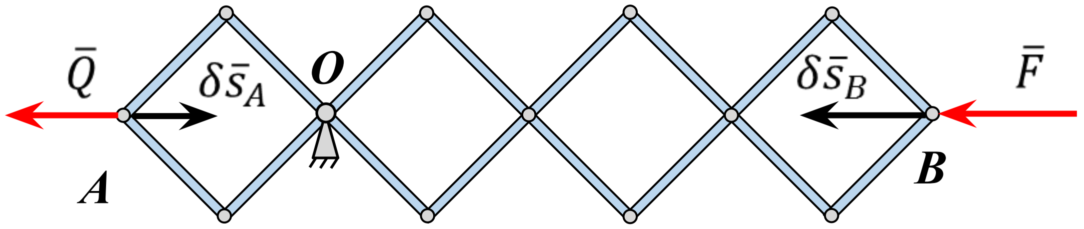
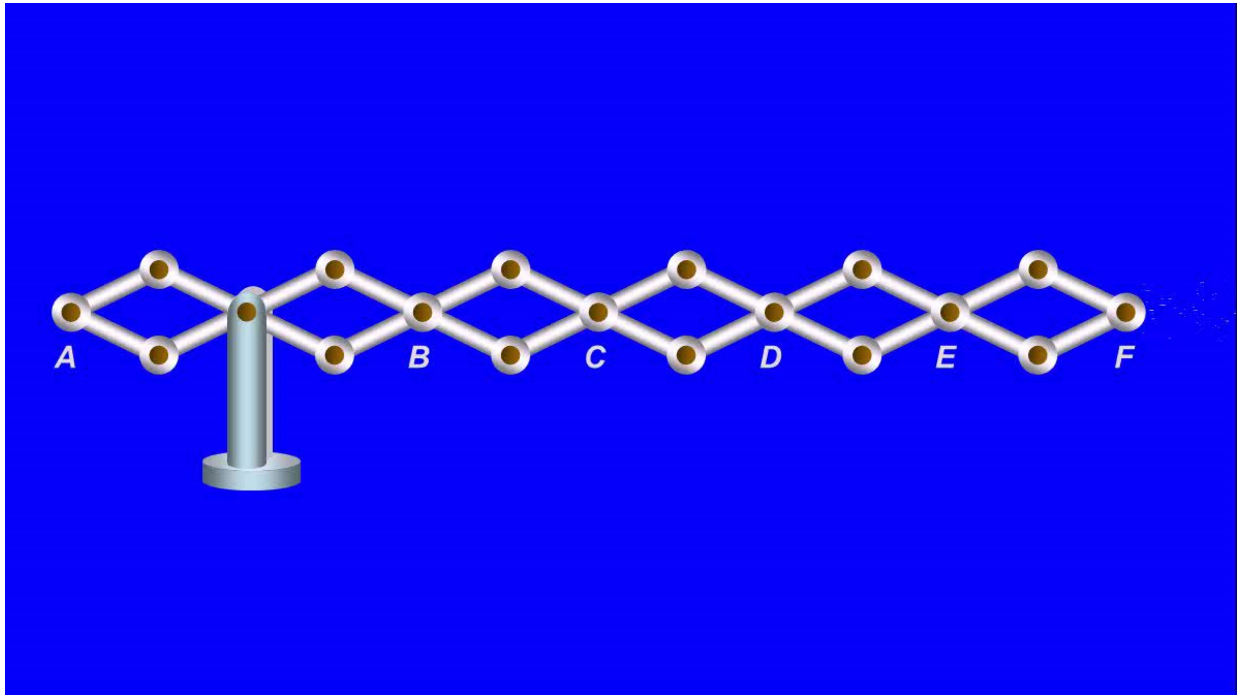
Принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа).

Шарнирный четырехкратный параллелограмм находится под действием горизонтальный сил $\boldsymbol{F}$ и $\boldsymbol{Q}$. Сила $\boldsymbol{F}$ задана. Определить силу $\boldsymbol{Q}$, которая обеспечивает равновесие параллелограмма.





Решение:

$$F\delta s_B - Q\delta s_A = 0$$

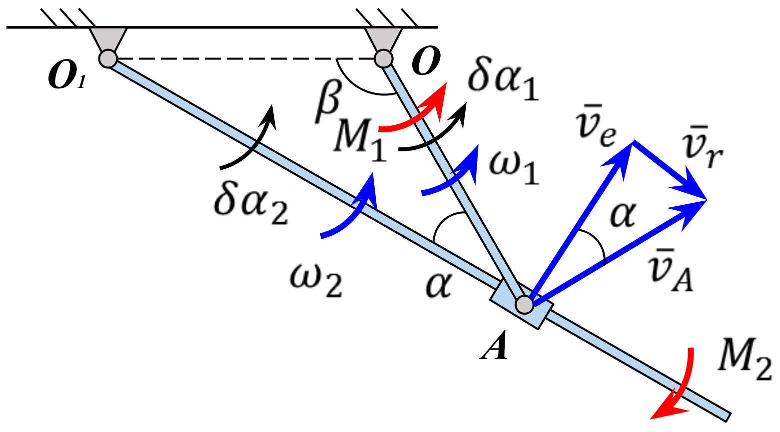
$$\delta s_B = 3\delta s_A$$

$$\delta s_A(3F - Q) = 0$$

$$Q = 3F$$

Принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа).

В кулисном механизме, расположенном в горизонтальной плоскости, $OO_1 = OA$. К механизму приложены пары сил с моментами M_1 и M_2. Определить соотношение между этими моментами, при котором механизм будет находиться в равновесии при любом допустимом значении угла α.



Решение:

1. Кинематический способ.

$$M_1\delta\alpha_1 - M_2\delta\alpha_2 = 0; \qquad \frac{M_1}{M_2} = \frac{\delta\alpha_2}{\delta\alpha_1}$$

Т.к. связи стационарные, то: $\dfrac{\delta\alpha_2}{\delta\alpha_1} = \dfrac{d\alpha_2}{d\alpha_1} = \dfrac{\omega_2}{\omega_1}$

$$\bar{v}_A = \bar{v}_e + \bar{v}_r; \quad v_e = v_A cos\alpha; \quad v_e = \omega_2 O_1 A; \quad v_A = \omega_1 OA;$$

$$O_1A = 2OAcos\alpha; \quad \omega_2 \cdot 2OAcos\alpha = \omega_1 OAcos\alpha$$

$$\omega_1 = 2\omega_2 \quad \Rightarrow \quad M_2 = 2M_1$$

2. Аналитический способ.

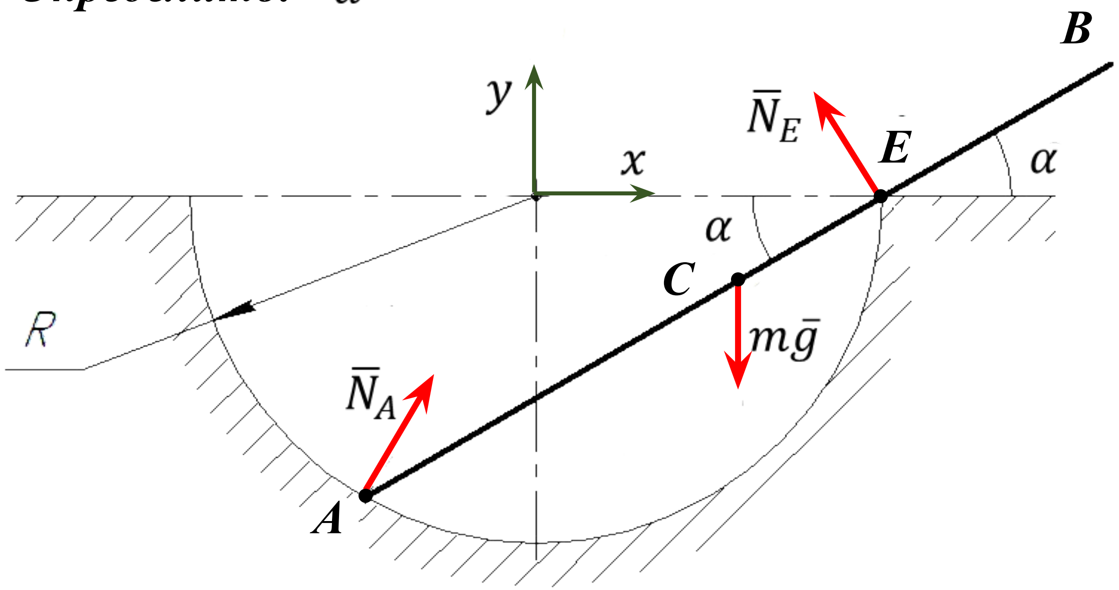
$$M_1\delta\beta + M_2\delta\alpha = 0; \qquad \beta = 180 - 2\alpha \quad \Rightarrow \quad \delta\beta = -2\delta\alpha$$

$$-2M_1\delta\alpha + M_2\delta\alpha = 0 \qquad \Rightarrow \qquad M_2 = 2M_1$$

Принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа).

Дано: $AB = 2l, R, m.$

Определить: α



Решение:

$$-mg\,\delta y_C = 0 \quad \Rightarrow \delta y_C = 0$$

$$y_C = -CE\sin\alpha;$$

$$CE = AE - AC; \; AE = 2R\cos\alpha$$

$$y_C = -(2R\cos\alpha - l)\sin\alpha = -R\sin 2\alpha - l\sin\alpha$$

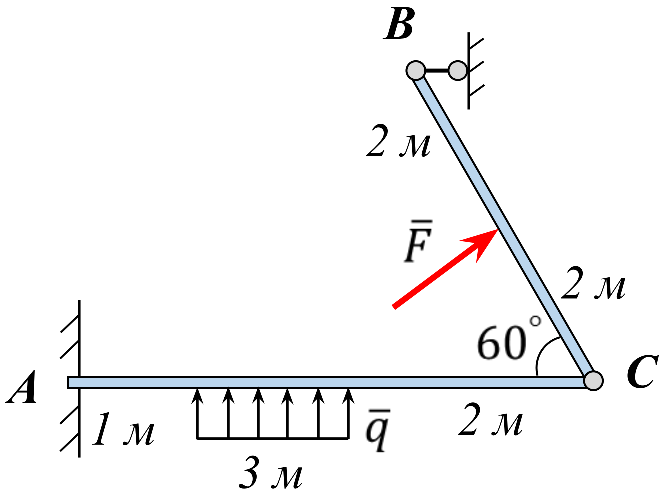
$$\delta y_C = -2R\cos 2\alpha\,\delta\alpha - l\cos\alpha\,\delta\alpha = 0$$

$$-2R(1 - 2\cos^2\alpha) - l\cos\alpha = 0$$

$$4R\cos^2\alpha - 2R - l\cos\alpha = 0$$

$$\cos\alpha = \frac{l + \sqrt{l^2 + 32R^2}}{8R}$$

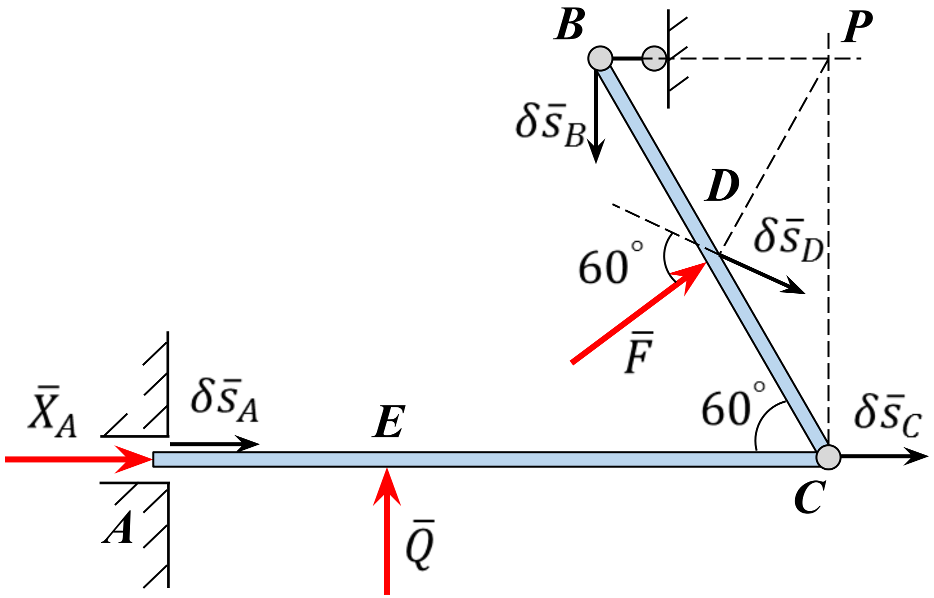
Принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа).



Дано: F, q

Определить: X_A, M_A

Решение:



$$X_A \delta s_A + F\cos 60^\circ \delta s_D = 0$$

$$\delta s_A = \delta s_C$$

$$\frac{\delta s_C}{CP} = \frac{\delta s_B}{BP} = \frac{\delta s_D}{DP}$$

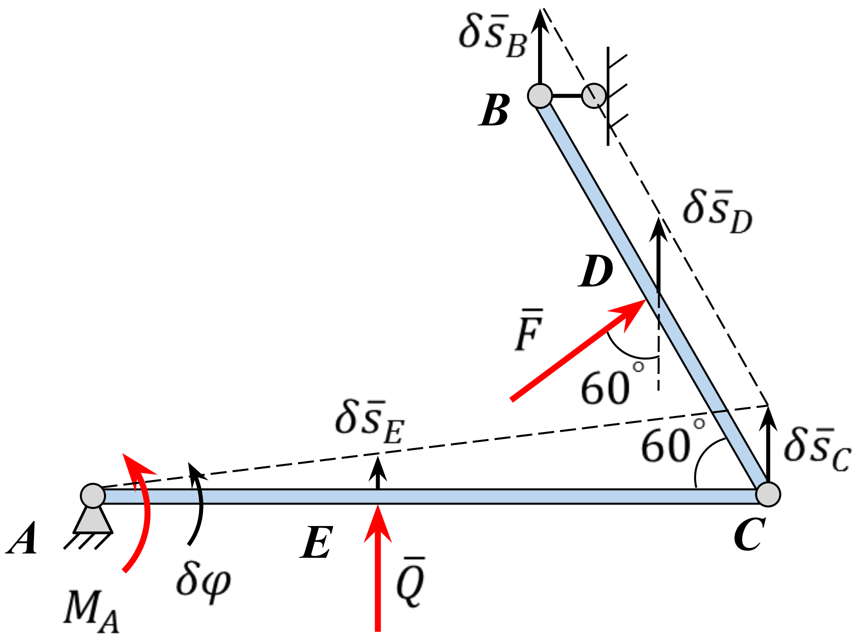
$$BP = DP \quad \Rightarrow \quad \delta s_B = \delta s_D$$

$$\frac{BP}{CP} = \frac{\delta s_B}{\delta s_C} = tg30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\delta s_A = \delta s_C = \delta s_D \sqrt{3}$$

$$X_A \delta s_D \sqrt{3} + F\frac{1}{2}\delta s_D = 0 \quad \Rightarrow \quad X_A = -F\frac{1}{2\sqrt{3}}$$

Принцип возможных перемещений (принцип Лагранжа).



$$M_A\delta\varphi + Q\delta s_E + F\cos 60^{\circ}\,\delta s_D = 0$$

$$\delta s_E = AE\delta\varphi$$

$$\delta s_C = \delta s_D = AC\delta\varphi$$

$$M_A\delta\varphi + QAE\delta\varphi + F\frac{1}{2}AC\delta\varphi = 0$$

$$M_A = -QAE - F\frac{1}{2}AC$$