Уравнения и неравенства

Решение систем неравенств

Системы неравенств с одной переменной

Говорят, что задана **система двух неравенств с одной переменной**, если требуется найти все значения переменной, при которых оба неравенства системы обращаются в верные числовые неравенства.

Решением системы неравенств называют такое значение переменной, при котором неравенства системы преобразуются в верные числовые неравенства.

Решить систему неравенств – найти все ее решения или доказать, что решений нет.

Два неравенства называются **равносильными**, если каждое решение одного неравенства является решением другого, и наоборот, то есть они имеют одни и те же решения. **Равносильными** называются и неравенства, которые не имеют решений.

Свойства систем неравенств:

- ✔ если в неравенстве перенести слагаемое из одной части в другую с противоположным знаком, то получится неравенство, равносильное данному;
- ✔ если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится неравенство, равносильное данному;
- ✔ если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

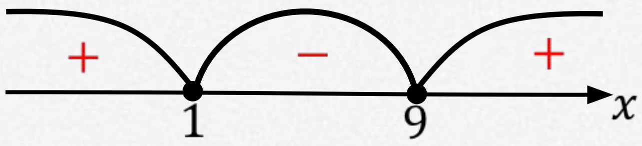
Алгоритм решения систем линейных неравенств:

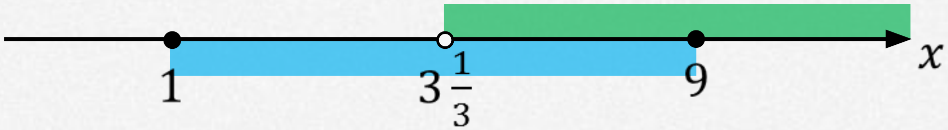
Алгоритм решения систем неравенств:

- ✔ решить каждое из неравенств системы отдельно;
- ✔ изобразить полученные решения на числовой прямой;
- ✔ найти пересечение этих решений.

Решить систему $\begin{cases} 10 - 3x < 0; \\ x^2 - 10x + 9 \le 0. \end{cases}$

$$\begin{cases} 10 - 3x < 0; \\ x^2 - 10x + 9 \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3\frac{1}{3}; \\ (x - 1)(x - 9) \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3\frac{1}{3}; \\ 1 \le x \le 9; \end{cases}$$

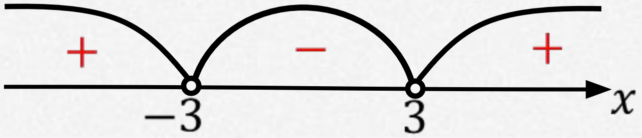


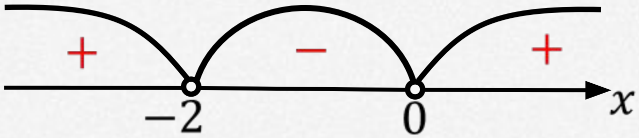


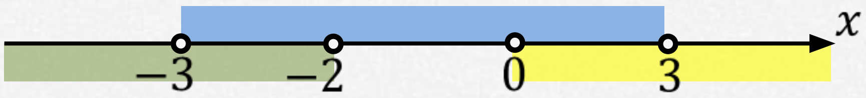
Ответ: $(3\frac{1}{3}; 9]$.

Сколько натуральных решений имеет система неравенств: $\begin{cases} x^2 - 9 < 0; \\ x^2 + 2x > 0. \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2 - 9 < 0; \\ x^2 + 2x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 3)(x + 3) < 0 \\ x(x + 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-3; 3) \\ x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty) \end{cases}$$







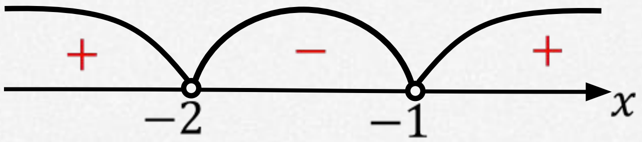
$x \in (-3; -2) \cup (0; 3)$

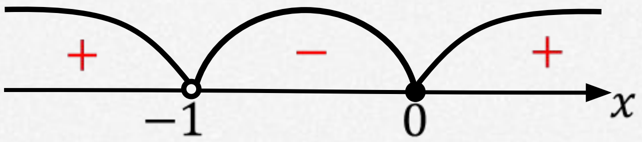
$x = 1; x = 2$

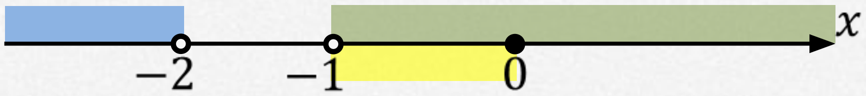
Ответ: 2.

Решить систему $\begin{cases} x^2+3x+2>0; \\ \frac{x}{x+1} \le 0. \end{cases}$

$$\begin{cases} x^2+3x+2>0; \\ \frac{x}{x+1} \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x+2)>0; \\ x \ne -1; \\ x(x+1) \le 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-\infty; -2) \cup (-1; +\infty) \\ x \ne -1; \\ x \in (-1; 0]; \end{cases}$$







$x \in (-1; 0]$

Ответ: $(-1; 0]$.

Системы неравенств с одной переменной

Системы неравенств с одной переменной

Говорят, что задана система двух неравенств с одной переменной, если требуется найти все значения переменной, при которых оба неравенства системы обращаются в верные числовые неравенства.

Решением системы неравенств называют такое значение переменной, при котором неравенства системы преобразуются в верные числовые неравенства.

Решить систему неравенств – найти все ее решения или доказать, что решений нет.

Два неравенства называются равносильными, если каждое решение одного неравенства является решением другого, и наоборот, то есть они имеют одни и те же решения. Равносильными называются и неравенства, которые не имеют решений.

Свойства систем неравенств:

- ✓ если в неравенстве перенести слагаемое из одной части в другую с противоположным знаком, то получится неравенство, равносильное данному;
- ✓ если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же положительное число, то получится неравенство, равносильное данному;
- ✓ если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же отрицательное число и изменить знак неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному;

Алгоритм решения систем неравенств:

- ✓ решить каждое из неравенств системы отдельно;
- ✓ изобразить полученные решения на числовой прямой;
- ✓ найти пересечение этих решений.