

# ФУНКЦІЯ РЕАКЦІЇ

---

[bit.ly/Game T](http://bit.ly/Game_T)

game.balistics.site

# ГРА В НОРМАЛЬНІЙ ФОРМІ

.

$$G = \langle I, S, u \rangle$$

# Гравці

$I = \{1, \dots, n\}, n \geq 2$  множина гравців

$i \in I$  певний гравець

$-i \in I$  усі гравці крім  $i$

# СТРАТЕГІЇ

$S_i$  множина стратегій  $i$ -го гравця

$s_i \in S_i$  стратегія гравця  $i$

$s = (s_1, \dots, s_n)$  набір стратегій гравців, ситуація, партія

$S \equiv \prod_i^n S_i = \{(s_1, \dots, s_n) \mid s_1 \in S_1, \dots, s_n \in S_n\}$  множина ситуацій

$s \in S$  профіль стратегій гравців

## Обстановка гри для $i$ –го гравця

Сукупність стратегій

$s_{-i} \in S_{-i}$  - профіль стратегій всіх гравців крім  $i$

$$s_{-i} = (s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

# Функція виграшу

• Функція виграшу гравця  $i$

$$u_i (s_i; s_{-i})$$

$u = (u_1, \dots, u_n)$  профіль функцій вигравів гравців



# Гра в нормальній формі

- $s \in S$  – профіль стратегій гравців
- $s_i \in S_i$  - стратегія гравця  $i$
- $s_{-i} \in S_{-i}$  – профіль стратегій інших гравців

# Функція реакції

# Визначення

- **Функція реакції** показує які стратегії гравця максимізують його виграш в залежності від профіля стратегій інших гравців

$$\checkmark S_i$$

# Приклад

- |       |       |
|-------|-------|
|       | $B_1$ |
| $A_1$ | -6    |

$$\check{s}_{p1}(B_1) = A_1 \quad \check{u}_{p1}(B_1) = -6$$

$$\check{s}_{p2}(A_1) = B_1 \quad \check{u}_{p2}(A_1) = 6$$

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	-2	3
$A_2$	-7	8

Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	-2	3
$A_2$	-7	8

Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	2	-3
$A_2$	7	-8

Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	-3	4
$A_2$	7	-2

Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	3	-4
$A_2$	-7	2

Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	-3	4
$A_2$	7	-2

Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$
$A_1$	3	-4
$A_2$	-7	2

### Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-1	8	5
$A_2$	0	5	-4

### Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-1	8	5
$A_2$	0	5	-4

### Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	1	-8	-5
$A_2$	0	-5	4

### Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-1	8	5
$A_2$	0	5	-4

### Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-1	8	5
$A_2$	0	5	-4

### Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	1	-8	-5
$A_2$	0	-5	4



	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-5	1	7
$A_2$	3	3	1
$A_3$	-2	4	-3

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-5	1	7
$A_2$	3	3	1
$A_3$	-2	4	-3

## Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	5	-1	-7
$A_2$	-3	-3	-1
$A_3$	2	-4	3

## Таблиця гравця 1

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	-5	1	7
$A_2$	3	3	1
$A_3$	-2	4	-3

## Таблиця гравця 2

	$B_1$	$B_2$	$B_3$
$A_1$	5	-1	-7
$A_2$	-3	-3	-1
$A_3$	2	-4	3

# Визначення

• **Функція реакції** гравця  $i$  є точково-множинне відображення  $\check{s}_i$  між множинами  $S_{-i}$  та  $S_i$  таке що для  $\forall s_{-i} \in S_{-i}$  маємо

$$\check{s}_i(s_{-i}) = \left\{ s_i \in S_i \mid u_i(s_i, s_{-i}) = \max_{s'_i \in S_i} u_i(s'_i, s_{-i}) \right\}$$

## Точково-множинне відображення між множинами $A$ та $B$

Правило, яке кожному елементу множини  $A$   
ставить у відповідність певну підмножину  
множини  $B$ .

# Визначення

• **Функція реакції** гравця  $i$  є точково-множинне відображення  $\check{s}_i$  між множинами  $S_{-i}$  та  $S_i$  таке що для  $\forall s_{-i} \in S_{-i}$  маємо

$$\check{s}_i(s_{-i}) = \left\{ s_i \in S_i \mid u_i(s_i, s_{-i}) = \max_{s'_i \in S_i} u_i(s'_i, s_{-i}) \right\}$$

# Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0



# Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

# Функції реакції

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

		Гравець 2			
		A	B	C	D
Гравець 1	A	1;1	4;2	4;3	2;5
	B	0;2	1;1	3;2	0;0
	C	3;4	5;6	2;0	4;1
	D	2;2	1;1	3;5	5;0

# Функції реакції

- Для профіля стратегій  $s_{-i}$  може існувати декілька функцій реакції

$$s_2 \in \check{s}_2(B) = \{A_2, C_2\}$$

$$s_2 \in \check{s}_2(B) = \{s_2(A), s_2(C)\}$$

# Рівновага Неша

# Рівновага Неша

• Результат  $s_i^* = (s_1^*, \dots, s_n^*)$  називають рівноважним по Нешу лише в тому випадку якщо  $\forall i$  маємо

$$s_i^* \in \check{S}_i(s_{-i}^*)$$

# **Домінуюча (домінантна) стратегія**

# Визначення сильно домінуючої стратегії

• Стратегія  $s_i^* \in S_i$  називається сильно домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) > u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$

$s_i$  — це стратегія...

# Визначення слабо домінуюча стратегія

• Стратегія  $s_i^* \in S_i$  називається слабо домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

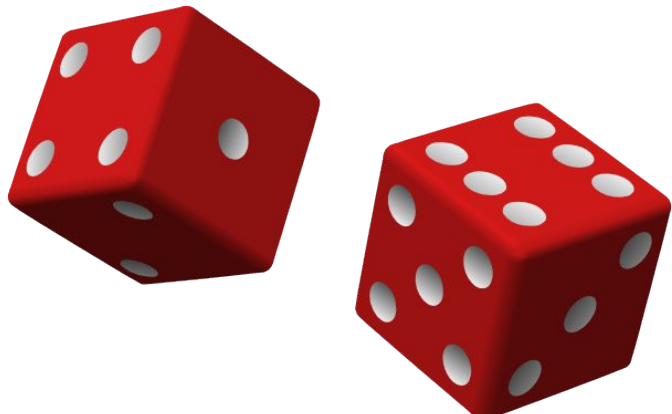
$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$$



# Змішана стратегія

Це лотерея, імовірності в якій вибирає сам

гравець



# Гра в хованки

[bit.ly/2vc5Yqs](https://bit.ly/2vc5Yqs)

[goo.gl/5T1tBw](https://goo.gl/5T1tBw)

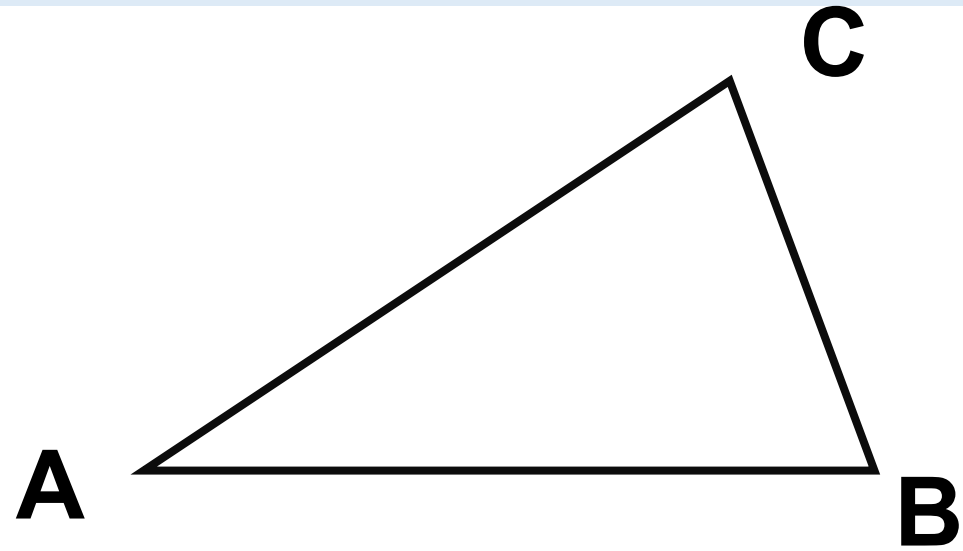


# Вдосконалена гра в хованки Піонери та горілка



	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

# Змішана стратегія



Множина змішаних стратегій – це симплекс  
( $n$ -вимірний тетраедр), вершинами якого є чисті  
стратегії

# Симетричні ігри та симетричні рівноваги

- ...

# Лабораторна робота 04

Доповнити проект 03

- Режим роботи для вибору **функції реакції**  
(користувацький і автоматичний)
- Можливість налаштовувати інтерфейс  
(розмір шрифту, колірні схеми...)
- Можливість перемикатись між режимами  
(меню, закладки...)



# **Домінуюча (домінантна) стратегія**

# Визначення сильно домінуюча стратегія

- Стратегія  $s_i^* \in S_i$  називається сильно домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) > u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i})$$



# Визначення слабо домінуюча стратегія

- Стратегія  $s_i^* \in S_i$  називається слабо домінуючою, якщо

$$\forall s_i \in S_i, s_i \neq s_i^*, \text{ а також } \forall s_{-i} = \{s_1, s_2, \dots, s_{i-1}, s_{i+1}, \dots, s_n\}$$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i^*, s_{i+1}, \dots, s_n) \geq u_i(s_1, \dots, s_{i-1}, s_i, s_{i+1}, \dots, s_n)$$

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geq u_i(s_i, s_{-i})$$

# **Домінована стратегія**

# Визначення

- Стратегія  $s_i^* \in S_i$  гравця  $i$  **строго домінується** стратегією  $\tilde{s}_i \in S_i$ , якщо  $\forall s_{-i} \in S_{-i}$

Виконується нерівність:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) < u_i(\tilde{s}_i, s_{-i})$$

# ПОСТУЛАТ

- Строго доміновану стратегію  $s_i^* \in S_i$  гравця  $i$  можна не розглядати і **виключити** зі списку можливих стратегій  $S_i$

**Симплекс**

<https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%81>

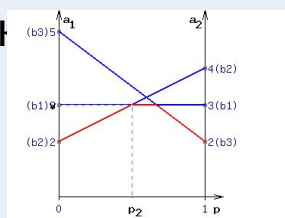
**Пример решения задачи теории игр в смешанных стратегиях**

[http://www.math-pr.com/exampl\\_gt2.htm](http://www.math-pr.com/exampl_gt2.htm)

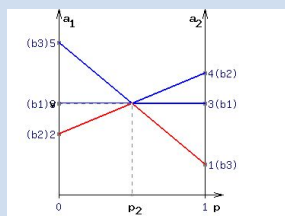
**Пример решения задачи теории игр в чистых стратегиях**

[http://www.math-pr.com/exampl\\_gt1.htm](http://www.math-pr.com/exampl_gt1.htm)

**Часткові випаді**



[http://www.math-pr.com/game\\_theory\\_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=2&max\\_line\\_a=2&max\\_coln\\_a=3&Number\\_form=0](http://www.math-pr.com/game_theory_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=2&max_line_a=2&max_coln_a=3&Number_form=0)



[http://www.math-pr.com/game\\_theory\\_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=1&max\\_line\\_a=2&max\\_coln\\_a=3&Number\\_form=0](http://www.math-pr.com/game_theory_3.php?k11=3&k12=2&k13=5&k21=3&k22=4&k23=1&max_line_a=2&max_coln_a=3&Number_form=0)

ЖУРНАЛ

[goo.gl/uQ4JCe](https://goo.gl/uQ4JCe)



# Лекції Завдання

[goo.gl/oJXv99](https://goo.gl/oJXv99)

