

# Числа и их свойства

- **Деление с остатком**

Если  $a$  не делится нацело на  $b$ , то находят наибольшее натуральное число, которое при умножении на  $b$  даёт число  $m$ , не превосходящее  $a$ . Число  $m$  называется *неполным частным*. Разность между  $a$  и  $b \cdot m$  называется *остатком* ( $k$ ). Остаток всегда меньше делителя. Соотношение между делимым, делителем, неполным частным и остатком можно записать в виде равенства:  $a = b \cdot m + k$ , где  $k < b$ .

- **Делители и кратные**

Если деление на множестве натуральных чисел  $N$  выполнимо, то говорят, что  $a$  делится на  $b$  *нацело* или *без остатка*. Число  $b$  называют *делителем* числа  $a$ ,  $a$  — *кратным* числа  $b$ .

У каждого натурального числа имеется бесконечно много кратных. Например, кратными числу 13 являются числа 13, 26, 39, 52, 65, ... .

Число 1 является делителем любого натурального числа, делителем любого натурального числа является само это число. У числа 1 только один делитель. Каждое из остальных натуральных чисел имеет не менее двух делителей.

- **Простые и составные числа**

Натуральное число, имеющее только два делителя (число 1 и само себя), называют *простым*. Натуральное число, имеющее больше двух различных делителей, называют *составным*. Например, числа 2, 7, 23, 47 — простые, а числа 12, 745, 3333 — составные. Число 1 не является ни простым, ни составным; все остальные натуральные числа являются либо простыми, либо составными.

# Числовые множества

## Множество натуральных чисел

N	Используются для счёта предметов: 1; 2; 3; ...
---	--

## Множество целых чисел

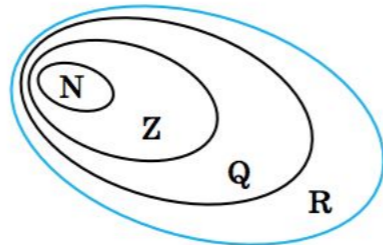
Z	N	Натуральные числа 1; 2; 3; ...; противоположные им числа: -1; -2; -3; ... и число 0 образуют множество целых чисел
	0	
	N <sub>-</sub>	

## Множество рациональных чисел

Q	Z	Числа, которые можно представить в виде $\frac{m}{n}$ , где $m \in Z, n \in N$ .  Рациональные числа — бесконечные периодические дроби. Если период состоит из одних нулей, дробь считается конечной десятичной
	дроби	

## Множество действительных чисел

R	$\bar{Q}$	Иррациональные числа — бесконечные непериодические десятичные дроби.
	Q	Объединение рациональных и иррациональных чисел называют действительными числами

	$\begin{aligned} 5 \in N; 5 \in Z; \\ -7 \notin N; -7 \in Z; \\ 0,37 \notin N; 0,37 \notin Z; 0,37 \in Q; \\ N \subset Z \subset Q \subset R \end{aligned}$
--	---



# Признаки делимости

## • Признаки делимости натуральных чисел

### Признак делимости на 2

Если число оканчивается на 0, 2, 4, 6, 8, то оно делится на 2; и обратно: если число делится на 2, то оно оканчивается на 0, 2, 4, 6, 8. Натуральные числа, делящиеся на 2, называются *чётными*, остальные — *нечётными*.

**Примеры чётных и нечётных чисел.** Числа 3254, 70 018, 134 506 — чётные, а 469, 23 531, 908 765 — нечётные.

Формула чётного числа  $n$ :  $n = 2k$ , где  $k \in \mathbb{N}$ .

Формула нечётного числа  $n$ :  $n = 2k + 1$ , где  $k \in \mathbb{N}$ ,  $k = 0$ .

### Признак делимости на 3

Если сумма цифр числа делится на 3, то это число делится на 3 (обратное утверждение верно).

**Примеры.** Число 5814 делится на 3 ( $5 + 8 + 1 + 4 = 18 \rightarrow$  сумма цифр числа делится на 3), а 7733 не делится на 3 ( $7 + 7 + 3 + 3 = 20 \rightarrow$  сумма цифр числа не делится на 3).

### Признак делимости на 10

Если число оканчивается на 0, то оно делится на 10 (обратное утверждение верно).

**Примеры.** Числа 420, 19 400 делятся на 10, а числа 305, 98051 — нет.

### Признак делимости на 11

Если сумма цифр числа, стоящих на чётных местах, равна сумме цифр числа, стоящих на нечётных местах, или различается от неё на число, делящееся на 11, то данное число делится на 11 и обратно.

**Примеры.** Число 123 750 делится на 11, т. к.  $1 + 3 + 5 = 2 + 7 + 0$ . Число 74 778 тоже делится на 11 ( $7 + 7 + 8 = 22$ ,  $4 + 7 = 11$ ,  $22 - 11 = 11 \rightarrow$  делится на 11). Число 14 141 не делится на 11 ( $1 + 1 + 1 = 3$ ,  $4 + 4 = 8$ ,  $8 - 3 = 5 \rightarrow$  не делится на 11).

### Признак делимости на 4

Если две последние цифры числа два нуля (00) или составляют число, делящееся на 4, то и само число делится на 4 (обратное утверждение верно).

**Примеры.** Числа 732, 9432, 567 132 делятся на 4, т. к. 32 делится на 4. Числа 514, 24 314, 8 373 614 не делятся на 4, т. к. 14 не делится на 4. Числа 1200, 26 000 делятся на 4, т. к. они оканчиваются двумя нулями, т. е. делятся на 100, а число 100 делится на 4.

### Признак делимости на 5

Если число оканчивается на 5 или на 0, то оно делится на 5 (обратное утверждение верно).

**Примеры.** Числа 420, 695, 3985, 25 055, 19 400 делятся на 5, а числа 307, 98 051 — нет.

### Признак делимости на 9

Если сумма цифр числа делится на 9, то это число делится на 9 (обратное утверждение верно).

**Примеры.** Число 5814 делится на 9 ( $5 + 8 + 1 + 4 = 18 \rightarrow$  сумма цифр делится на 9); число 7743 — нет ( $7 + 7 + 4 + 3 = 21 \rightarrow$  сумма цифр не делится на 9).



◇ *Алгоритм разложения числа на простые множители «столбиком»*

Записывают число, справа проводят вертикальную линию, за которой пишут какой-нибудь простой делитель данного числа, а под самим числом — частное от его деления на выбранный делитель и т. д., пока частное не будет 1.

Посмотрите, например, какие записи получаются при разложении на простые множители числа 260:

$$\begin{array}{r|l} 260 & 2 \\ 130 & 2 \\ 65 & 5 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Значит,  $260 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$ .

• **Наименьшее общее кратное**

*Наименьшим общим кратным* (сокращённо НОК) нескольких натуральных чисел называется наименьшее натуральное число, кратное каждому из этих чисел.

◇ *Алгоритм нахождения НОК нескольких чисел*

Для нахождения НОК нескольких натуральных чисел надо:

- 1) разложить каждое из этих чисел на простые множители;
- 2) выписать разложение любого из чисел и добавить к нему недостающие множители из разложений других чисел;
- 3) перемножить все полученные множители.

**Пример. Найти НОК чисел 24 и 60.**

- 1)  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ ,  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ;
- 2) выписываем множители, например, числа 24:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ ;
- 3) добавляем к ним 5:  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ;
- 4) перемножаем и получаем 120; значит,  $\text{НОК}(24, 60) = 120$ .

Заметим, что если бы при выполнении второго шага мы выписали множители из разложения числа 60, то добавили бы из разложения 24 множитель 2, а при умножении  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2$  получили бы тоже 120.

• **Взаимно простыми числами** называются числа, в разложениях которых на простые множители нет одинаковых множителей.

• **Наибольший общий делитель**

*Наибольшим общим делителем* (сокращённо НОД) нескольких чисел называется наибольшее натуральное число, на которое каждое из этих чисел делится без остатка.

◇ *Алгоритм нахождения НОД нескольких чисел*

Для нахождения НОД нескольких натуральных чисел надо:

- 1) разложить каждое из этих чисел на простые множители;
- 2) в разложении любого из чисел вычеркнуть те, которые не входят в разложения других чисел;
- 3) перемножить оставшиеся в разложении этого числа множители.

**Пример. Найти НОД чисел 24 и 60.**


- 1)  $24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$ ,  $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ ;
- 2) из разложения числа 24 вычеркнем одну двойку;
- 3) перемножим оставшиеся в этом разложении множители 2, 2 и 3, получится 12; значит,  $\text{НОД}(24, 60) = 12$ .

Заметим, что если бы при выполнении второго шага мы вычёркивали множители из разложения числа 60, то вычеркнули бы 5 и получили тот же самый НОД.







Самое замечательное число -  
73!



73 - это 21-ое простое число,  
его зеркальное отражение -37  
является 12-ым...



...чье отражение - 21  
является результатом  
умножения...не упадите...



7 и 3!





# ГОДОВЫЕ КУРСЫ / ЕГЭ 2019

обществознание

русский язык

АНГЛИЙСКИЙ ЯЗЫК

математика

история

литература

## Кто такие SATTAROVFAMILY?

- **Факты:**

- **1. Онлайн – центр в 2018 году выпустил 6.000 учеников (ученики годового, экспресс и убойного курсов, мини-проектов по всем предметам)**
- **2. В 2018 году заветные 100 баллов получили более 30 выпускников.**
- **3. Средний балл - 85,3 (усредненная цифра по всем предметам)**



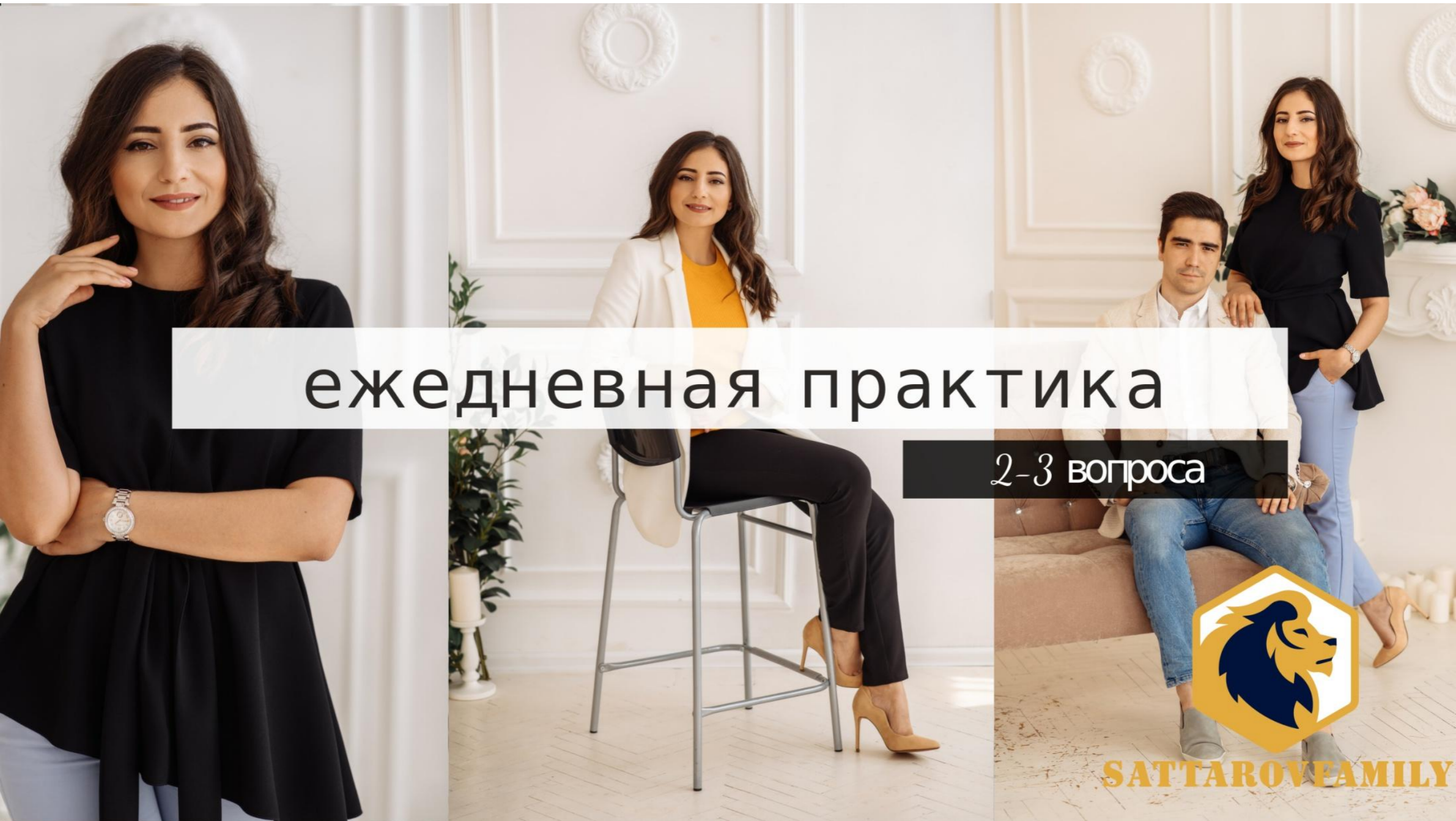
**2-3 занятия в неделю**

**с записью**



**SATTAROVFAMILY**





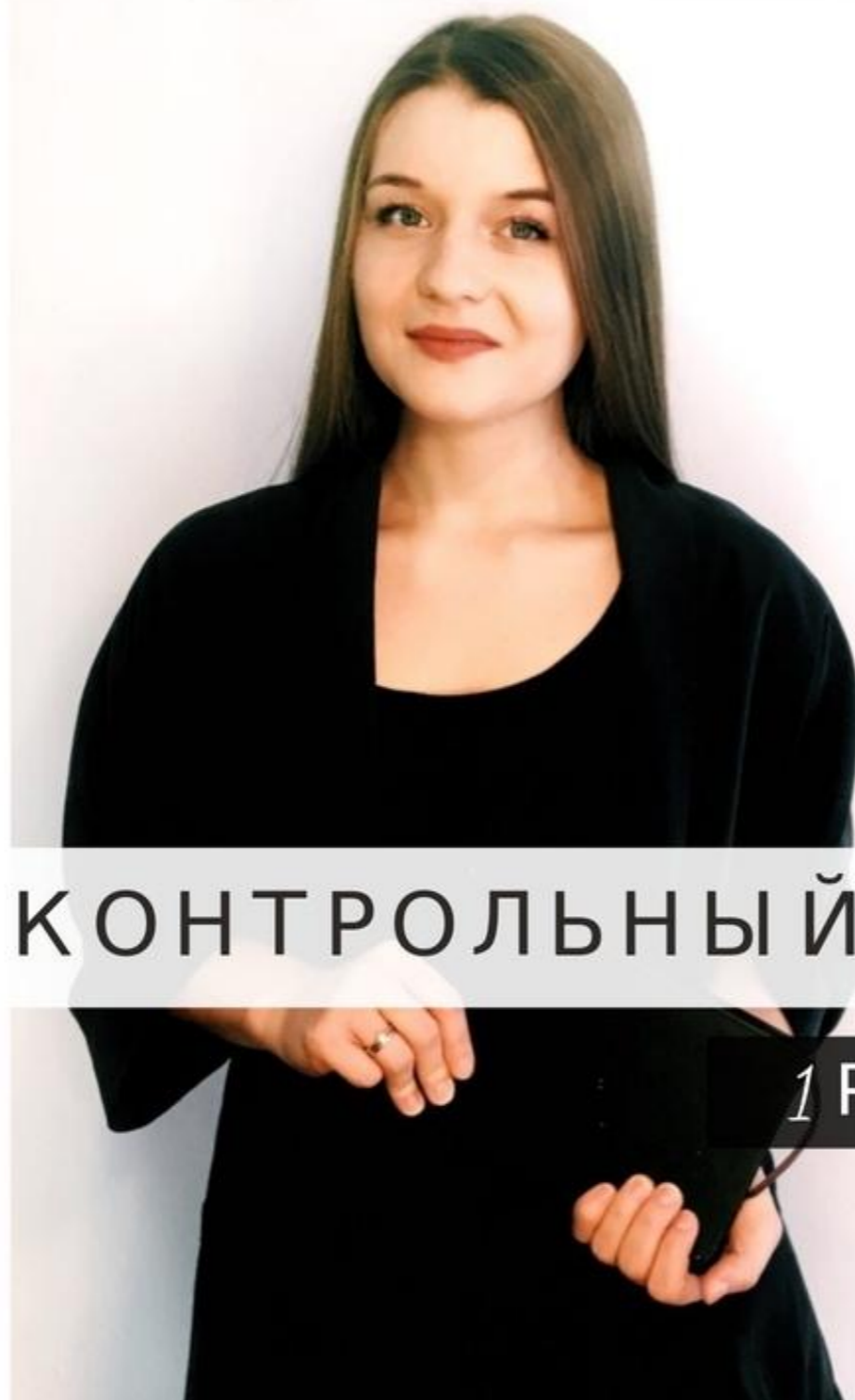
# ежедневная практика

2-3 вопроса



**SATTAROV FAMILY**





КОНТРОЛЬНЫЙ СРЕЗ

1 РАЗ В МЕСЯЦ





индивидуальный куратор

ТОПОВЫЕ ВУЗЫ



**SATTAROVFAMILY**



## ВАШИ КУРАТОРЫ – НАША ГОРДОСТЬ



Таня Аникина – студентка второго курса МГУ, специальность - управление политическими и экономическими процессами. Заняла одно из 5 бюджетных мест!



Алина Хабибуллина – студентка второго курса СПбГУ, экономический факультет, бюджетная форма обучения



Валентина Егорова – студентка второго курса ВШЭ, экономический факультет, бюджетная форма обучения



ЕСЛИ ОПЛАЧИВАЕШЬ ДО 10 АВГУСТА, ТО  
БОНУСОМ ПОЛУЧАЕШЬ:

- ДВЕ НЕДЕЛИ ОБУЧЕНИЯ НА ГОДОВОМ КУРСЕ
- БЕСПЛАТНЫЙ ДОСТУП НА МИНИ-КУРСЫ: "БЕЗУПРЕЧНОЕ ЭССЕ" И "МАСТЕР СОЧИНЕНИЯ"

## бонусы годовикам:

конспекты

презентации

вебинары с  
высокобалльниками

30 % скидка на все мини-проекты  
по всем предметам



**SATTAROVFAMILY**





**SATTAROV FAMILY**

## предметы и стоимость:

обществознание

русский язык

английский язык

математика

история

литература

2499 за 1 предмет

4499 за 2 предмета

6499 за 3 предмета

**пишите в группу *VK.COM.***

***SATTAROV FAMILY***