ДИАГРАММЫ ЛАМЕРЕЯ

Качественный анализ дискретных ДС

Динамическая система

Уравнение

$$N_{t+1} = F(N_t), \quad t = 0, 1, \dots \qquad (1)$$

может быть использовано для описания динамики популяции с неперекрывающимися поколениями.

Функция $F(N)$ обладает следующими свойствами:

1) $F(N) > 0 \quad \forall$ допустимого $N > 0$;
2) $F(0) = 0$;
3) $F(N)$ возрастает в окрестности точки $N = 0$;
4) $F(N) \to k = \text{const} \geq 0$ при $N \to +\infty$.

Определение 1. Решением уравнения (1) называется числовая последовательность $\{N_t\}_{t=0,1,2,\dots}$, члены которой удовлетворяют уравнению (1).

Основные определения

Определение 2. Решение уравнения (1) вида $N_t = N^* = \text{const} \ \forall \ t = 0,1,2, \ldots$ называется ***стационарным***, а точка N^* – положением равновесия (или точкой покоя, стационарной точкой).

Все положения равновесия являются корнями уравнения:

$$F(N) = N \qquad (2)$$

Определение 3. Стационарное решение $N_t = N^* \ \forall \ t = 0,1,2, \ldots$ называется ***устойчивым***, если $\forall \ \varepsilon > 0 \ \exists \ \delta > 0$, такое, что $|N_t - N^*| < \varepsilon \ \ \forall t \geq 0$, если $|N_0 - N^*| < \delta$.

Определение 4. Если $\lim\limits_{t\to+\infty} \left|N_t - N^*\right| = 0$, когда $|N_0 - N^*| < \delta$, то решение $N_t = N^* \ \forall \ t = 0,1,2, \ldots$ называется **асимптотически устойчивым**.

Диаграмма Ламерея

Положения равновесия уравнения $N_{t+1} = F(N_t)$

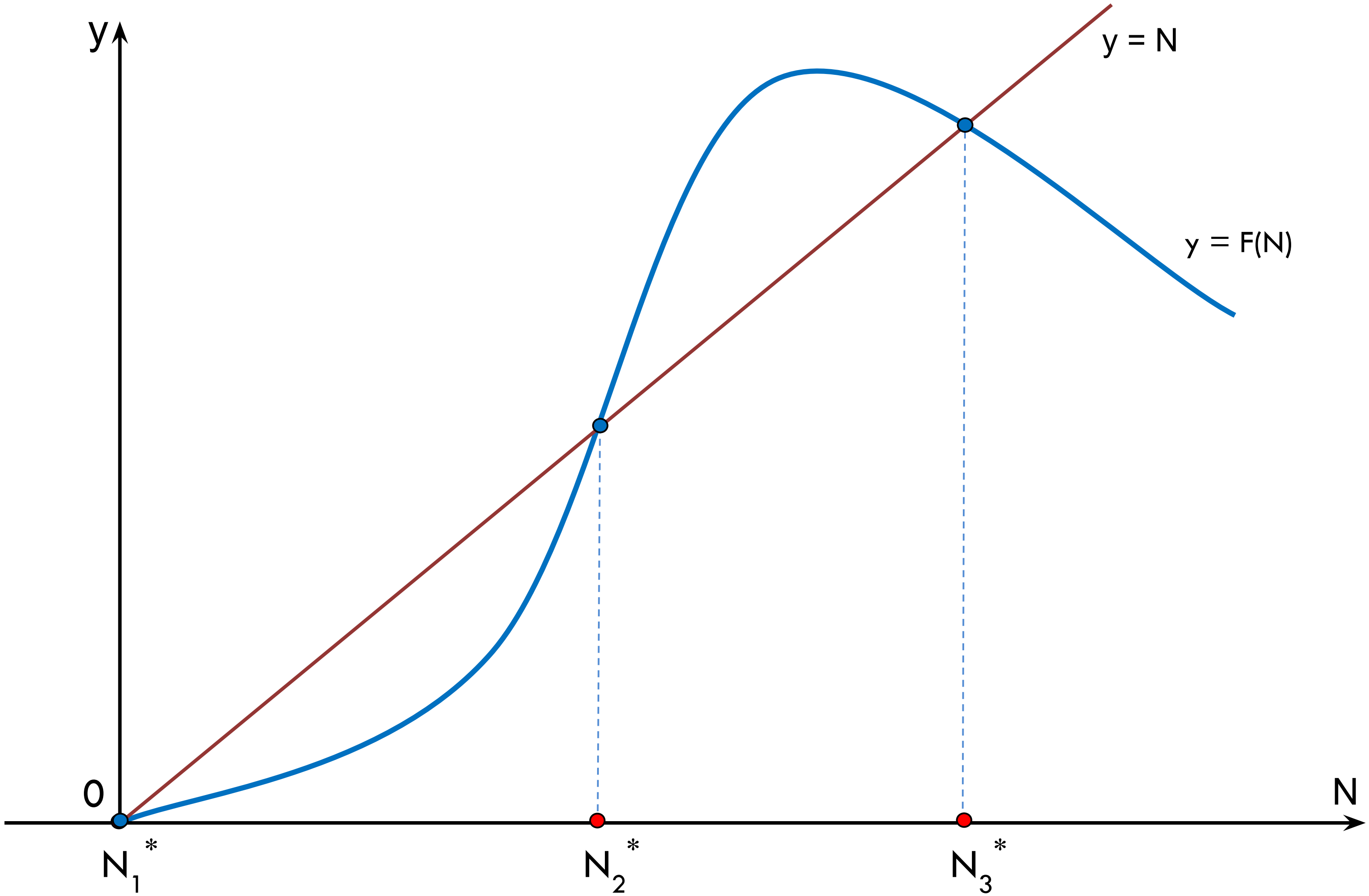
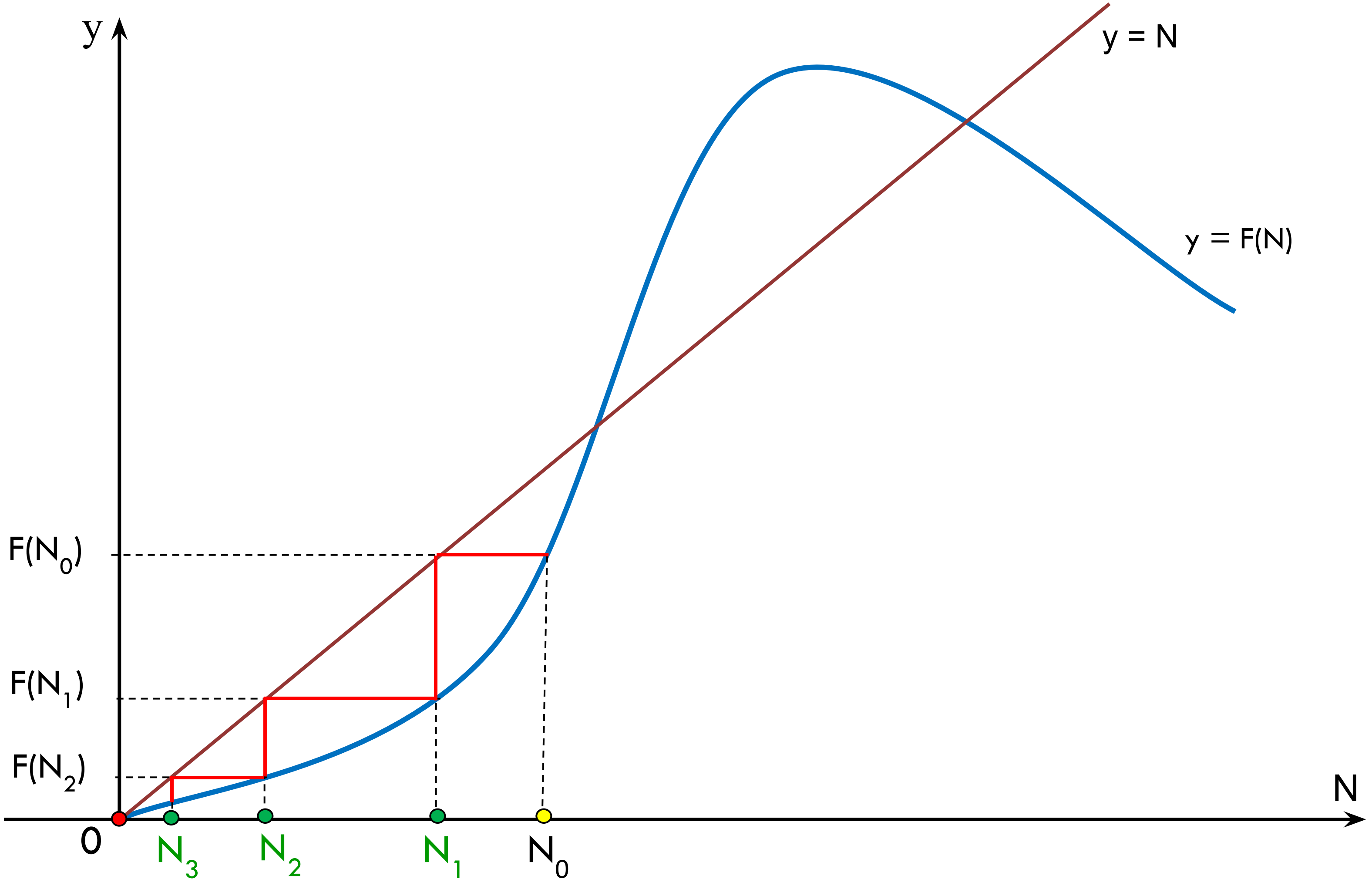


Диаграмма Ламерея (лестница Ламерея)

Решение уравнения $N_{t+1} = F(N_t)$



Траектория

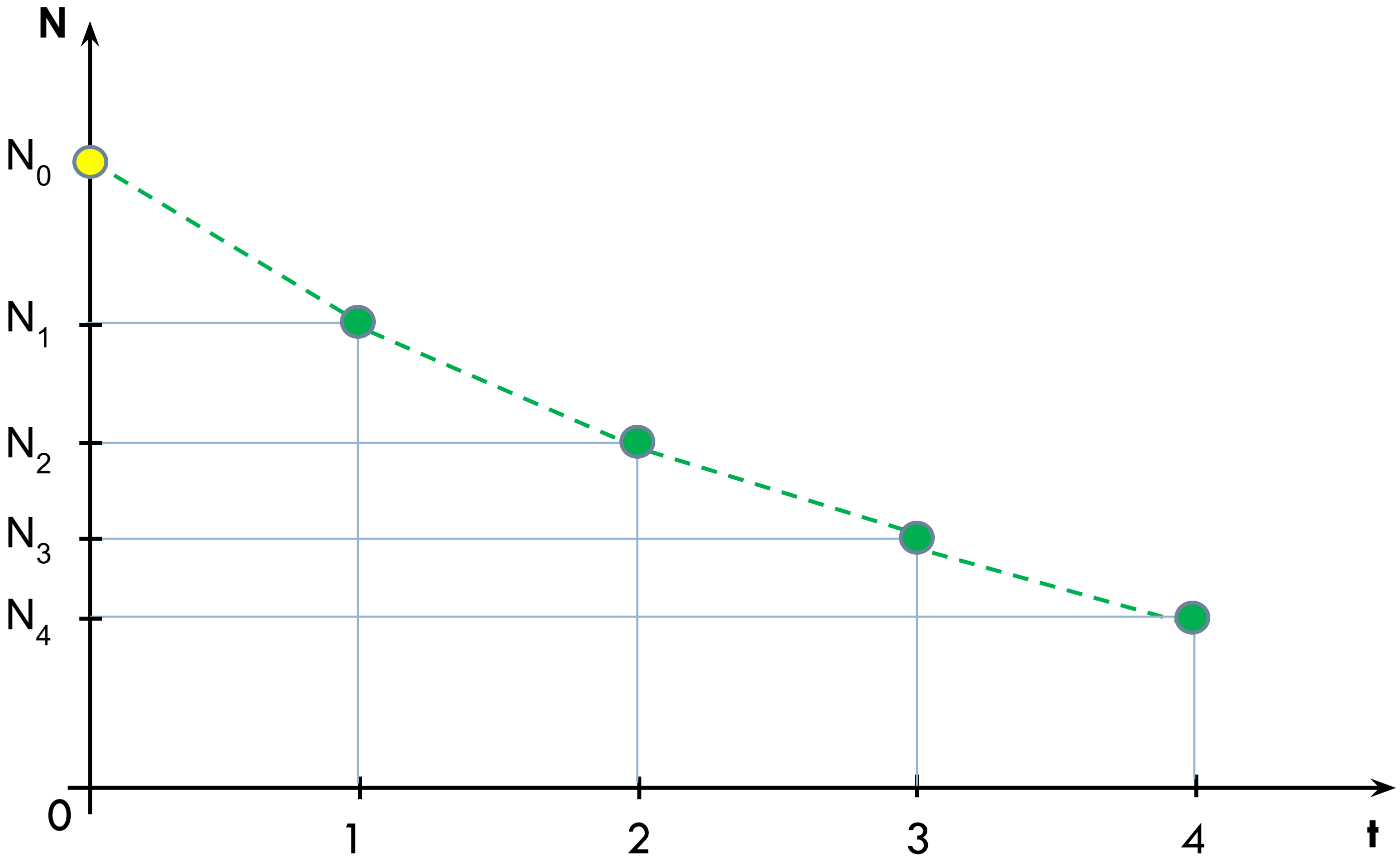
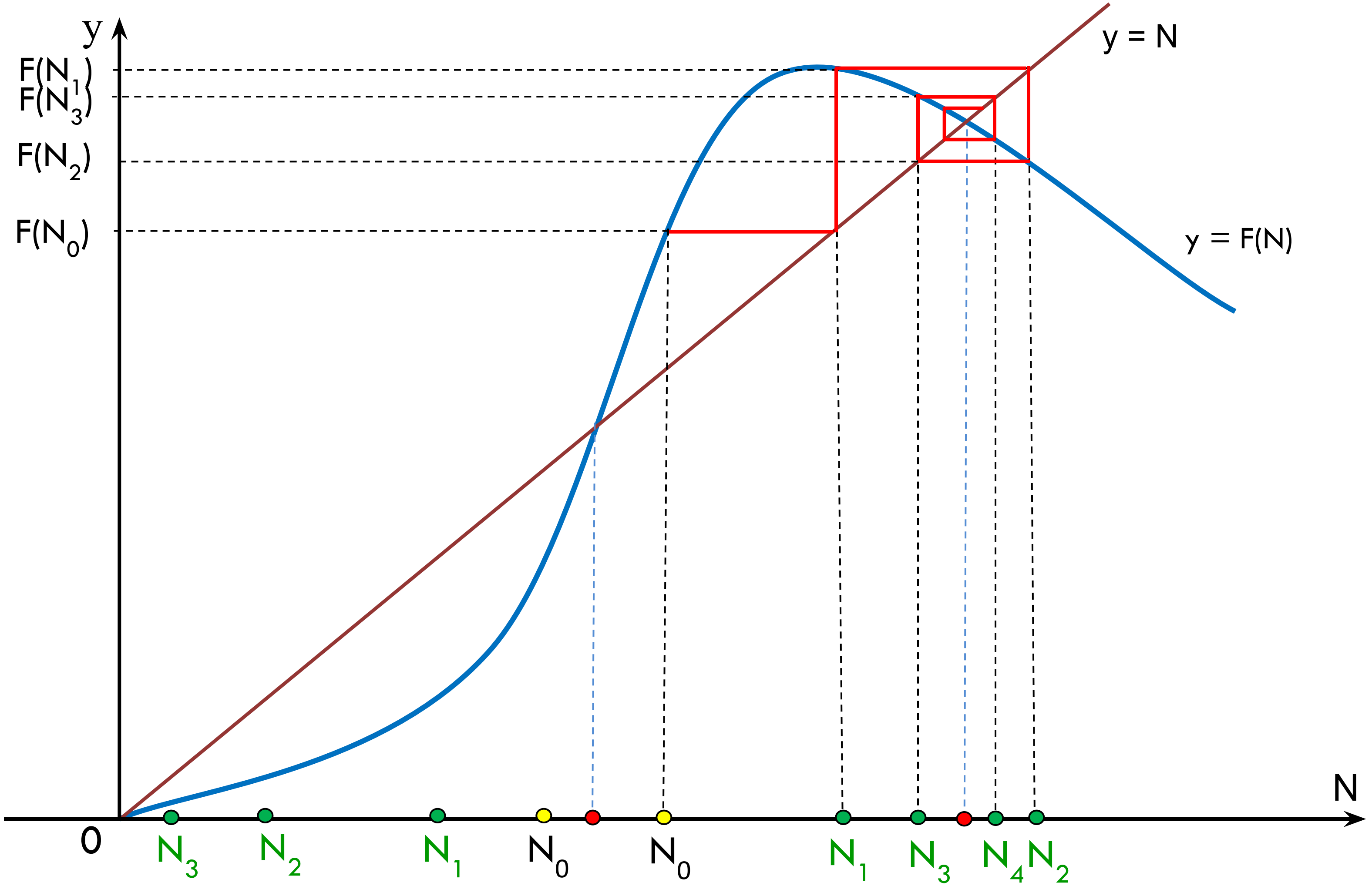


Диаграмма Ламерея (лестница Ламерея)

Решение уравнения $N_{t+1} = F(N_t)$



Траектория

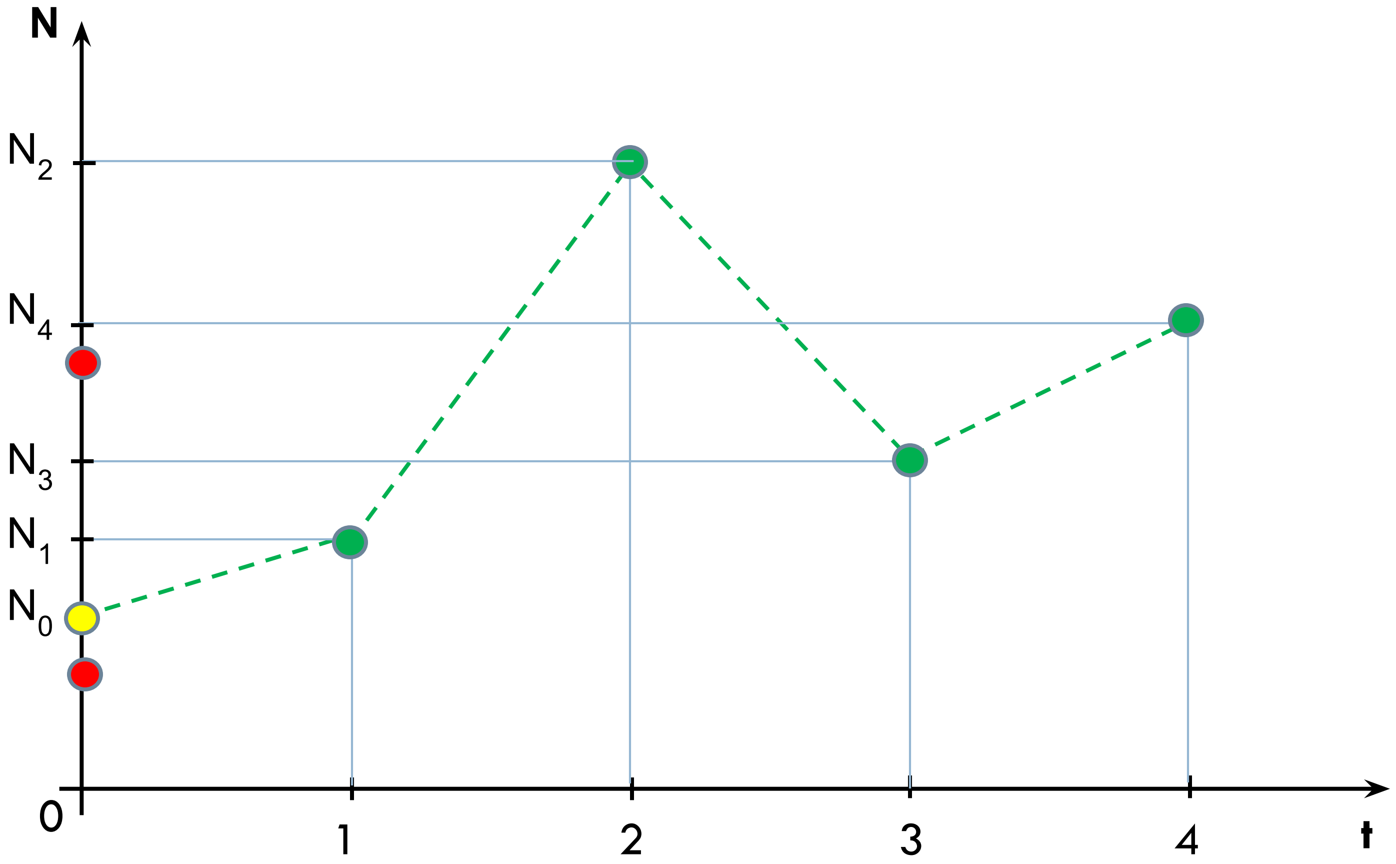
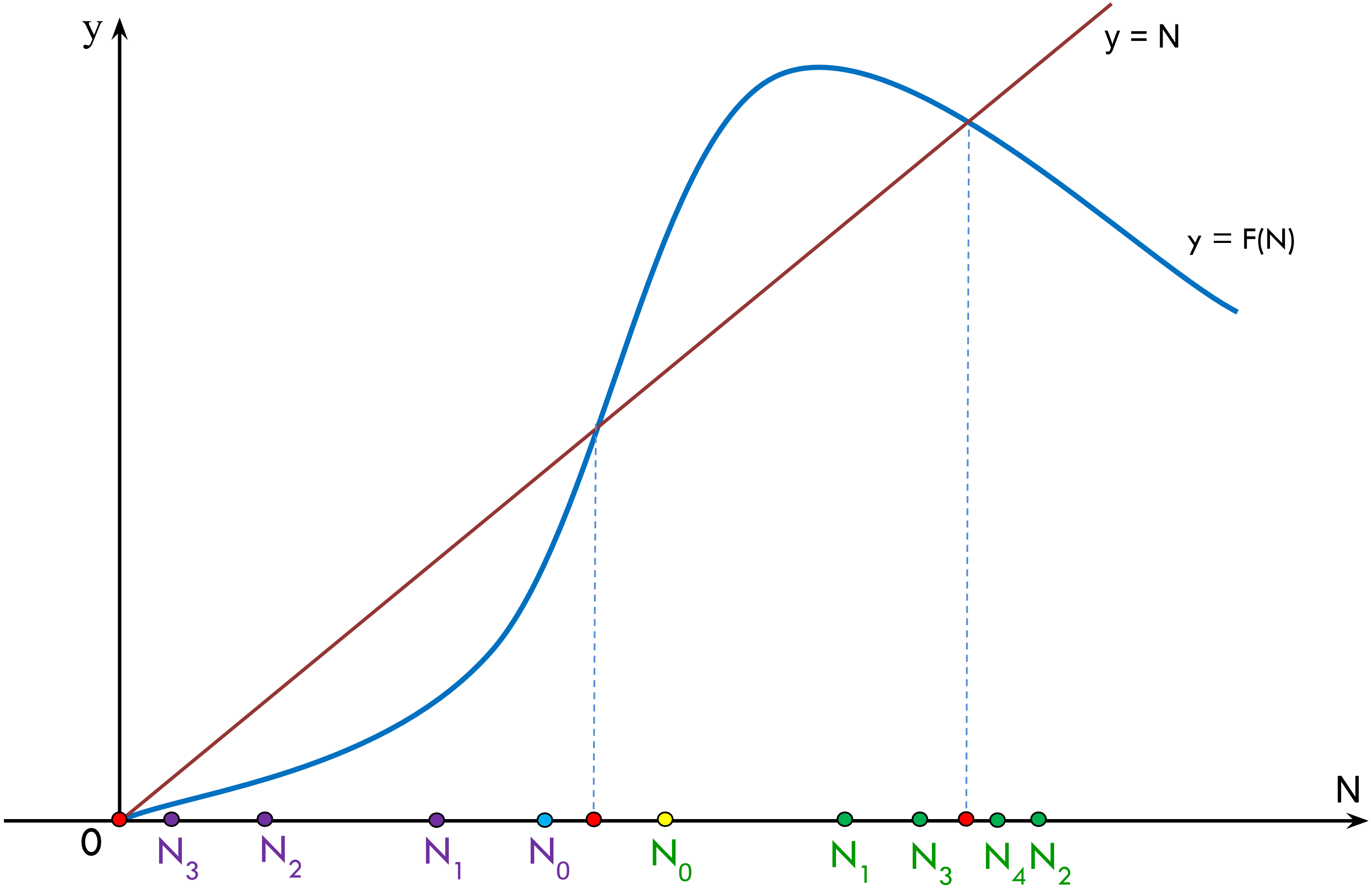


Диаграмма Ламерея

Анализ на устойчивость положений равновесия



Траектории, соответствующие различным начальным условиям