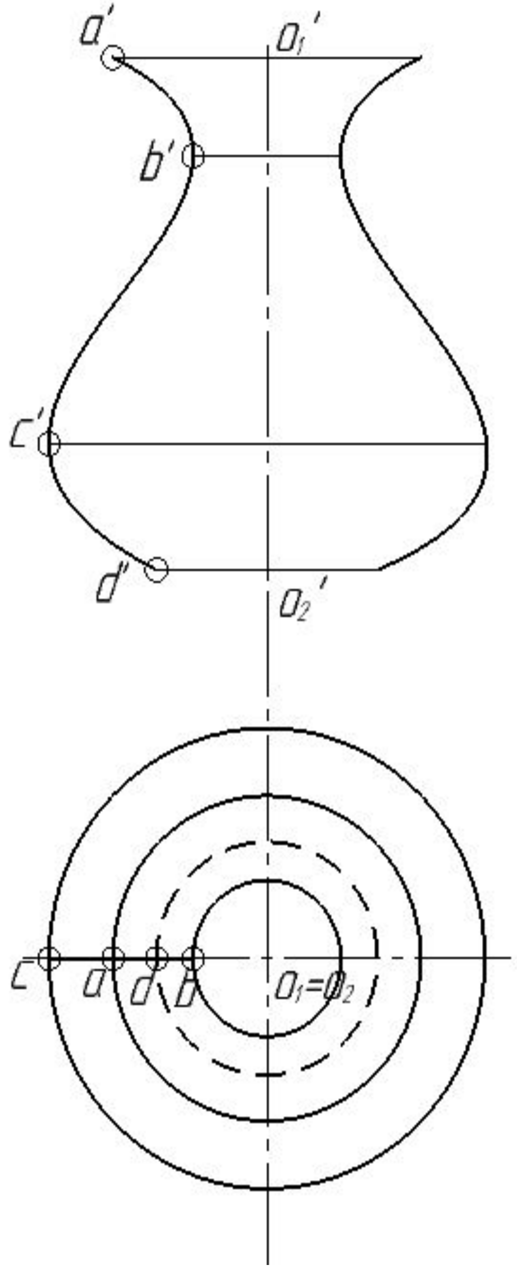
1. Поверхность вращения общего вида



ABCD – образующая

O_1O_2 - ось вращения

1. Поверхность вращения общего вида

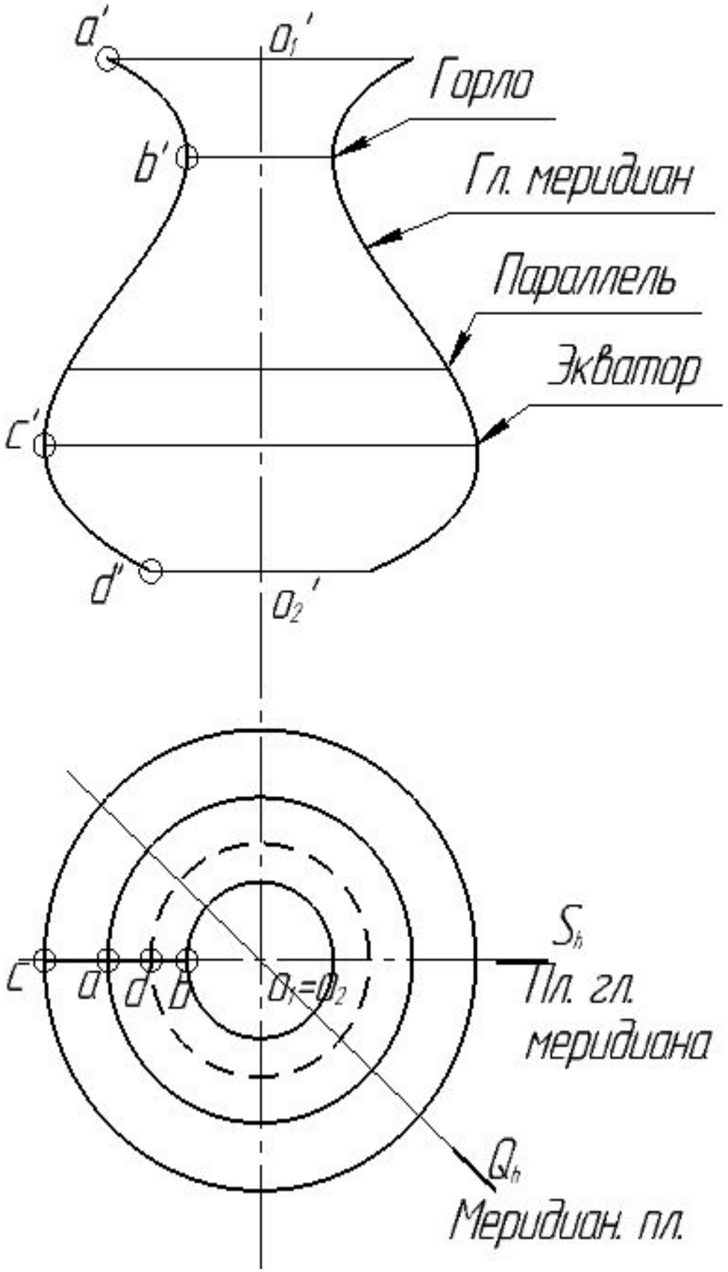


ABCD – образующая

O_1O_2 - ось вращения

Каждая из точек криволинейной образующей при вращении вокруг оси ($O_1O_2 \perp H$) описывает окружность:

1. Поверхность вращения общего вида



ABCD – образующая

O_1O_2 - ось вращения

Каждая из точек криволинейной образующей при вращении вокруг оси ($O_1O_2 \perp H$) описывает окружность

параллель - сечение поверхности плоскостью, перпендикулярной к оси вращения, представляет собой окружность

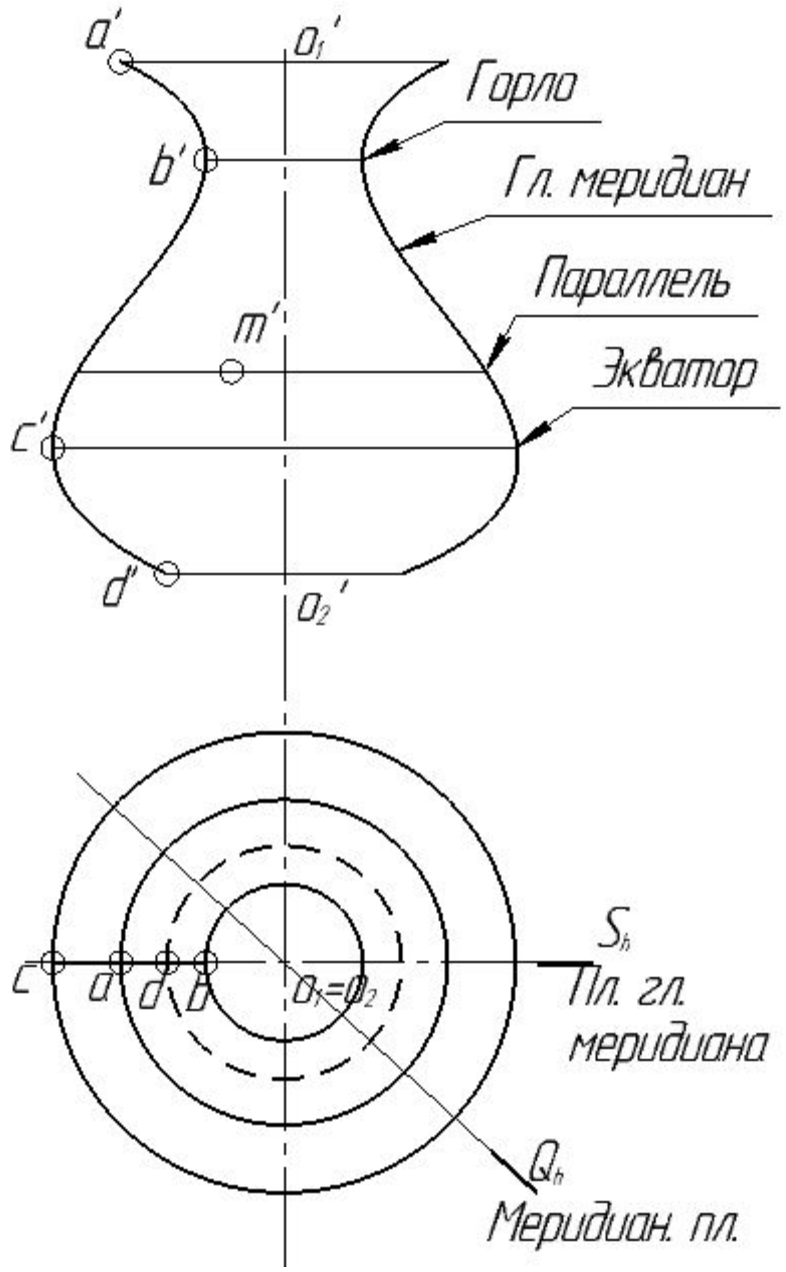
экватор – наибольшая параллель;

горло - наименьшая параллель.

Линии, которые возникают при пересечении поверхности плоскостью, проходящей через ось, например, плоскостью *Q* называют *меридианами*, а сами плоскости – *меридиональными.*

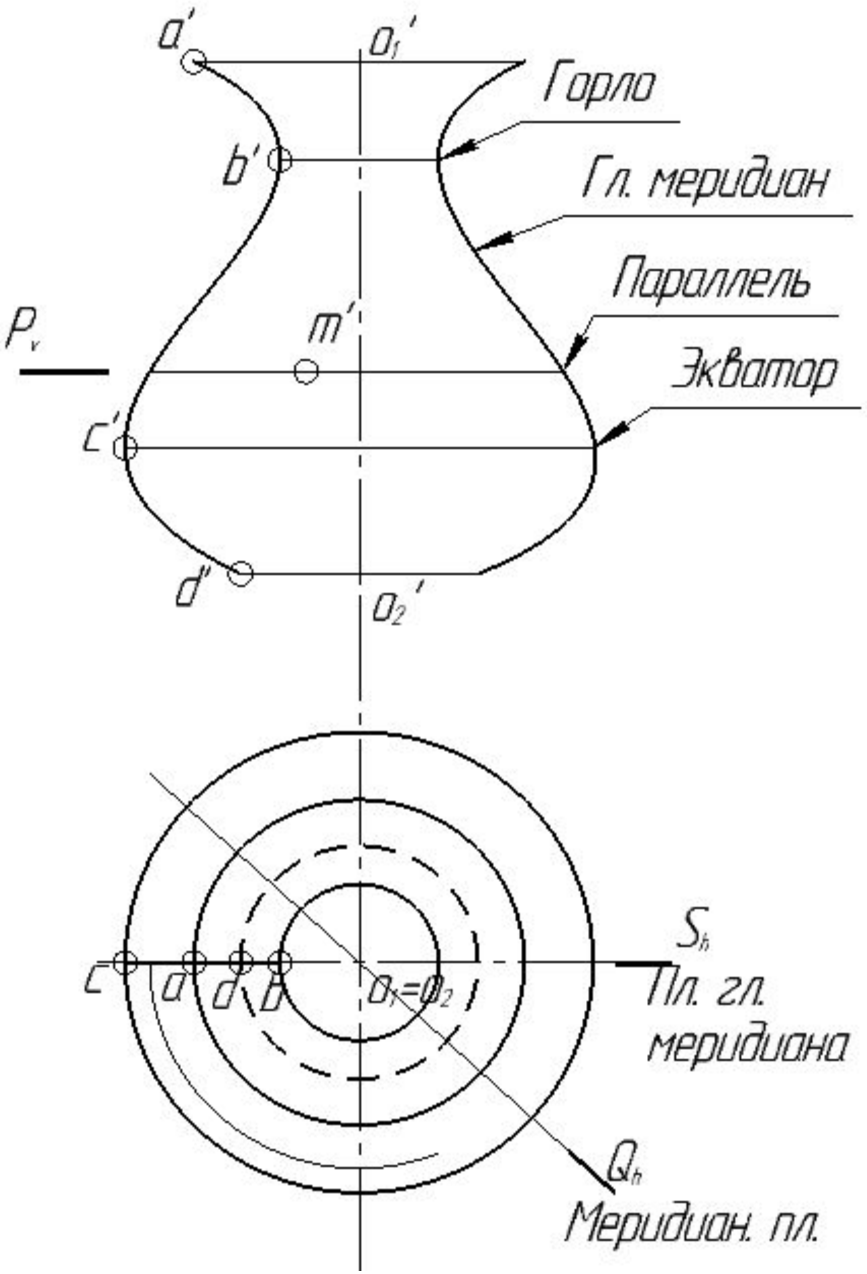
Фронтальная плоскость, проходящая через ось вращения – *плоскость главного меридиана*, а фронтальный очерк – *главный меридиан*.

1. Поверхность вращения общего вида



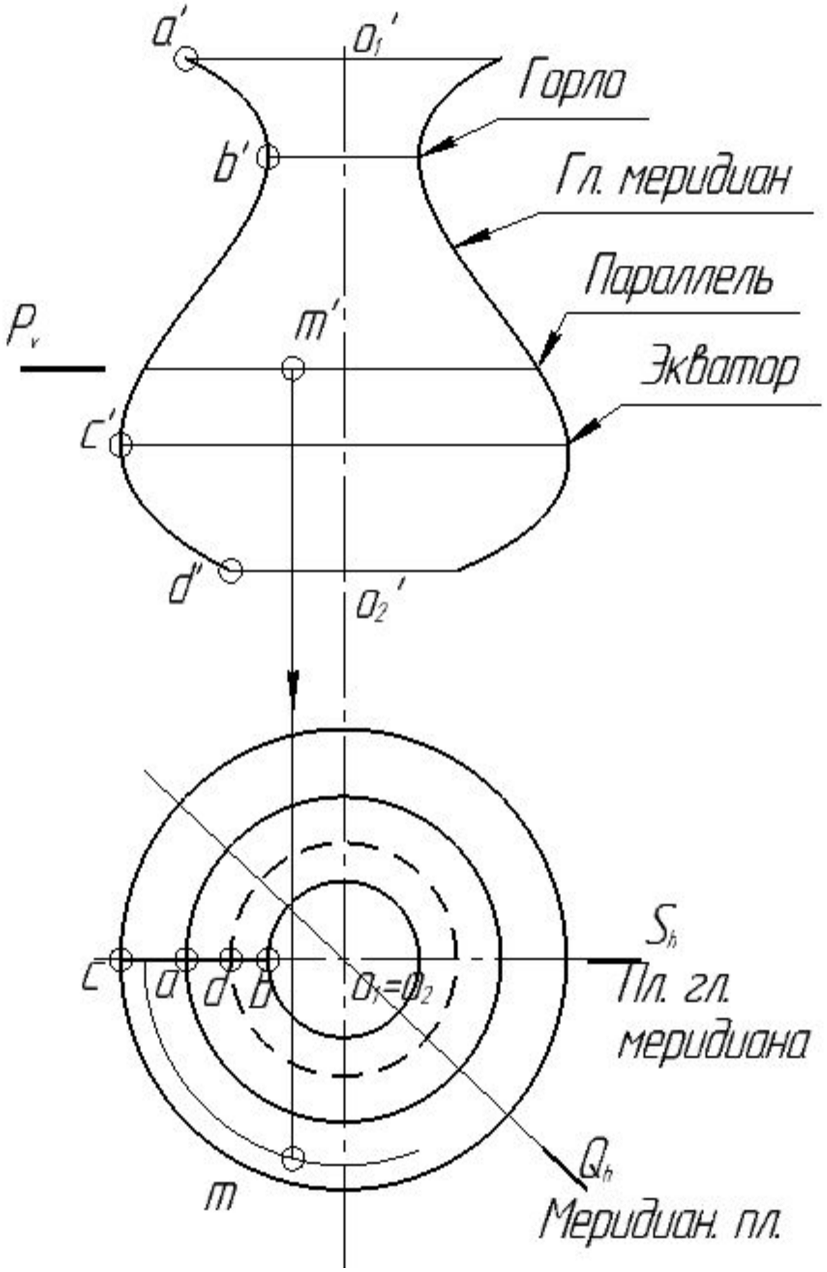
Недостающие проекции точек, определяются по признаку принадлежности с помощью параллелей проходящих через заданные точки: $m' \rightarrow m$ - ?

1. Поверхность вращения общего вида



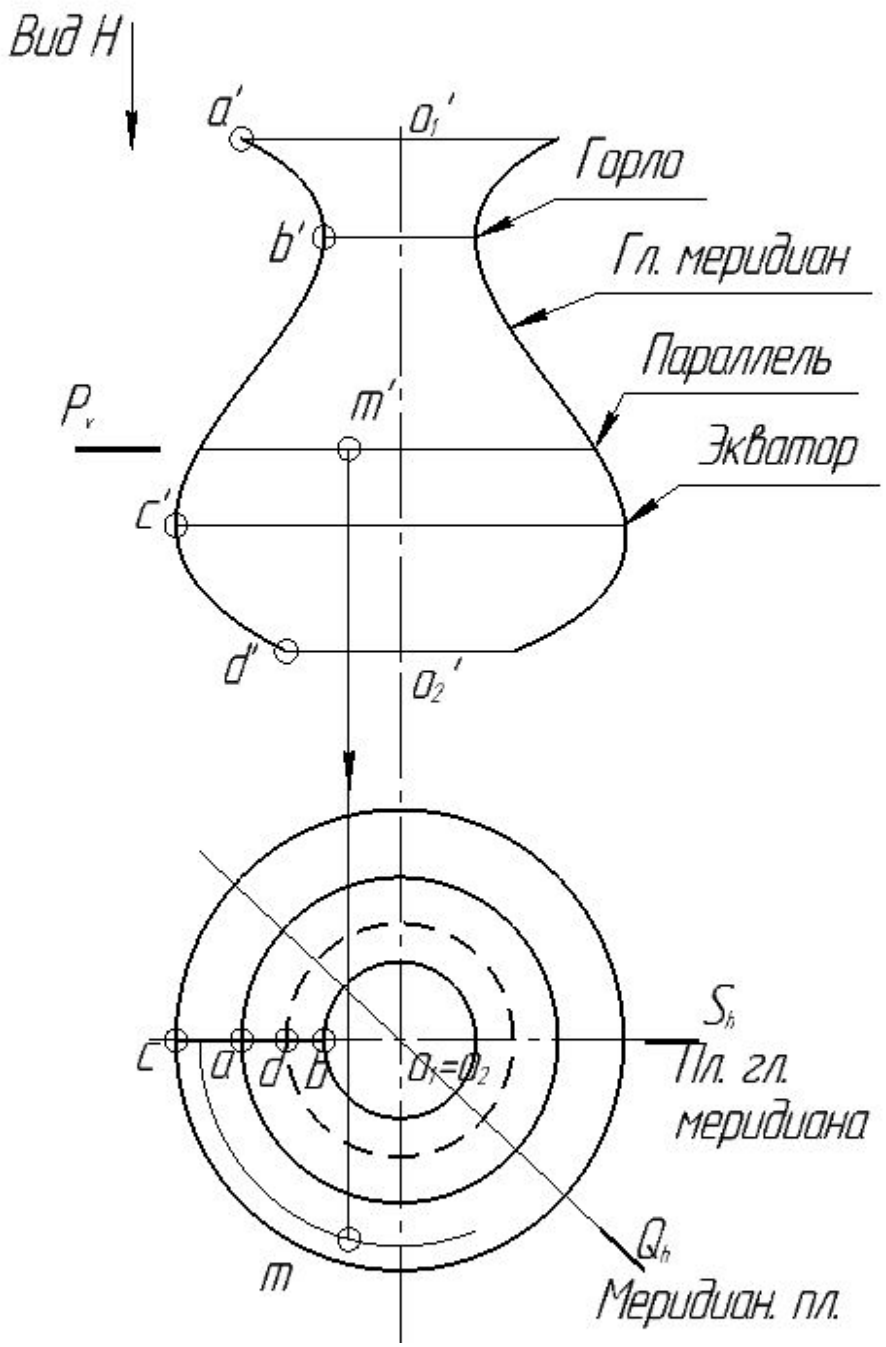
Недостающие проекции точек, определяются по признаку принадлежности с помощью параллелей проходящих через заданные точки: *m'* → *m* - ?

1. Поверхность вращения общего вида



Недостающие проекции точек, определяются по признаку принадлежности с помощью параллелей проходящих через заданные точки: *m'* → *m* - ?

1. Поверхность вращения общего вида

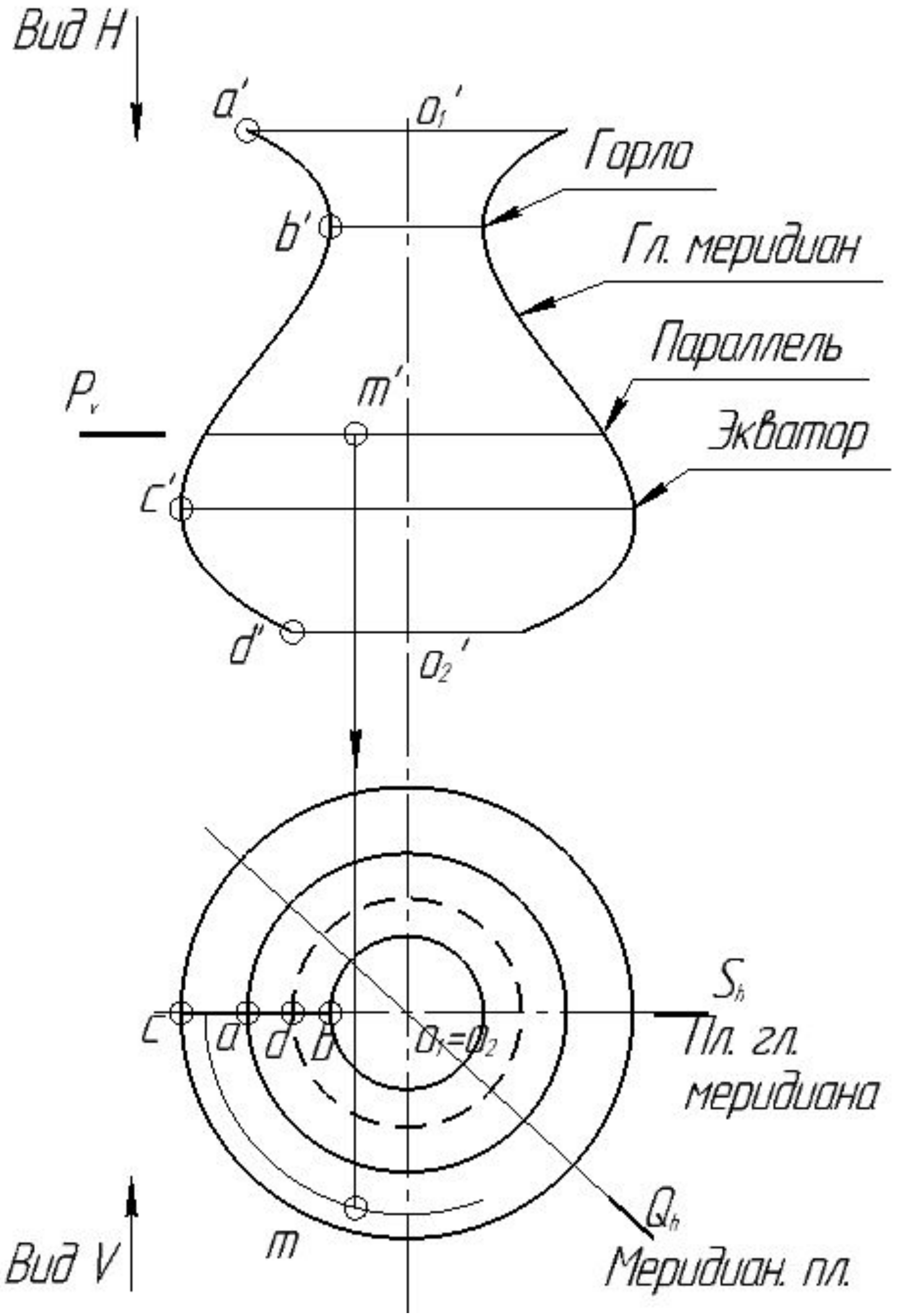


Недостающие проекции точек, определяются по признаку принадлежности с помощью параллелей проходящих через заданные точки: $m' \rightarrow m$ - ?

Видимость:

- точка видна на фронтальной проекции, если расположена до плоскости главного меридиана;

1. Поверхность вращения общего вида

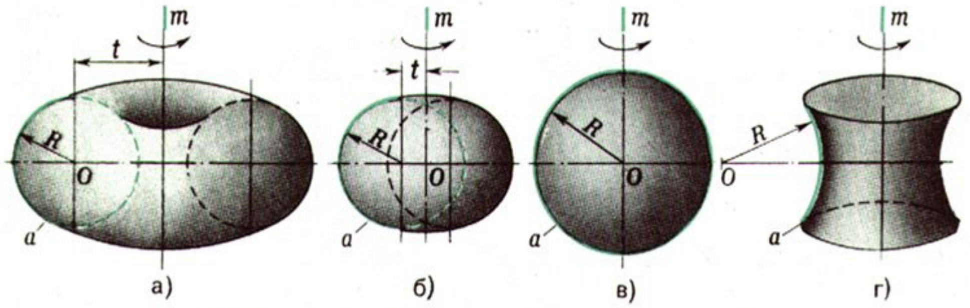


Недостающие проекции точек, определяются по признаку принадлежности с помощью параллелей проходящих через заданные точки: $m' \rightarrow m$ - ?

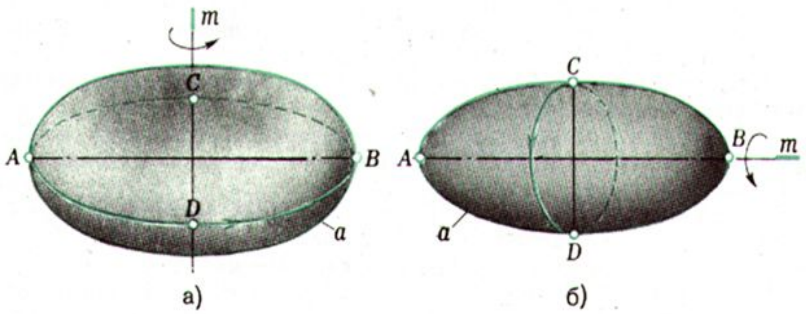
Видимость:

- точка видна на фронтальной проекции, если расположена до плоскости главного меридиана;
- точка видна на горизонтальной проекции, если она расположена выше экватора и лежит на параллели, диаметр которой больше диаметров всех параллелей, расположенных выше точки.

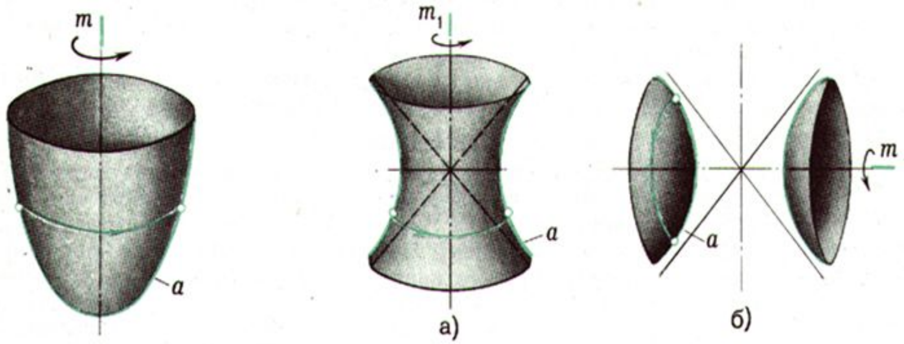
Примеры нелинейчатых поверхностей вращения



Тор (а — открытый, б — закрытый), в — сфера, г — глобоид



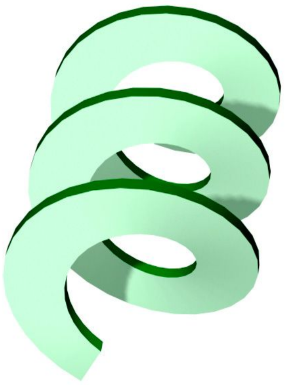
Эллипсоид (а — сжатый, б — вытянутый)

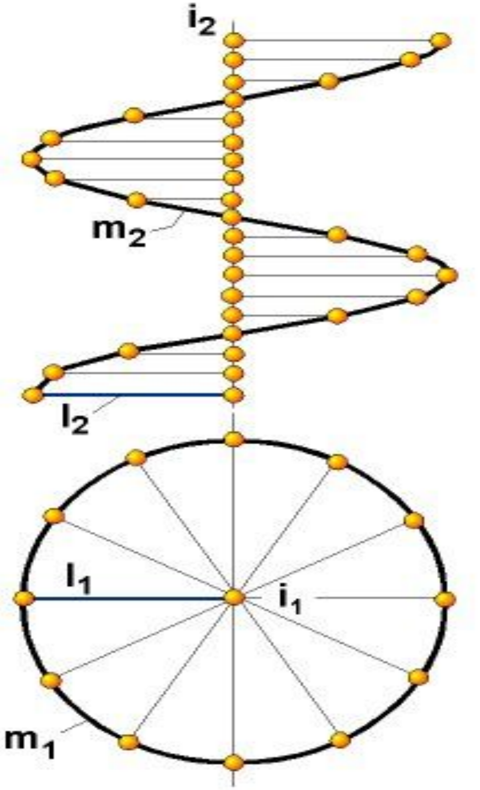


Параболоид вращения

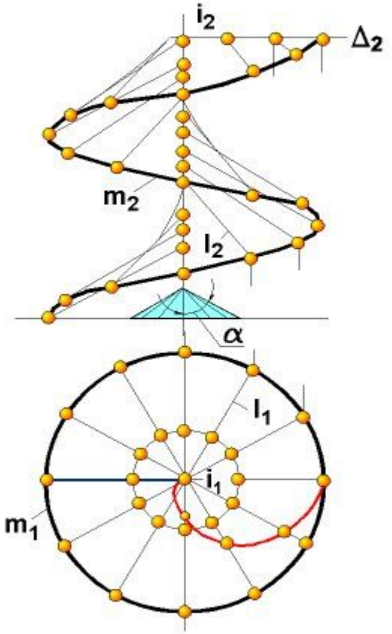
Винтовые поверхности

Прямой геликоид

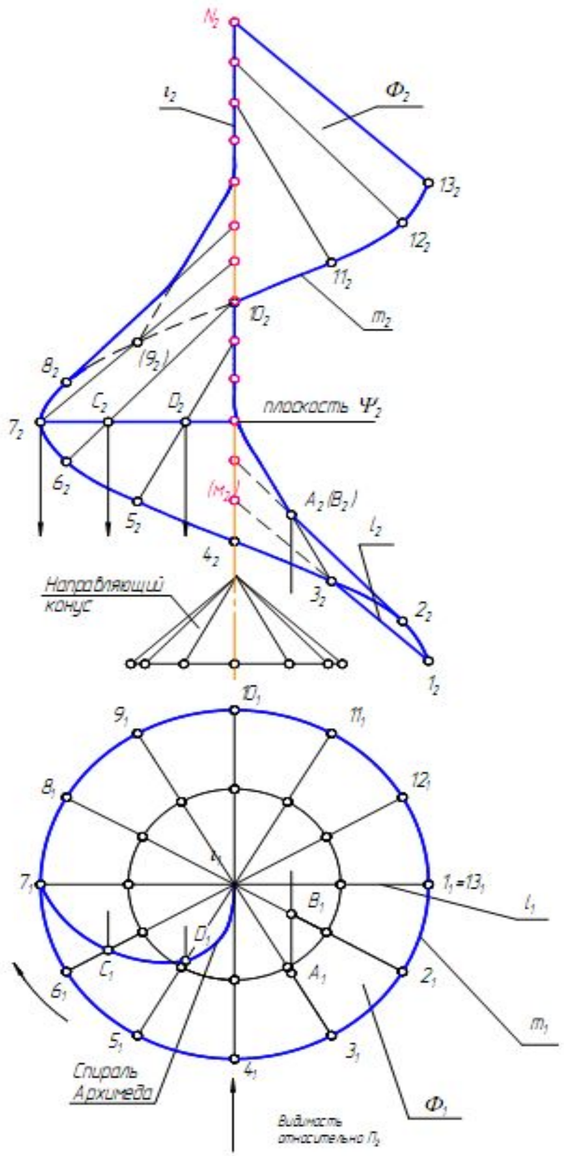




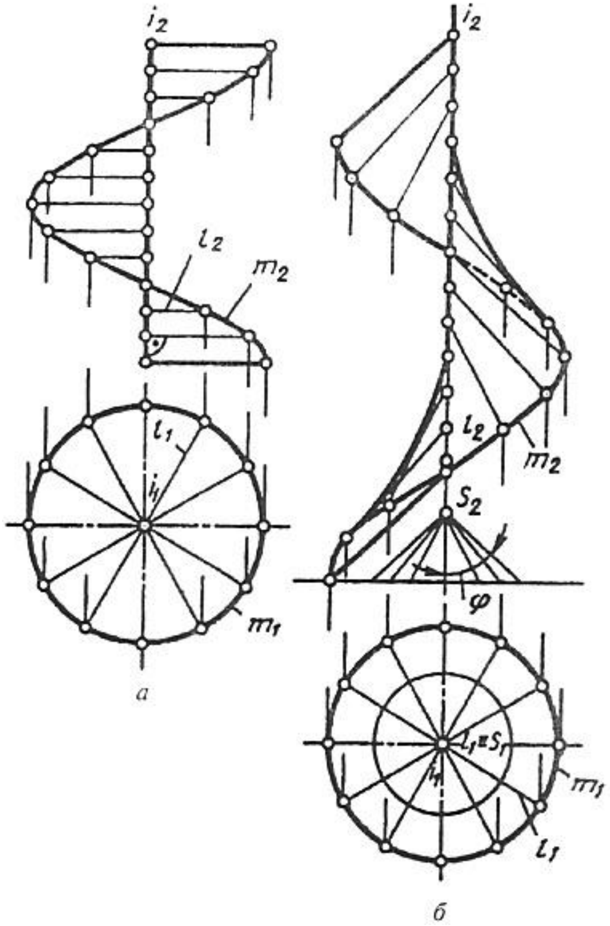
Наклонный геликоид

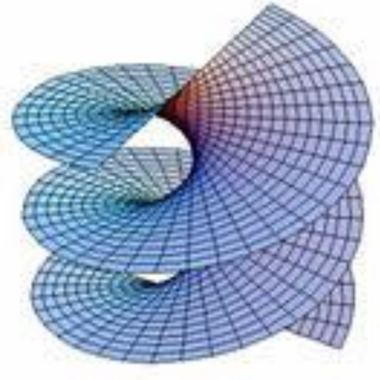


Комплексный чертеж
наклонного геликоида



Винтовые поверхности





Прямой геликоид, Винтовой коноид

Чтобы задать поверхность на чертеже необходимо:

1. Построить проекции определителя.
2. Построить проекции очерковых образующих поверхности и линии обреза.
3. Определить видимость очерковых образующих.

Точка на поверхности

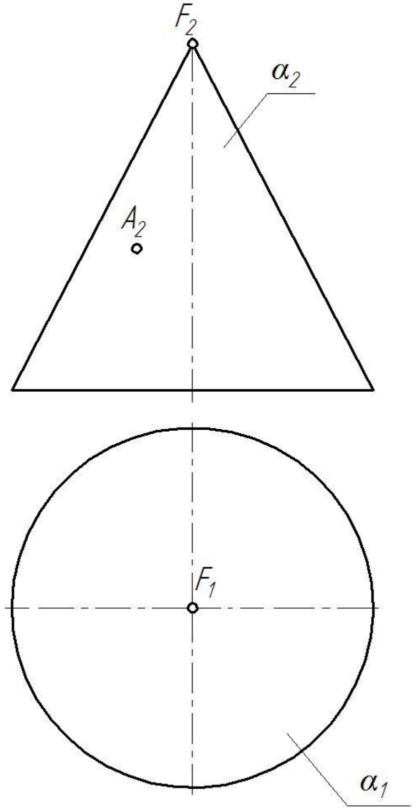
Точка принадлежит поверхности, если она принадлежит линии, принадлежащей этой поверхности.

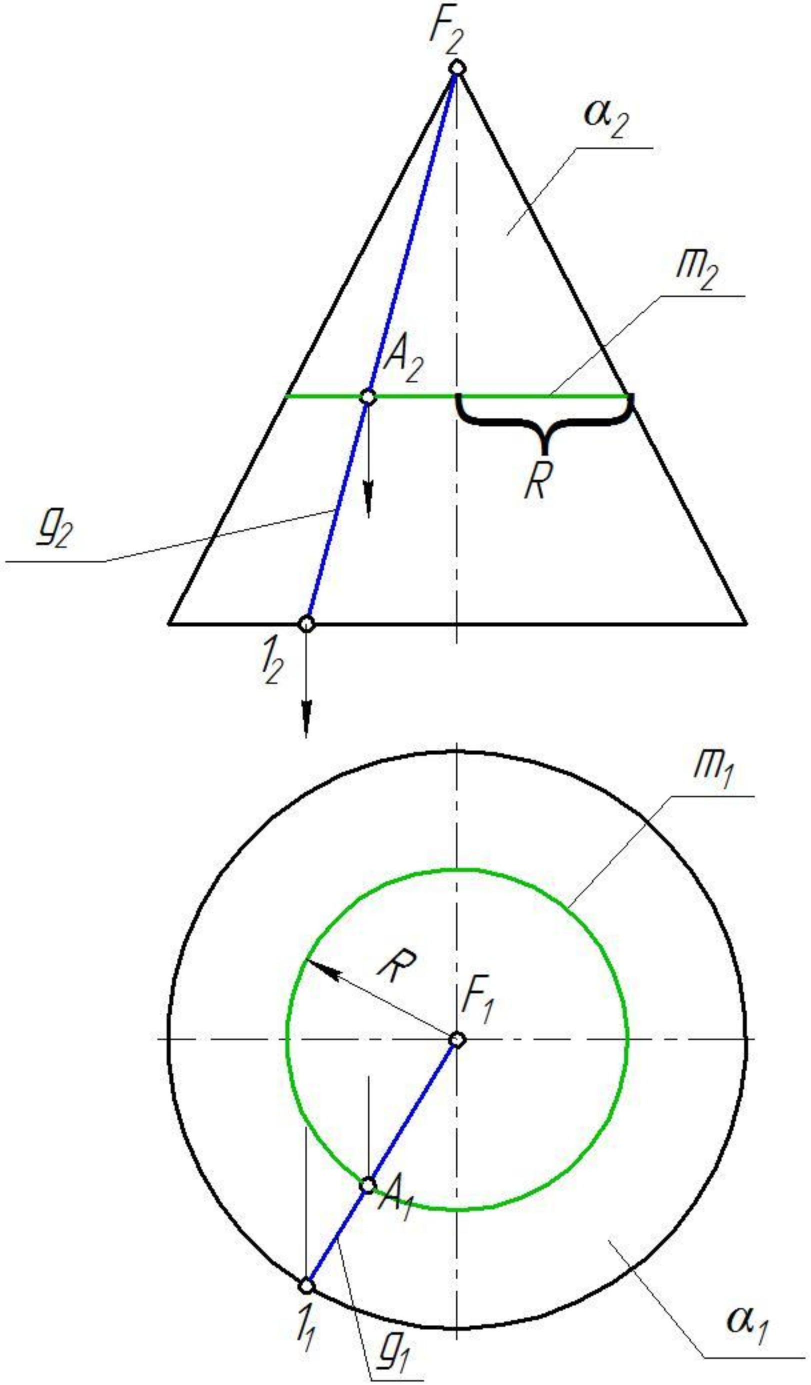
$$\mathbf{A \in Ф \Leftrightarrow A \in \mathit{l}, \; \mathit{l} \subset Ф}$$

Линия ***l*** должна на ***проекциях*** иметь наиболее простую геометрическую форму: прямой или окружности.

Линейчатая поверхность

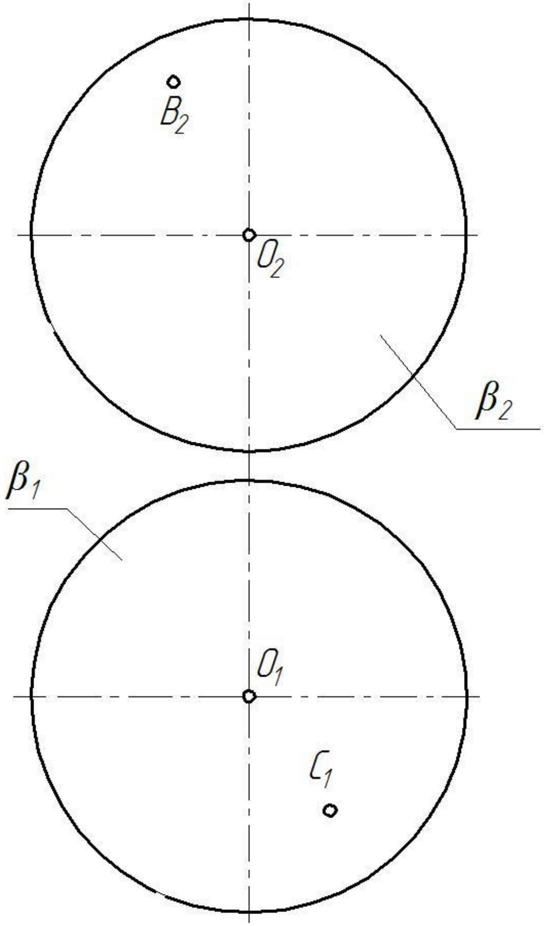
Линия ***l***, которой должна принадлежать точка, может иметь форму, как прямой линии (образующая), так и окружности (параллель).

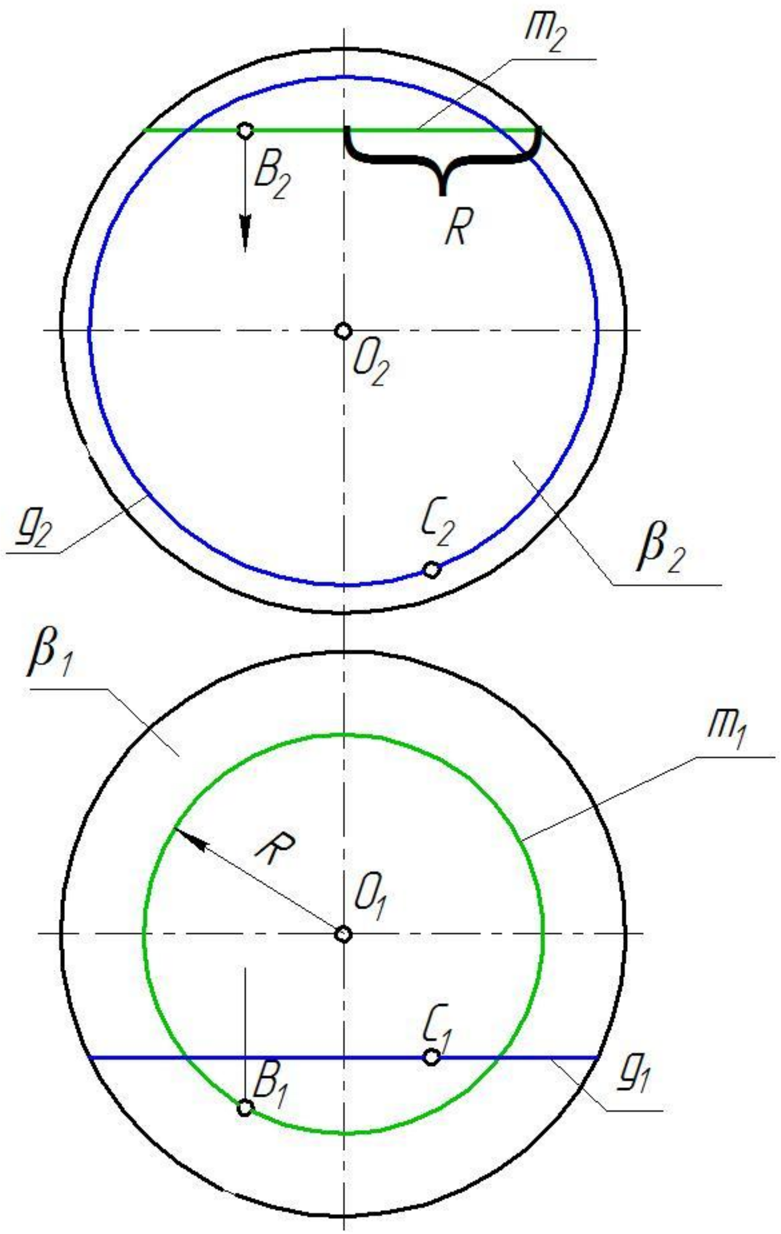




Нелинейчатая поверхность

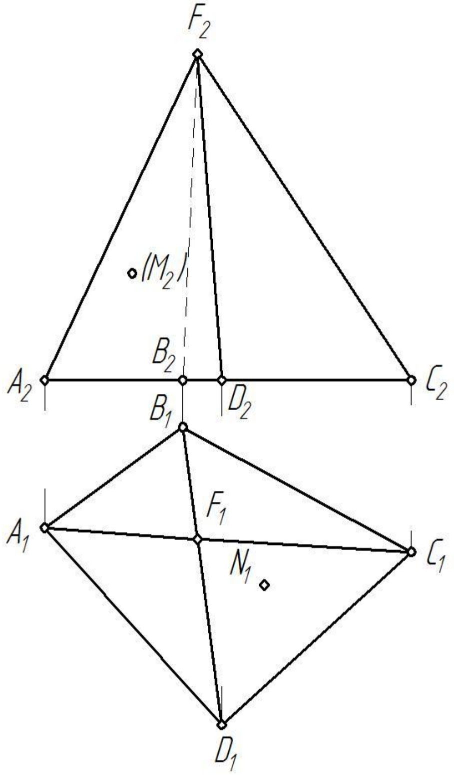
Линия ***l***, которой должна принадлежать точка, может иметь только форму окружности (параллель).

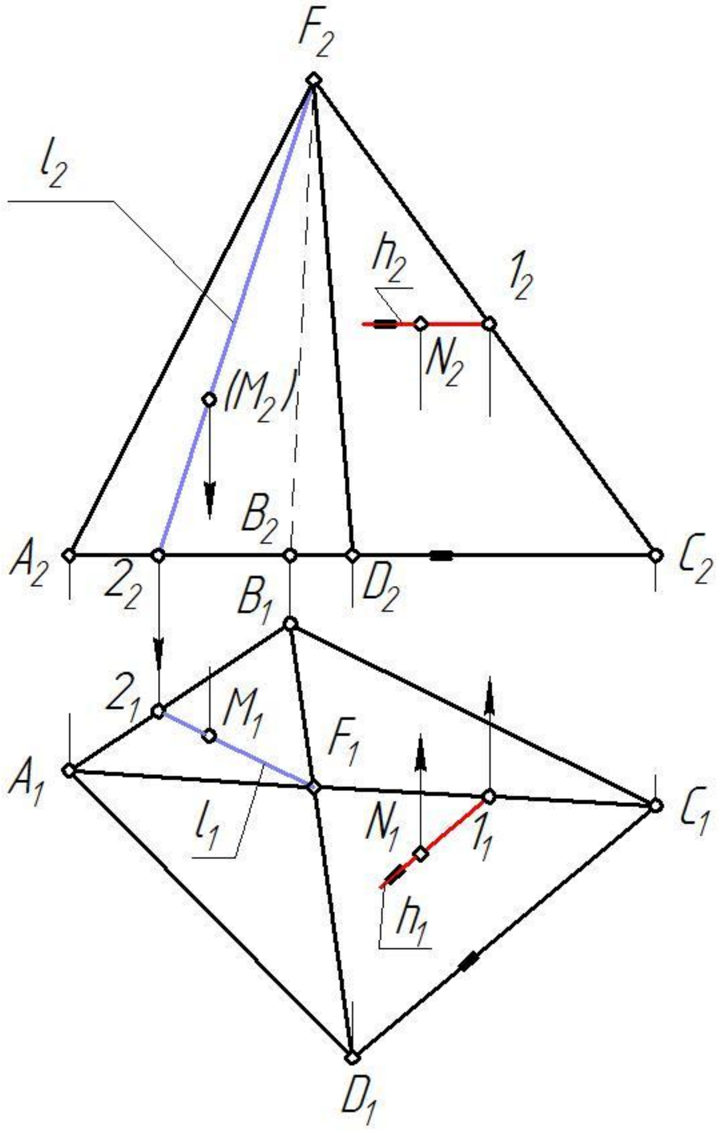




Точка на гранной поверхности

Каждая грань – отсек плоскости.
Построение точки на грани сводится к построению точки на плоскости.





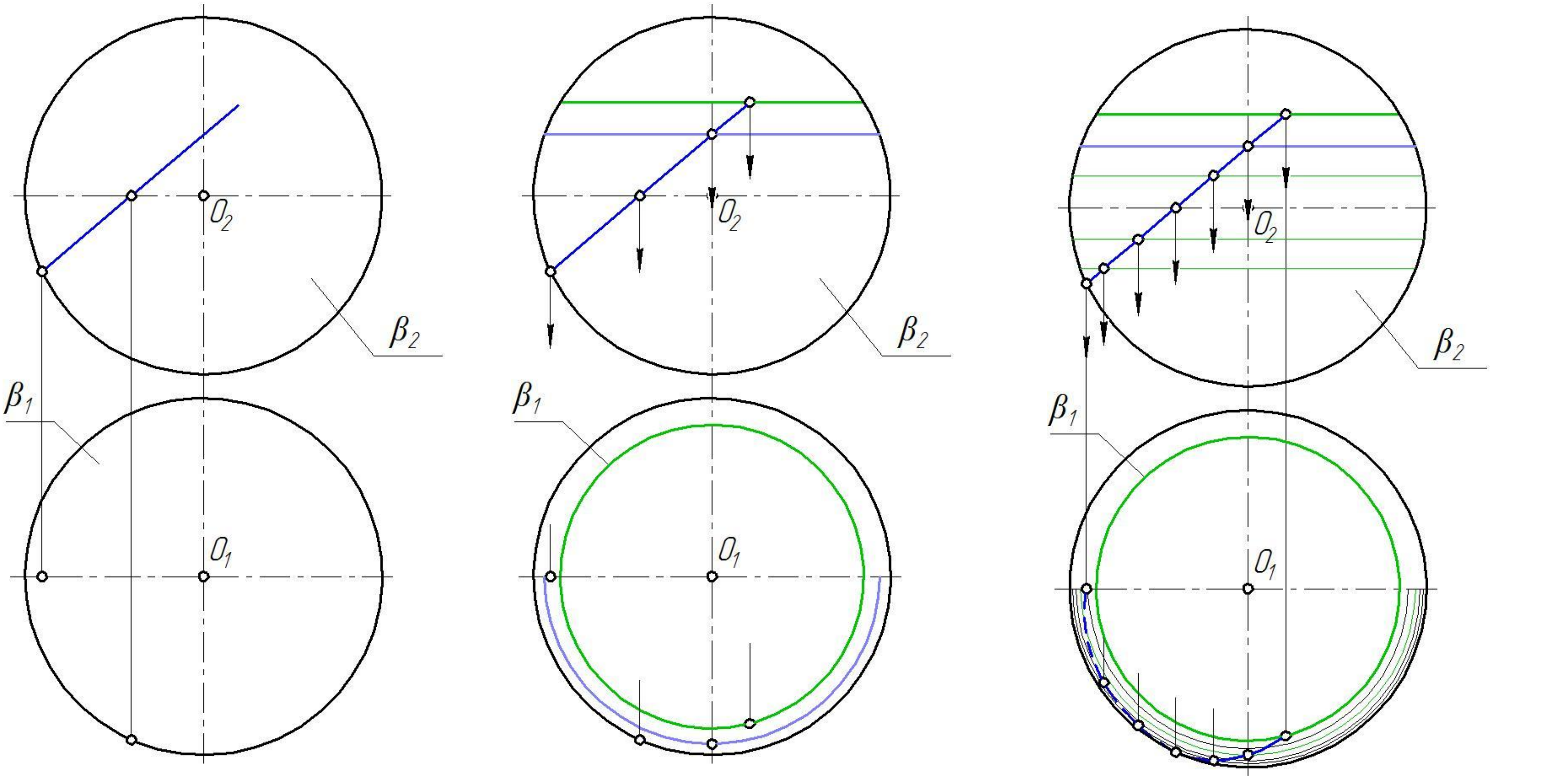
Линия на поверхности

Линия принадлежит поверхности, если все множество ее точек принадлежит этой поверхности.

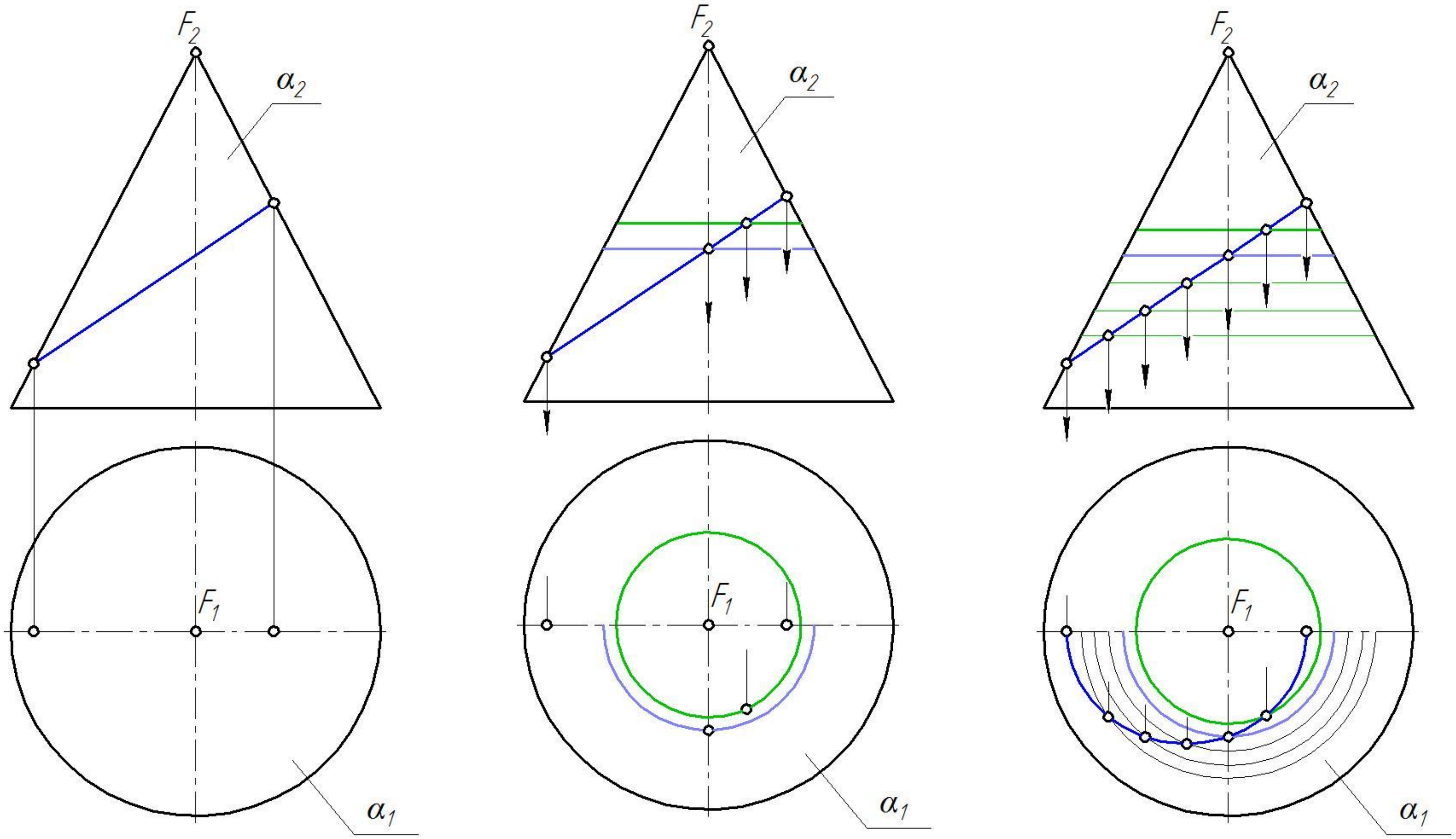
Чтобы построить линию на поверхности, необходимо представить эту линию, как множество точек, и построить каждую из точек этого множества, используя условие принадлежности точки поверхности.

Примеры построения линии на поверхности, заданной очерком

Сфера



Конус



ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

Геометрическая фигура - это любое множество точек.

Геометрические фигуры бывают:

- ✔ *Плоские* (точка, прямая, плоскость и т. д.)
- ✔ *Пространственные* (призма, конус и т. д.)
- ✔ *Ограниченные* (окружность, многоугольник, сфера и т. д.
- ✔ *Неограниченные* (плоский угол, трехгранный угол).

Геометрическое тело - это замкнутая пространственная область (например, призма, пирамида, цилиндр, сфера и т. д.). Границу этой области называют ***поверхностью тела***.

Поверхность геометрического тела принимается *непрозрачной*. Невидимые ребра показываются *штриховыми линиями*.

МНОГОГРАННИКИ

Простой многогранной поверхностью называется объединение много угольников.

Многоугольники, составляющие многогранную поверхность, называются ***гранями,*** грани пересекаются по ***ребрам***.

Вершинами многогранной поверхности называют точки пересечения трех и более ребер.

Многогранником называется объединение многогранной поверхности и ее внут ренней области.

ПРИЗМА

Призма — это многогранник, две грани которого — многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, а остальные грани в общем случае — параллелограммы.

Многоугольники в основании призмы конгруэнтны.

Боковой поверхностью призмы называется объединение боковых граней.

По числу углов основания призмы подразделяются на треугольные, четырехугольные и т. д.

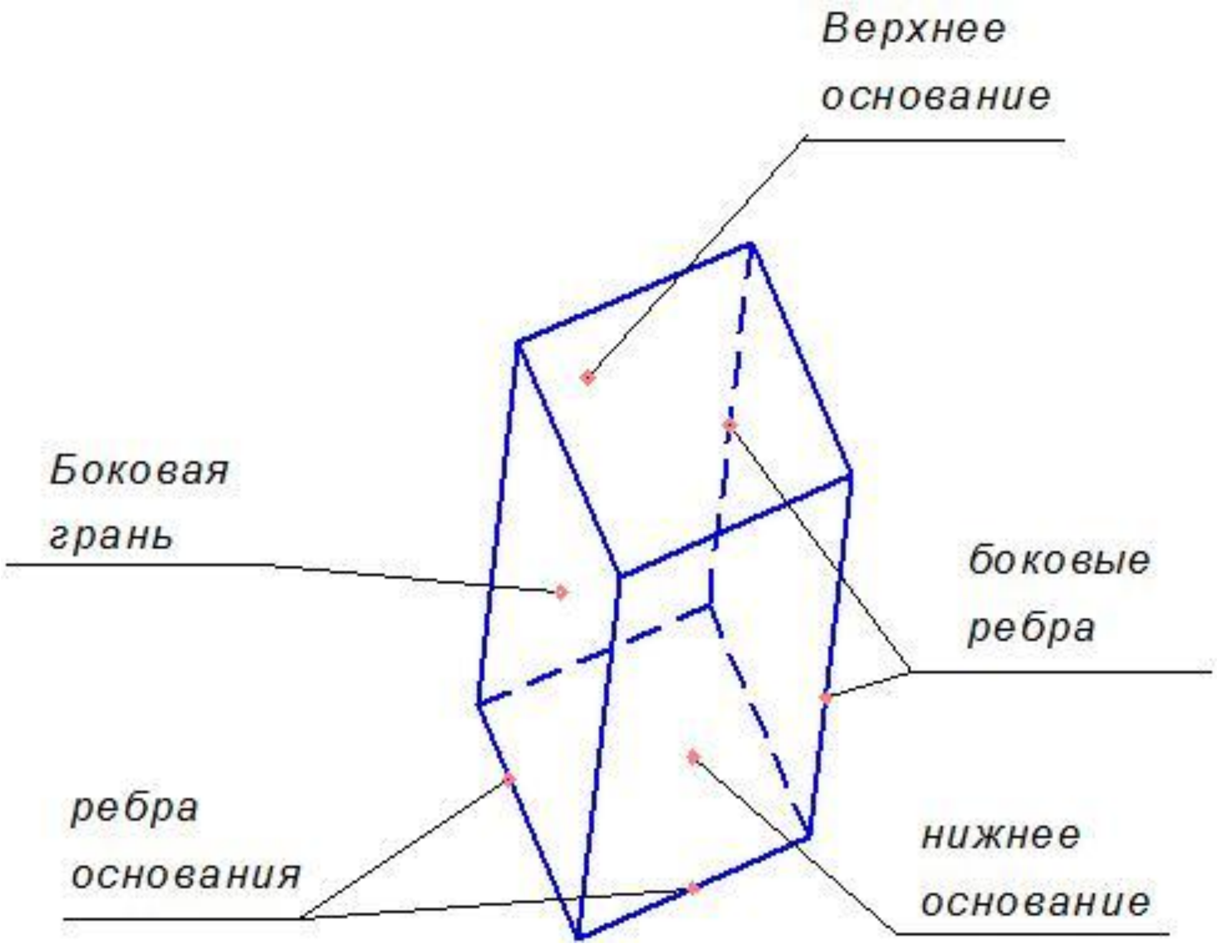
Призма называется ***прямой***, если ее боковые ребра (и грани) перпендикулярны к плоскости основания призмы, и, наклонной в противном случае.

Прямая призма называется правильной, если в ее основании лежит правильный многоугольник.

Многоугольники, лежащие в параллельных плоскостях, называются ***основаниями*** призмы, а параллелограммы — ее ***боковыми гранями***.

Боковыми называются ребра, не лежащие в основании призмы.

Высота призмы — это перпендикуляр, опущенный из точки одного основания на другое.

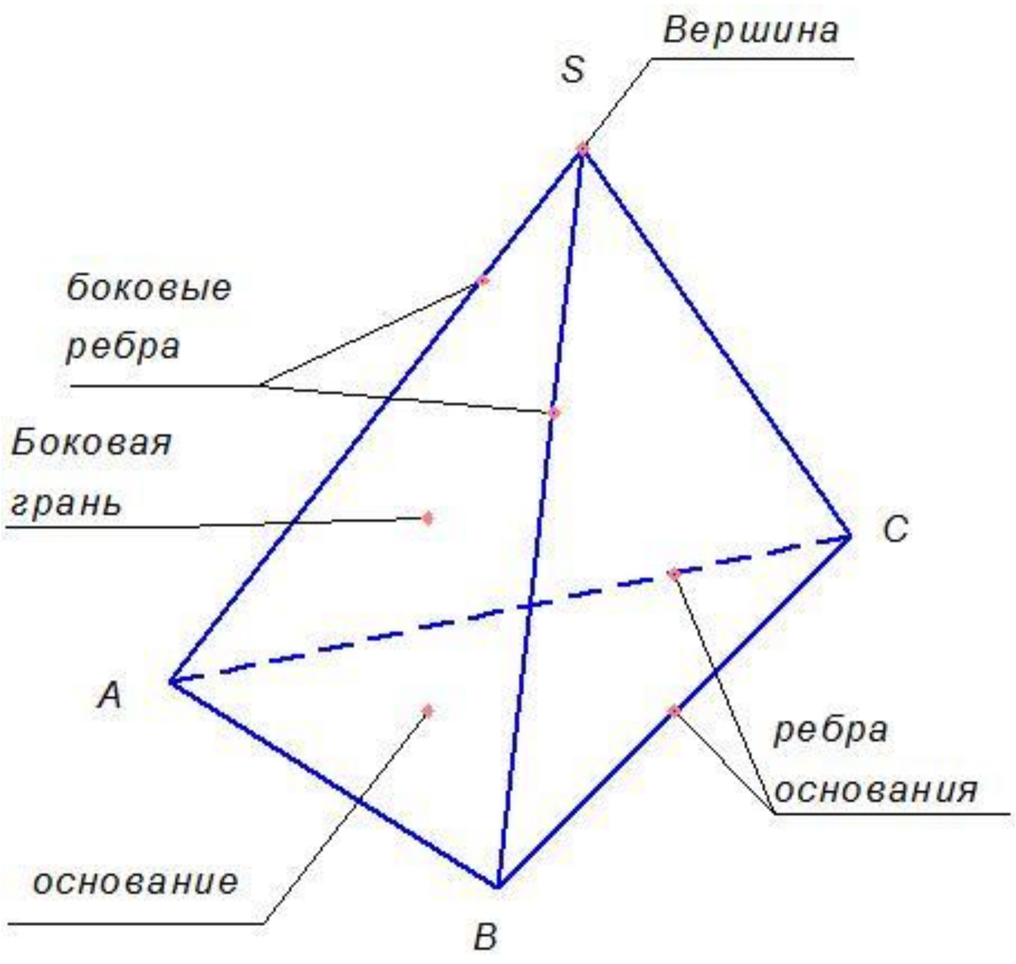


ПИРАМИДА

Пирамидой называется многогранник, одна из граней которого — про дольный многоугольник, а остальные грани — треугольники, имеющие общую вершину.

Пирамида называется ***правильной,*** если основанием ее является правильный многоугольник, а вершина проецируется в центр основания.

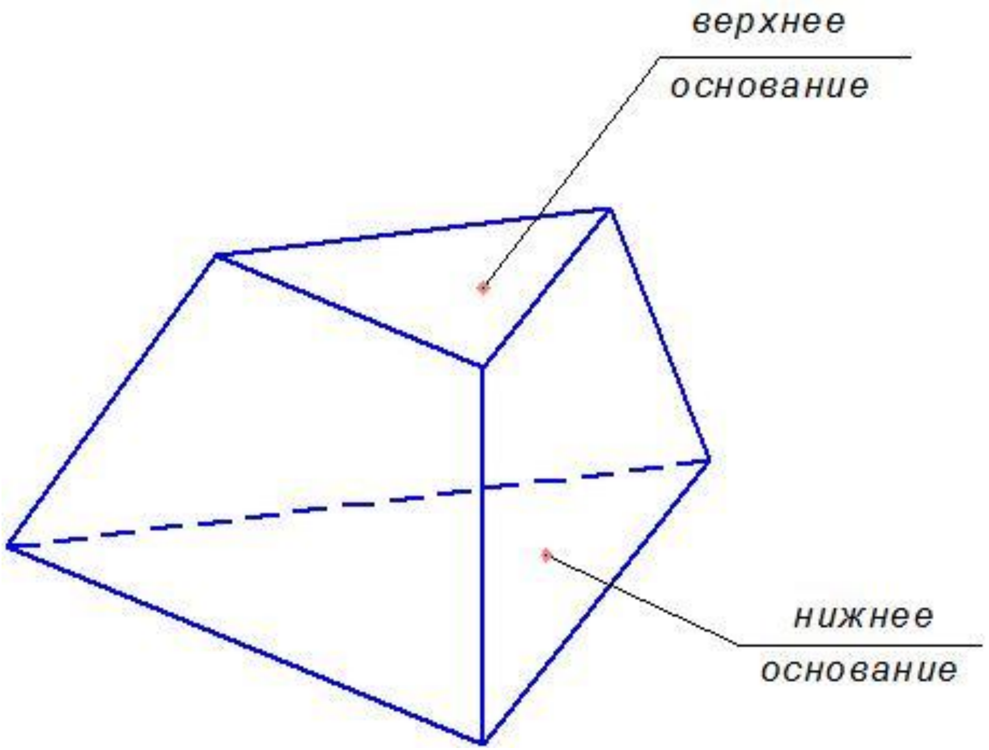
Треугольники S*AB, SBC, SAC* называются ***боковыми гранями*** пирамиды, точка S — ***вершиной*** пирамиды, треугольник ABC — ***основанием.***



Стороны граней пирамиды называют ее ***ребрами,*** а точки пересечения ребер — ***вершинами.***

Ребра, не лежащие в основании пирамиды, называют ***боковыми*** ребрами.

Высотой пирамиды называется расстояние от ее вершины до основания, измеренное по перпендикуляру.



При пересечении пирамиды плоскостью, параллельной основанию, по лучается ***усеченная пирамида*.**

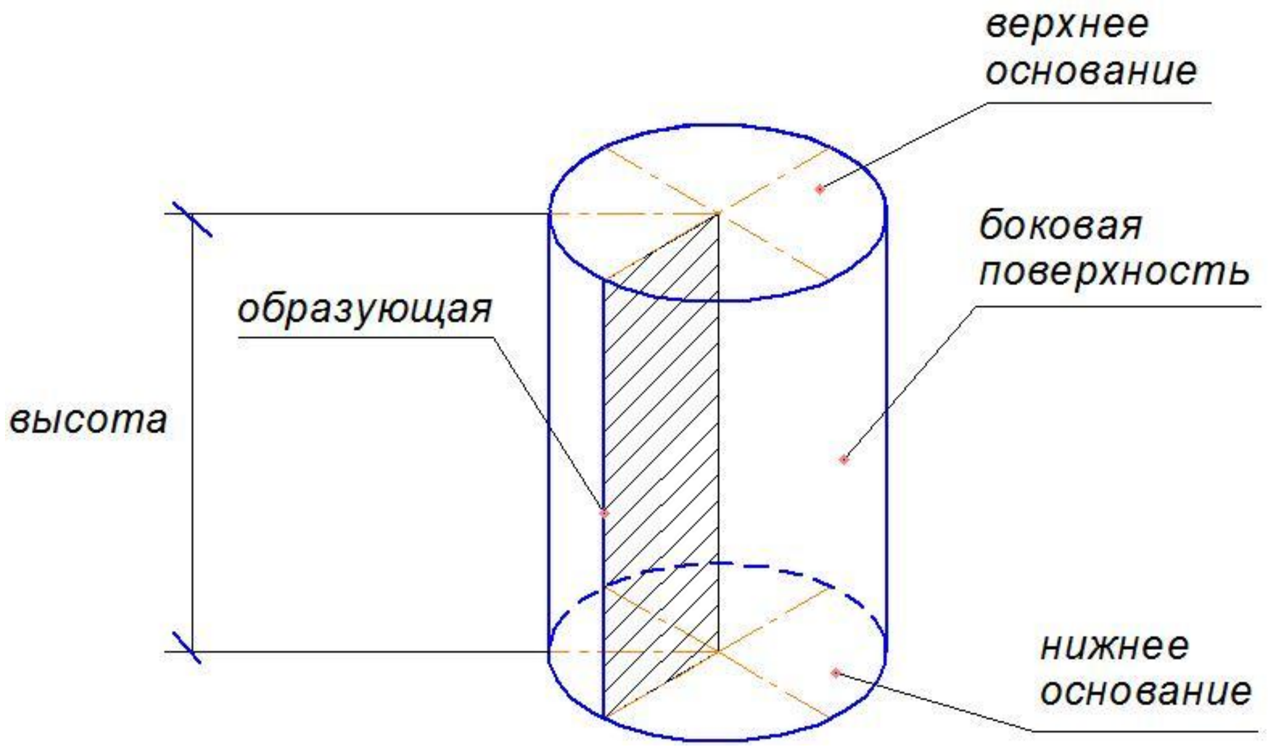
ПРОЕЦИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРА

Цилиндром называется пространственная фигура, полученная при вращении прямоугольника вокруг оси, содержащей его сторону.

Прямым круговым называется цилиндр, образованный вращением пря моугольника вокруг одной из его сторон. Противоположная сторона опишет цилиндрическую поверхность, а смежные стороны — основания.

Боковая поверхность цилиндра – кривая поверхность, называемая цилиндрической.

Сторона прямоугольника, параллельная оси, называется ***образующей*** цилиндрической поверхности.

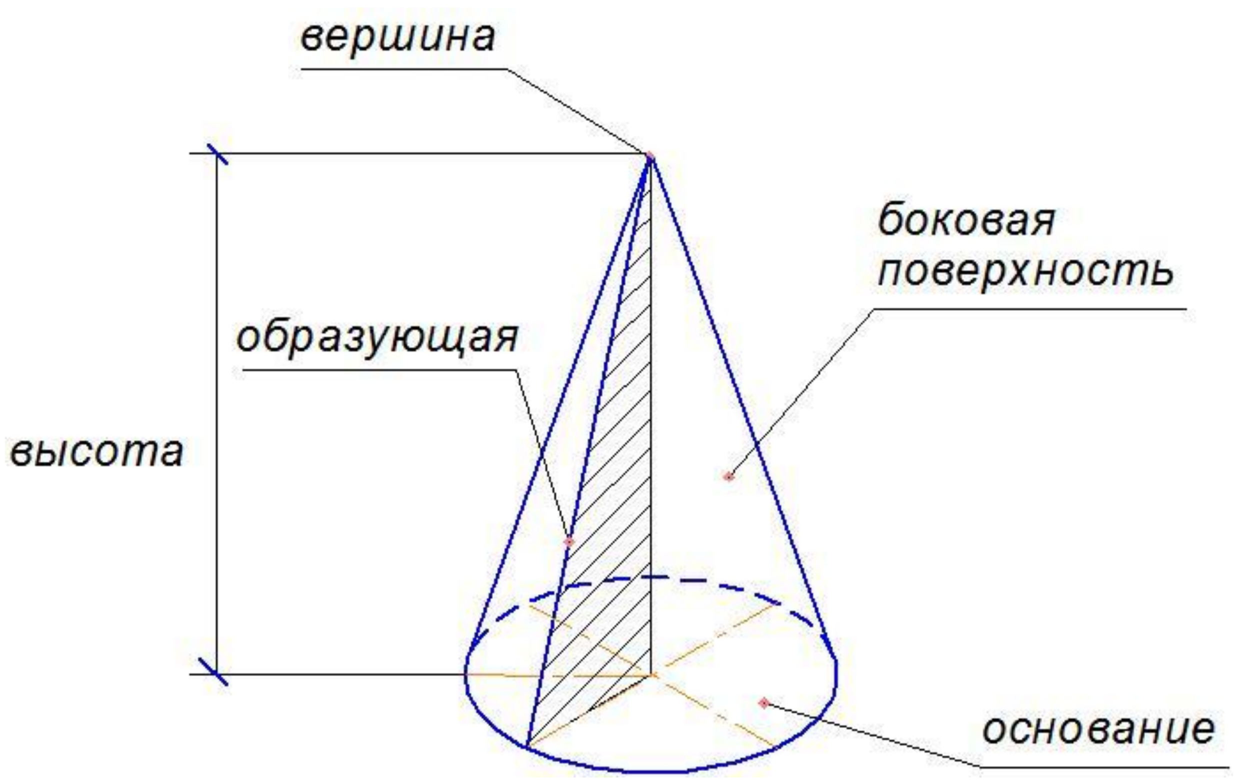


Основания цилиндра — параллельные плоскости, ограниченные конгруэнтными окружностями.

Расстояние по перпендикуляру между двумя основаниями есть ***высота цилиндра***.

ПРОЕЦИРОВАНИЕ
КОНУСА

Прямым круговым конусом называется пространственная фигура (множество точек), полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг оси, содержащей его катет.



Катет, принадлежащий оси, называется ***высотой конуса***.

Второй катет описывает круг, который называется ***основанием*** конуса.

Гипотенуза называется ***образующей*** конуса.

Поверхность, описываемая образующей, называется ***боковой поверхностью конуса.***

ПРОЕЦИРОВАНИЕ СФЕРЫ

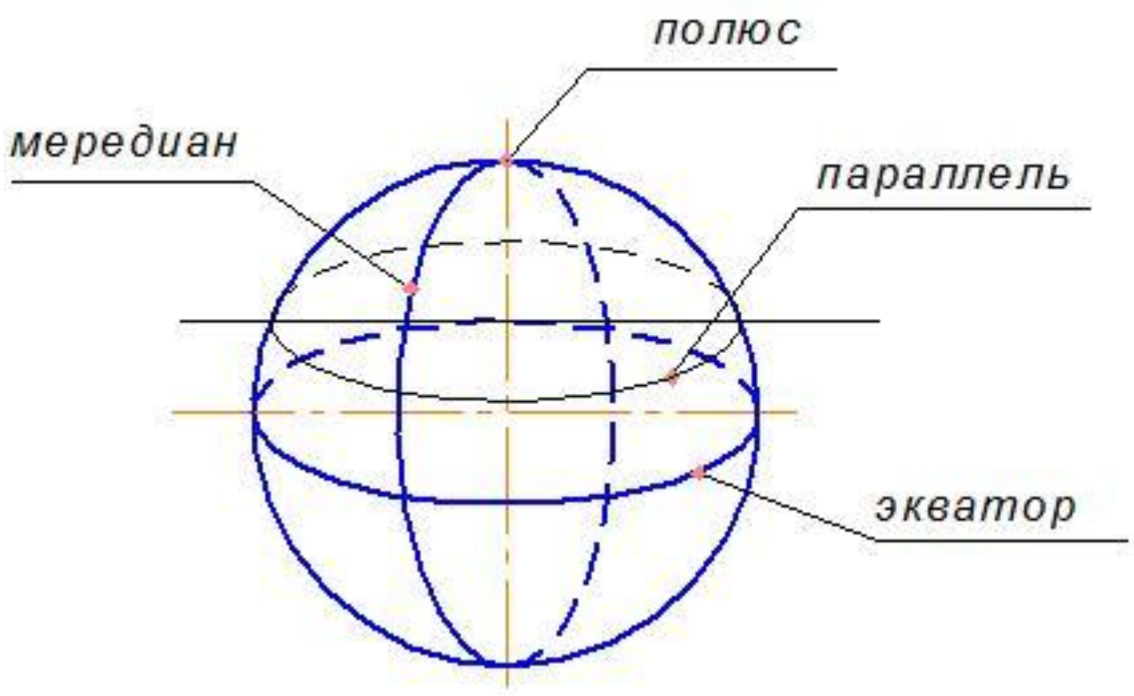
Множество всех точек пространства, находящихся на положительном расстоянии R от заданной точки, ***называется сферой.***

Данная точка называется центром сферы.

Отрезок, соединяющий центр сферы с одной из ее точек, называется ***радиусом сферы***.

Множество всех точек пространства, расстояние от каждой из которых до данной точки не больше положительного расстояния R, называется ***шаром.***

Фигура, полученная при вращении полуокружности, есть сфера — поверхность этого шара. Все точки шара, не принадлежащие его поверхности, называют внутренними точками шара.



На ***сфере выделяют два семейства линий:***

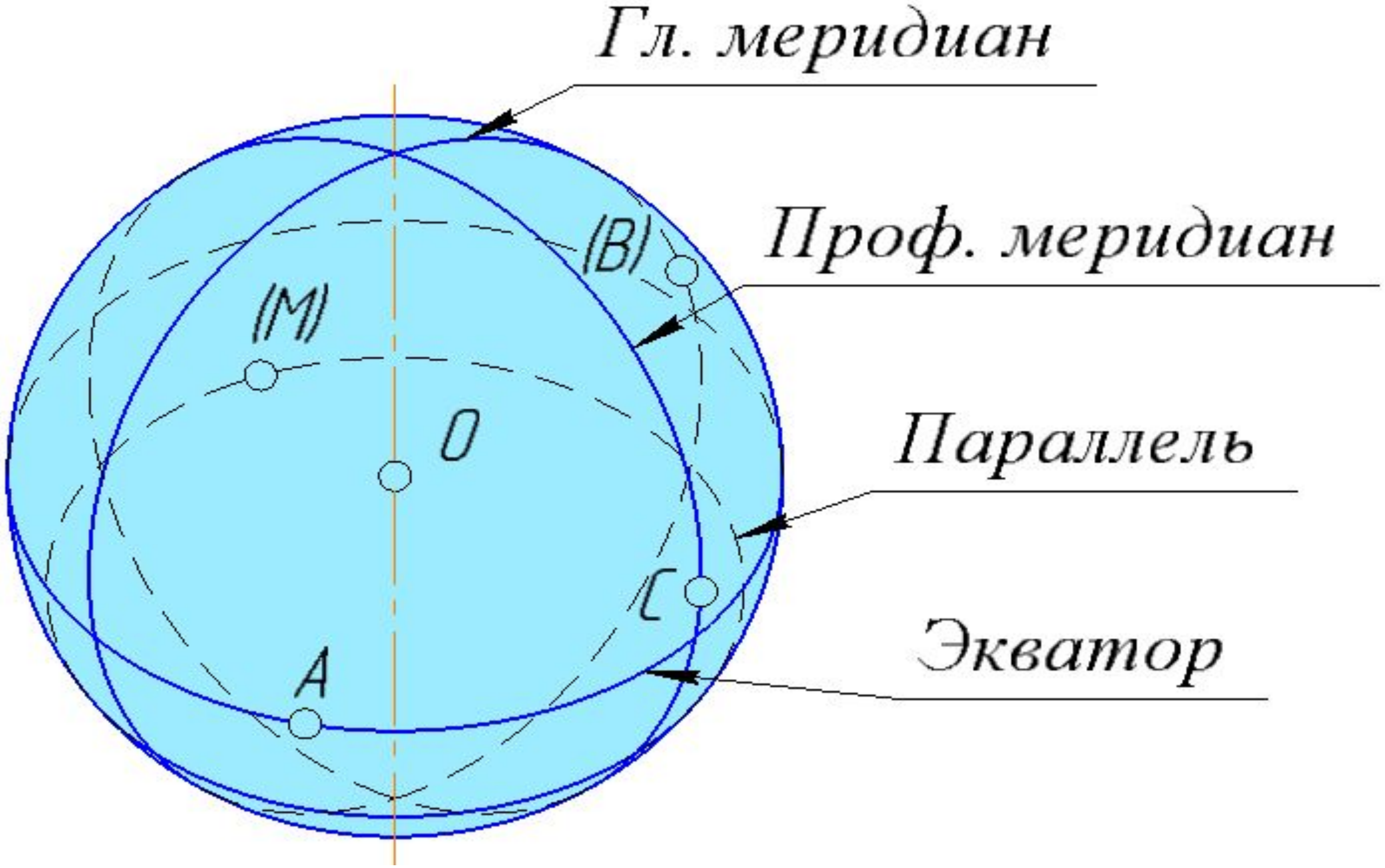
а) параллели — окружности, получаемые при пересечении сферы плоскостями, перпендикулярными к оси вращения;

б) меридианы — окружности, получаемые при пересечении сферы плоскостями, проходящими через ось вращения.

Наибольшая параллель называется ***экватором.*** Она лежит в плоскости, проходящей через центр шара. Фронтальный и профильный меридианы являются главными.

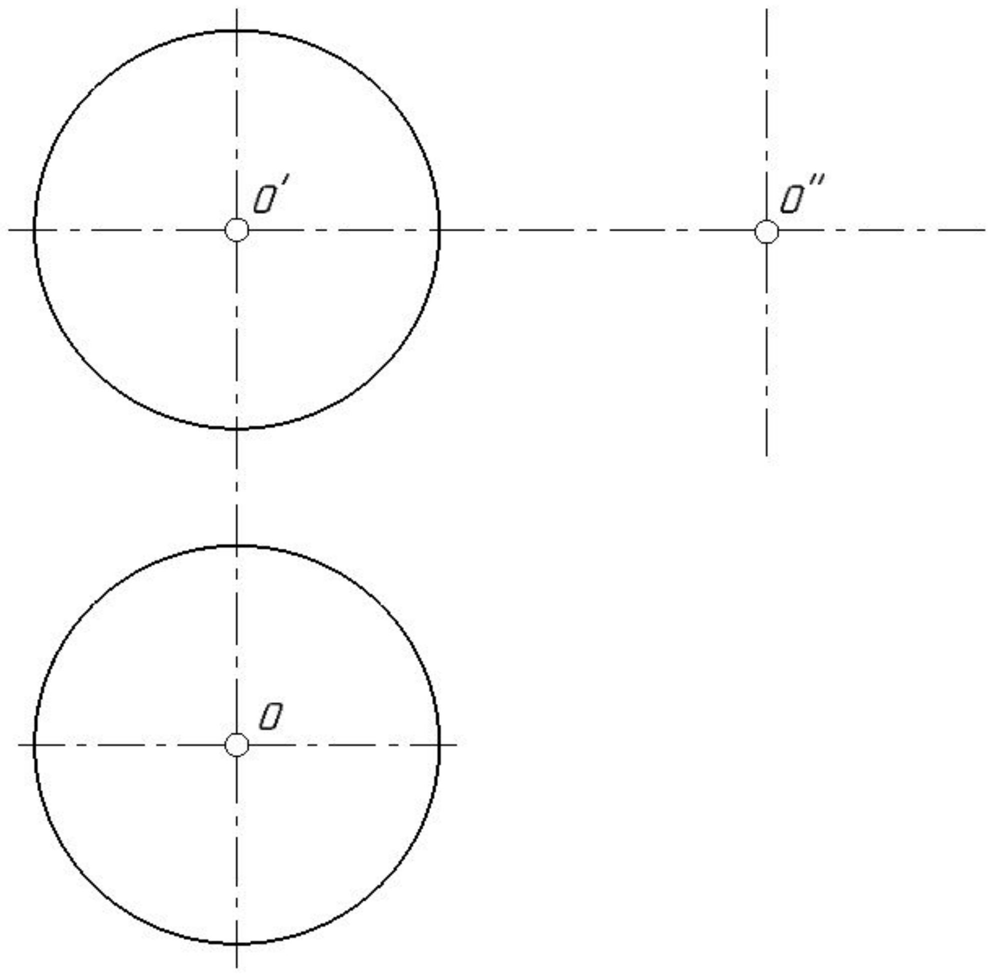
2. Частные виды поверхностей вращения

3). Сфера – не линейчатая, не развёртываемая, алгебраическая поверхность второго порядка, получается при вращении окружности или дуги вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности и проходящей через ее центр.



2. Частные виды поверхностей вращения

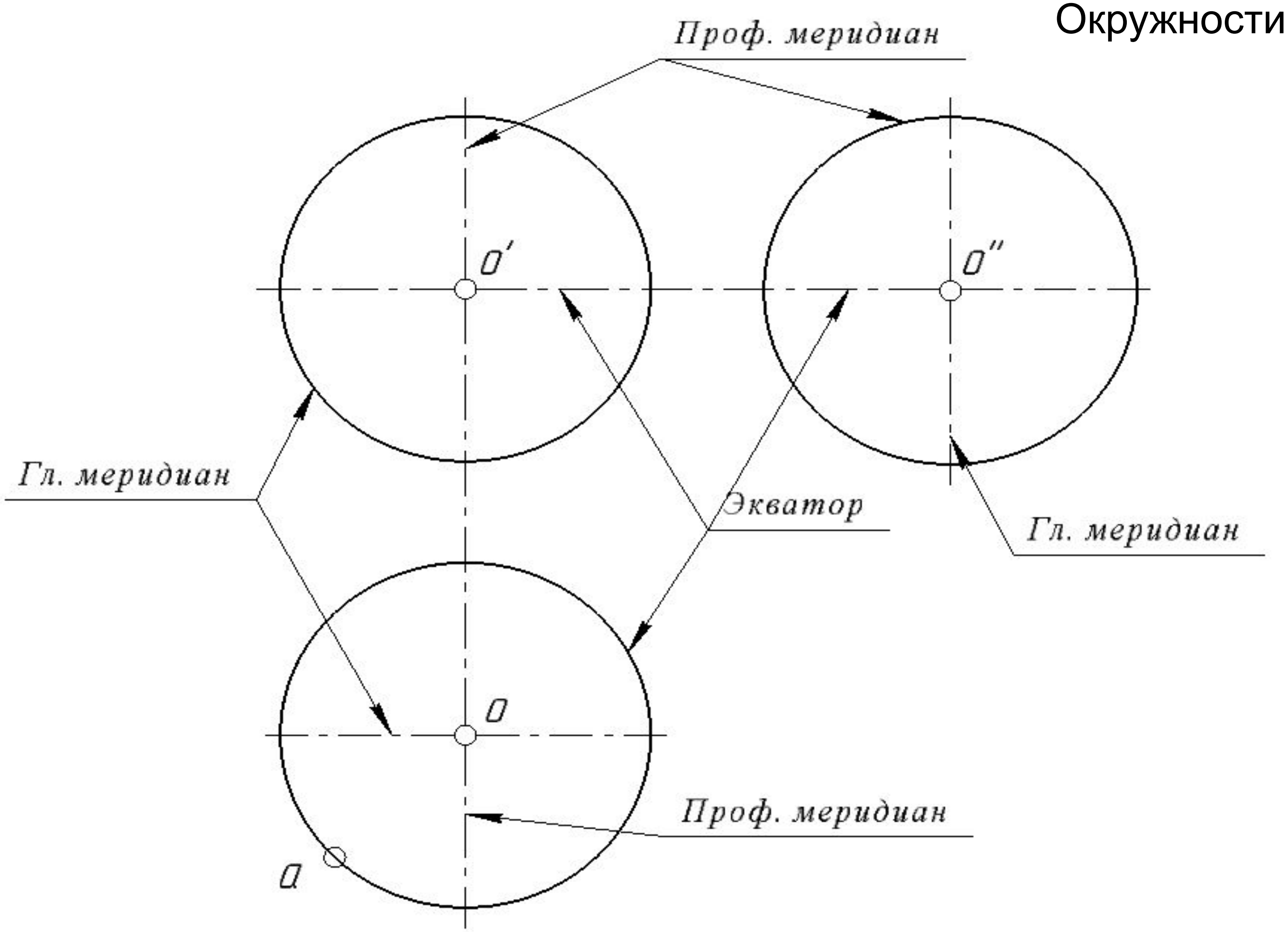
3). Сфера – не линейчатая, не развёртываемая, алгебраическая поверхность второго порядка, получается при вращении окружности или дуги вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности и проходящей через ее центр.



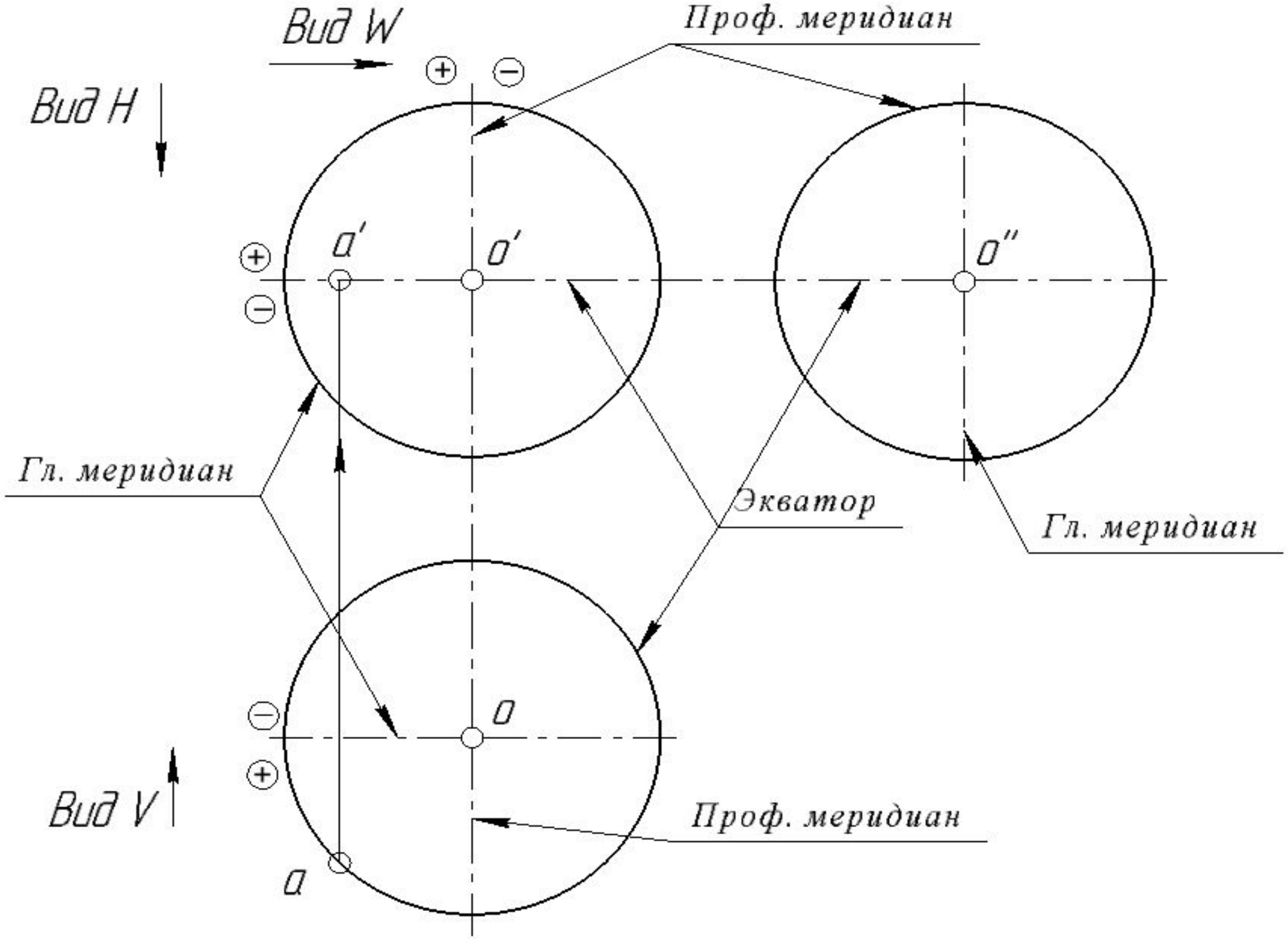
Очерк сферы на любую ПП – окружность:

- на плоскости *H* – экватор;
- на плоскости *V* - главный меридиан;
- на плоскости *W* - профильный меридиан.

Окружности параллельные экватору – параллели.



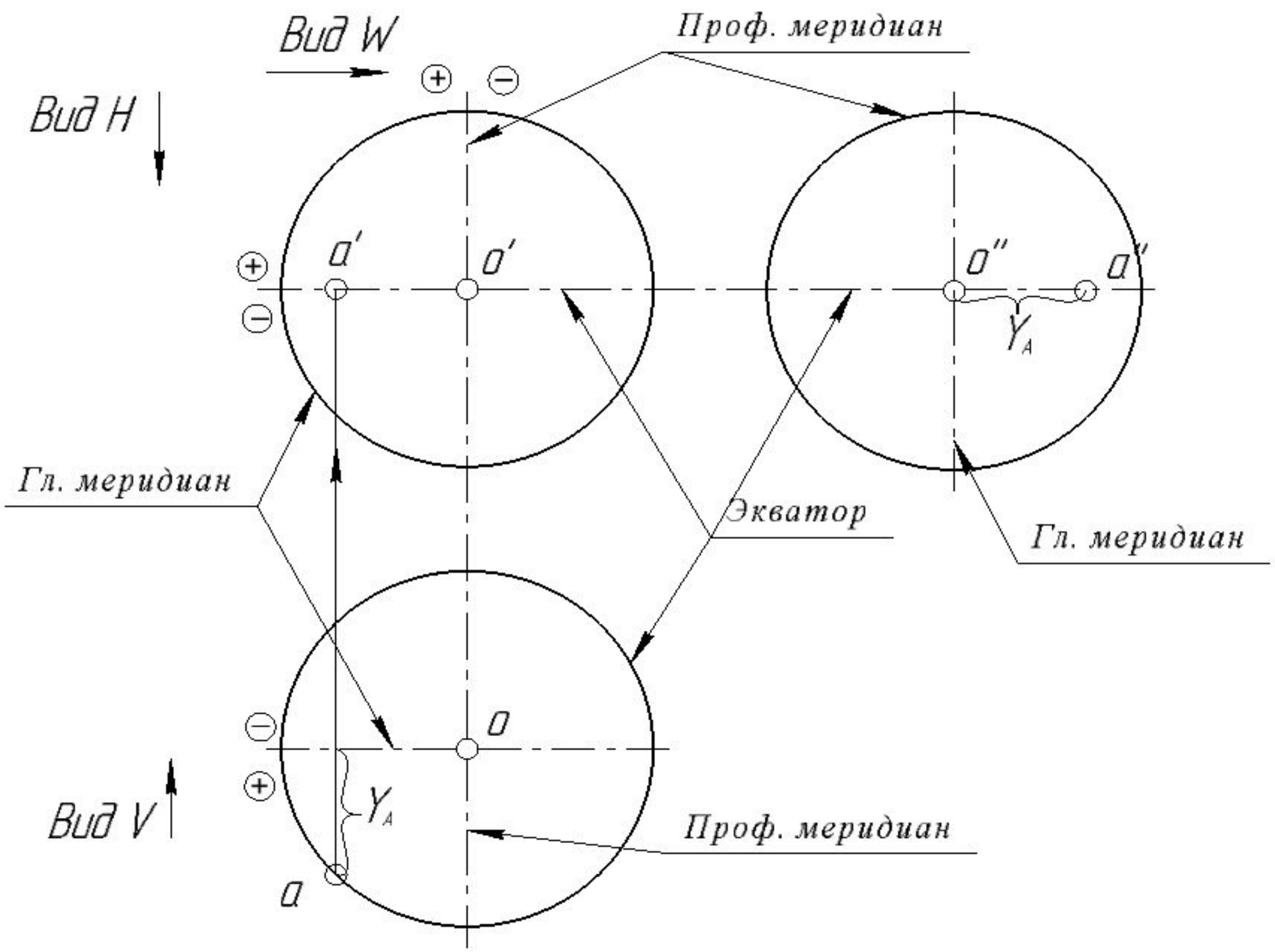
Видимость сферической поверхности на плоскости *H* определяет экватор:
точки выше экватора – видны, ниже – не видны.
Видимость сферической поверхности на плоскости *V* определяет главный меридиан, на плоскости *W* – профильный меридиан.



$a \rightarrow a', a''$?

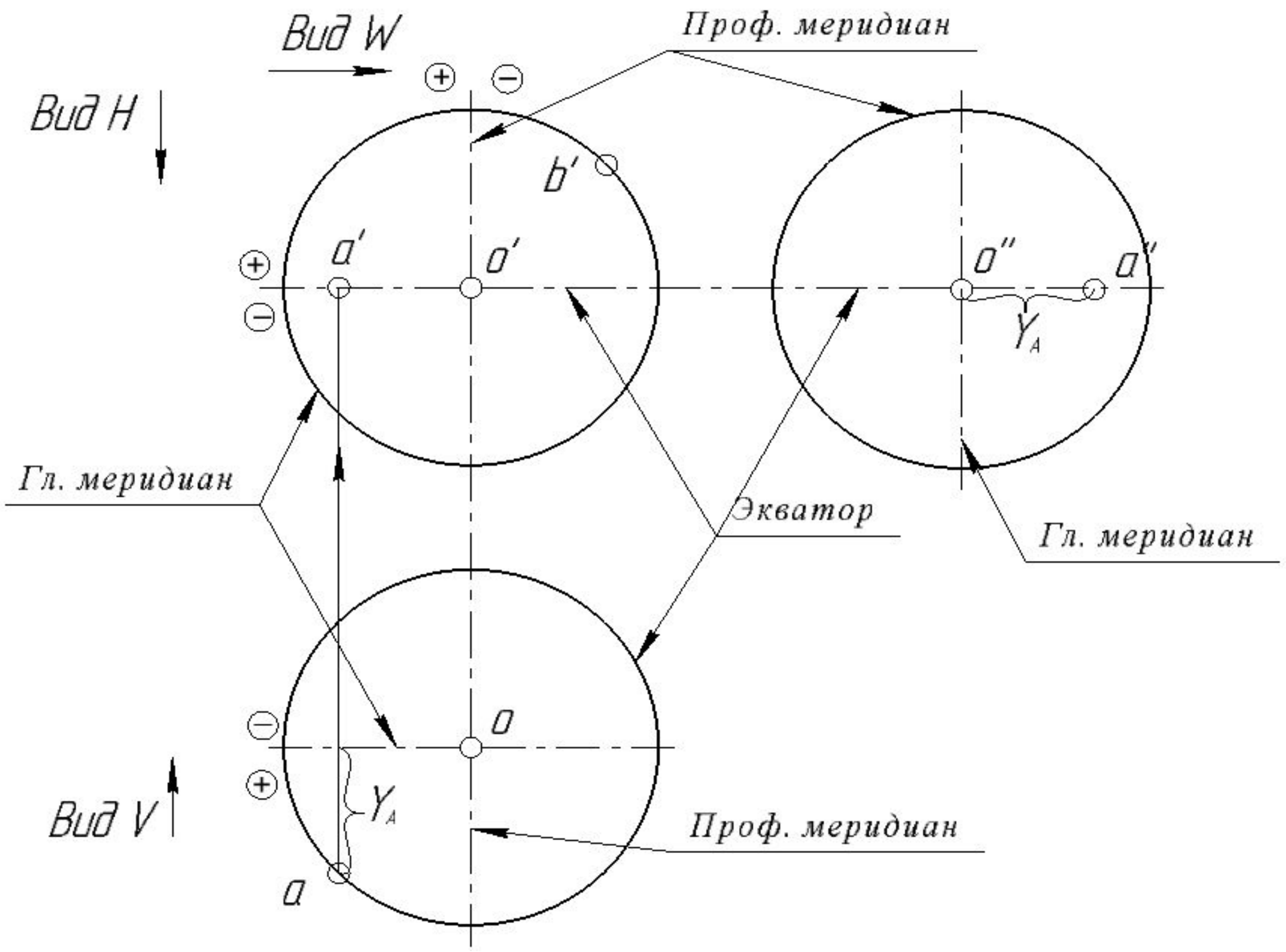
Точка *A* принадлежит экватору на горизонтальной ПП и проекциям экватора на фронтальной и профильной ПП.

Профильная проекция т. *A* определяется координатным методом по координате Y_A.



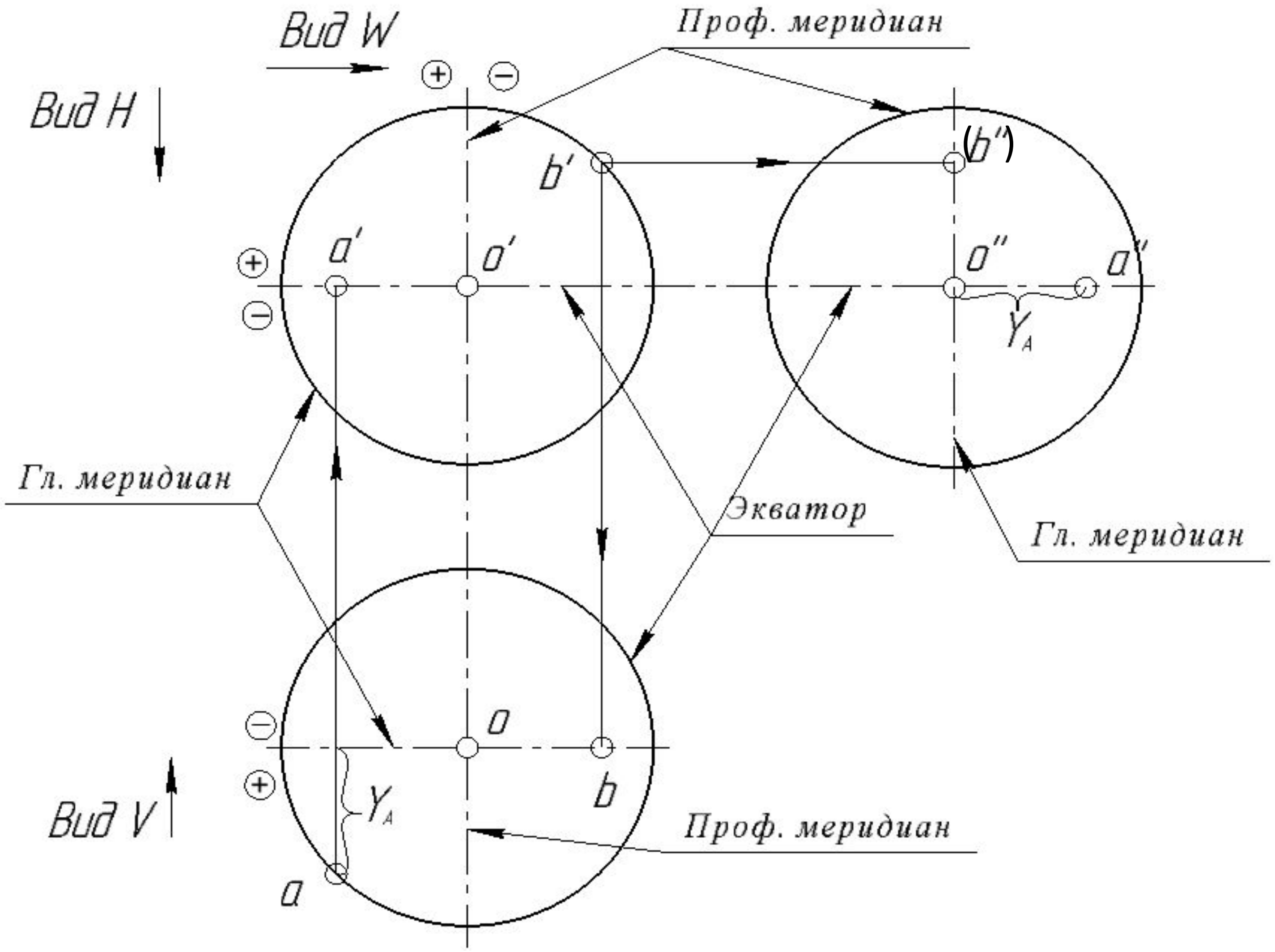
$b' \rightarrow b, b''$?

Точка *B* принадлежит главному меридиану на фронтальной ПП и проекциям главного меридиана на горизонтальной и профильной ПП.



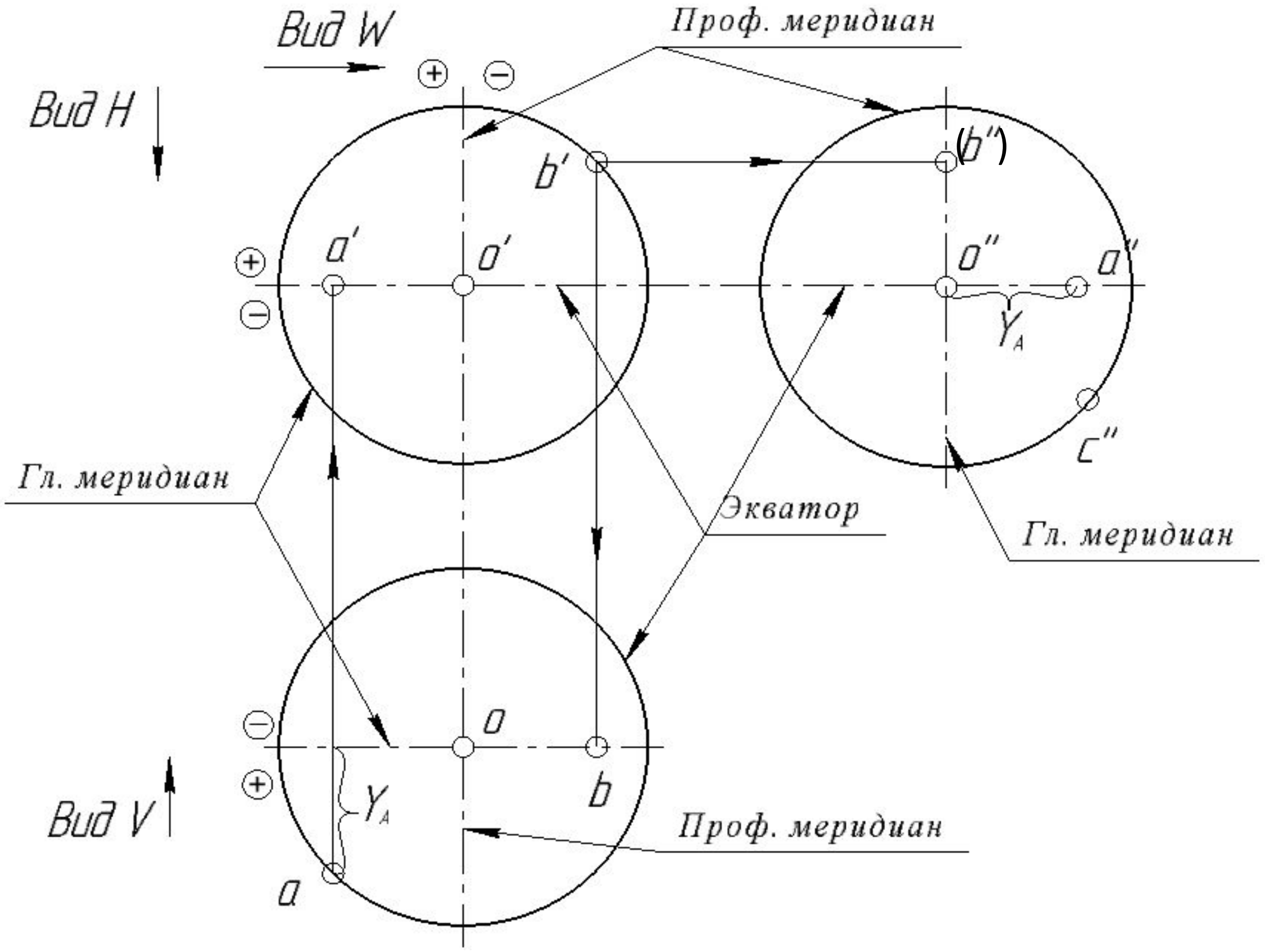
$b' \rightarrow b, b''$?

Точка *B* принадлежит главному меридиану на фронтальной ПП и проекциям главного меридиана на горизонтальной и профильной ПП.



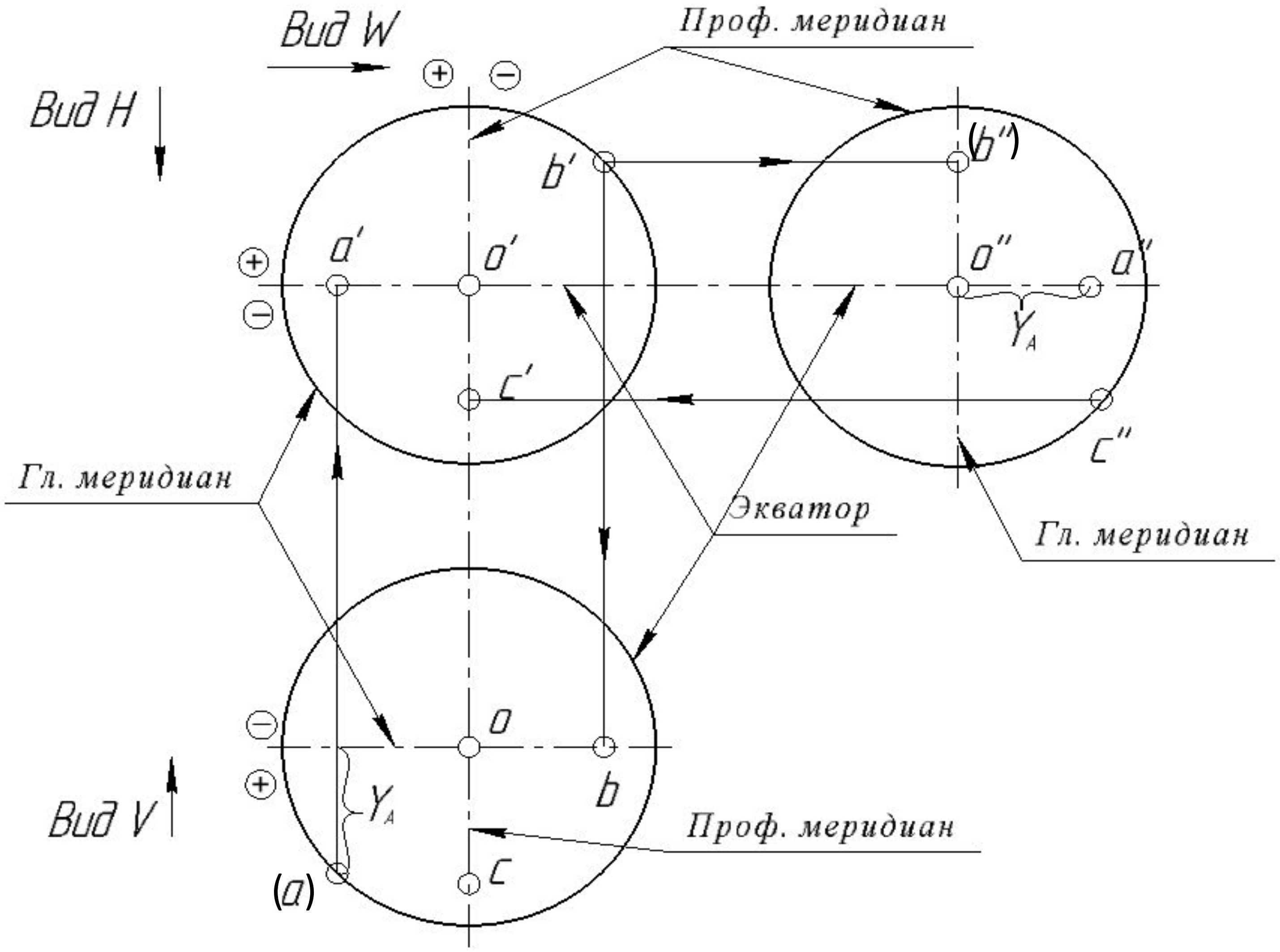
$c'' \rightarrow c, c'$?

Точка *С* принадлежит профильному меридиану на профильной ПП и проекциям профильного меридиана на горизонтальной и фронтальной ПП.



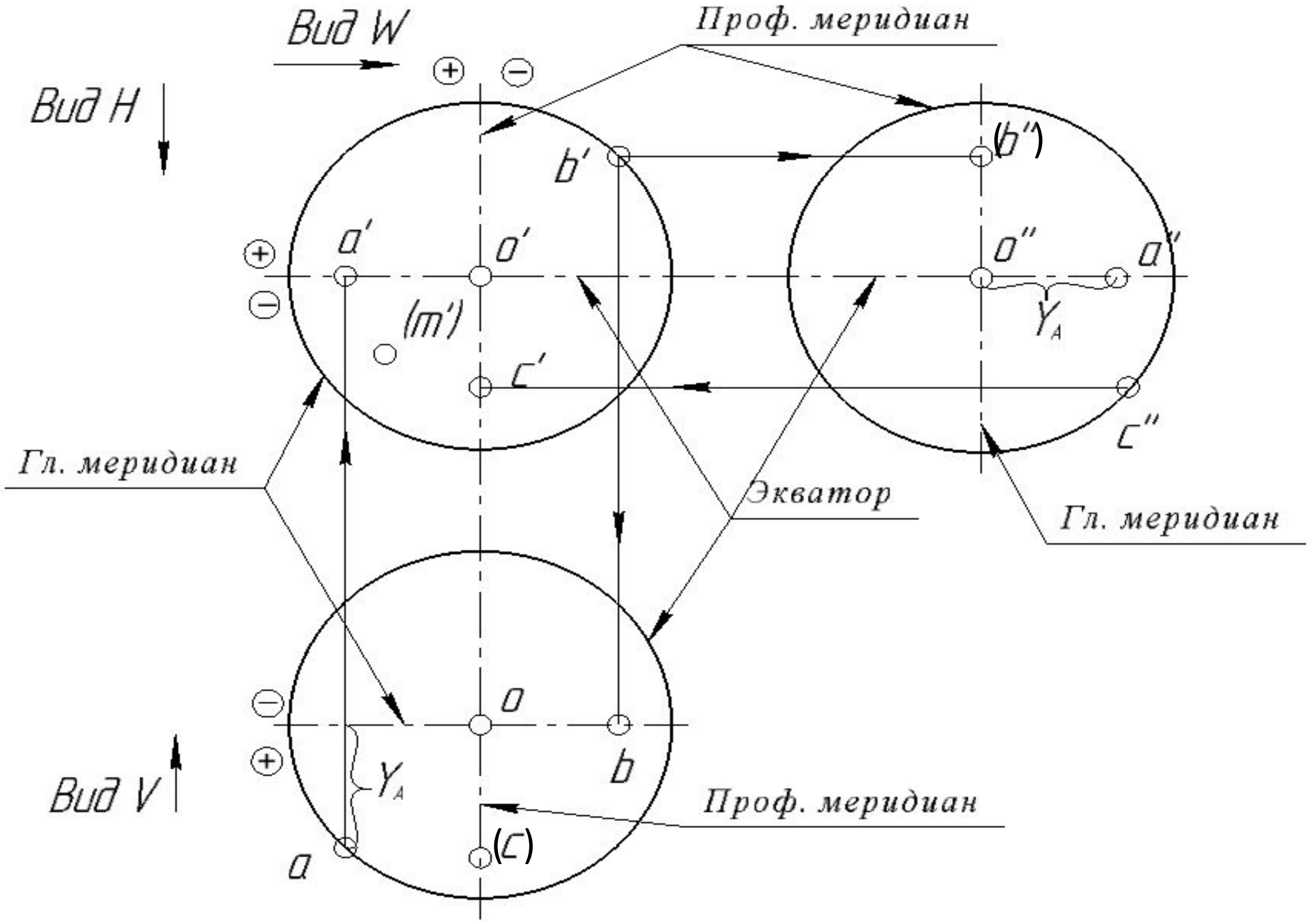
$c'' \rightarrow c, c'$?

Точка *С* принадлежит профильному меридиану на профильной ПП и проекциям профильного меридиана на горизонтальной и фронтальной ПП.



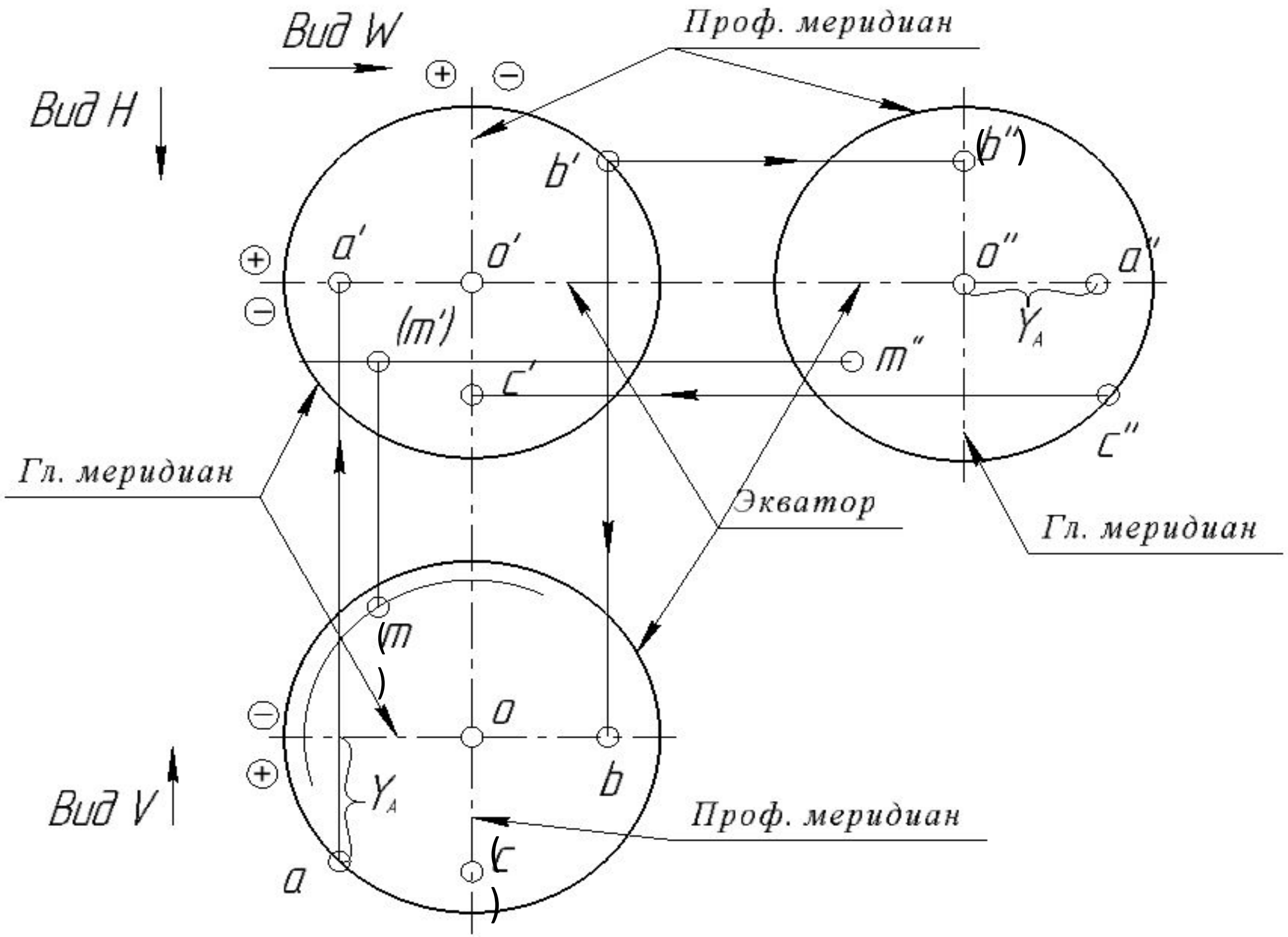
$m' \rightarrow m, m''$?

Точка *M* принадлежит параллели на фронтальной ПП и проекциям параллели на горизонтальной и профильной ПП.



$m' \rightarrow m,\ m''$?

Точка *M* принадлежит параллели на фронтальной ПП и проекциям параллели на горизонтальной и профильной ПП.

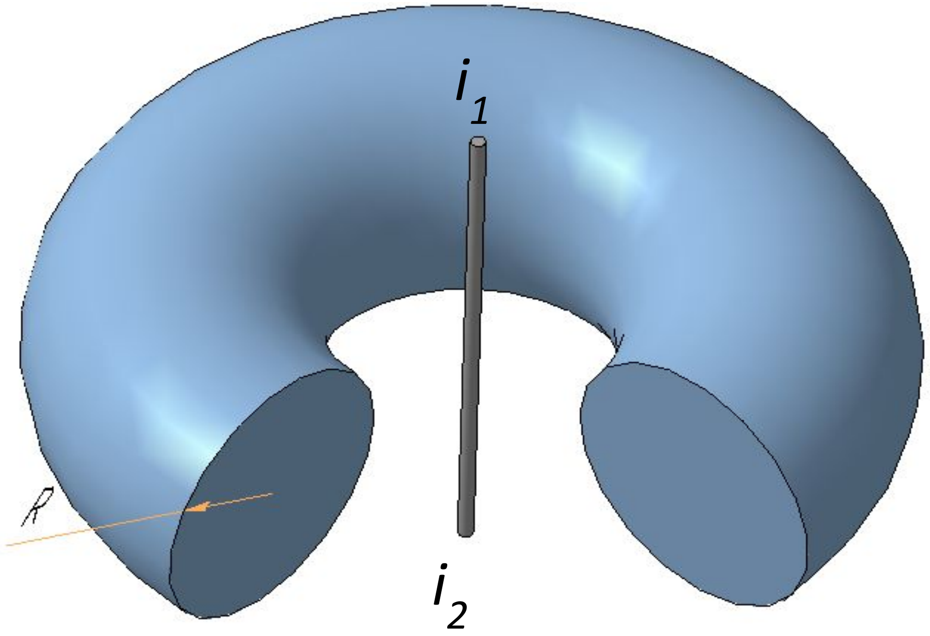


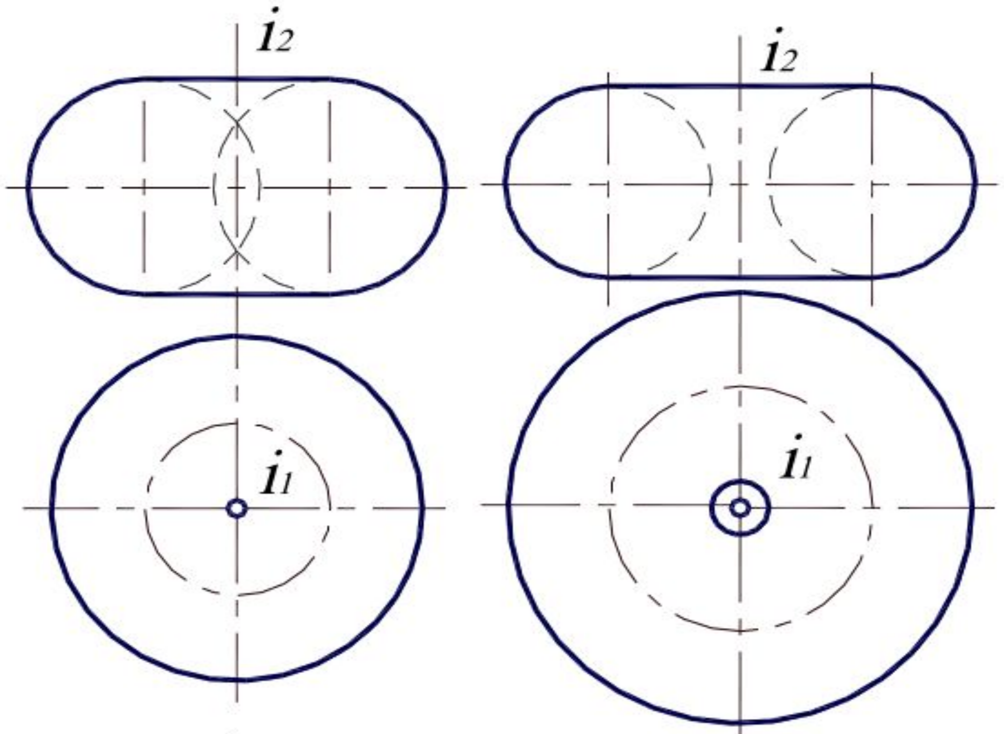
4). Тор – не линейчатая, не развёртываемая, алгебраическая поверхность четвертого порядка, получается при вращении окружности или дуги вокруг оси, лежащей в плоскости этой окружности, но не проходящей через ее центр.

Образующая – окружность радиуса *R*

Ось вращения – $i_1 i_2$

Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса *R* вокруг оси $i_1 i_2$



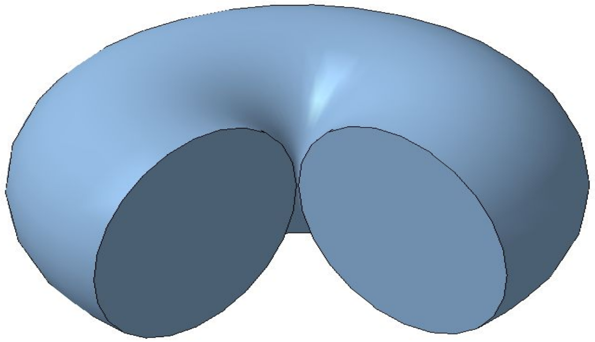


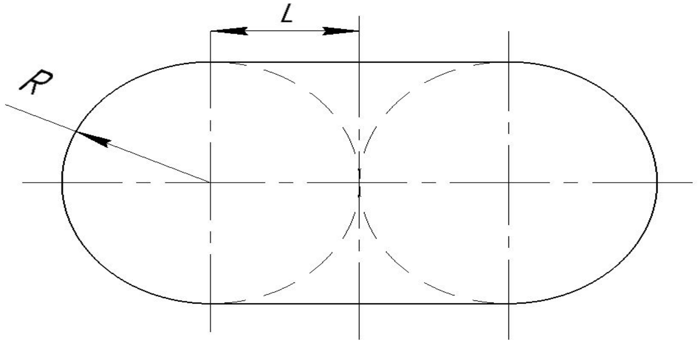
а)

б)

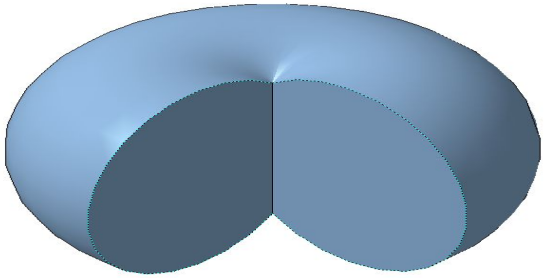
Вид торовой поверхности зависит от соотношения величин L и R:
Если $L > R$, то тор называют открытым.
При $L = R$, то тор называют закрытый или замкнутый.
Если $L < R$, то тор называют самопересекающийся.

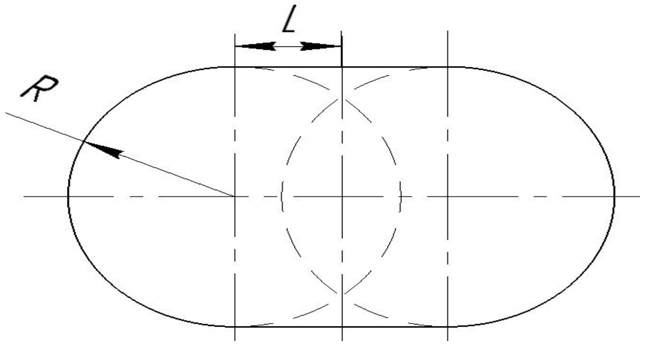
Замкнутый

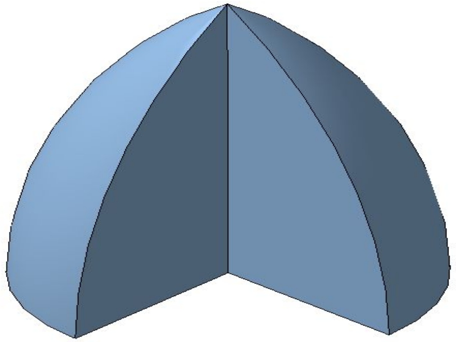


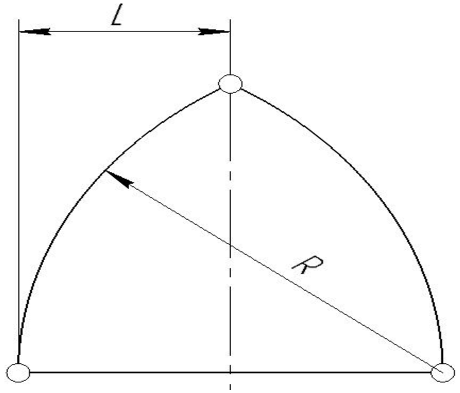


Самопересекающийся



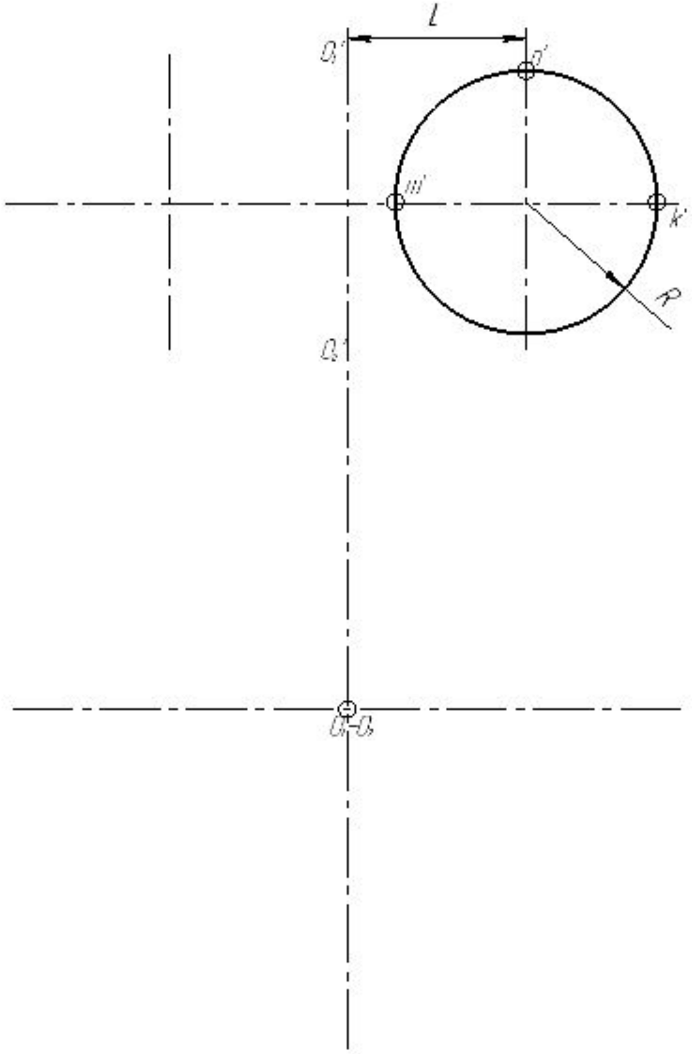




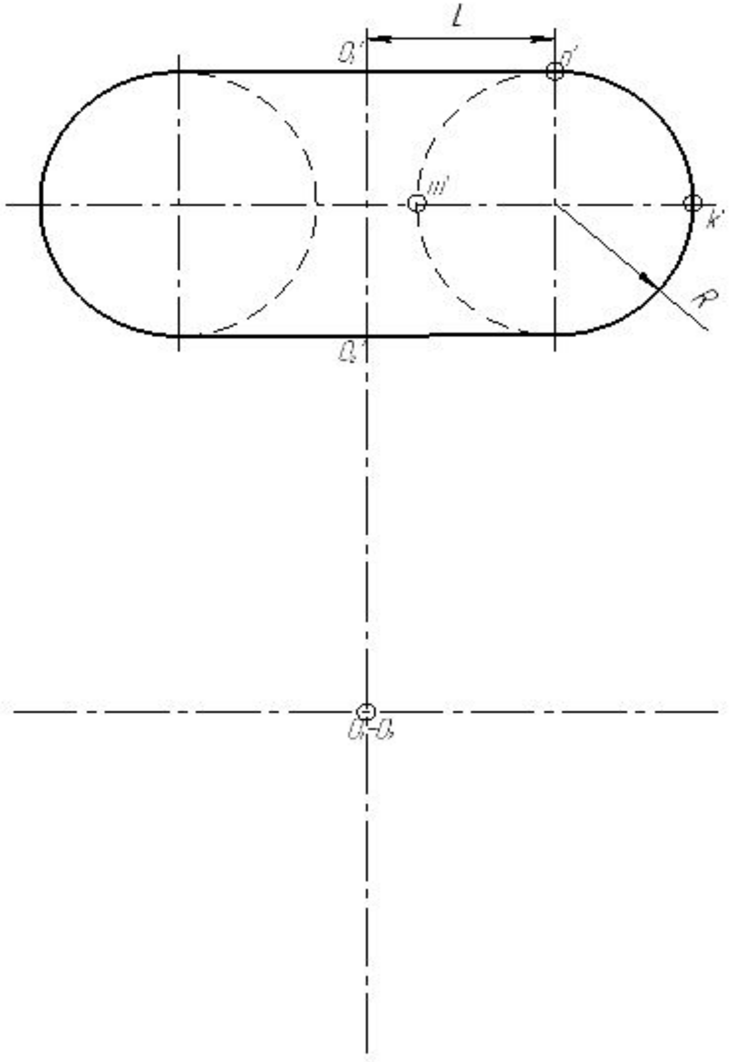


Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса R вокруг оси O_1O_2 так, что центр окружности радиуса R описывает окружность радиуса L.

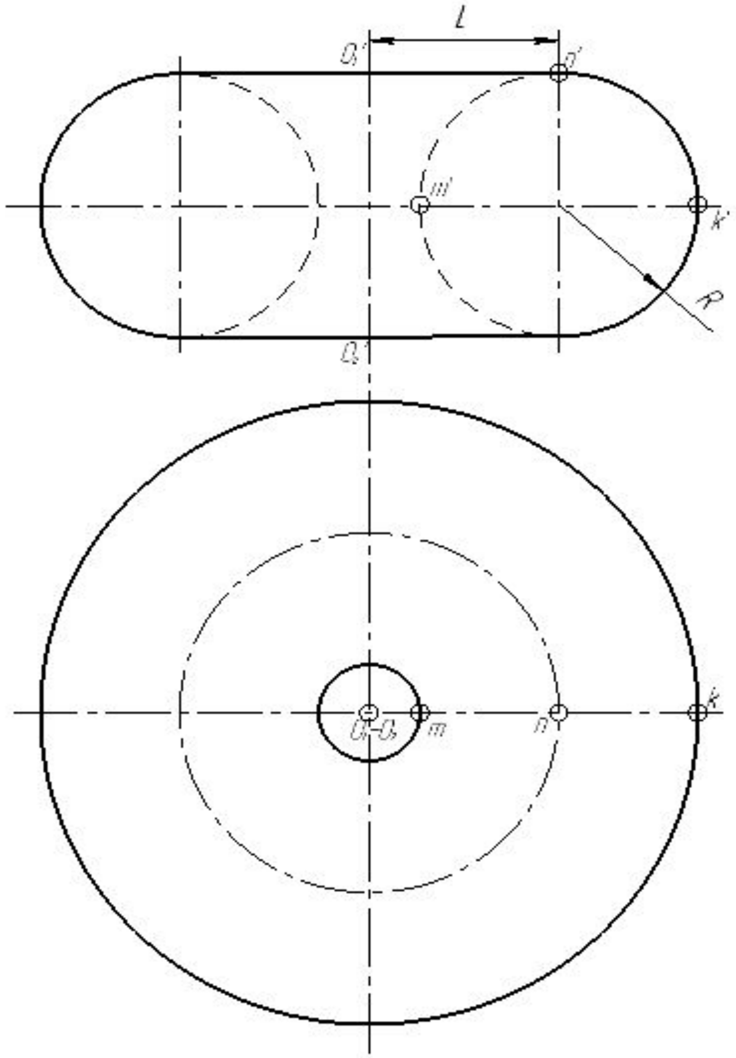
Образующая – окружность радиуса R
Ось вращения – O_1O_2



Любая точка образующей окружности (M, N, K) при вращении вокруг оси O_1O_2 перемещается по окружности своего радиуса.



Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса *R* вокруг оси O_1O_2 так, что центр окружности радиуса *R* описывает окружность радиуса *L*.



Образующая – окружность радиуса R

Ось вращения – O_1O_2

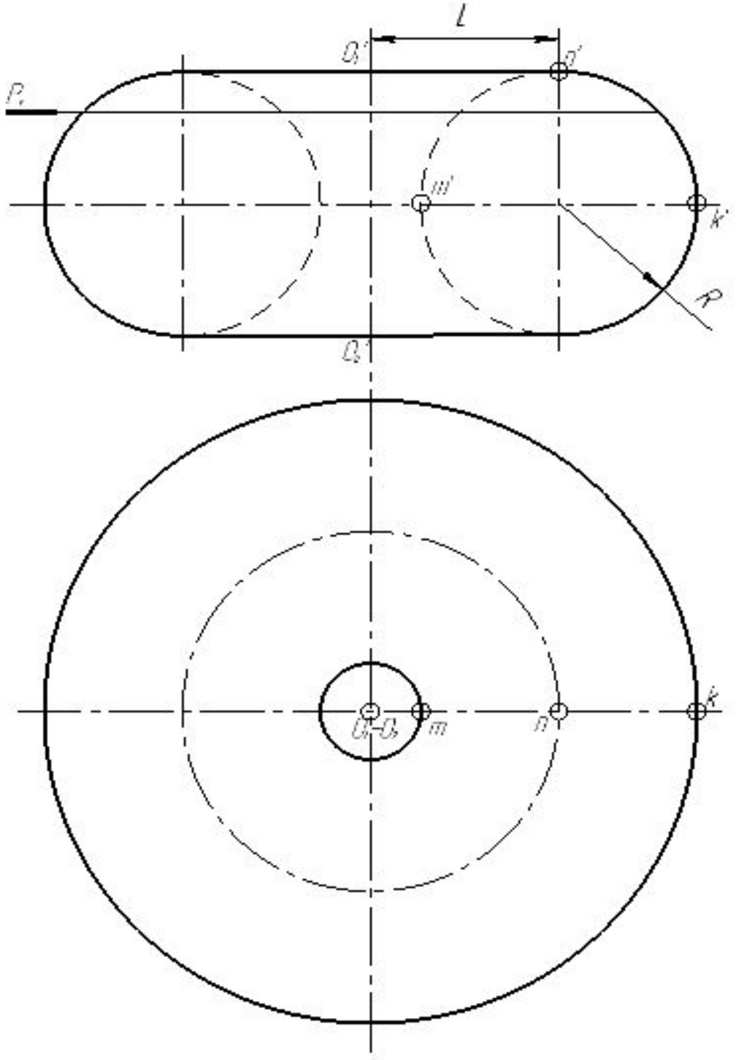
Любая точка образующей окружности (*M, N, K*) при вращении вокруг оси O_1O_2 перемещается по окружности своего радиуса.

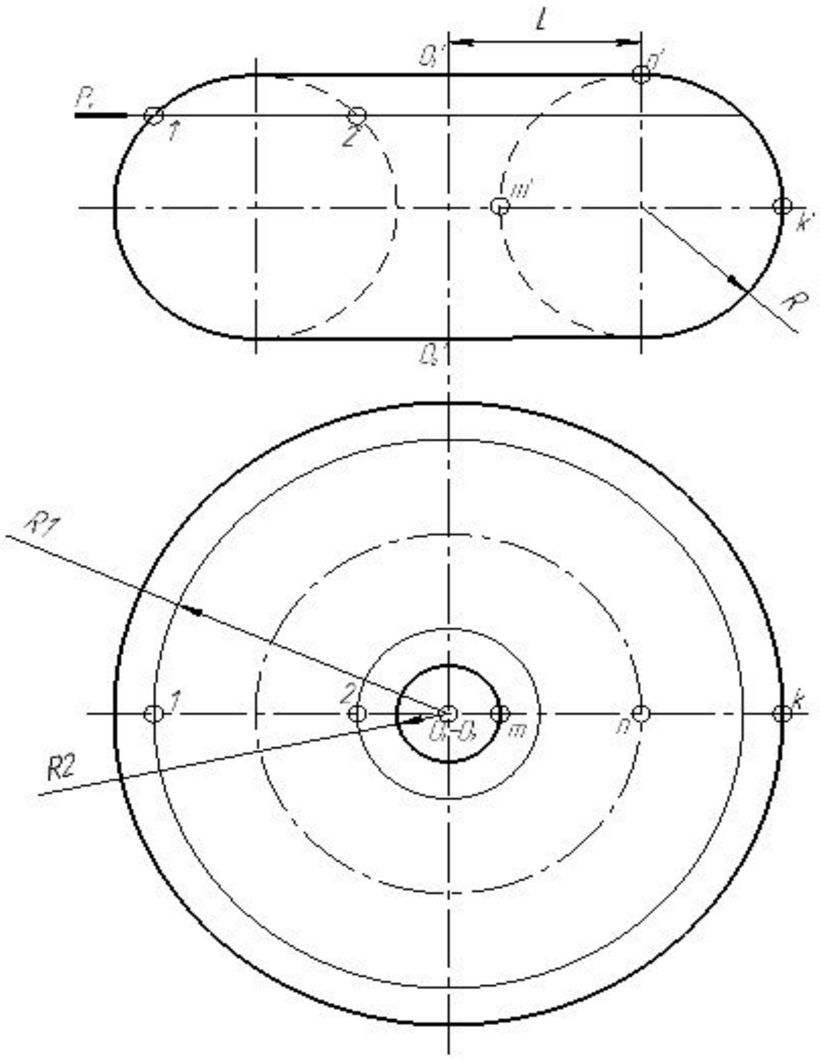
Горизонтальная проекция торовой поверхности – две концентрические окружности, фронтальная – справа и слева ограничена дугами полуокружности радиуса *R* образующей окружности.

Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса *R* вокруг оси O_1O_2 так, что центр окружности радиуса *R* описывает окружность радиуса *L*.

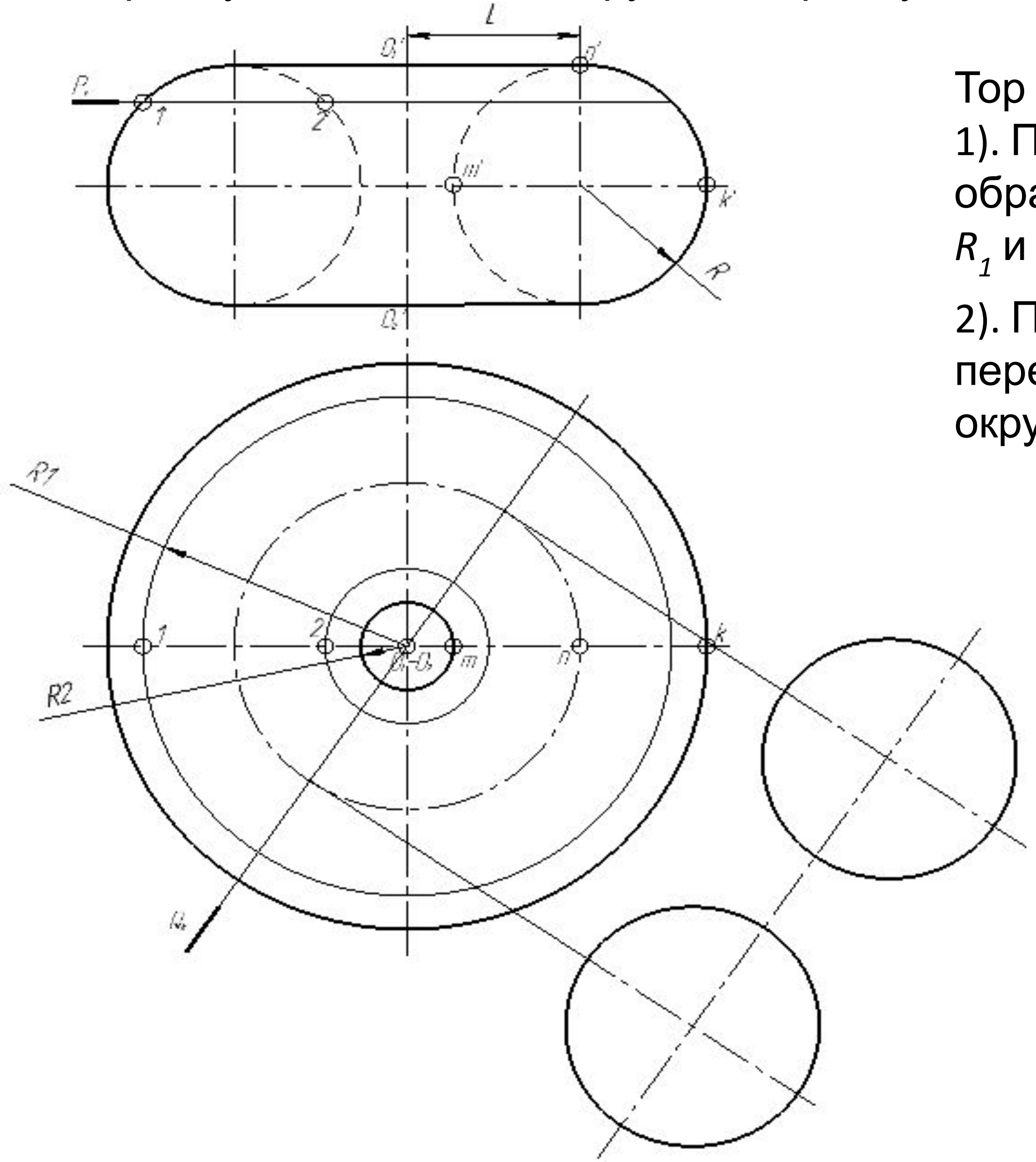
Тор имеет две системы круговых сечений:

1). Плоскости, перпендикулярные к оси вращения (*P*) образуют две концентрические окружности – с радиусами





Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса *R* вокруг оси O_1O_2 так, что центр окружности радиуса *R* описывает окружность радиуса *L*.



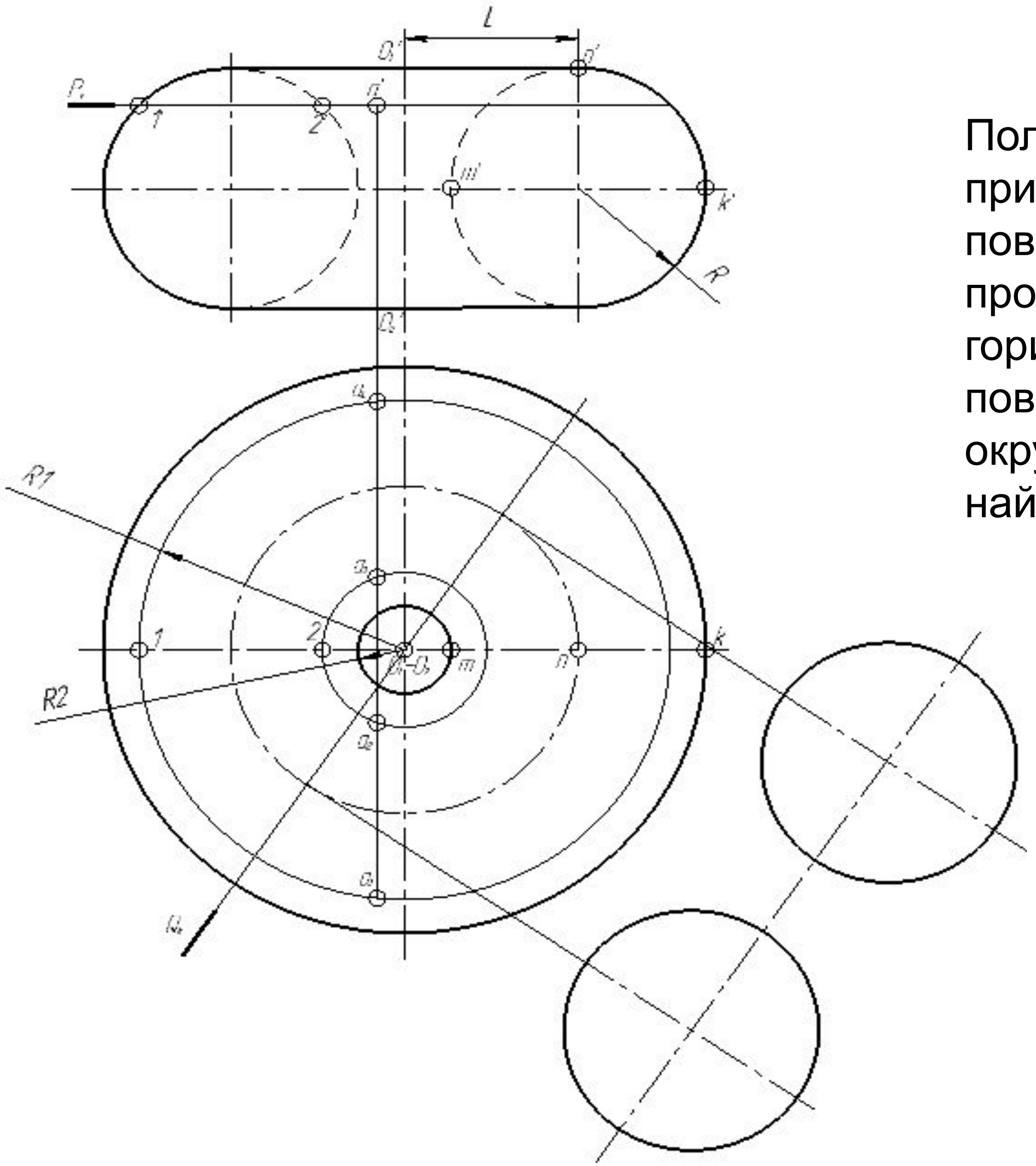
Тор имеет две системы круговых сечений:

1). Плоскости, перпендикулярные к оси вращения (*P*) образуют две концентрические окружности – с радиусами R_1 и R_2.

2). Плоскости, проходящие через ось вращения (*Q*) пересекает поверхность тора по двум образующим окружностям радиуса *R*.

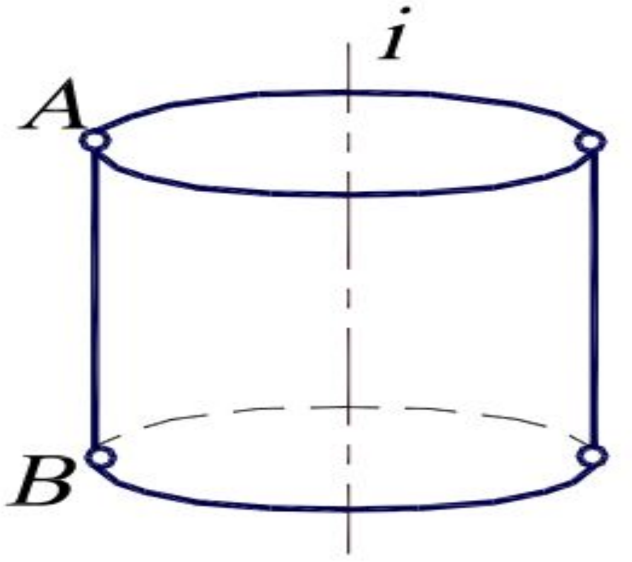
Положение точки на поверхности тора определяется по признаку принадлежности точки линии данной поверхности. Например, если задана фронтальная проекция точки *A* и требуется построить горизонтальную проекцию точки, то, как в случае любой поверхности вращения, через точку следует провести окружность, построить проекции этой окружности, и найти на одной из них недостающую проекцию точки.

Торовая поверхность образуется путем вращения окружности радиуса *R* вокруг оси O_1O_2 так, что центр окружности радиуса *R* описывает окружность радиуса *L*.

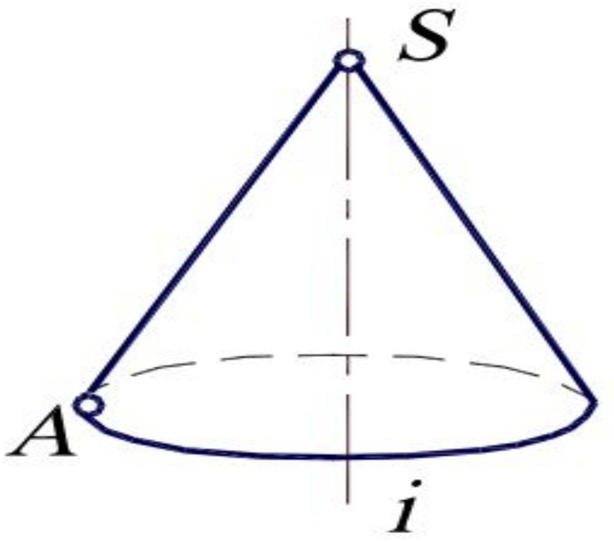


Положение точки на поверхности тора определяется по признаку принадлежности точки линии данной поверхности. Например, если задана фронтальная проекция точки *A* и требуется построить горизонтальную проекцию точки, то, как в случае любой поверхности вращения, через точку следует провести окружность, построить проекции этой окружности, и найти на одной из них недостающую проекцию точки.

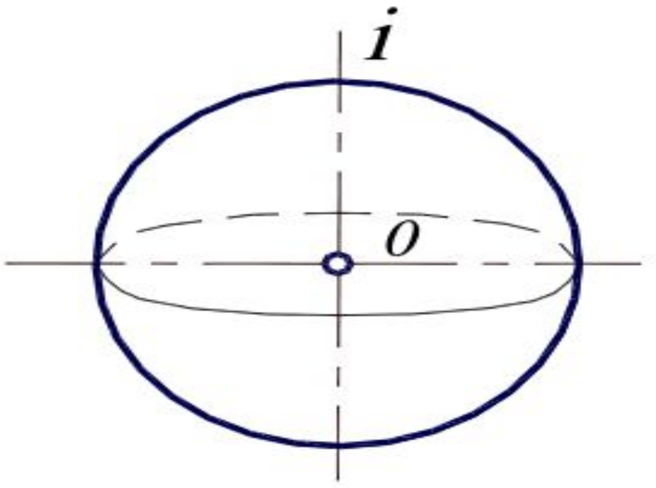
Цилиндр, конус, сфера



а)

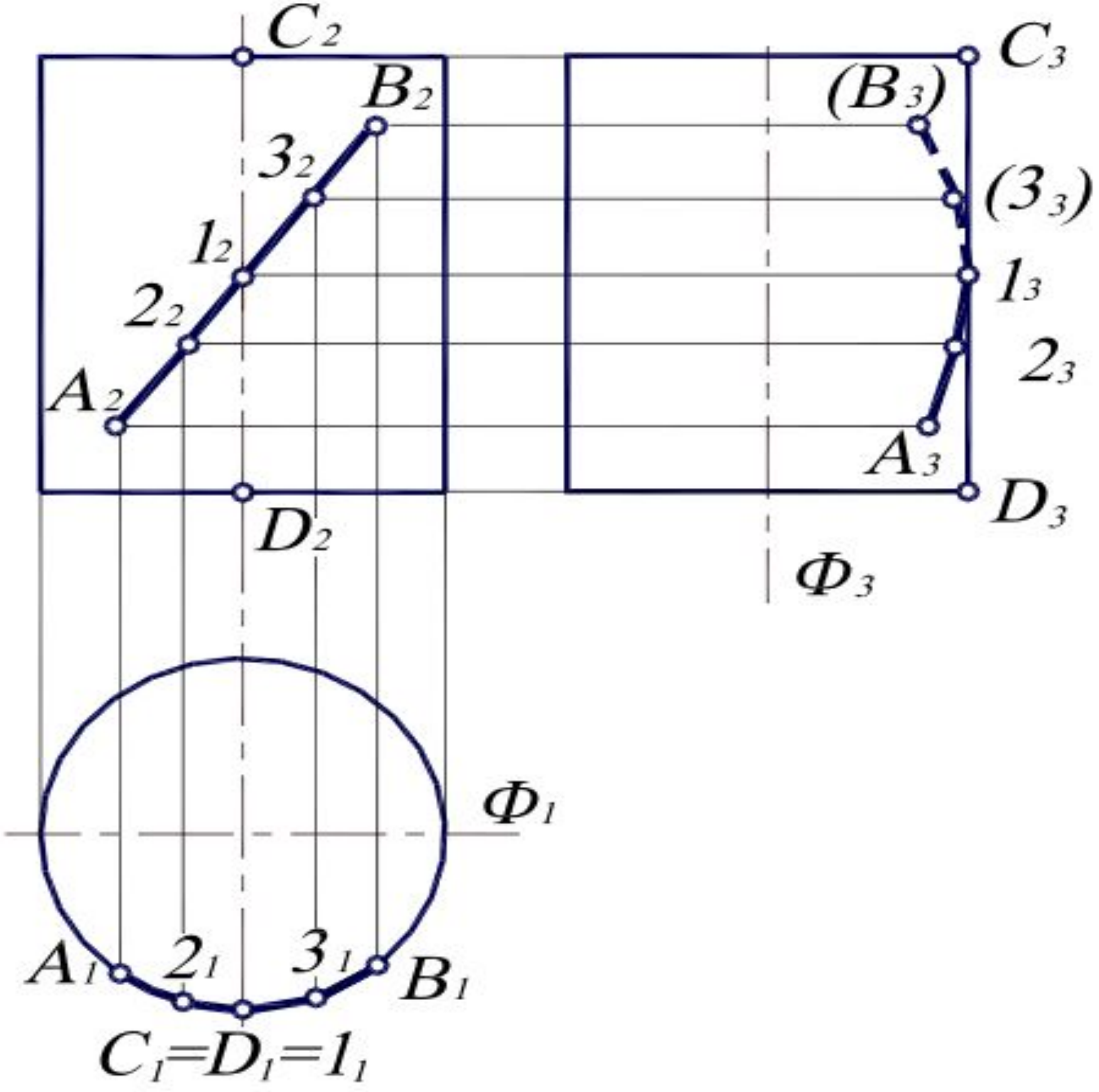


б)

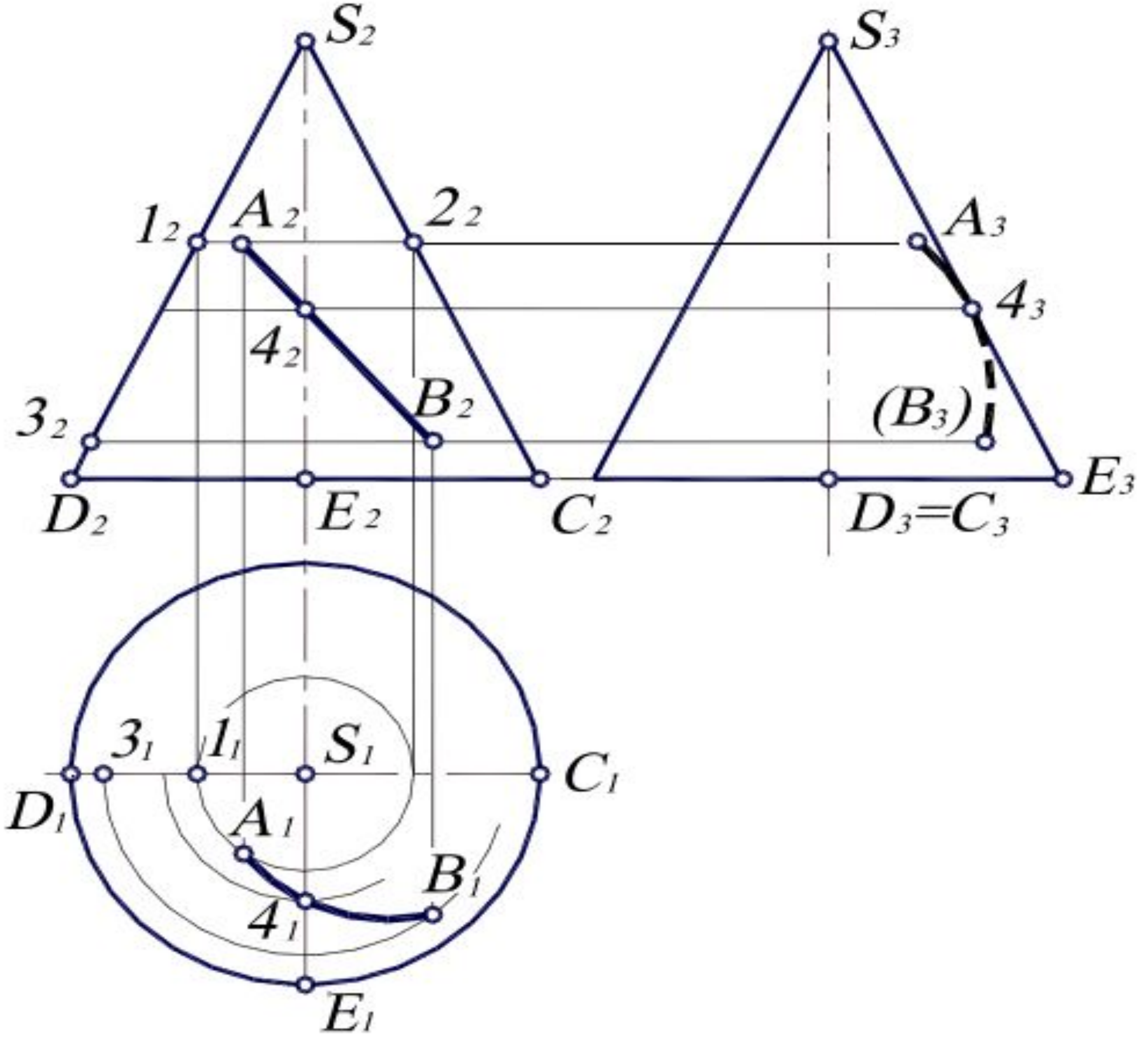


в)

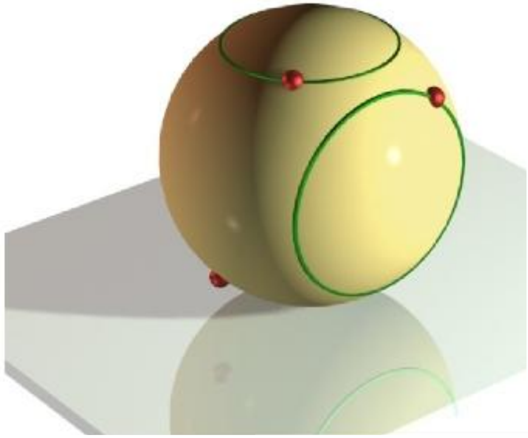
Построение проекций точек и линий на поверхности цилиндра

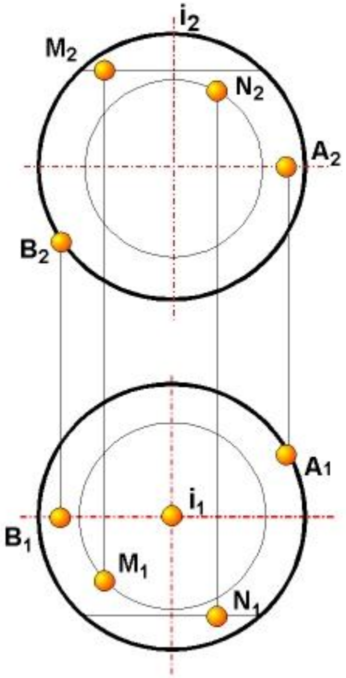


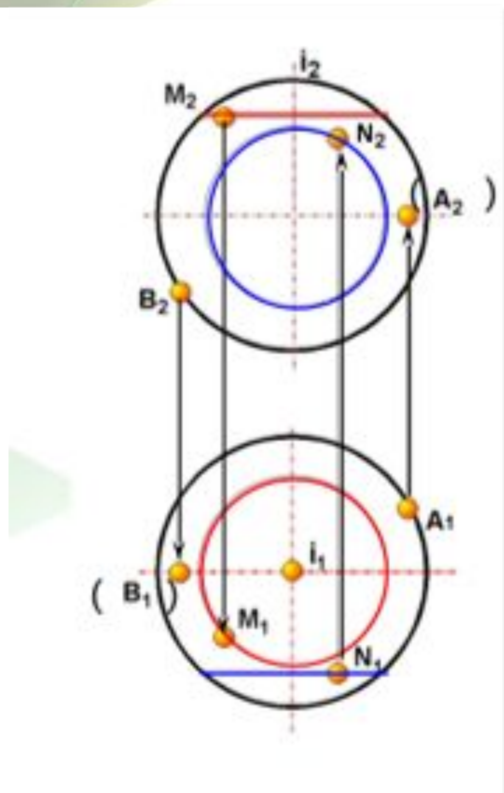
Построение проекций точек и линий на поверхности конуса

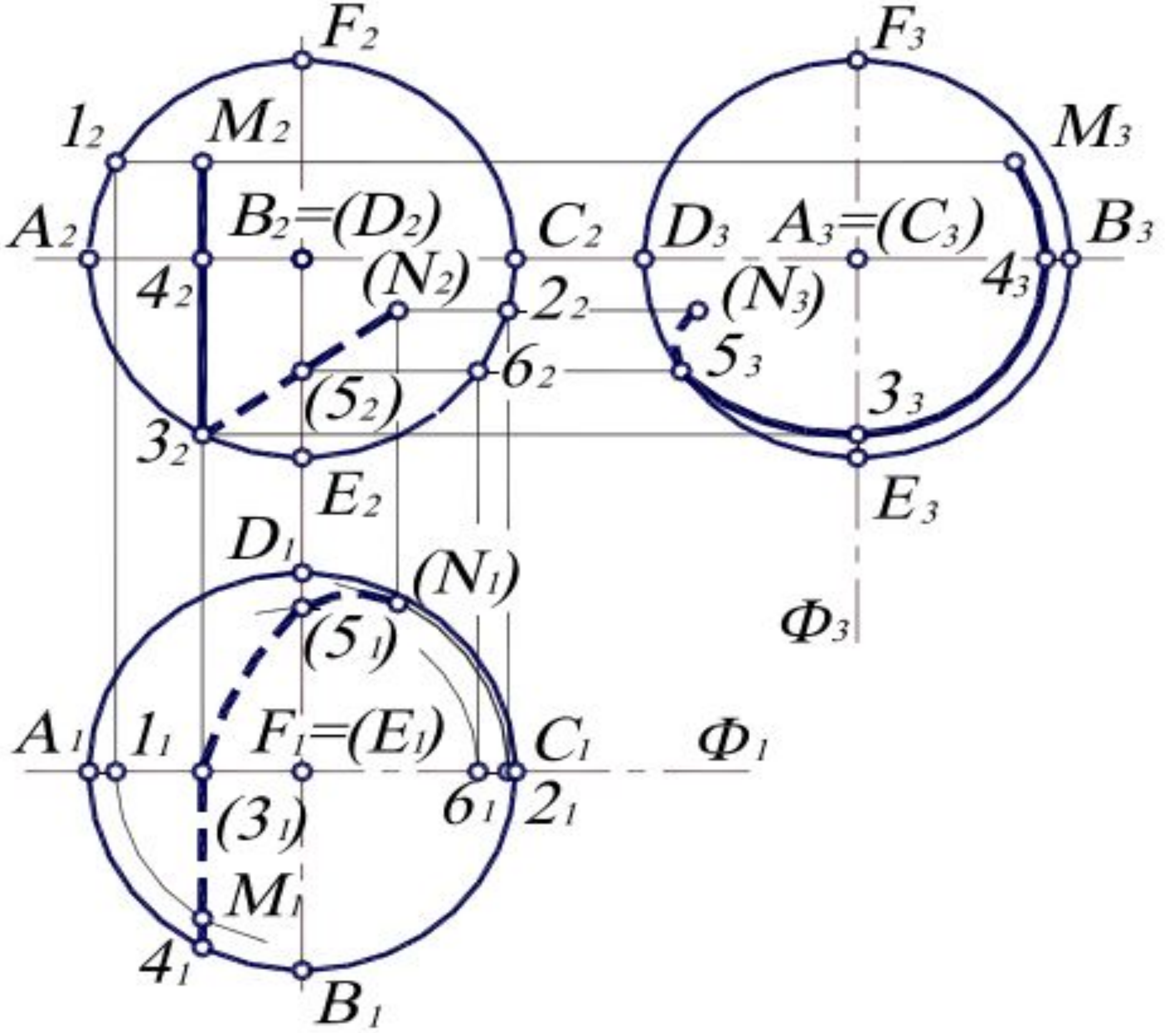


Построение проекций точек и линий на поверхности сферы

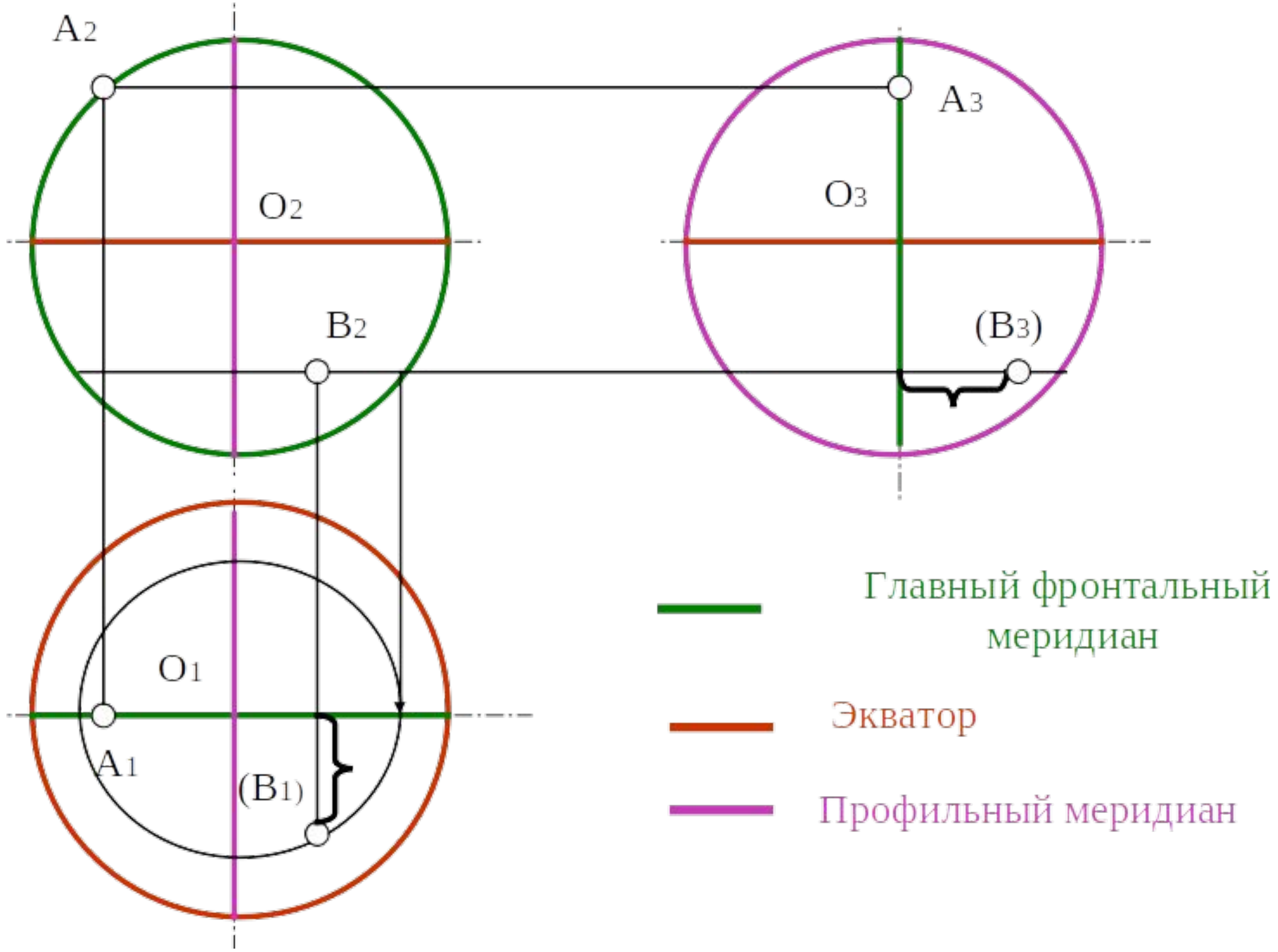




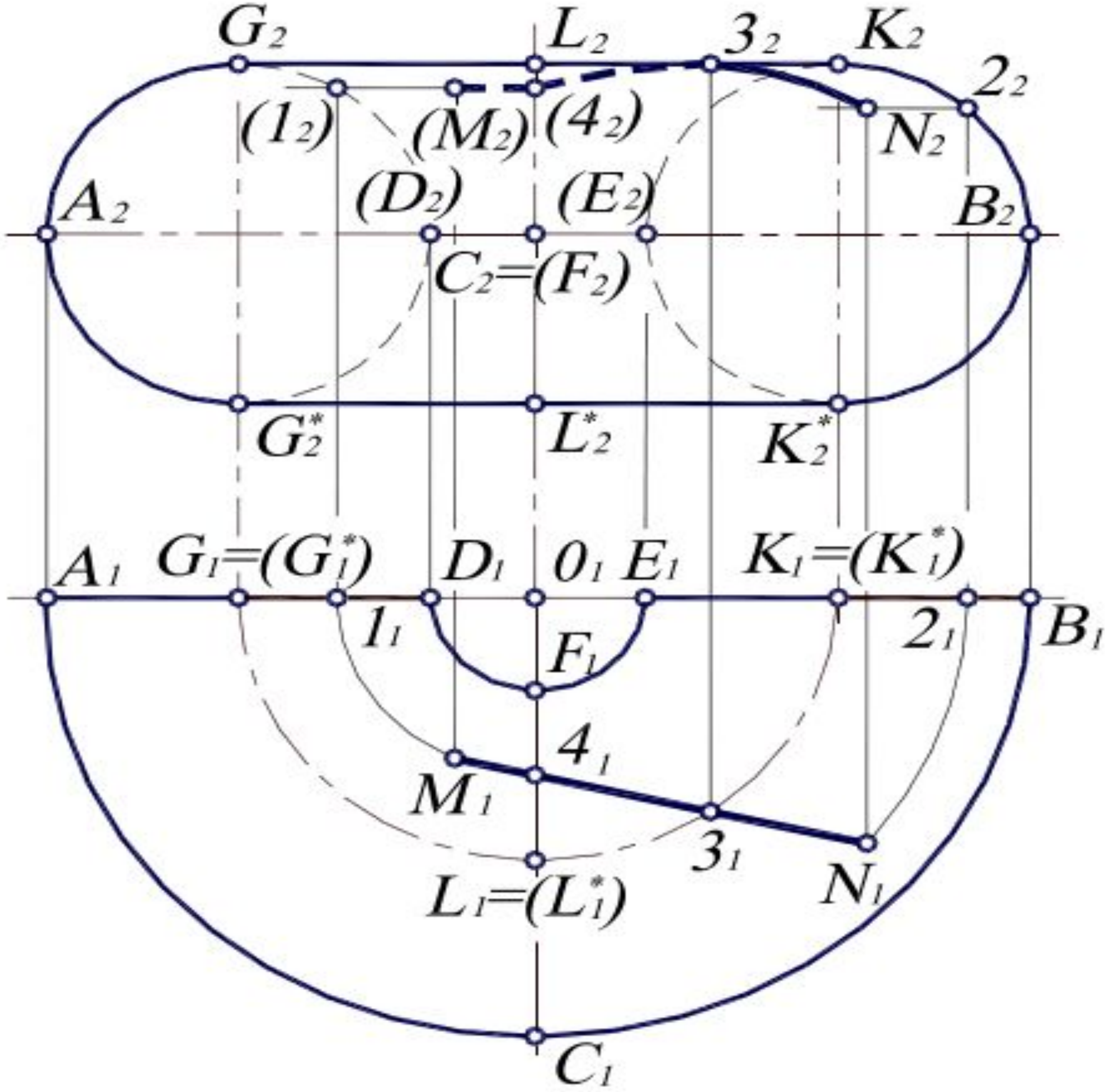




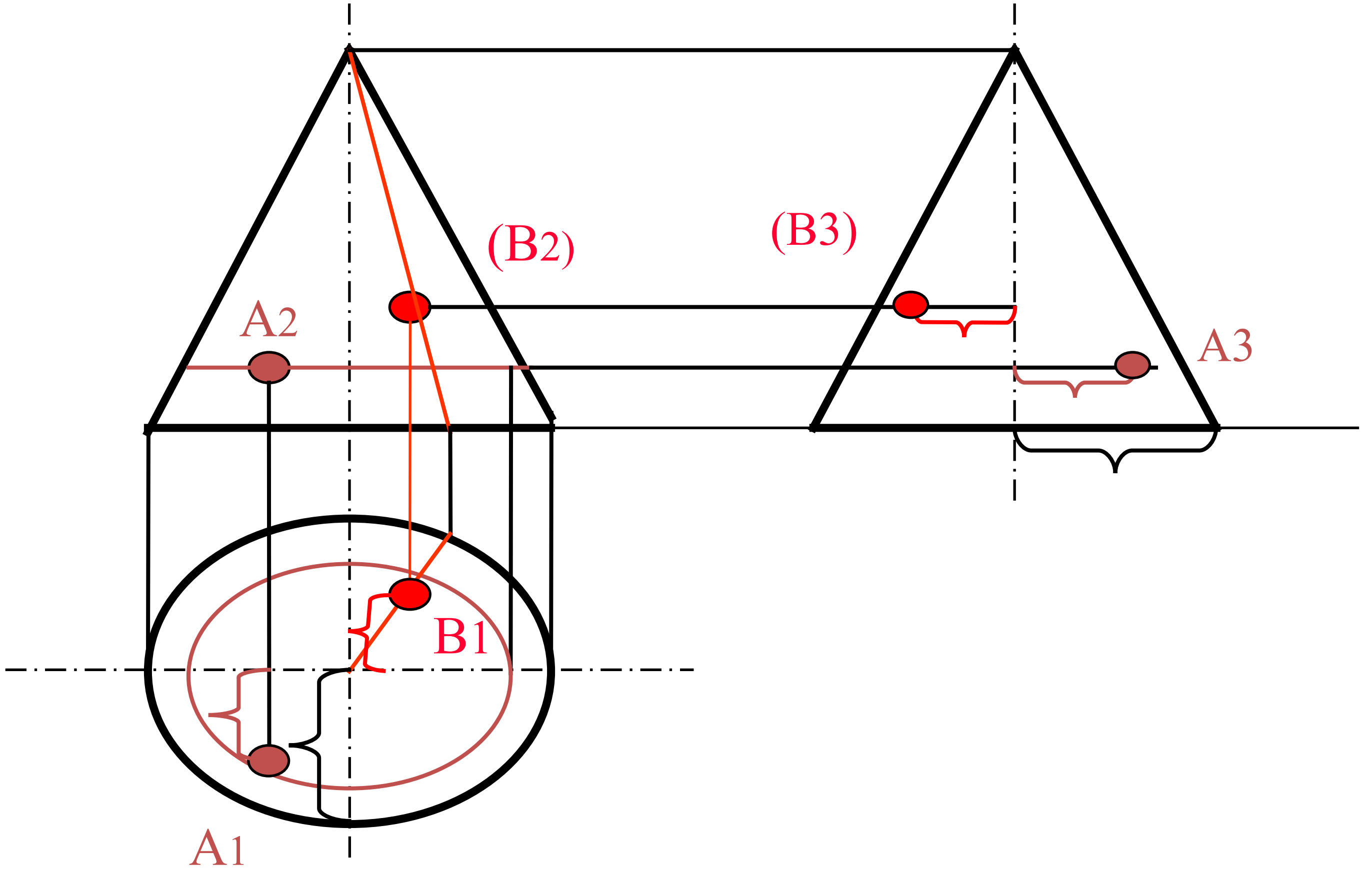
Положение точек на поверхности сферы

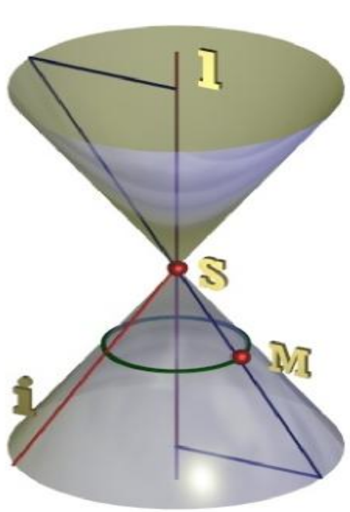


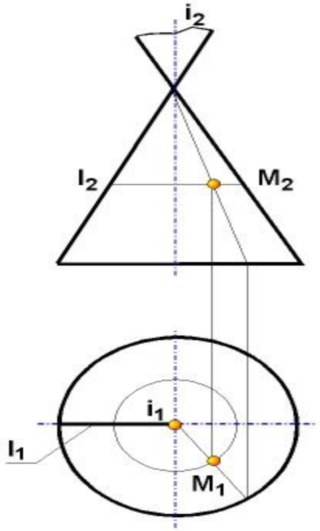
Построение проекций точек и линий на поверхности тора



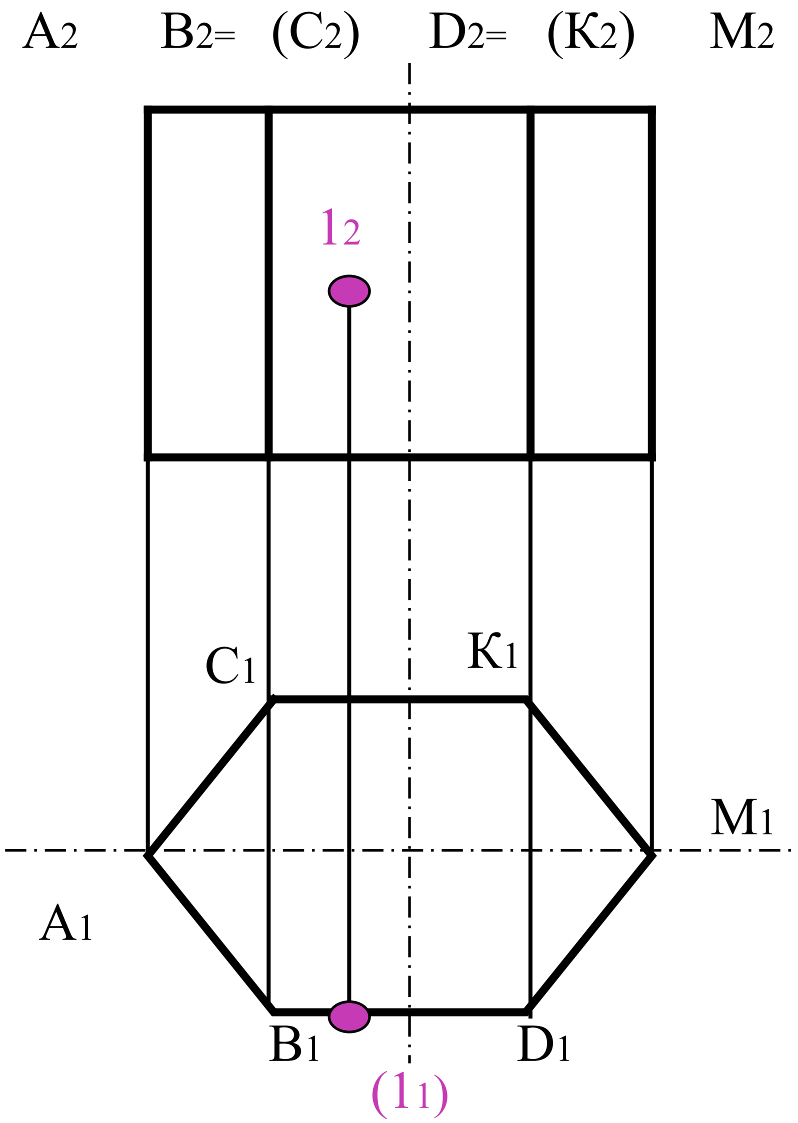
Принадлежность точек конической поверхности

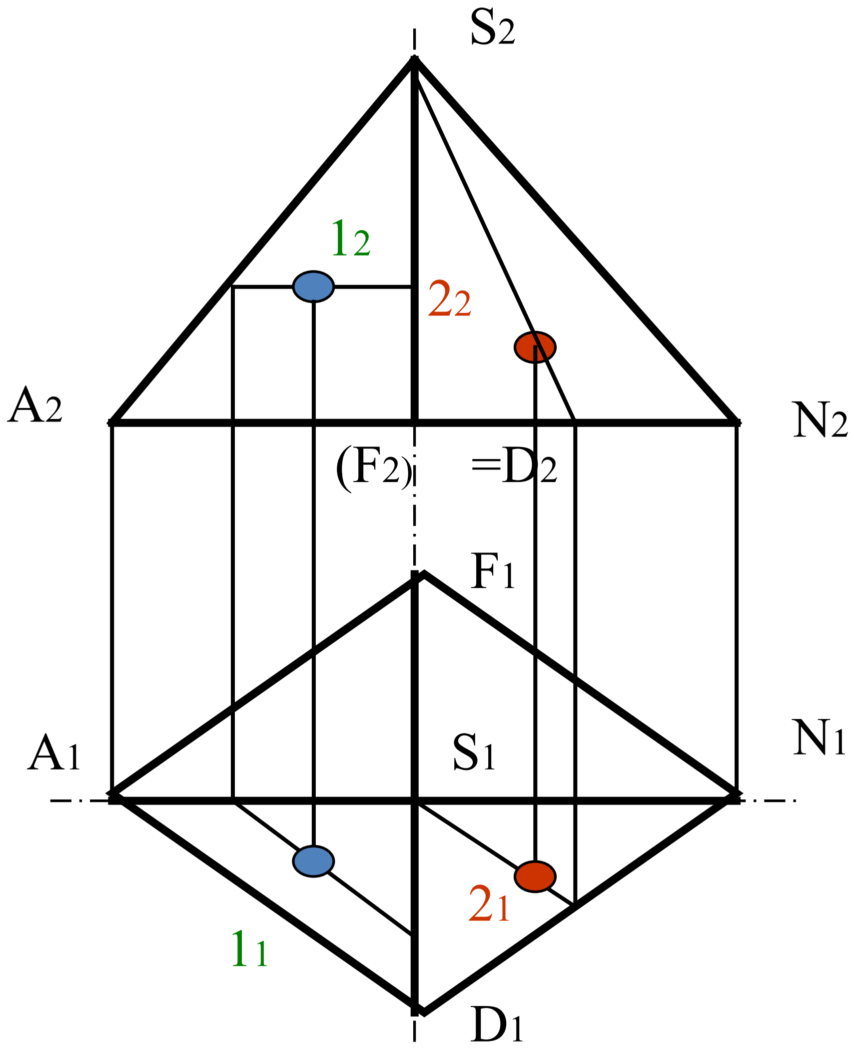




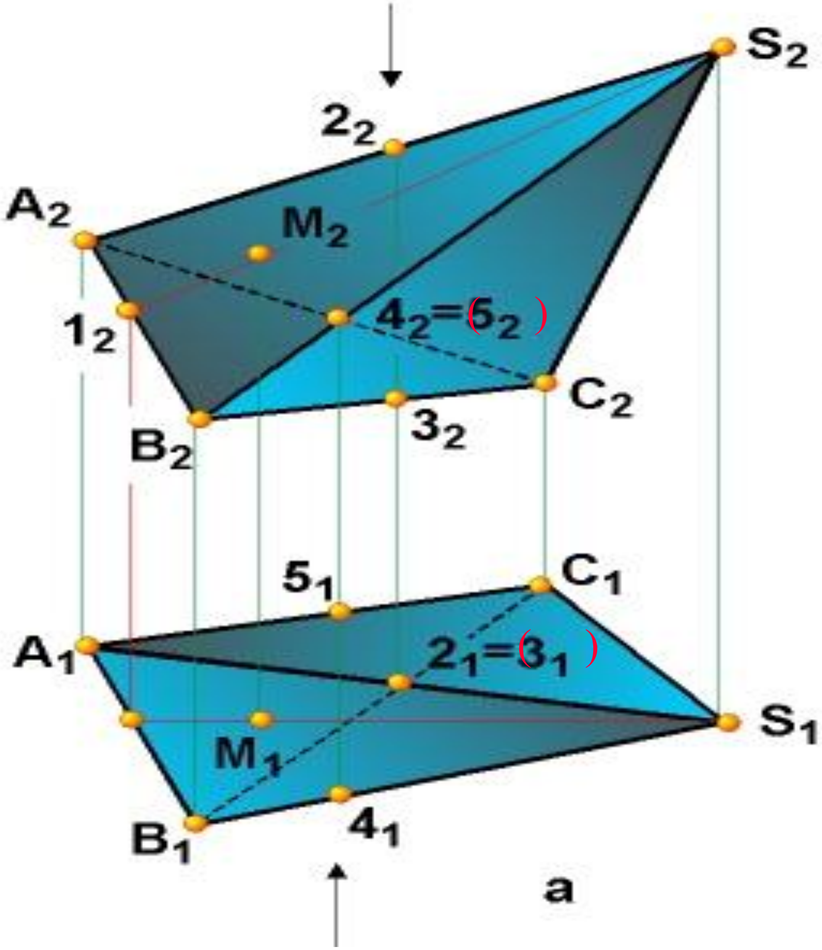


Точки на гранных поверхностях

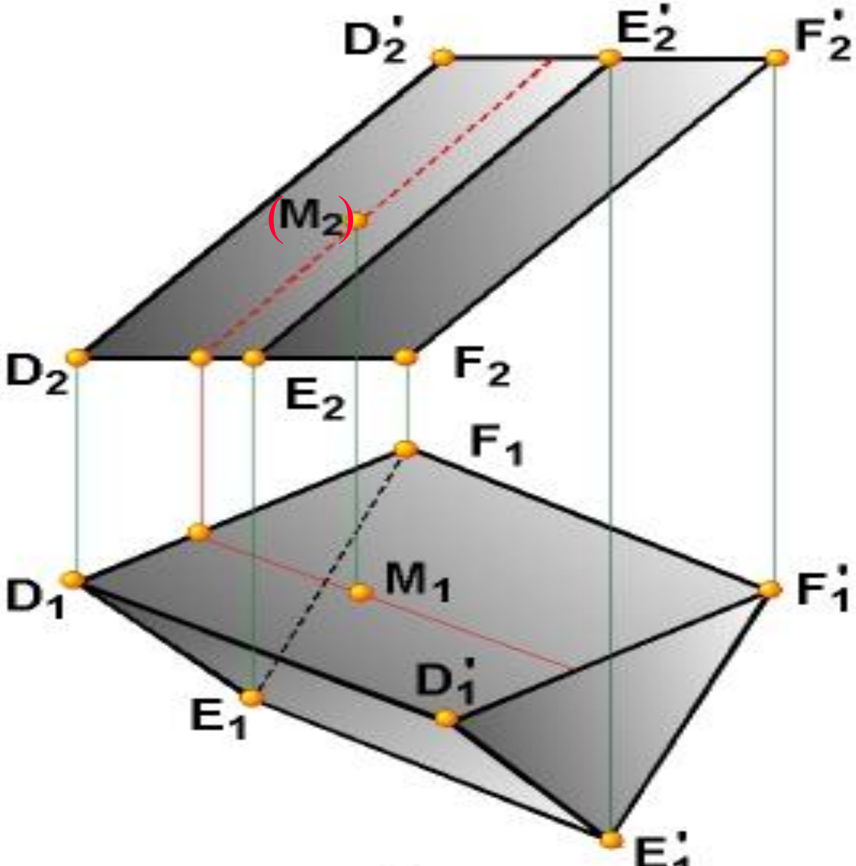




Принадлежность точек наклонным гранным поверхностям

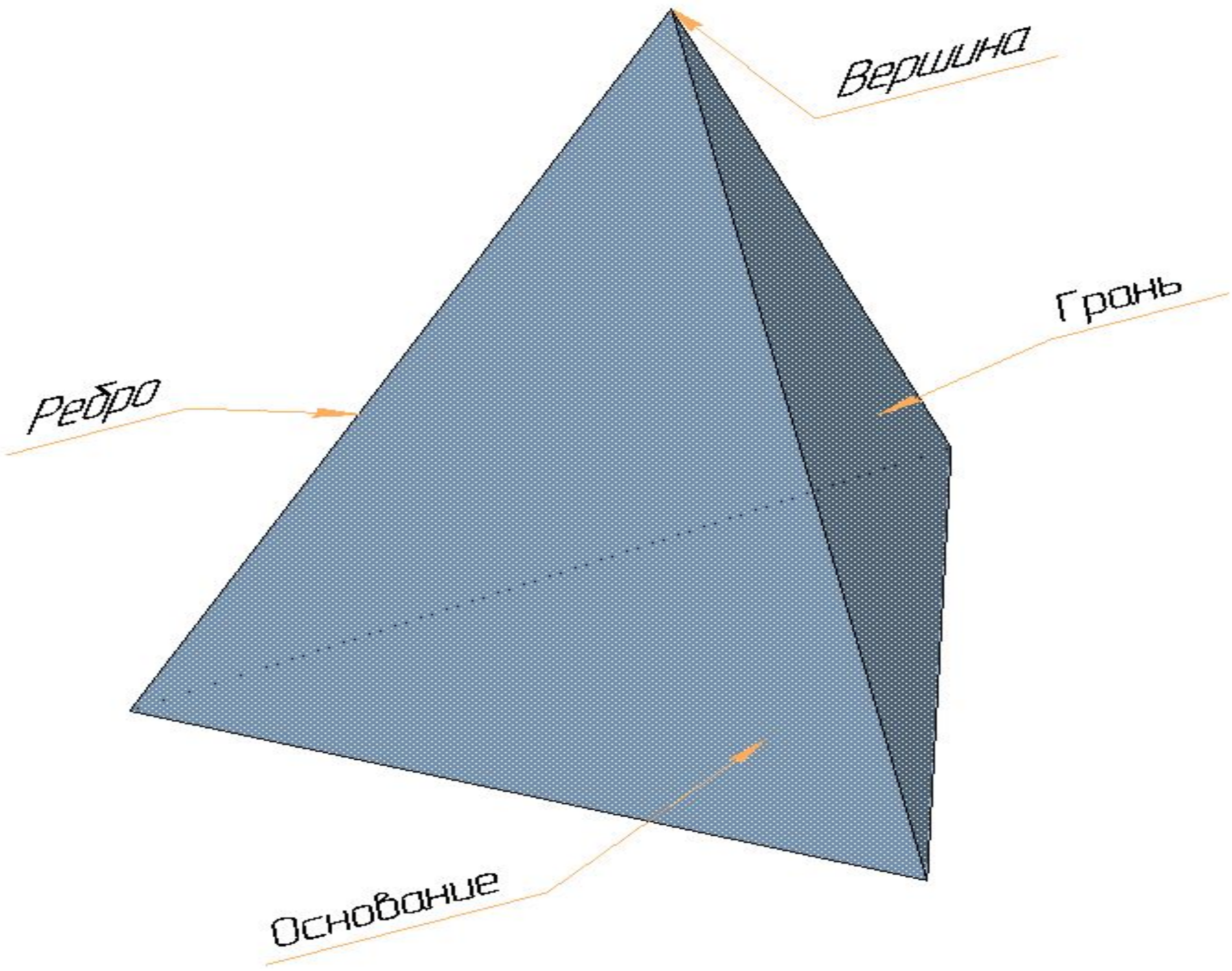


а



б

Пирамида – многогранник, одна из граней которого (основание) есть произвольный многоугольник, остальные *n*-граней – треугольники, имеющие общую вершину.

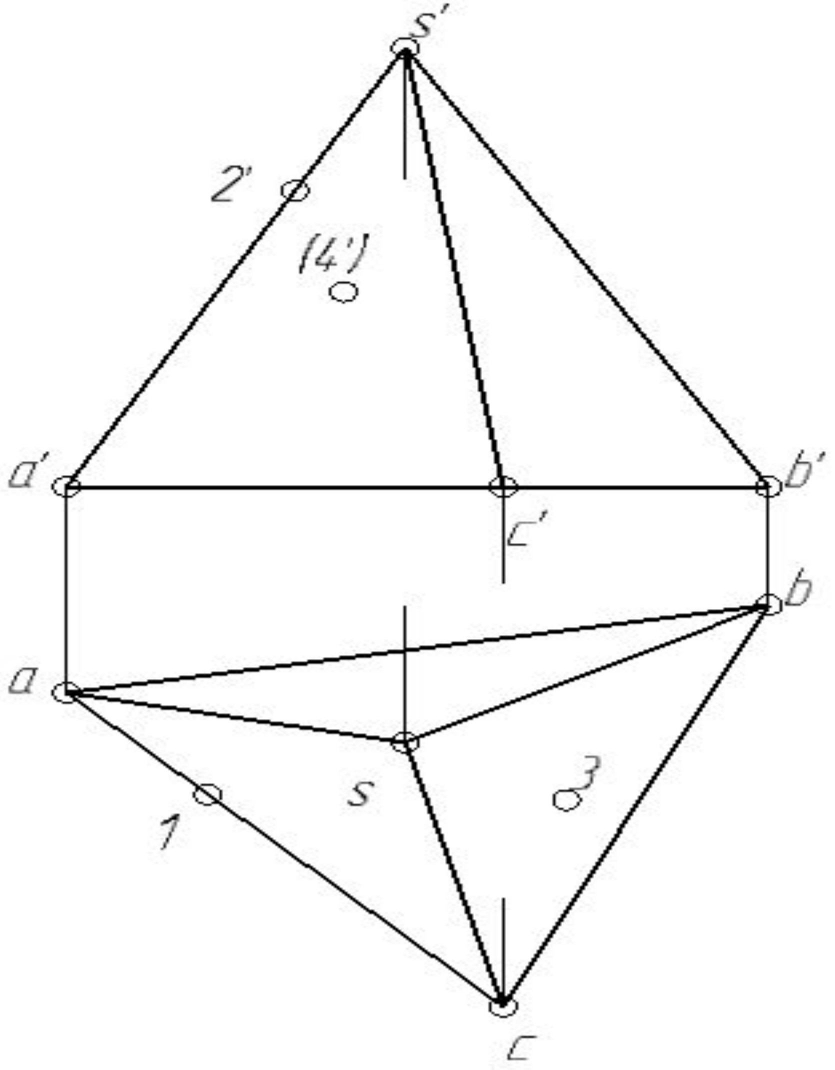


Правильная пирамида – в основании лежит правильный многоугольник, и высота пирамиды проходит через центр этого многоугольника.
Усеченная пирамида – плоскость отсекает вершину и пересекает все боковые грани.

Правильные многогранники
***(тела Платона)*:**

- *Тетраэдр* – правильный четырехгранник (четыре равносторонних треугольника)
- *Гексаэдр* - правильный шестигранник (куб)
- *Октаэдр* - правильный восьмигранник (восемь равносторонних треугольника)
- *Додекаэдр* - правильный двенадцатигранник (двенадцать правильных пятиугольников)
- *Икосаэдр* - правильный двадцатигранник (двадцать равносторонних треугольников)

Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности многогранника соблюдая условия видимости



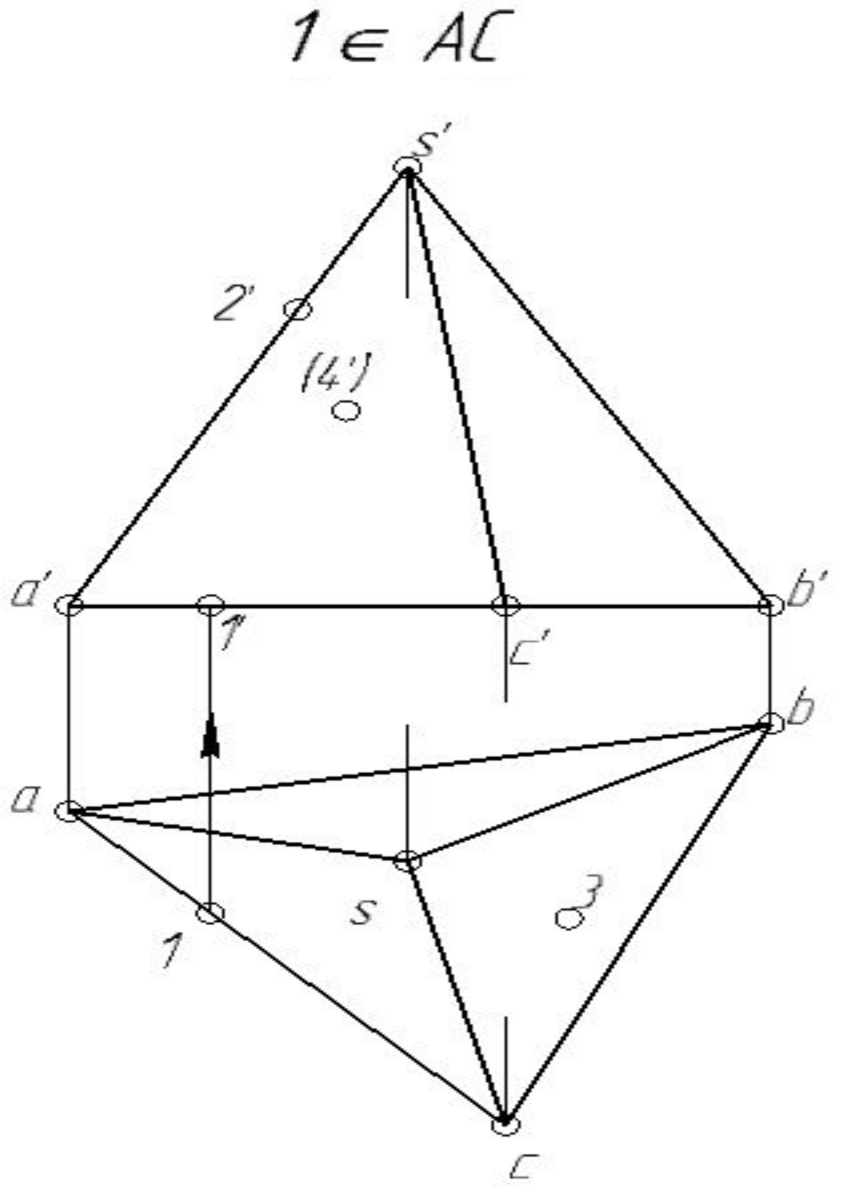
$1 \in AC$

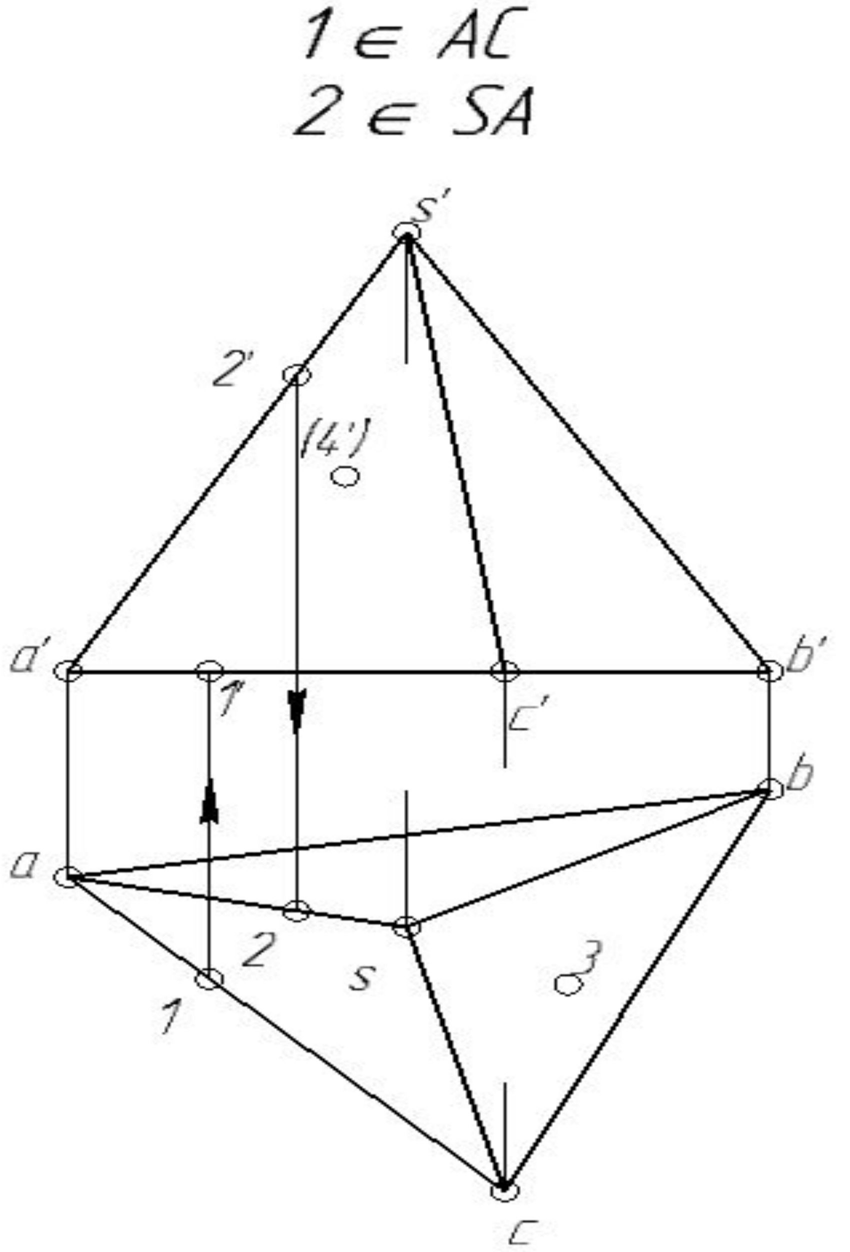
$2 \in SA$

$3 \in SCB$

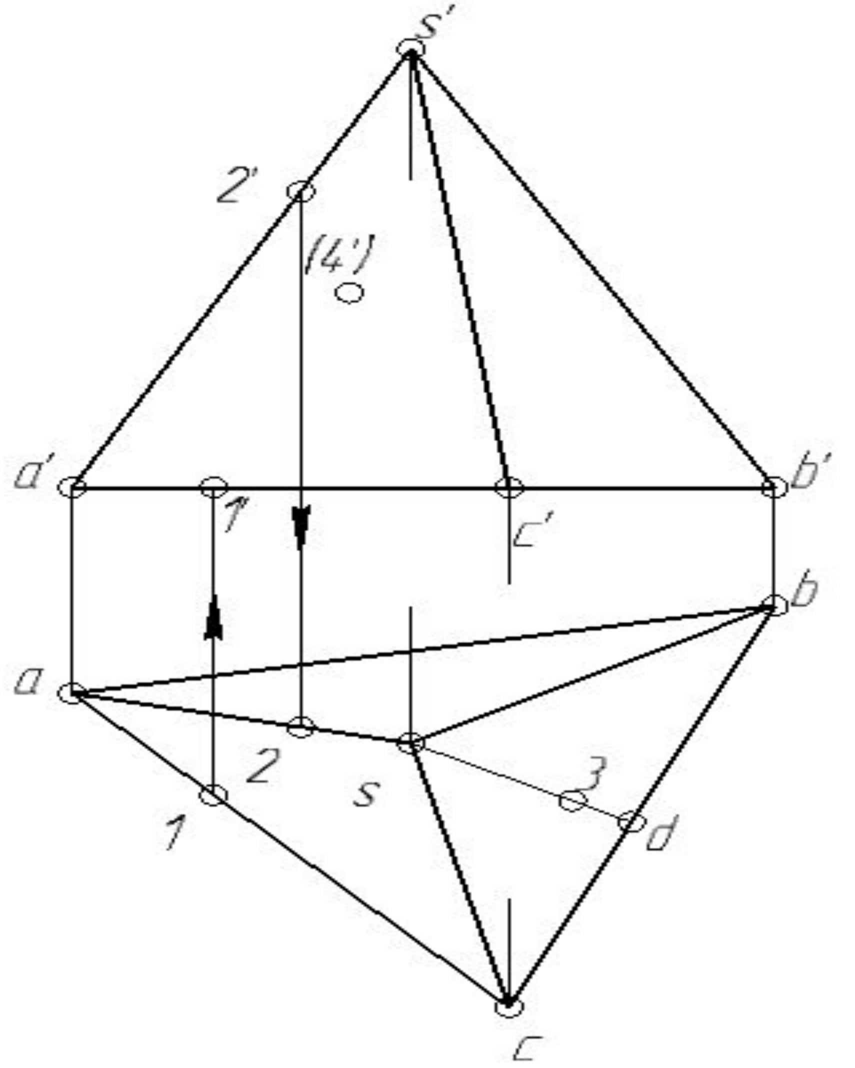
$4 \in SAB$

Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности многогранника соблюдая условия видимости





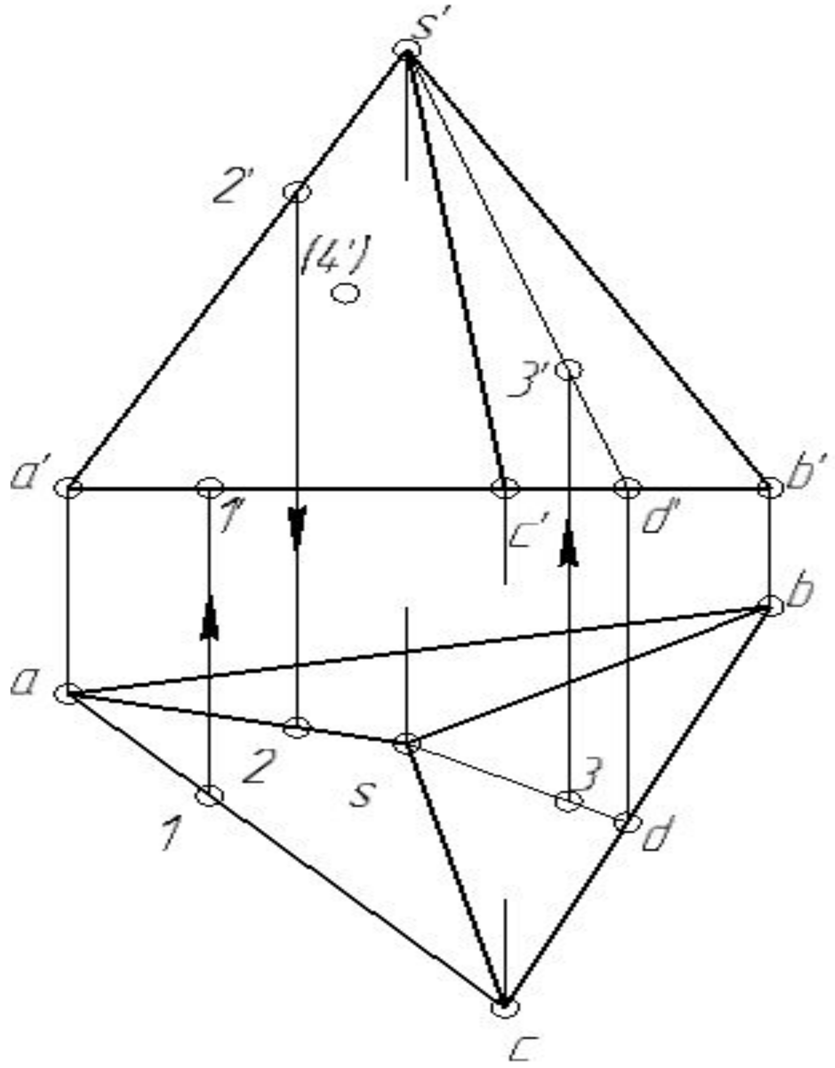
Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности многогранника соблюдая условия видимости



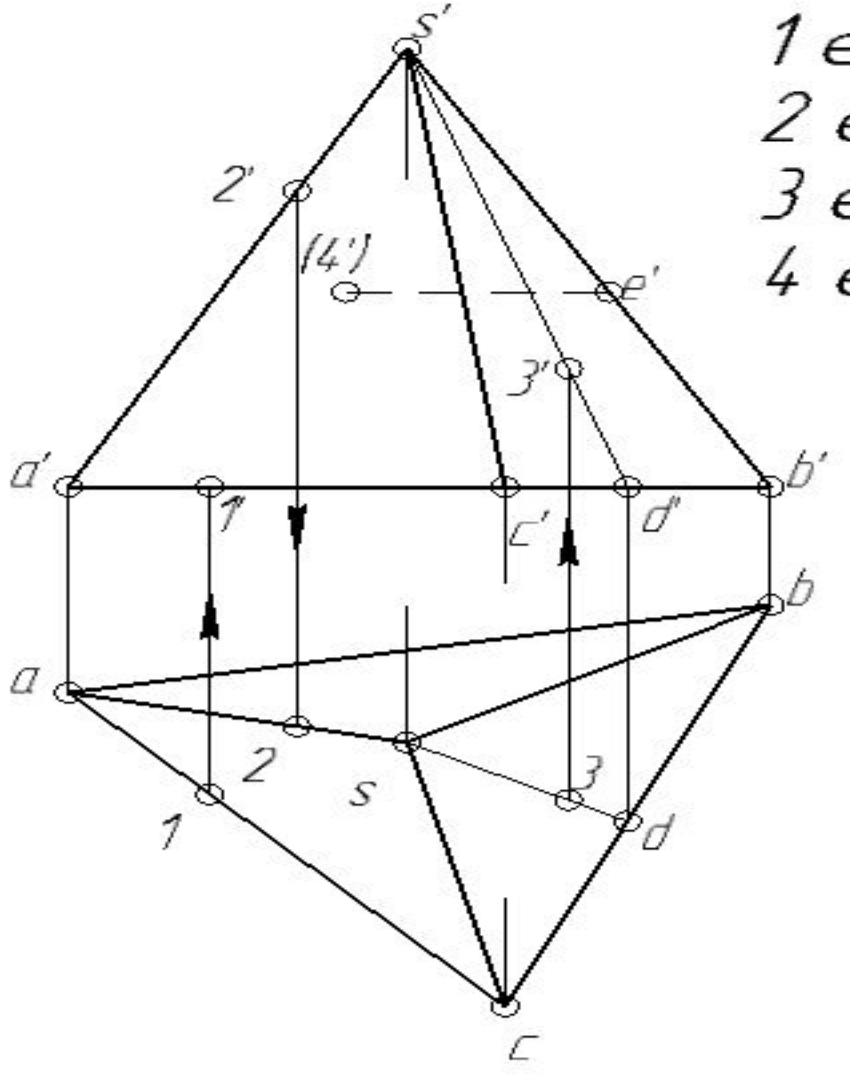
$1 \in AC$

$2 \in SA$

$3 \in SCB$



Построить недостающие проекции точек, лежащих на поверхности многогранника соблюдая условия видимости



$1 \in AC$

$2 \in SA$

$3 \in SCB$

$4 \in SAB$