

Решение уравнений

Задание №21

по материалам открытого банка
задач ОГЭ по математике

О.Г. Тюрина
учитель математики

1. Решите уравнение $x^4 = (4x - 5)^2$.

Решение. $x^4 = (4x - 5)^2$

$$x^4 - (4x - 5)^2 = 0$$

$$(x^2)^2 - (4x - 5)^2 = 0$$

$$(x^2 - 4x + 5)(x^2 + 4x - 5) = 0$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + 4x - 5 = 0$$

КОРНЕЙ *НЕТ*

$$x_1 = 1 \quad x_2 = -5$$

Ответ: $-5; 1$.

2. Решите уравнение $x^3 + x^2 = 9x + 9$.

Решение.

$$x^3 + x^2 - 9x - 9 = 0$$

$$x^2(x+1) - 9(x+1) = 0$$

$$(x+1)(x^2 - 9) = 0$$

$$(x+1)(x+3)(x-3) = 0$$

$$\begin{cases} x+1=0, \\ x+3=0, \\ x-3=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1, \\ x=-3, \\ x=3. \end{cases}$$

Ответ : $-3; -1; 3$.

3. Решите уравнение $x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$.

Решение.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0$$

$$x^2(x+3) - (x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2-1) = 0$$

$$(x+3)(x+1)(x-1) = 0$$

$$\begin{cases} x+3=0, \\ x+1=0, \\ x-1=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3, \\ x=-1, \\ x=1. \end{cases}$$

Ответ : $-3; -1; 1$.

4. Решите уравнение $(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$.

Решение.

$$(x + 2)^4 - 4(x + 2)^2 - 5 = 0$$

Обозначим $(x + 2)^2 = t$, где $t \geq 0$, тогда

$$t^2 - 4t - 5 = 0$$

$t_1 = -1$ — не удовлетворяет условию $t \geq 0$

$$t_2 = 5$$

Вернемся к исходной переменной :

$$(x + 2)^2 = 5$$

$$\begin{cases} x + 2 = \sqrt{5}, \\ x + 2 = -\sqrt{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \sqrt{5} - 2, \\ x = -\sqrt{5} - 2. \end{cases}$$

Ответ : $-2 \pm \sqrt{5}$.

5. Решите уравнение $(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$.

Решение.

$$(x^2 - 25)^2 + (x^2 + 3x - 10)^2 = 0$$

$$\begin{cases} (x^2 - 25)^2 = 0, \\ (x^2 + 3x - 10)^2 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 5; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 2; \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

$$\begin{cases} x^2 - 25 = 0, \\ x^2 + 3x - 10 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5, \\ x = 2; \end{cases} \Leftrightarrow x = -5.$$

Ответ : -5 .

6. Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

Решение.

$$x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$$

$$x(x + 1)^2 - 2(x + 1) = 0$$

$$(x + 1)(x(x + 1) - 2) = 0$$

$$(x + 1)(x^2 + x - 2) = 0$$

$$\begin{cases} x + 1 = 0, \\ x^2 + x - 2 = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 1, \\ x = -2. \end{cases}$$

Ответ: $-2; -1; 1$.

7. Решите уравнение $(x + 7)^3 = 49(x + 7)$.

Решение.

$$(x + 7)^3 = 49(x + 7)$$

$$(x + 7)^3 - 49(x + 7) = 0$$

$$(x + 7)((x + 7)^2 - 49) = 0$$

$$(x + 7)(x^2 + 14x) = 0$$

$$(x + 7)x(x + 14) = 0$$

$$\begin{cases} x + 7 = 0, \\ x + 14 = 0, \\ x = 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7, \\ x = -14, \\ x = 0. \end{cases}$$

Ответ : $-14; -7; 0$.

8. Решите уравнение $x^3 = 4x^2 + 5x$.

Решение.

$$x^3 = 4x^2 + 5x$$

$$x^3 - 4x^2 - 5x = 0$$

$$x(x^2 - 4x - 5) = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0, \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x^2 - 4x - 5 = 0; \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0, \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1, \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 5. \end{array} \right.$$

Ответ : $-1; 0; 5$.

9. Решите уравнение $(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$.

Решение.

$$(x-2)^2(x-3) = 12(x-2)$$

$$(x-2)^2(x-3) - 12(x-2) = 0$$

$$(x-2)((x-2)(x-3) - 12) = 0$$

$$(x-2)(x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$\begin{cases} x-2=0, \\ x^2-5x-6=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=-1, \\ x=6. \end{cases}$$

Ответ: $-1; 2; 6$.

10. Решите уравнение

$$(x-2)(x-3)(x-4) = (x-2)(x-3)(x-5).$$

Решение.

$$(x-2)(x-3)(x-4) = (x-2)(x-3)(x-5)$$

$$(x-2)(x-3)(x-4) - (x-2)(x-3)(x-5) = 0$$

$$(x-2)(x-3)((x-4) - (x-5)) = 0$$

$$(x-2)(x-3) \cdot 1 = 0$$

$$\begin{cases} x-2=0, \\ x-3=0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=3. \end{cases}$$

Ответ : 2; 3.

11. Решите уравнение

$$(2x - 3)^2(x - 3) = (2x - 3)(x - 3)^2.$$

Решение.

$$(2x - 3)^2(x - 3) = (2x - 3)(x - 3)^2$$

$$(2x - 3)^2(x - 3) - (2x - 3)(x - 3)^2 = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3)((2x - 3) - (x - 3)) = 0$$

$$(2x - 3)(x - 3)x = 0$$

$$\left[\begin{array}{l} 2x - 3 = 0, \\ x - 3 = 0, \\ x = 0; \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1,5, \\ x = 3, \\ x = 0. \end{array} \right.$$

Ответ : 0; 1,5; 3.

12. Решите уравнение $x^6 = (x - 5)^3$.

Решение.

$$x^6 = (x - 5)^3$$

$$(x^2)^3 = (x - 5)^3$$

$$x^2 = x - 5$$

$$x^2 - x + 5 = 0$$

Нет действительных корней, т.к. $D < 0$

Ответ : $x \in \emptyset$.

13. Решите уравнение $\frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1$.

Решение.

$$\frac{2x^2 + 7x + 3}{x^2 - 9} = 1$$

$$\begin{cases} 2x^2 + 7x + 3 = x^2 - 9, \\ x^2 - 9 \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + 7x + 12 = 0, \\ x^2 \neq 9; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = -4; \\ x \neq \pm 3; \end{cases} \Leftrightarrow x = -4.$$

Ответ: -4 .

14. Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.

Решение.

$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x = 7, \\ 6 - x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x - 7 = 0, \\ x \leq 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ x = 7; \\ x \leq 6; \end{cases} \Leftrightarrow x = -1.$$

Ответ : -1.

15. Решите уравнение $\frac{1}{x^2} + \frac{2}{x} - 3 = 0$.

Решение. Приведем к общему знаменателю:

$$\frac{1 + 2x - 3x^2}{x^2} = 0$$

$$\begin{cases} 1 + 2x - 3x^2 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2 - 2x - 1 = 0, \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x = 1, \\ x = -\frac{1}{3}; \end{cases} \\ x \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ x = -\frac{1}{3}. \end{cases}$$

Ответ: $-\frac{1}{3}; 1$.

Источники:

<http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge>

- открытый банк заданий ОГЭ по математике

<http://alexlarin.net/> сайт Ларина Александра Александровича

<https://oge.sdangia.ru/> «РЕШУ ОГЭ»: математика. ОГЭ – 2018: задания, ответы, решения. Обучающая система Дмитрия Гущина.