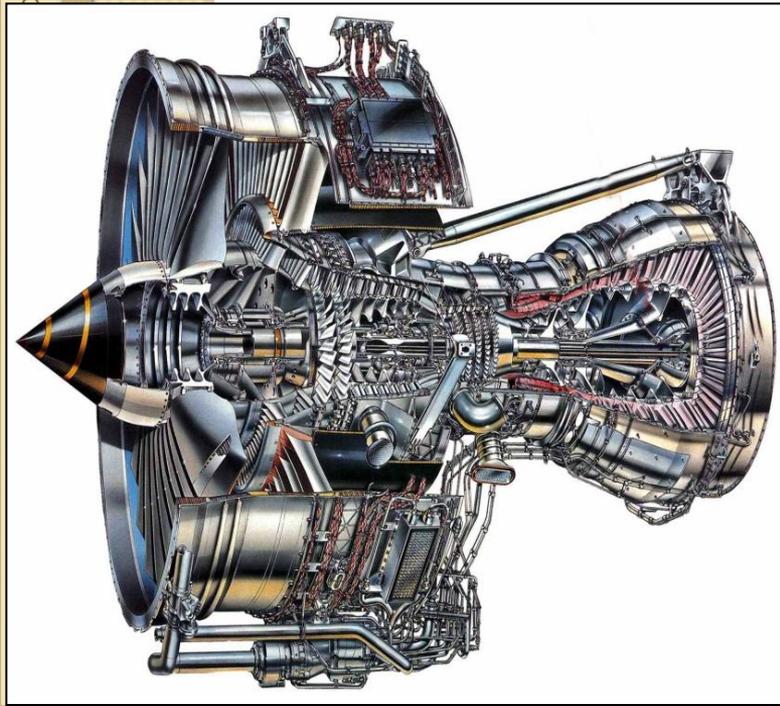


# ИНЖЕНЕРНО-ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

**Цель дисциплины:** *Углубление систематизированного знания: об основных классах инженерных задач в области проектирования и испытаний газотурбинных двигателей и методах их решения с использованием систем компьютерной математики; о возможностях универсального математического пакета MATLAB для решения инженерных и научных задач, овладение навыками практического использования пакета MATLAB для проведения вычислений и визуализации данных.*

Фев И.П., 2015г.

ТЕХНОЛОГИИ



использовать прикладные программные средства при решении

осуществлять расчёты параметров рабочего процесса, нагруженности, динамики авиационных двигателей, их узлов и элементов;

осуществлять прочностные расчёты и осуществлять конструирование авиационных двигателей;

разрабатывать методики и организовывать проведение экспериментов авиационных двигателей, их узлов и элементов, проводить обработку и анализ

## ЗАДАЧИ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

- **изучение** последовательности действий при разработке и проведении вычислительного эксперимента: концептуальная и математическая постановки задачи; выбор метода решения; оценка суммарной погрешности эксперимента; анализ полученных результатов и обоснование выводов о корректности постановки задачи.
- **формирование умения** ориентироваться в существующих системах компьютерной математики и обоснованно выбирать программные продукты для проведения математических вычислений при решении инженерных задач;
- **формирование навыков** работы с интегрированной средой математического пакета MATLAB в части численных методов решения задач, визуализации результатов вычислений и визуального программирования в приложении Simulink.

Всего часов: - **108** час.

- аудиторные занятия - **50 час** (лекции – **18 час.**, лабораторные работы – **32 час.**)
- самостоятельная работа - **54 час.**

**Итоговый контроль:** **Зачет** – 6 семестр.

**Зачёт по дисциплине** выставляется в случае выполнения заданий и защиты всех лабораторных работ и положительных оценок по результатам контрольных работ.

# КЛАССЫ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ В ОБЛАСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ПРОИЗВОДСТВА АД

## 1. ЗАДАЧИ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ.

Авиационные (газотурбинные) двигатели относятся к классу тепловых двигателей, в которых рабочим телом является газ. В рабочем цикле двигателя происходят процессы: переноса массы газа, сжатия-расширения газовой среды, и т. д.

Изучением законов, которым подчиняются эти процессы занимается наука – **газовая динамика**.

### □ **Закон сохранения массы**

**Изменение массы для  $i$ -й компоненты в объеме происходит за счет втекания/вытекания этой компоненты через поверхность объема:**

### □ **Закон сохранения импульса**

**Изменение количества движения объема газа равно сумме действующих поверхностных сил, создаваемых давлением:**

### □ **Закон сохранения энергии**

**Поток энергии складывается из конвективного переноса энергии и работы**

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \text{div}(\rho V E) = -\text{div}(P \vec{V})$$

**Задачи газовой динамики** обычно связаны с движением газа в канале с твердой поверхностью. Влияние поверхности на поток газа учитывается граничными условиями, которым должно удовлетворять решение основных уравнений движения.

## 2. ЗАДАЧИ ТЕРМОДИНАМИКИ И ТЕПЛОТЕХНИКИ.

Авиационные (газотурбинные) двигатели относятся к классу **тепловых** двигателей, когда полезная работа появляется в результате **подвода тепла** к рабочему телу.

**Термодинамика** - наука о закономерностях превращения энергии.

- Циклы газотурбинных двигателей (ГТД) в  $p-v$  - и  $Ts$  - диаграммах.
- Анализ цикла ГТД с подводом теплоты при  $p = \text{const}$  и регенеративного цикла.
- Определение термического КПД и методы его повышения.
- Задачи организации горения в камере сгорания.

## 3. ЗАДАЧИ АКУСТИКИ.

Широкий спектр задач связанных с изучением волновых процессов:

- распространение звуковых волн в различных материалах;
- эффективность поглощения и отражения энергии волн различными материалами;
- выбор способов организации систем шумоглушения.

## 4. ЗАДАЧИ ПРОЧНОСТИ.

*Статическая, динамическая и усталостная прочность деталей двигателя (лопаток компрессоров и турбин, дисков, валов и т.п.).*

- Определение собственных частот и форм колебаний (модальный анализ) деталей и узлов.
- Расчет и подбор способов демпфирования колебаний.
- Определение коэффициентов запаса долговечности деталей и узлов.
- Анализ накопления повреждений.
- Задачи повышения жаропрочности и коррозионной устойчивости материалов.

## 5. ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕСУРСА.

*Комплексный подход к решению задач прогнозирования ресурса.*

Задачи сбора и статистической обработки данных по фактическому состоянию деталей узлов (параметров) двигателя, с целью прогнозирования остаточного ресурса.

...

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.



## □ Графические

Позволяют оценивать порядок искомых величин и направление расчётных алгоритмов

## □ Аналитические

Позволяют получать точные решения в виде математических формул. Эти методы дают наиболее полную информацию о решении задачи, и понимание физической сущности. Однако класс задач, для которого они могут использоваться, весьма ограничен.

## □ Численные (вычислительные)

Это методы приближенного решения задач прикладной математики, основанные на реализации алгоритмов, соответствующих математическим моделям. Наука, изучающая численные методы, называется также **численным анализом**, или **вычислительной математикой**.

Численные методы, в отличие от аналитических, дают не общие, а частные решения. При этом требуется выполнить достаточное количество арифметических и логических действий над числовыми и логическими массивами.

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

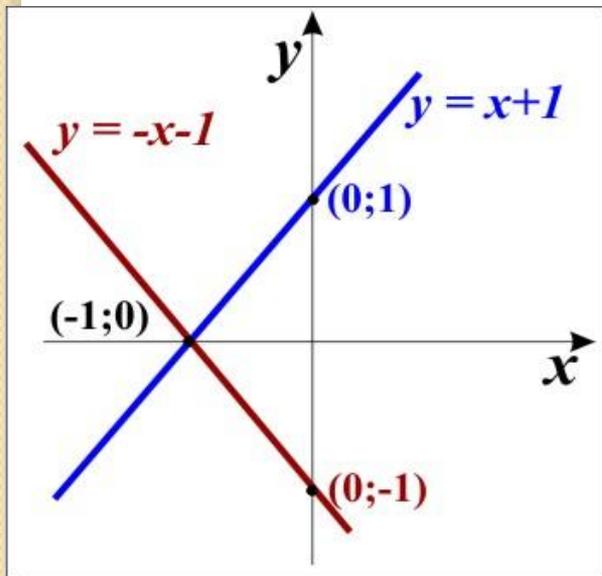
## Графические методы решения.

Рассмотрим систему линейных уравнений

Пару чисел  $(x, y)$  которая одновременно является решением и первого и второго уравнения системы, называют **решением системы уравнений**.

*Решить систему уравнений – это значит найти все её решения, или установить, что решений нет.*

**Пример 1.** Решить систему



ком каждого из которых является прямая

а чисел  $(x = -1; y = 0)$

**решение линейной системы.**

Возможные случаи:

**Уникальное решение** - прямые пересекаются;

**Нет решений** – прямые параллельны;

**Бесконечное множество решений** – прямые совпадают.

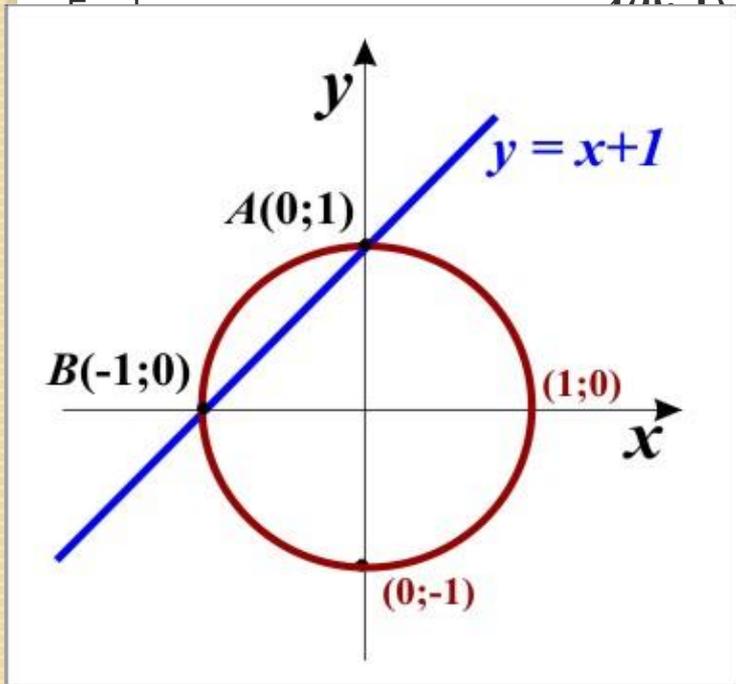
## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

### Графические методы решения.

Решить систему уравнений



*График первого уравнения – прямая, график второго уравнения – окружность радиусом (1) с центром в точке (0;0)*



$A(0; 1)$   $B(-1; 0)$ .

ет пара значений

*каждого уравнения и найти координаты точек  
а вполне достаточно.*

*т возможность найти только  
мы или ответить на вопрос о количестве*

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

## Аналитические методы решения задач.

Пример 1. Решить уравнение .



Это линейное уравнение вида  $kx = b$ .

В начале рассмотрим три ветви решения, а по сути три задачи, на которые распадается исходная задача. Рекомендуется обратить особое внимание на тот логический принцип, который приводит к возникновению трех ветвей из исходного линейного уравнения.

Принцип существования трех решений обусловлен различным сочетанием  $k$  и  $b$ .

- 1) если  $a = 1$  , уравнение приобретает вид  $0 \cdot x = 2$  и не имеет решений;
- 2) если  $a = -1$ , получаем  $0 \cdot x = 0$  и очевидно  $x$ - **любое число**;
- 3) если  $a \neq \pm 1$ , имеем  $x = 1/(a-1)$  - **единственное решение**.

Ответ. Если  $a = 1$  - решений нет; если  $a = -1$  - решений бесконечно много; если  $a \neq \pm 1$  -  $x = 1/(a-1)$  - единственное решение.

**ВЫВОД:** **Аналитическое решение - это решение, полученное путём математических выкладок представленное в виде формул.**

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

### Аналитические методы решения задач

Большой класс задач с параметрами связан с ситуациями, когда за счет параметра на решение уравнений и неравенств накладываются какие-либо условия. Для таких задач характерна следующая формулировка: **при каких значениях параметра уравнение имеет одно решение, два, ни одного.**

**Пример 3.** При каких значениях параметра ( $a$ ) уравнение имеет единственное решение?

Возможны два случая: если ( $a=2$ ), то исходное уравнение превращается в линейное, решение которого находится по иным правилам, чем решение квадратного уравнения в случае ( $a \neq 2$ ).

- 1) если ( $a = 2$ ), то уравнение приобретает вид  $3 = 0$  и **решений не имеет**;
- 2) если ( $a \neq 2$ ), то искомые значения параметра – это корни уравнения  $D(a)=0$ , где  $D(a)$  - дискриминант квадратного уравнения.

Эти корни имеют значения  $a = 2$  и  $a = 5$ .

Поскольку мы установили, что при  $a = 2$  решений нет, то окончательно получаем .

**Ответ.**  $a = 5$

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

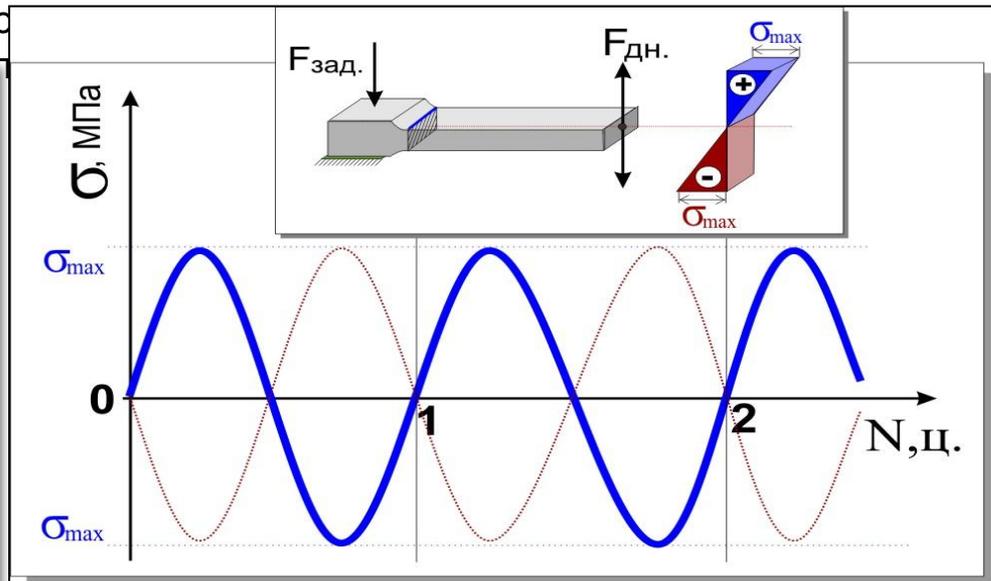
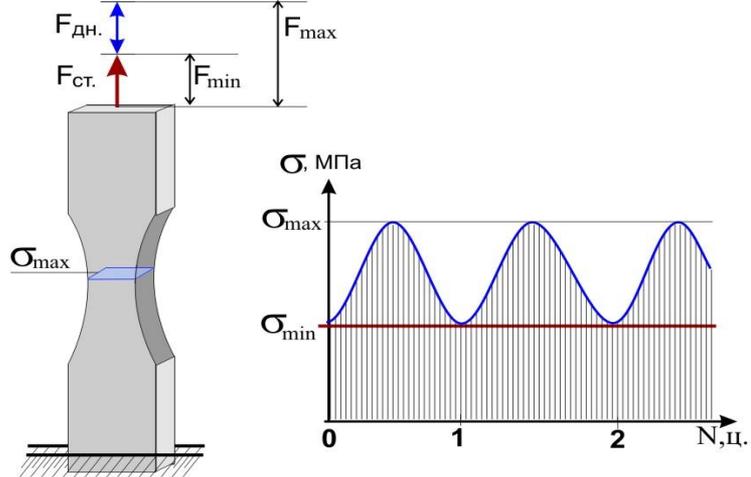
## Экспериментальные методы решения.

Задачи определения предела усталостной прочности материала  $\sigma_{-1}$

**Усталостная прочность** (усталостная долговечность) - свойство материала не разрушаться с течением времени под действием изменяющихся рабочих нагрузок.

**Задача решается только экспериментальным путем.**

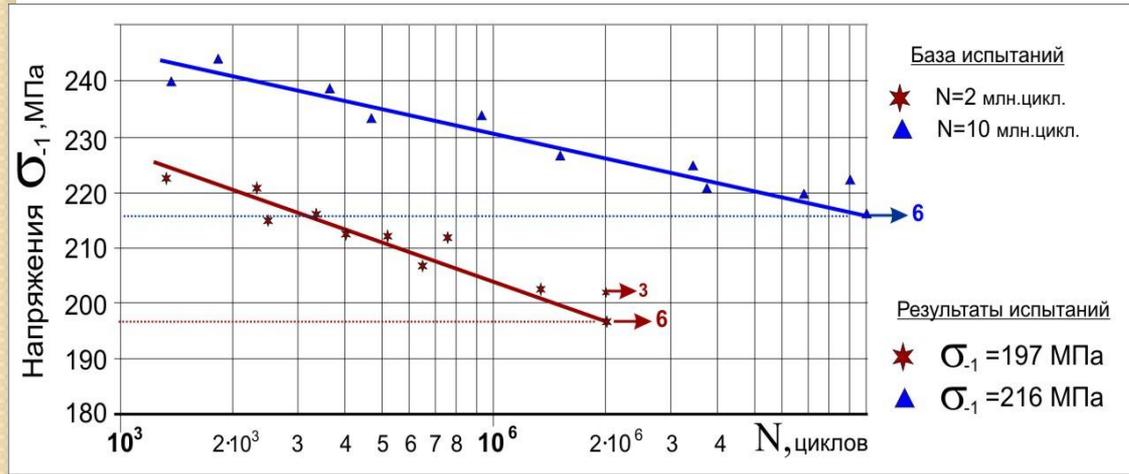
1. Изготавливается партия образцов по стандартной технологии, в зависимости от вида испытаний.
2. Проводятся испытания образцов



# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

## Экспериментальные методы решения.

3. Результаты испытаний наносятся на график.



Предел выносливости  $\sigma_{-1}$  определяется как максимальные напряжения, при которых не сломались «6» образцов на выбранной базе циклов нагружения  $N$ .

**В дальнейшем предел усталостной выносливости деталей, изготовленных из испытанных материалов определяется расчетным путем.**

**Подобные испытания могут производиться и на натурных деталях с целью оценки влияния на прочность технологии изготовления или верификации математической модели расчета.**

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

## Численные методы решения.

**Численные методы** - это методы приближенного решения задач прикладной математики, основанные на реализации алгоритмов, соответствующих математическим моделям.

Наука, изучающая численные методы, называется **численным анализом**, или **вычислительной математикой**.

Численные методы, в отличие от аналитических, дают **не общие, а частные решения**. При этом требуется выполнить достаточное количество арифметических и логических действий над числовыми и логическими массивами.

В численном анализе используются два класса численных методов:

1. **Прямые методы**, позволяющие найти решение за определенное число операций.
2. **Итерационные методы**, основанные на использовании повторяющегося (циклического) процесса и позволяющие получить решение в результате конечного числа последовательных приближений. Операции, входящие в повторяющийся процесс, составляют итерацию.

**Решения, получаемые численными методами, в силу их приближенности содержат некоторые погрешности. Поэтому при решении задач численными методами требуется производить оценку погрешности**

# МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

## Численные методы решения.

**Задача:** Отделить (найти) один корень уравнения  $e^x + x + 2 = 0$  и вычислить его на полученном отрезке  $[a; b]$  с точностью  $\varepsilon < 0,0001$  методом простой итерации.

### Решение:

Преобразуем уравнение к виду:  $e^x = -x - 2$  и построим графики функций  $y_1 = e^x$ ,  $y_2 = -x - 2$

Графики пересекаются на интервале  $[-3; -2]$ , т.е. корень будем искать именно на этом промежутке.

Выберем первое приближение  $x_0 = -2$  имея в виду



**Ответ:** с требуемой точностью  $x = -2,12003$

## МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ИНЖЕНЕРНЫХ ЗАДАЧ.

### ВЫВОДЫ:

- 1. Аналитические методы исследования развиваются давно, но несмотря на это существует ограниченное число задач, которые могут быть решены аналитически. Круг решаемых задач значительно расширился в связи с применением электронных вычислительных машин (ЭВМ) и развитием численных методов исследования, которые позволяют получить решение с заданной степенью точности и обладают большей универсальностью, чем аналитические методы.*
- 2. Аналитические решения, получаемые обычно для упрощенного варианта задачи, позволяют понять физическую сущность явления и его зависимость от характерных параметров, а кроме того, выполняют роль тестов при отработке численного алгоритма на ЭВМ.*
- 3. Точность аналитических и численных методов проверяется путем сопоставления решений с результатами экспериментов. Таким образом, численные, аналитические и экспериментальные методы должны разумным образом сочетаться и дополнять друг друга.*

