

# ДОВЕРИТЕЛЬНЫЕ ИНТЕРВАЛЫ ДЛЯ ОЦЕНКИ СРЕДНЕГО КВАДРАТИЧЕСКОГО ОТКЛОНЕНИЯ НОРМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ



Выполнили:

Колла Маргарита 9-4-31

Акимова Ксения 11-4-31

$$s - \delta < \sigma < s + \delta$$

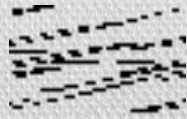
где  $s$  – исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение, а для  $\delta$  выполняется условие:

$$P(s - \delta < \sigma < s + \delta) = \gamma$$

или

$$P(|\sigma - s| < \delta) = \gamma$$

- Обозначив



$$s(1 - q) < \sigma < s(1 + q) \quad (1)$$

- Рассмотрим случайную величину  $X$ , определяемую по формуле

$$\chi = \frac{S}{\sigma} \sqrt{n-1}$$

- Плотность распределения  $\chi$  имеет вид:

$$R(\chi, n) = \frac{\chi^{n-1} e^{-\chi^2/2}}{2^{(n-3)/2} \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}$$

Это распределение не зависит от оцениваемого параметра  $s$ , а зависит только от объема выборки  $n$ .

Преобразуем неравенство  $s(1 - q) < \sigma < s(1 + q)$

так, чтобы оно приняло вид:  $X_1 < X < X_2$

Вероятность выполнения этого неравенства равна доверительной вероятности  $\gamma$ , следовательно,

$$\int_{\chi_1}^{\chi_2} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

$$q < 1$$

$$\frac{1}{S(1+q)} < \frac{1}{\sigma} < \frac{1}{S(1-q)}$$

$S\sqrt{n-1}$  , тогда получаем:

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \frac{S\sqrt{n-1}}{\sigma} < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

или

$$\frac{\sqrt{n-1}}{(1+q)} < \chi < \frac{\sqrt{n-1}}{(1-q)}$$

$$\int_{\sqrt{n-1}/(1+q)}^{\sqrt{n-1}/(1-q)} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

## Пример 1.

- Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема  $n=25$  найдено исправленное среднее квадратическое отклонение  $s=0.8$ . Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение  $s$  с надежностью  $0,95$ .

## Решение 1.

- Используя заданные значения, по таблице находим значение  $q=0.32$ . Искомый доверительный интервал есть:

$$0,8(1 - 0,32) < \sigma < 0.8(1 + 0.32)$$

Необходимо сделать замечание. Мы предполагали, что  $q < 1$ . Если это не так, то мы приходим к соотношениям:

$$\sqrt{n-1} / (1+q) < \chi < \infty$$

Следовательно, значение  $q > 1$  может быть найдено из уравнения:

$$\int_{\sqrt{n-1} / (1+q)}^{\infty} R(\chi, n) d\chi = \gamma$$

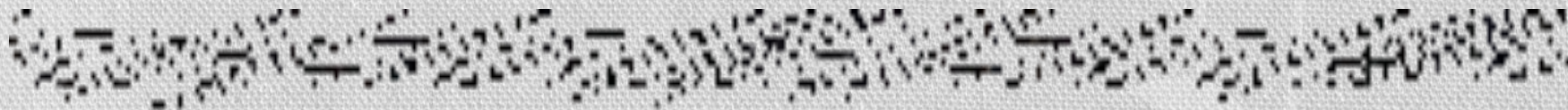
## Пример 2.

- Количественный признак  $X$  генеральной совокупности распределен нормально. По выборке объема  $n=10$  найдено «исправленное» среднее квадратическое отклонение  $s = 0,16$ . Найти доверительный интервал, покрывающий генеральное среднее квадратическое отклонение с надежностью  $0,999$ .



## Решение 2.

По таблице по данным  $\alpha = 0,999$  и  $n = 10$  найдем  $q = 1,8$  ( $q > 1$ ). Искомый доверительный интервал таков:



Спасибо за  
внимание!

