

ФУНКЦІЯ РЕАКЦІЇ

[bit.ly/Game T](http://bit.ly/Game_T)

game.balistics.site

ГРА В НОРМАЛЬНІЙ ФОРМІ

.

$$G = \langle I, S, u \rangle$$

Гравці

$I = \{1, \dots, n\}, n \geq 2$ множина гравців

$i \in I$ певний гравець

$-i \in I$ усі гравці крім i

СТРАТЕГІЇ

S_i множина стратегій i -го гравця

$s_i \in S_i$ стратегія гравця i

$s = (s_1, \dots, s_n)$ набір стратегій гравців, ситуація, партія

$S \equiv \prod_i^n S_i = \{(s_1, \dots, s_n) \mid s_1 \in S_1, \dots, s_n \in S_n\}$ множина ситуацій

$s \in S$ профіль стратегій гравців

Обстановка гри для i –го гравця

Сукупність стратегій

$s_{-i} \in S_{-i}$ - профіль стратегій всіх гравців крім i

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

Функція виграшу

• Функція виграшу гравця i

$$u_i(s_i; s_{-i})$$

$u = (u_1, \dots, u_n)$ профіль функцій виграшів гравців

Гра в нормальній формі

- $s \in S$ – профіль стратегій гравців
- $s_i \in S_i$ - стратегія гравця i
- $s_{-i} \in S_{-i}$ – профіль стратегій інших гравців

Функція реакції

Визначення

- **Функція реакції** показує які стратегії гравця максимізують його виграш в залежності від профіля стратегій інших гравців

$$\checkmark S_i$$

Приклад

- | | |
|-------|-------|
| | B_1 |
| A_1 | -6 |

$$\check{s}_{p1}(B_1) = A_1 \quad \check{u}_{p1}(B_1) = -6$$

$$\check{s}_{p2}(A_1) = B_1 \quad \check{u}_{p2}(A_1) = 6$$

	B_1	B_2
A_1	-2	3
A_2	-7	8

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2
A_1	-2	3
A_2	-7	8

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2
A_1	2	-3
A_2	7	-8

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2
A_1	-3	4
A_2	7	-2

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2
A_1	3	-4
A_2	-7	2

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2
A_1	-3	4
A_2	7	-2

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2
A_1	3	-4
A_2	-7	2

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	-1	8	5
A_2	0	5	-4

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	-1	8	5
A_2	0	5	-4

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2	B_3
A_1	1	-8	-5
A_2	0	-5	4

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	-1	8	5
A_2	0	5	-4

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	-1	8	5
A_2	0	5	-4

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2	B_3
A_1	1	-8	-5
A_2	0	-5	4

	B_1	B_2	B_3
A_1	-5	1	7
A_2	3	3	1
A_3	-2	4	-3

	B_1	B_2	B_3
A_1	-5	1	7
A_2	3	3	1
A_3	-2	4	-3

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2	B_3
A_1	5	-1	-7
A_2	-3	-3	-1
A_3	2	-4	3

Таблиця гравця 1

	B_1	B_2	B_3
A_1	-5	1	7
A_2	3	3	1
A_3	-2	4	-3

Таблиця гравця 2

	B_1	B_2	B_3
A_1	5	-1	-7
A_2	-3	-3	-1
A_3	2	-4	3

Визначення

• **Функція реакції** гравця i є точково-множинне відображення \check{s}_i між множинами S_{-i} та S_i таке що для $\forall s_{-i} \in S_{-i}$ маємо

$$\check{s}_i(s_{-i}) = \left\{ s_i \in S_i \mid u_i(s_i, s_{-i}) = \max_{s'_i \in S_i} u_i(s'_i, s_{-i}) \right\}$$

Точково-множинне відображення між множинами A та B

Правило, яке кожному елементу множини A
ставить у відповідність певну підмножину
множини B .

Визначення

• **Функція реакції** гравця i є точково-множинне відображення \check{s}_i між множинами S_{-i} та S_i таке що для $\forall s_{-i} \in S_{-i}$ маємо

$$\check{s}_i(s_{-i}) = \left\{ s_i \in S_i \mid u_i(s_i, s_{-i}) = \max_{s'_i \in S_i} u_i(s'_i, s_{-i}) \right\}$$

Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

Функції реакції

- Для профіля стратегій s_{-i} може існувати декілька функцій реакції

$$s_2 \in \check{s}_2(B) = \{A_2, C_2\}$$

$$s_2 \in \check{s}_2(B) = \{s_2(A), s_2(C)\}$$

Рівновага Неша

Рівновага Неша

• Результат $s_i^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$ називають рівноважним по Нешу лише в тому випадку якщо $\forall i$ маємо

$$s_i^* \in \check{S}_i (s_{-i}^*)$$

Домінуюча (домінантна) стратегія

Визначення сильно домінуючої стратегії

• Стратегія $s_i^* \in S_i$ називається сильно домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) > u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$

s_i — це стратегія...

Визначення слабо домінуюча стратегія

• Стратегія $s_i^* \in S_i$ називається слабо домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

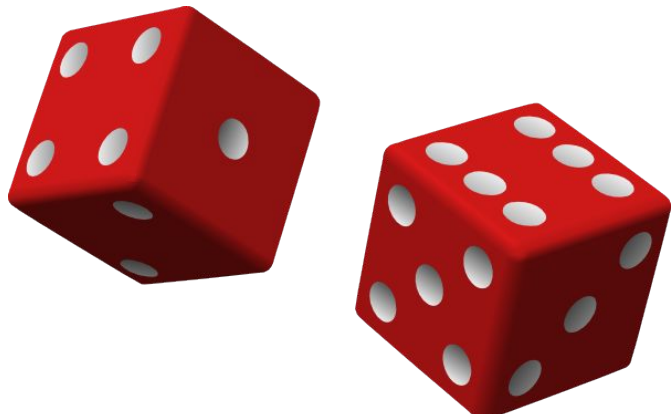
$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$$

Змішана стратегія

Це лотерея, імовірності в якій вибирає сам

гравець



Гра в хованки

bit.ly/2vc5Yqs

goo.gl/5T1tBw

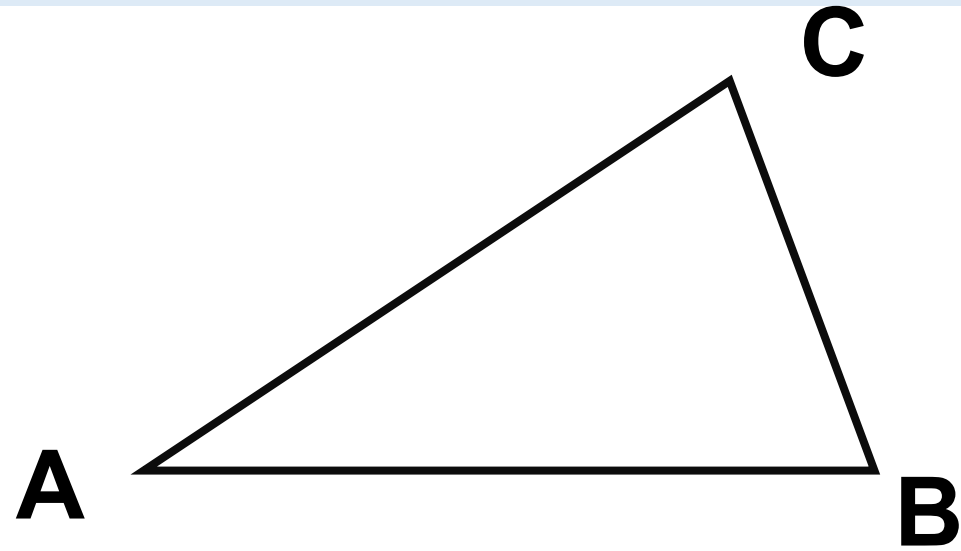


Вдосконалена гра в хованки Піонери та горілка



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

Змішана стратегія



Множина змішаних стратегій – це симплекс
(n -вимірний тетраедр), вершинами якого є чисті
стратегії

Симетричні ігри та симетричні рівноваги

- ...

Лабораторна робота 04

Доповнити проект 03

- Режим роботи для вибору **функції реакції**
(користувацький і автоматичний)
- Можливість налаштовувати інтерфейс
(розмір шрифту, колірні схеми...)
- Можливість перемикатись між режимами
(меню, закладки...)



Домінуюча (домінантна) стратегія

Визначення сильно домінуюча стратегія

- Стратегія $s_i^* \in S_i$ називається сильно домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) > u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$

Визначення слабо домінуюча стратегія

- Стратегія $s_i^* \in S_i$ називається слабо домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$$

Домінована стратегія

Визначення

- Стратегія $s_i^* \in S_i$ гравця i **строго домінується** стратегією $\tilde{s}_i \in S_i$, якщо $\forall s_{-i} \in S_{-i}$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) < u_i(\tilde{s}_i, s_{-i})$$

ПОСТУЛАТ

- Строго доміновану стратегію $s_i^* \in S_i$ гравця i можна не розглядати і **виключити** зі списку можливих стратегій S_i

Симплекс

<https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81>

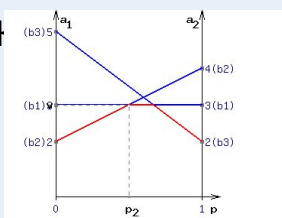
Пример решения задачи теории игр в смешанных стратегиях

http://www.math-pr.com/exampl_gt2.htm

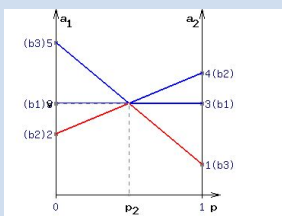
Пример решения задачи теории игр в чистых стратегиях

http://www.math-pr.com/exampl_gt1.htm

Часткові випаді



http://www.math-pr.com/game_theory_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=2&max_line_a=2&max_coln_a=3&Number_form=0



http://www.math-pr.com/game_theory_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=1&max_line_a=2&max_coln_a=3&Number_form=0

ЖУРНАЛ

goo.gl/uQ4JCe



Лекції Завдання

goo.gl/oJXv99

