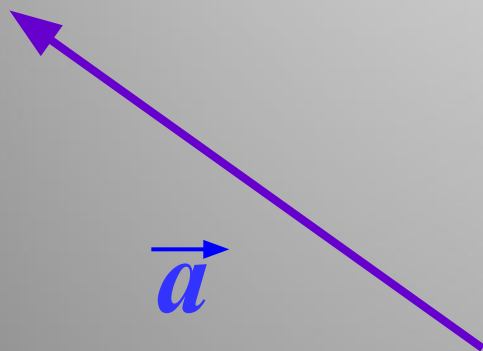
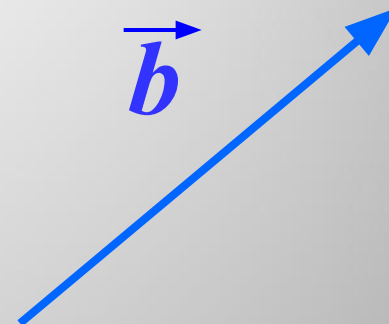
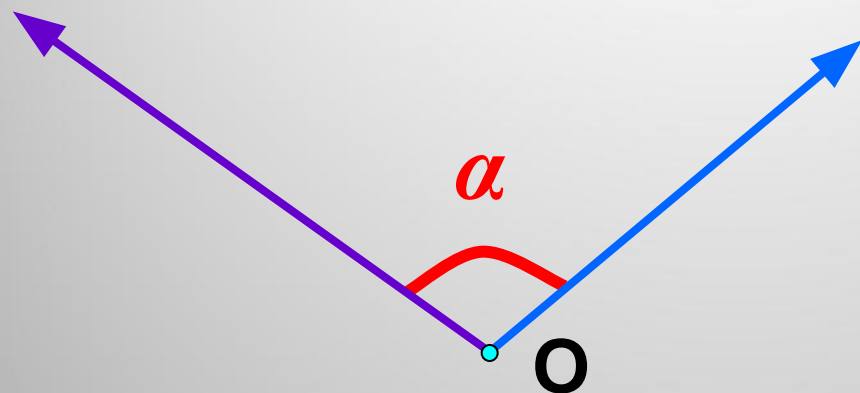


Задание на 3 неделю по геометрии

1. Законспектируйте материал в тетрадь
2. Выполните в тетрадях №1 -8
3. Работы прислать к 18.00 23 апреля

Скалярное произведение векторов

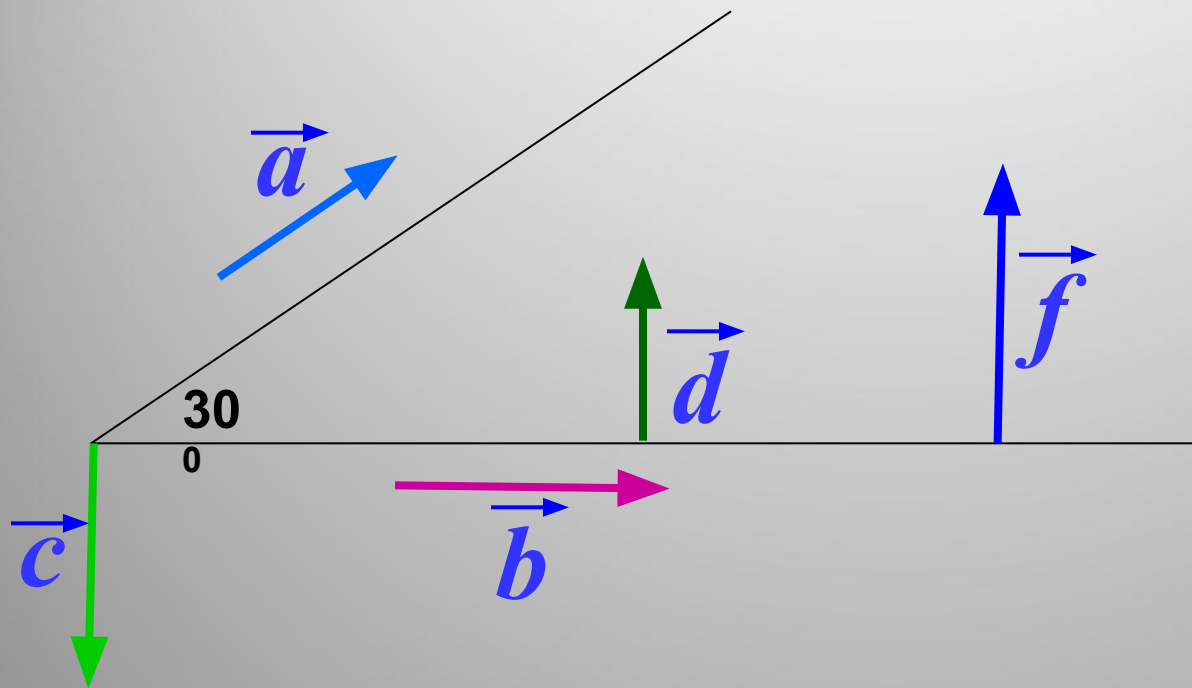
Угол между векторами



Угол между векторами \vec{a} и \vec{b}
равен α .

$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = \alpha$$

Найдите угол между векторами



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 30^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{a} \vec{c}} = 120^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{b} \vec{c}} = 90^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{c}} = 180^{\circ}$$

$$\widehat{\vec{d} \vec{f}} = 0^{\circ}$$

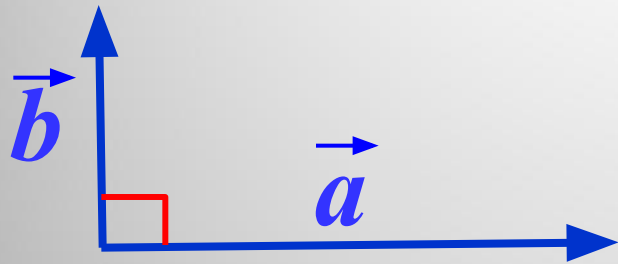
Определение

Скалярным произведением двух векторов называется произведение их длин на косинус угла между ними.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

Скалярное произведение векторов – число (скаляр).

Частный случай №1



$$\widehat{\vec{a} \vec{b}} = 90^\circ$$

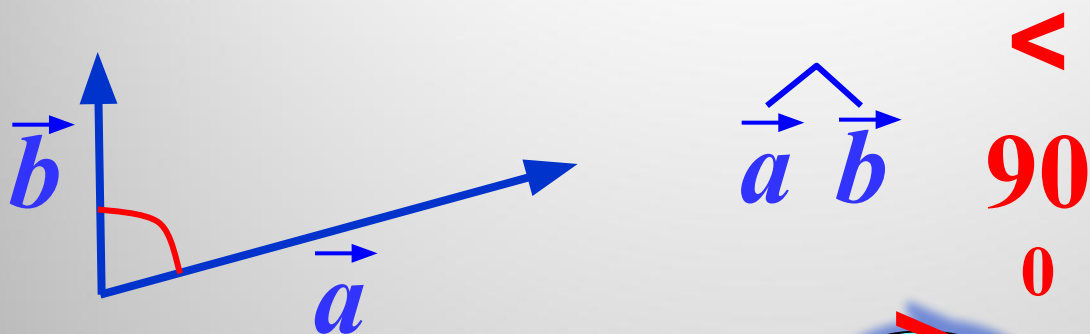
$$= 0$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 90^\circ = 0$$

Скалярное произведение ненулевых векторов равно нулю тогда и только тогда, когда эти векторы перпендикулярны.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \iff \vec{a} \perp \vec{b}$$

Частный случай №2



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

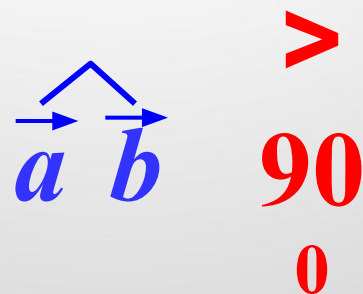
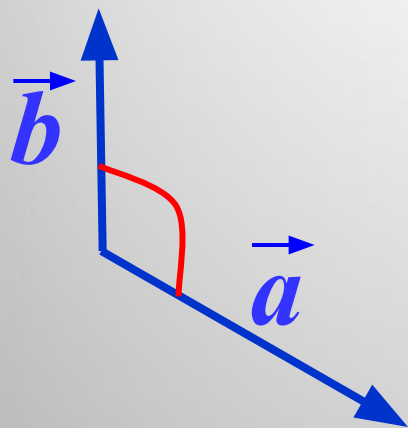
>
0

Скалярное произведение ненулевых векторов положительно тогда и только тогда, когда угол между векторами **острый**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \iff \vec{a} \vec{b} < 90$$

<
0

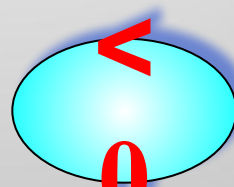
Частный случай №3



>

90

0



<

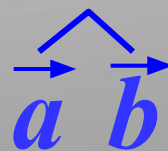
0

0

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos \alpha$$

Скалярное произведение ненулевых векторов отрицательно тогда и только тогда, когда угол между векторами **тупой**.

$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$$

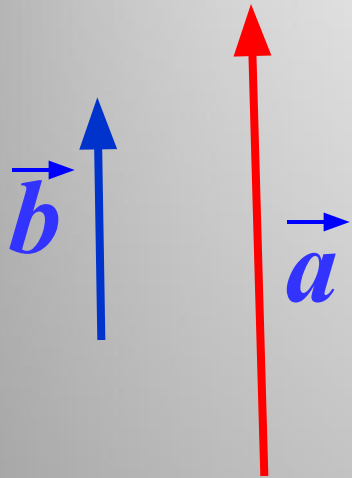


>

90

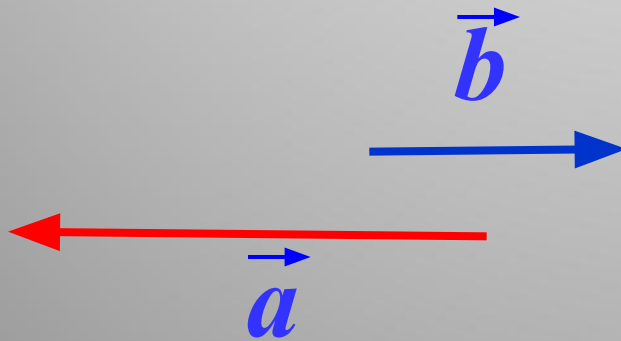
0

Частный случай №4



$$\widehat{a \ b} = 0^{\circ}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 0^{\circ} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

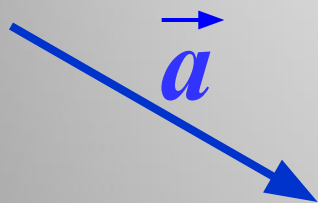


$$\widehat{a \ b} = 180^{\circ}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos 180^{\circ} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$$

Частный случай №5

$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = 0^0$$



$$\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a} = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| \cos 0^0 = |\overrightarrow{a}| \cdot |\overrightarrow{a}| = |\overrightarrow{a}|^2$$

Скалярное произведение $\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{a}$ называется
скалярным квадратом вектора \overrightarrow{a} и обозначается \overrightarrow{a}^2

Таким образом,
скалярный квадрат вектора равен квадрату его длины.

$$\overrightarrow{a}^2 = |\overrightarrow{a}|^2$$

Формула для нахождения
скалярного произведения
через координаты векторов

$$\vec{a} = x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k} \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = ?$$

$$\vec{b} = x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= (x_1 \vec{i} + y_1 \vec{j} + z_1 \vec{k}) \cdot (x_2 \vec{i} + y_2 \vec{j} + z_2 \vec{k}) = \\ &= x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2 \end{aligned}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

Пример №1

Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{-6; 9; 5\}$$

$$\vec{b} \{-1; 0; 7\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = -6 \cdot (-1) + 9 \cdot 0 + 5 \cdot 7 = 41$$

Пример №2

Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{0; 0; 4\}$$

$$\vec{b} \{22; 1; 8\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \cdot 22 + 0 \cdot 1 + 4 \cdot 8 = 32$$

Пример №3

Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{1; 7; 9\} \qquad \vec{b} \{-2; 4; 0\}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 1 \cdot (-2) + 7 \cdot 4 + 9 \cdot 0 = 26$$

Скалярное произведение векторов

Через длины векторов и угол между ними

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cos(\widehat{\vec{a} \vec{b}})$$

в координатах

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a} \vec{b}} < 90^\circ$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \widehat{\vec{a} \vec{b}} > 90^\circ$$

$$\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$$

$$\vec{a} \{3; -4; 2\}, \vec{b} \{-2; 1; 3\}, \vec{c} \{-2; -1,5; 0\}$$

Найдите

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot (-2) + (-4) \cdot 1 + 2 \cdot 3 = -4 \quad \text{тупой}$$

$$\vec{b} \cdot \vec{c} = (-2) \cdot (-2) + 1 \cdot (-1,5) + 3 \cdot 0 = 2,5 \quad \text{острый}$$

$$\vec{c} \cdot \vec{a} = 3 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-1,5) + 2 \cdot 0 = 0 \quad \text{прямой}$$

Перпендикулярны ли векторы \vec{a} и \vec{b} , \vec{b} и \vec{c} , \vec{c} и \vec{a}

Каким (острым, тупым или прямым) является угол между

векторами \vec{a} и \vec{b} , \vec{b} и \vec{c} , \vec{c} и \vec{a}

Косинус угла между ненулевыми векторами \vec{a} и \vec{b}

выражается формулой

$$\cos \alpha = \frac{x_1 x_2 + y_1 y_2 + z_1 z_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2 + z_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2 + z_2^2}}$$

Свойства скалярного произведения векторов

Для любых векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} и любого числа k справедливы равенства:

1 $\vec{a}^2 \geq 0$ причем $\vec{a}^2 > 0$ при $\vec{a} \neq \vec{0}$

2 $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ *Переместительный закон*

3 $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$
Распределительный закон

4 $(k\vec{a}) \cdot \vec{b} = k(\vec{a} \cdot \vec{b})$ *Сочетательный закон*

Решите в тетрадах

1. Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{1; 10; 7\}$$

$$\vec{b} \{0; 7; 0\}$$

2. Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{7; 25; 0\}$$

$$\vec{b} \{11; 0; 54\}$$

3. Найти скалярное произведение векторов:

$$\vec{a} \{-1; 2; 8\}$$

$$\vec{b} \{5; 5; 0\}$$

4. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если:

$$|\vec{a}| = 6, |\vec{b}| = 1, \angle(\vec{a}; \vec{b}) = 135^\circ.$$

5. Найдите скалярное произведение $\vec{a} \cdot \vec{b}$, если:

$$|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, \angle(\vec{a}; \vec{b}) = 120^\circ.$$

6. При каком значении n векторы $\vec{a} \{2n; -3; -6\}$ и $\vec{b} \{3; -n; -3\}$ будут перпендикулярными?

7. Найдите угол между векторами $\{5\vec{a}-2; 7\}$ и $\vec{b} \{7; 5; 2\}$.

8. Найдите угол между векторами $\vec{a} \{2; 1; 1\}$ и $\vec{b} \{-1; -1; 0\}$.