

ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



Выполнили:

Колла Маргарита 9-4-31

Акимова Ксения 11-4-31

$$s - \delta < \sigma < s + \delta$$

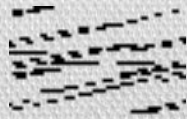
где s – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение, а для δ выполняется условие:

$$P(s - \delta < \sigma < s + \delta) = \gamma$$

или

$$P(|\sigma - s| < \delta) = \gamma$$

• Обозначив



$$s(1 - q) < \sigma < s(1 + q) \quad (1)$$

- Рассмотрим случайную величину X , определяемую по формуле

$$\chi = \frac{S}{\sigma} \sqrt{n-1}$$

- Плотность распределения χ имеет вид:

$$R(\chi, n) = \frac{\chi^{n-1} e^{-\chi^2/2}}{2^{(n-3)/2} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

Это распределение не зависит от оцениваемого параметра s , а зависит только от объема выборки n .

Преобразуем неравенство $s(1 - q) < \sigma < s(1 + q)$

так, чтобы оно приняло вид: $X_1 < X < X_2$

Вероятность выполнения этого неравенства равна доверительной вероятности γ , следовательно,

$$\int_{\chi_1}^{\chi_2} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

$$q < 1$$

$$\frac{1}{S(1+q)} < \frac{1}{\sigma} < \frac{1}{S(1-q)}$$

$S\sqrt{n-1}$, тогда получаем:

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \frac{S\sqrt{n-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

или

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \chi < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

$$\int_{\sqrt{n-1}/(1+q)}^{\sqrt{n-1}/(1-q)} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

Пример 1.

- Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=25$ найдено исправленное среднее квадратическое отклонение $s=0.8$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение s с надежностью $0,95$.

Решение 1.

- Используя заданные значения, по таблице находим значение $q=0.32$. Искомый доверительный интервал есть:

$$0,8(1 - 0,32) < \sigma < 0.8(1 + 0.32)$$

Необходимо сделать замечание. Мы предполагали, что $q < 1$. Если это не так, то мы приходим к соотношениям:

$$\sqrt{n-1} / (1+q) < \chi < \infty$$

Следовательно, значение $q > 1$ может быть найдено из уравнения:

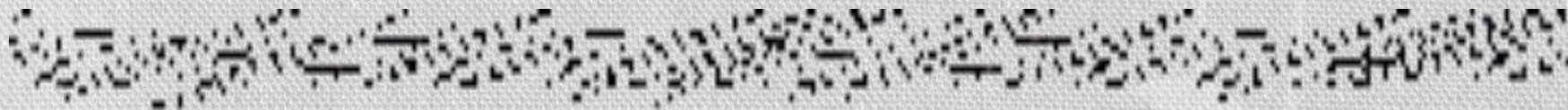
$$\int_{\sqrt{n-1} / (1+q)}^{\infty} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

Пример 2.

- Количественный признак X генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема $n=10$ найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение $s = 0,16$. Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью $0,999$.

Решение 2.

По таблице по данным $\alpha = 0,999$ и $n = 10$ найдем $q = 1,8$ ($q > 1$). Искомый доверительный интервал таков:



Спасибо за
внимание!

