

Решение текстовых задач на ЕГЭ



Задачи на прогрессии.

Арифметическая прогрессия

$$a_n = a_1 + (n - 1)d \quad - \text{ формула } n\text{-ого члена А.П.}$$

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2} \quad - \text{ формула суммы } n \text{ первых членов А.П.}$$

Геометрическая прогрессия

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1} \quad - \text{ формула } n\text{-ого члена Г.П.}$$

$$S_n = b_1 \frac{1 - q^n}{1 - q} \quad - \text{ формула суммы } n \text{ первых членов Г.П.}$$

№1. Бригада маляров красит забор длиной 240 метров, ежедневно увеличивая норму покраски на одно и то же число метров. Известно, что за первый и последний день в сумме бригада покрасила 60 метров забора. Определите, сколько дней бригада маляров красила весь забор.

Решение.

Пусть a_1 метров забора бригада покрасила в первый день;

a_2 – во второй,

a_3 – в третий,

...

a_n – в последний (n -ый) день.

Тогда $a_1 + a_n = 60$ м, а за n дней было покрашено 240 м.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$240 = \frac{60n}{2}$$

$$n = 8 \text{ – дней}$$

Ответ: 8.

№2. Рабочие прокладывают туннель длиной 500 метров, ежедневно увеличивая норму прокладки на одно и то же число метров. Известно, что за первый день рабочие проложили 3 метра туннеля. Определите, сколько метров туннеля проложили рабочие в последний день, если вся работа была выполнена за 10 дней.

Решение.

Пусть $a_1 = 3$ метра туннеля проложили в первый день;

$n = 10$ дней,

a_{10} – в последний (n -ый) день.

Тогда за 10 дней рабочими было проложено 500 м туннеля.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$500 = \frac{(3 + a_{10})10}{2}$$

$$100 = 3 + a_{10}$$

$$a_{10} = 97 \text{ – метров}$$

Ответ: 97.

№3. Васе надо решить 490 задач. Ежедневно он решает на одно и то же количество задач больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вася решил 5 задач. Определите, сколько задач решил Вася в последний день, если со всеми задачами он справился за 14 дней.

Решение.

Пусть $a_1 = 5$ задач решил Вася в первый день;

$n = 14$ дней,

a_{14} – в последний (n -ый) день.

Тогда за 14 дней Васей было решено 490 задач.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$490 = \frac{(5 + a_{14})14}{2}$$

$$\frac{490}{7} = 5 + a_{14}$$

$$a_{14} = 65 \text{ – задач}$$

Ответ: 65.

№4. Турист идет из одного города в другой, каждый день проходя больше, чем в предыдущий день, на одно и то же расстояние. Известно, что за первый день турист прошел 10 километров. Определите, сколько километров прошел турист за третий день, если весь путь он прошел за 6 дней, а расстояние между городами составляет 120 километров.

Решение.

Пусть $a_1 = 10$ км прошел турист в первый день;

$n = 6$ дней,

a_3 – в третий день,

a_6 – в последний (n -ый) день.

Тогда за 6 дней турист прошел 120 км.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$
$$120 = \frac{(10 + a_6)6}{2}$$

$$\frac{120}{3} = 10 + a_6$$

$$a_6 = 30 \text{ – км в последний день}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$30 = 10 + (6 - 1)d$$

$$d = 4 \text{ – км ежедневная прибавка}$$

$$a_3 = 10 + (3 - 1)4 = 18$$

$$\text{– км в третий день}$$

Ответ: 18.

№5. Грузовик перевозит партию щебня массой 210 тонн, ежедневно увеличивая норму перевозки на одно и то же число тонн. Известно, что за первый день было перевезено 2 тонны щебня. Определите, сколько тонн щебня было перевезено на девятый день, если вся работа была выполнена за 14 дней.

Решение.

Пусть $a_1 = 2$ тонны щебня грузовик перевез в первый день;

$n = 14$ дней,

a_9 – в девятый день,

a_{14} – в последний (n -ый) день.

Тогда за 14 дней грузовик перевезет 210 тонн щебня.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$210 = \frac{(2 + a_{14})14}{2}$$

$$\frac{210}{7} = 2 + a_{14}$$

$$a_{14} = 28 \text{ – т в последний день}$$

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$28 = 2 + (14 - 1)d$$

$$d = 2 \text{ – км ежедневная прибавка}$$

$$a_9 = 2 + (9 - 1)2 = 18$$

– т в девятый день

Ответ: 18.

№6. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Решение.

Пусть a_1 метров проползла улитка в первый день;

a_n – в последний (n -ый) день.

Тогда $a_1 + a_n = 10$ м, а за n дней проползла 150 м.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$150 = \frac{10n}{2}$$

$$n = 30 \text{ – дней}$$

Ответ: 30.

№7. Вере надо подписать 640 открыток. Ежедневно она подписывает на одно и то же количество открыток больше по сравнению с предыдущим днем. Известно, что за первый день Вера подписала 10 открыток. Определите, сколько открыток было подписано за четвертый день, если вся работа была выполнена за 16 дней.

Решение.

Пусть $a_1 = 10$ открыток подписала Вера в первый день;

$n = 16$ дней,

a_9 – в четвертый день,

a_{16} – в последний (n -ый) день.

Тогда за 16 дней Вера подпишет 640 открыток.

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$$

$$640 = \frac{(10 + a_{16})16}{2}$$

$$\frac{640}{8} = 10 + a_{16}$$

$$a_{16} = 70 \text{ – открыток}$$

в последний день

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

$$70 = 10 + (16 - 1)d$$

$$d = 4 \text{ – км ежедневная прибавка}$$

$$a_4 = 10 + (4 - 1)4 = 22$$

– открытки в четвертый день

Ответ: 22.

№8. Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?

Решение.

Пусть в 2000 году прибыль составила **5000** рублей – 100%;

в 2001 году: **?** рублей – 400%;

$$b_1 = 5000$$

$q = 400/100 = 4$ – ежегодное увеличение прибыли.

в 2003 году: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 5000 \cdot 4^3 = 320\ 000$ рублей.

Ответ: 320 000.

№9. Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение.

1) Компания «Альфа»:

Пусть в 2001 году капитал составил **5000** \$ – 100%;

в 2002 году: **?** \$ – 300%;

$$b_1 = 5000$$

q = 300/100 = 3 – ежегодное увеличение капитала в «Альфа».

в 2006 году: **$b_6 = b_1 \cdot q^5 = 5000 \cdot 3^5 = 1\,215\,000$** \$.

Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?

Решение (продолжение).

2) Компания «Бета»:

Пусть в 2003 году капитал составил **10000** \$ – 100%;

в 2004 году: **?** \$ – 500%;

$$c_1 = 10000$$

$q = 500/100 = 5$ – ежегодное увеличение капитала в «Бета».

в 2006 году: $b_4 = b_1 \cdot q^3 = 10000 \cdot 5^3 = 1\,250\,000$ \$.

3) $1\,250\,000 - 1\,215\,000 = 35\,000$ \$ – разность капиталов.

Ответ: 35 000.