

Отбор корней в тригонометрических уравнениях.

Уравнения, имеющие ограничения в области
определения.

учитель математики ГБОУ СОШ №436 г. Москвы
Иванова А.И.
100-353-510

Ограничения в области определения:

1. Знаменатель.

$$\frac{P(x)}{Q(x)}; \quad Q(x) \neq 0;$$

2. Корень четной степени.

$$\sqrt{P(x)}; \quad P(x) \geq 0$$

3. Тангенс, котангенс.

$$\operatorname{tg} x; \quad \cos x \neq 0;$$

$$\operatorname{ctg} x; \quad \sin x \neq 0;$$

4. Логарифм.

$$\log_a b; \quad b > 0; \quad a > 0; \quad a \neq 1$$

$$\cos x = a$$

$$|a| \leq 1$$

$$|a| > 1$$

корней нет

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$\cos x = -1$$

$$\cos x = 0$$

$$\cos x = 1$$

$$x = \pi + 2\pi n$$

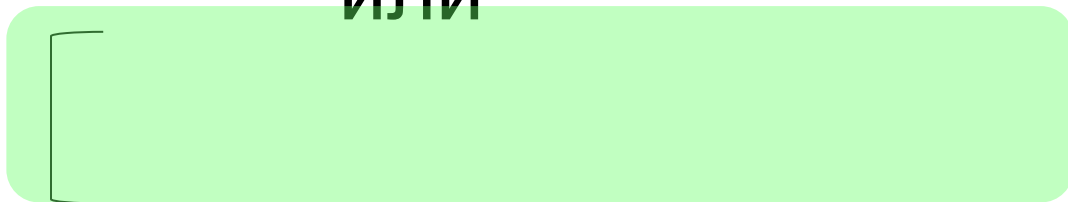
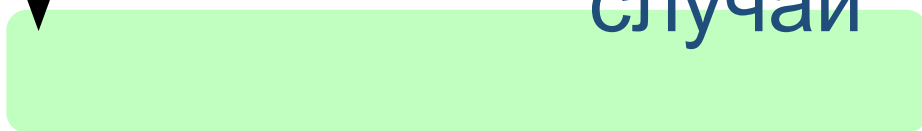
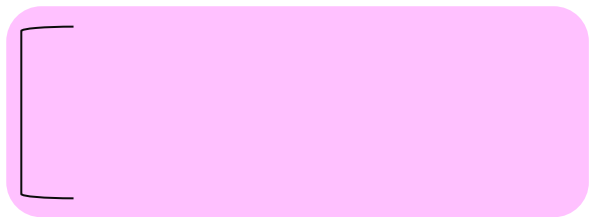
$$x = \pi/2 + \pi n$$

$$x = 2\pi n$$

частные случаи

ИЛИ

ИЛИ



$$\sin x = a$$

$$|a| \leq 1$$

$$|a| > 1$$

корней нет

$$a > 0$$

$$a < 0$$

$$\sin x = -1$$

$$\sin x = 0$$

$$\sin x = 1$$

$$x = -\pi/2 + 2\pi n$$

$$x = \pi n$$

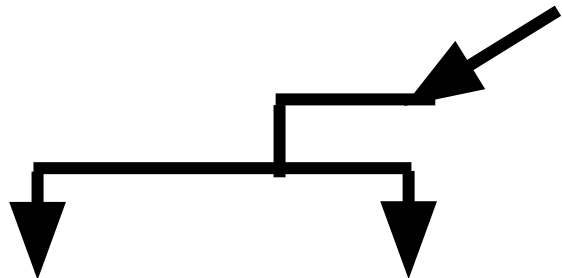
$$x = \pi/2 + 2\pi n$$

частные случаи

ИЛИ

ИЛИ

$$\operatorname{tg} x = a$$

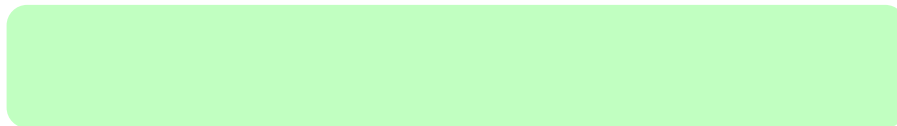


$$a > 0$$

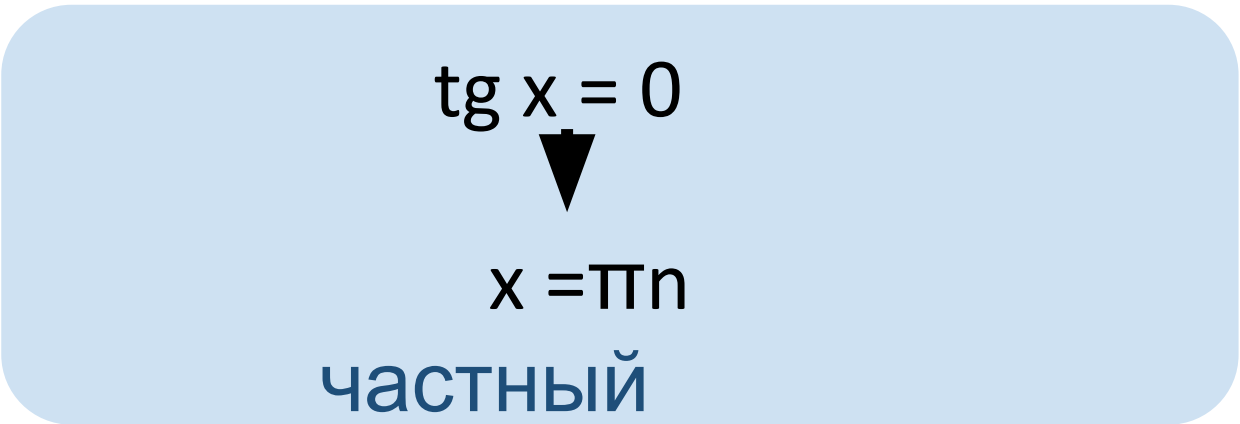
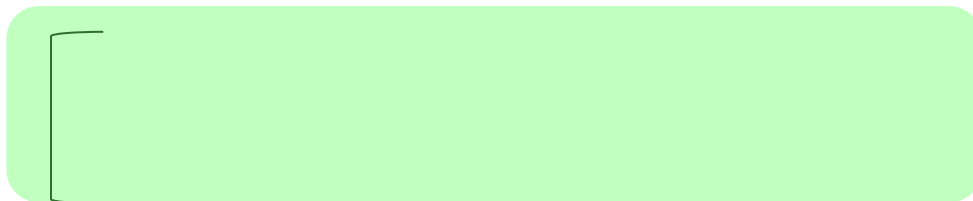
$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n$$

ИЛИ

$$a < 0$$



ИЛИ

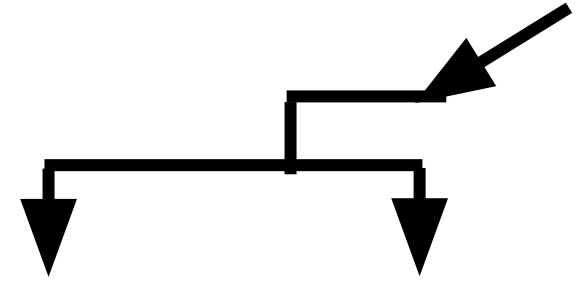


$$\operatorname{tg} x = 0$$

$$x = \pi n$$

ЧАСТНЫЙ
случай

$$\operatorname{ctg} x = a$$



$a > 0$

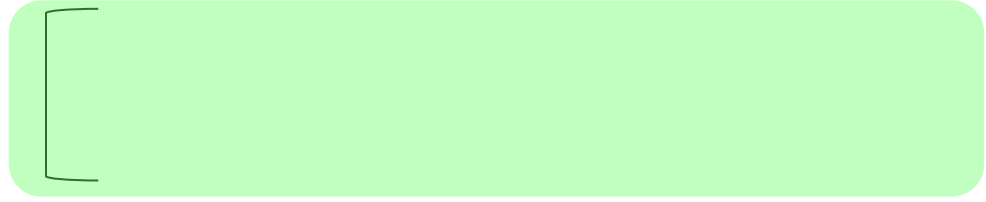
$a < 0$

$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n$

ИЛИ

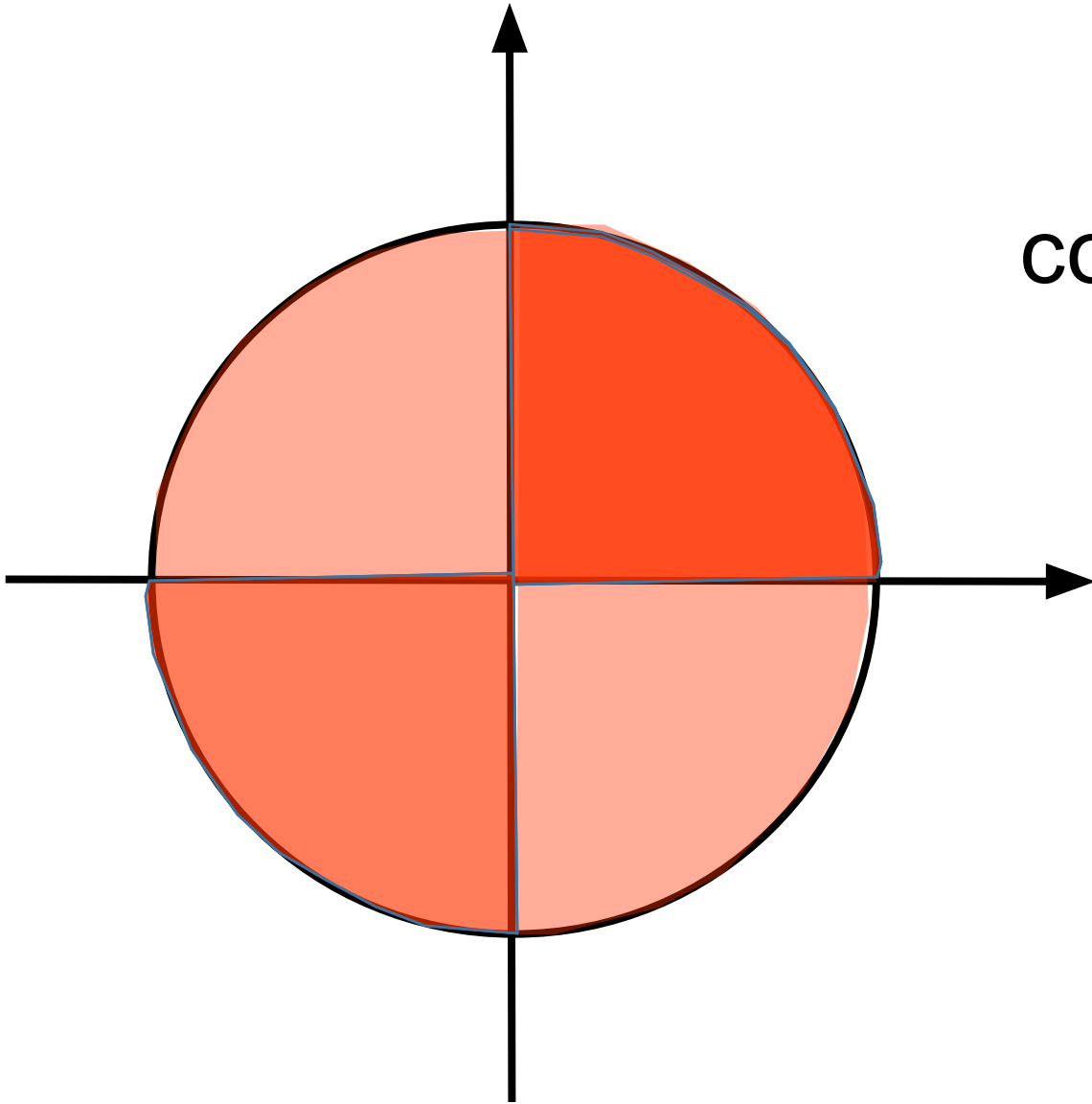


ИЛИ

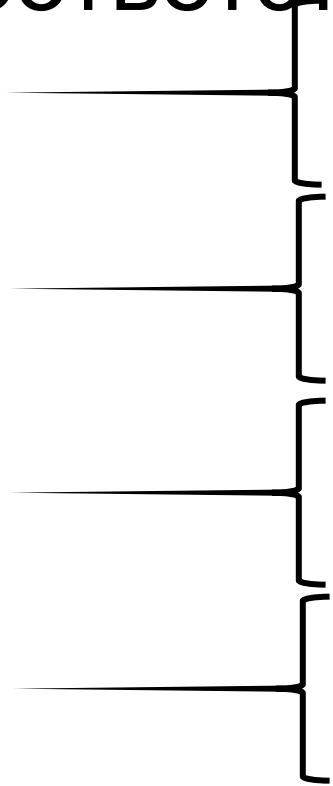
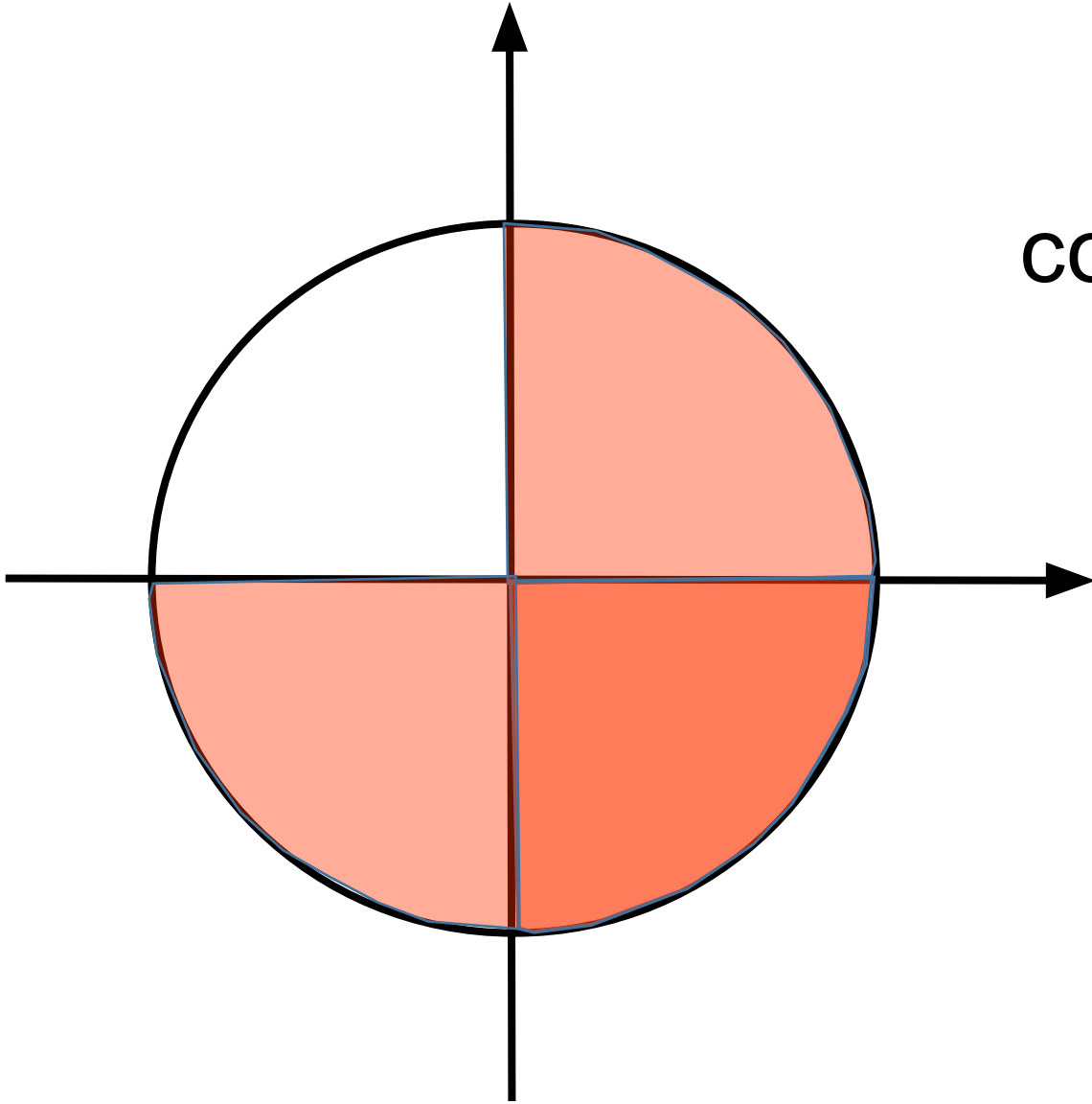


$\operatorname{ctg} x = 0$
 $x = \pi/2 + \pi n$
частный
случай

Отметить на
тригонометрической
окружности области,
соответствующие условиям:



Отметить на
тригонометрической
окружности области,
соответствующие условиям:



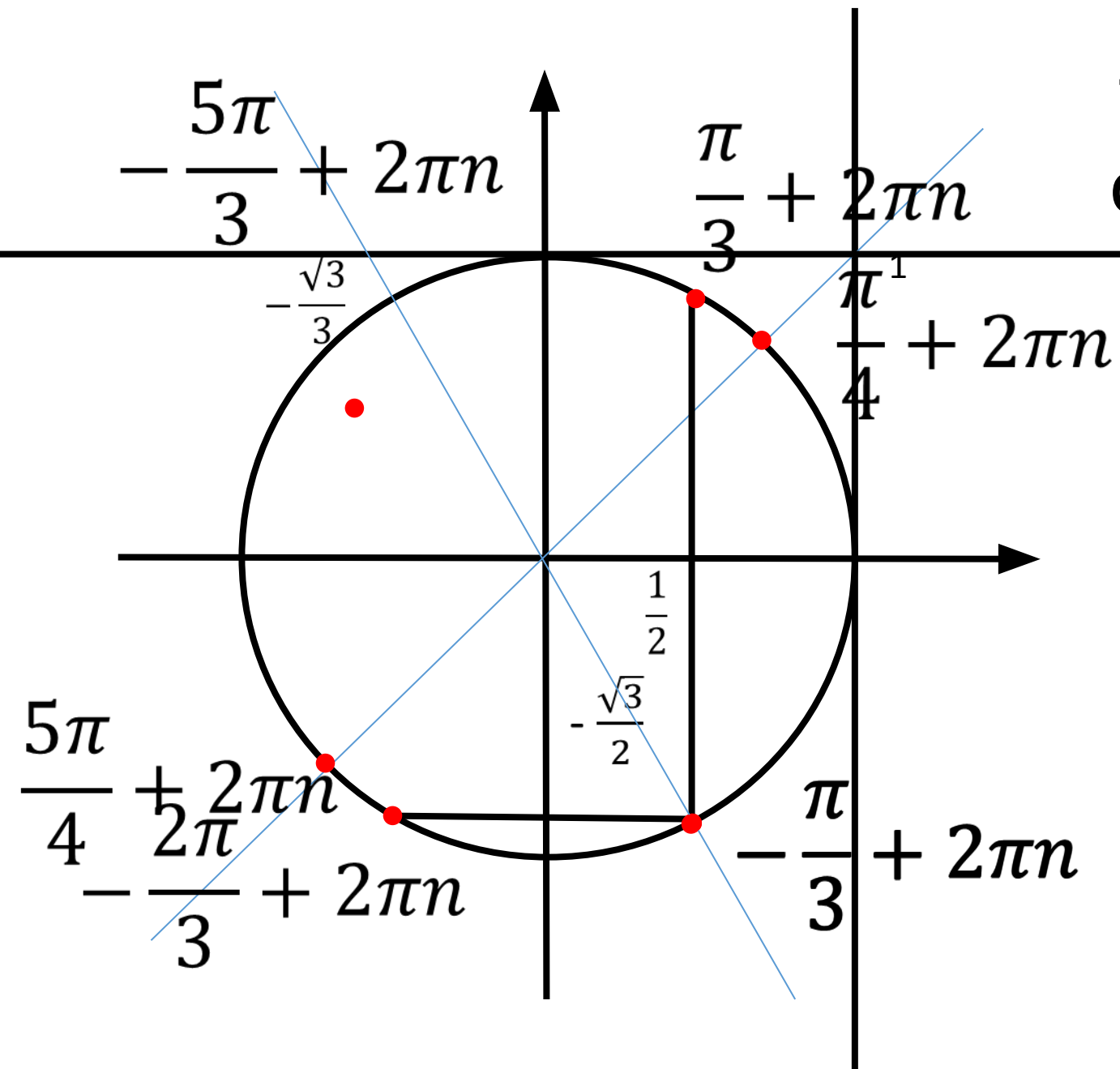
Отметить на
тригонометрической
окружности решение

уравнений:

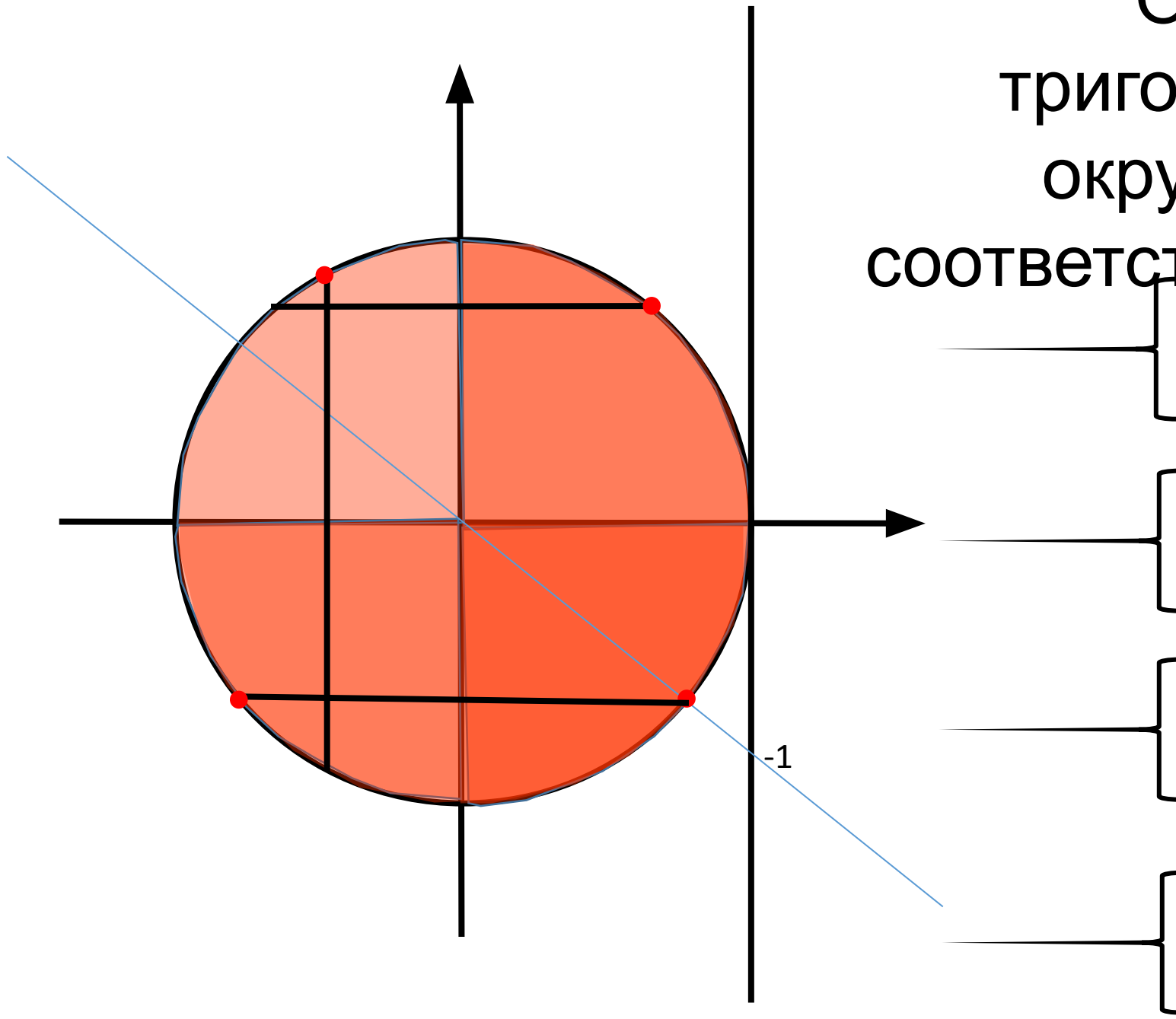
$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

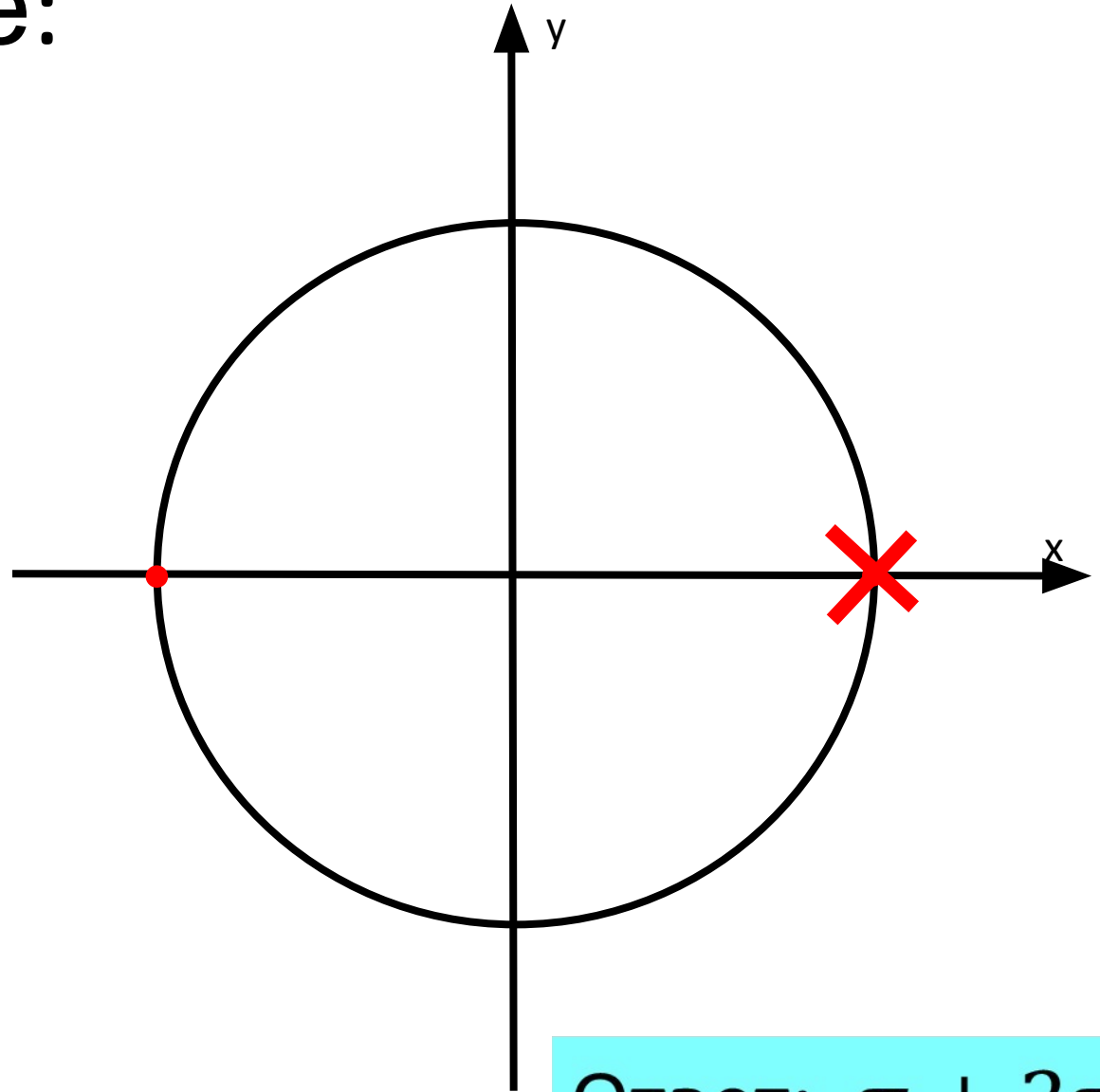
$$\operatorname{ctg} x = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$



Отметить на
тригонометрической
окружности точки,
соответствующие условиям:



Решите уравнение:



Ответ: $\pi + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

Решите уравнение:

$$\frac{\sin x + \sin 3x}{1 - \cos 2x} = 0;$$

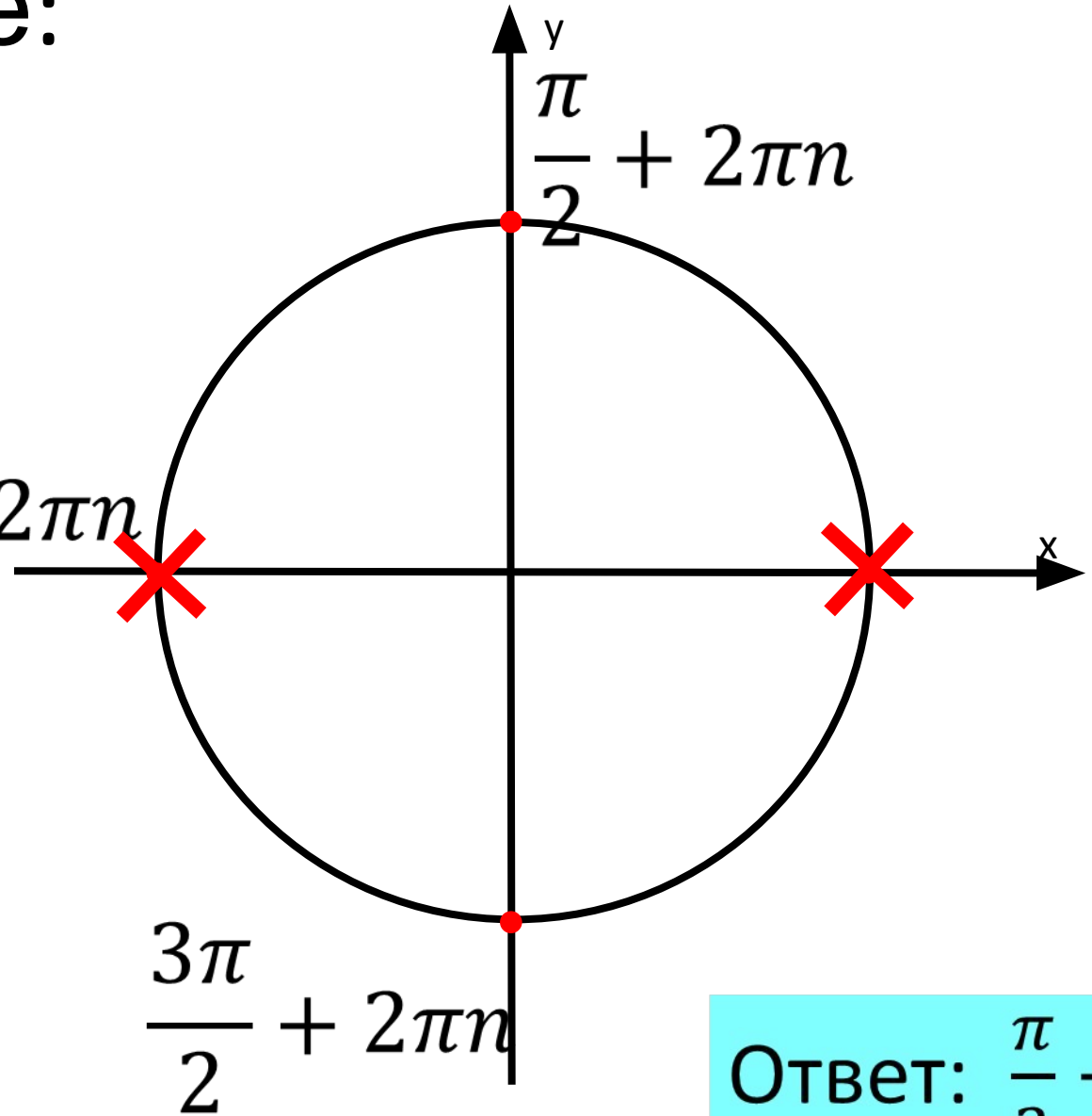
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin 2x = 0, \\ \cos(-x) = 0 \end{array} \right. \quad \pi + 2\pi n$$

$$\cos 2x \neq 1;$$

$$x = \frac{\pi n}{2},$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi$$

$$\underline{x \neq \pi n.}$$



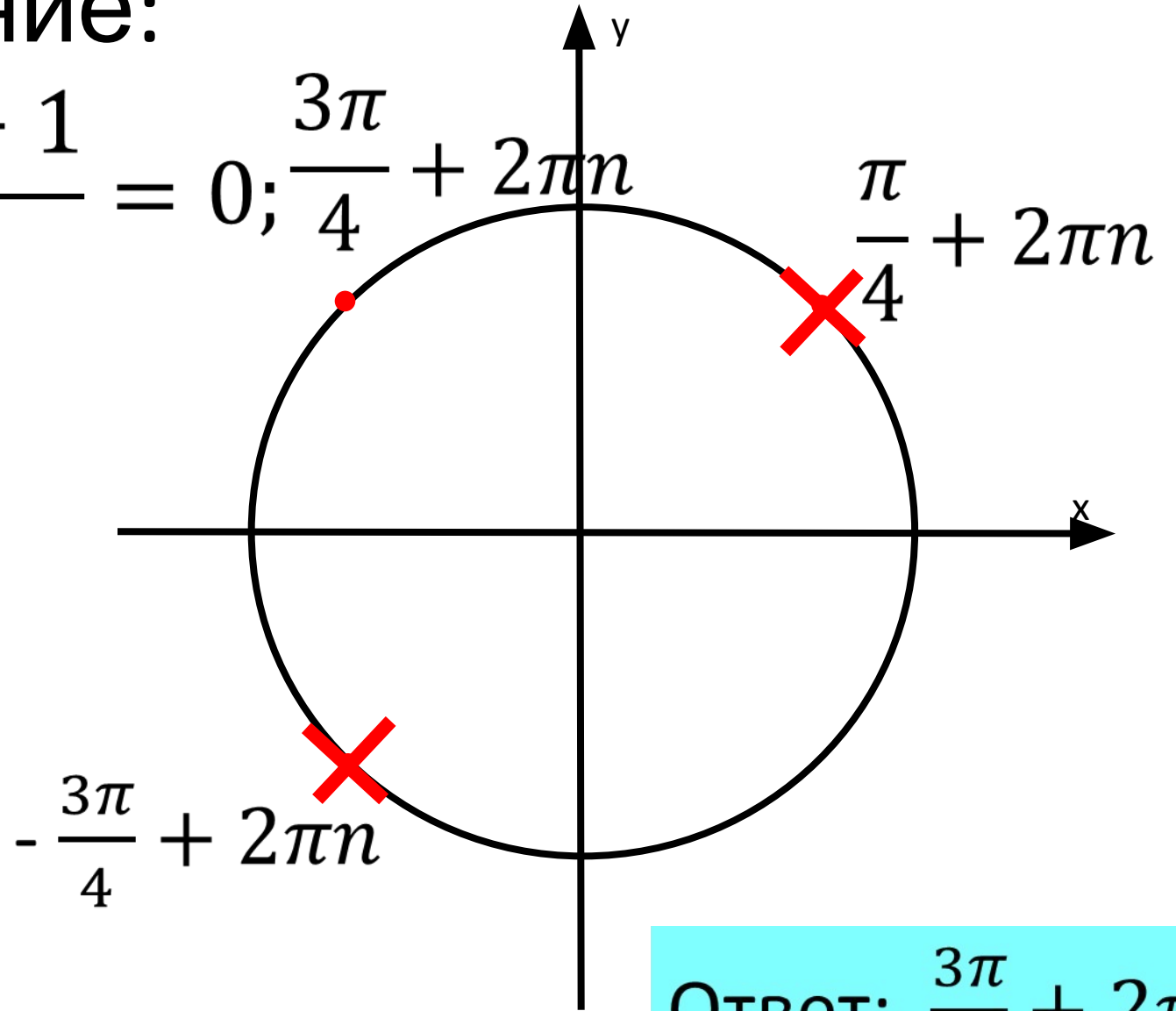
Ответ: $\frac{\pi}{2} + \pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

Решите уравнение:

$$\frac{\cos 2x + \sqrt{2} \cos x + 1}{\operatorname{tg} x - 1} = 0; \frac{3\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \cos x = 0, \\ \cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \operatorname{tg} x - 1 \neq 0, \\ \cos x \neq 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, \\ x = -\frac{3\pi}{4} + 2\pi n \\ \underline{x \neq \frac{\pi}{4} + \pi n,} \end{array} \right.$$



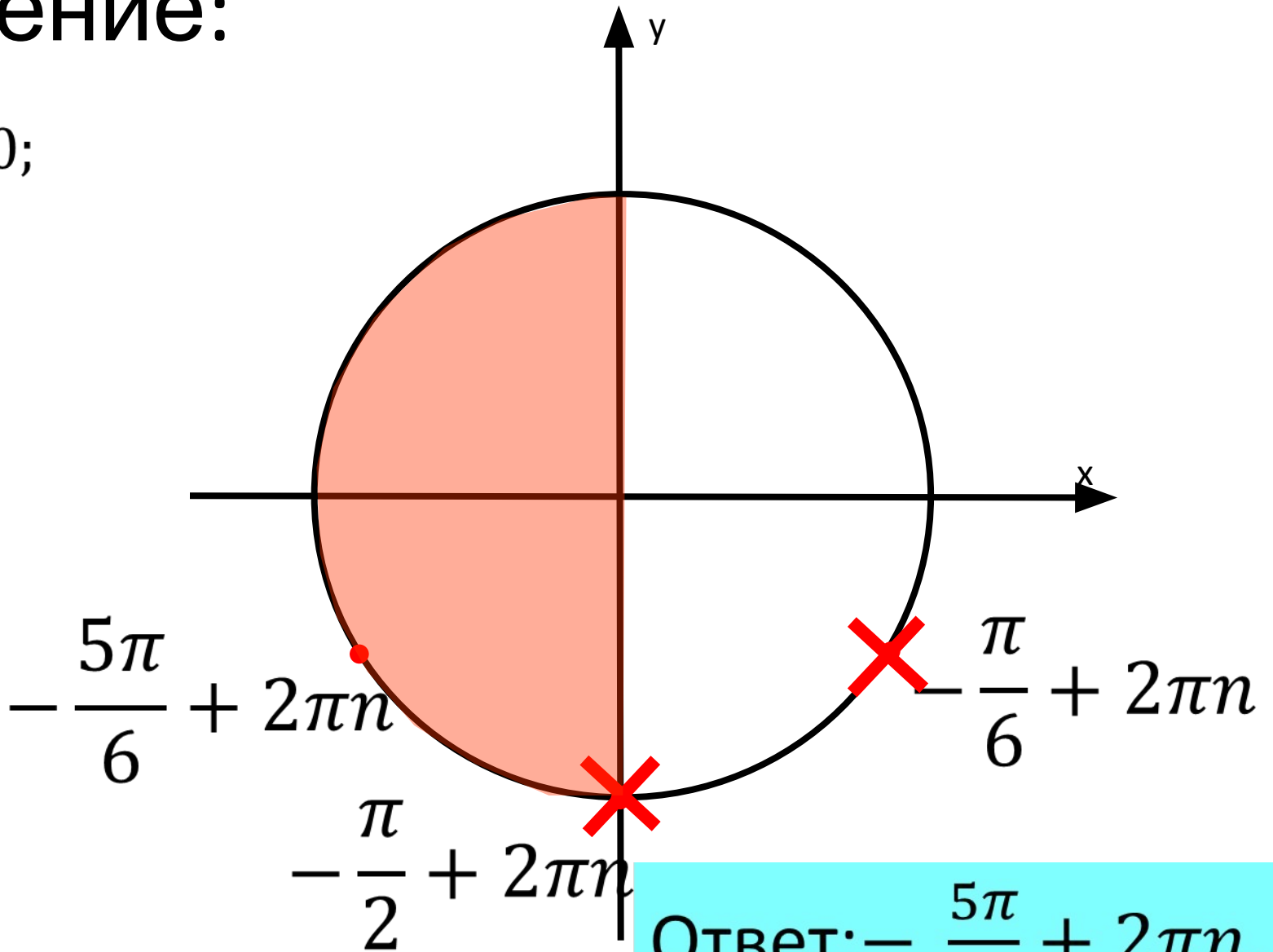
Ответ: $\frac{3\pi}{4} + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

Решите уравнение:

$$\frac{2\sin^2 x + 3\sin x + 1}{\sqrt{-\cos x}} = 0;$$

$$\begin{cases} \sin x = -1, \\ \sin x = -\frac{1}{2}, \\ \cos x < 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ x = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \\ \underline{\cos x < 0;} \end{cases}$$



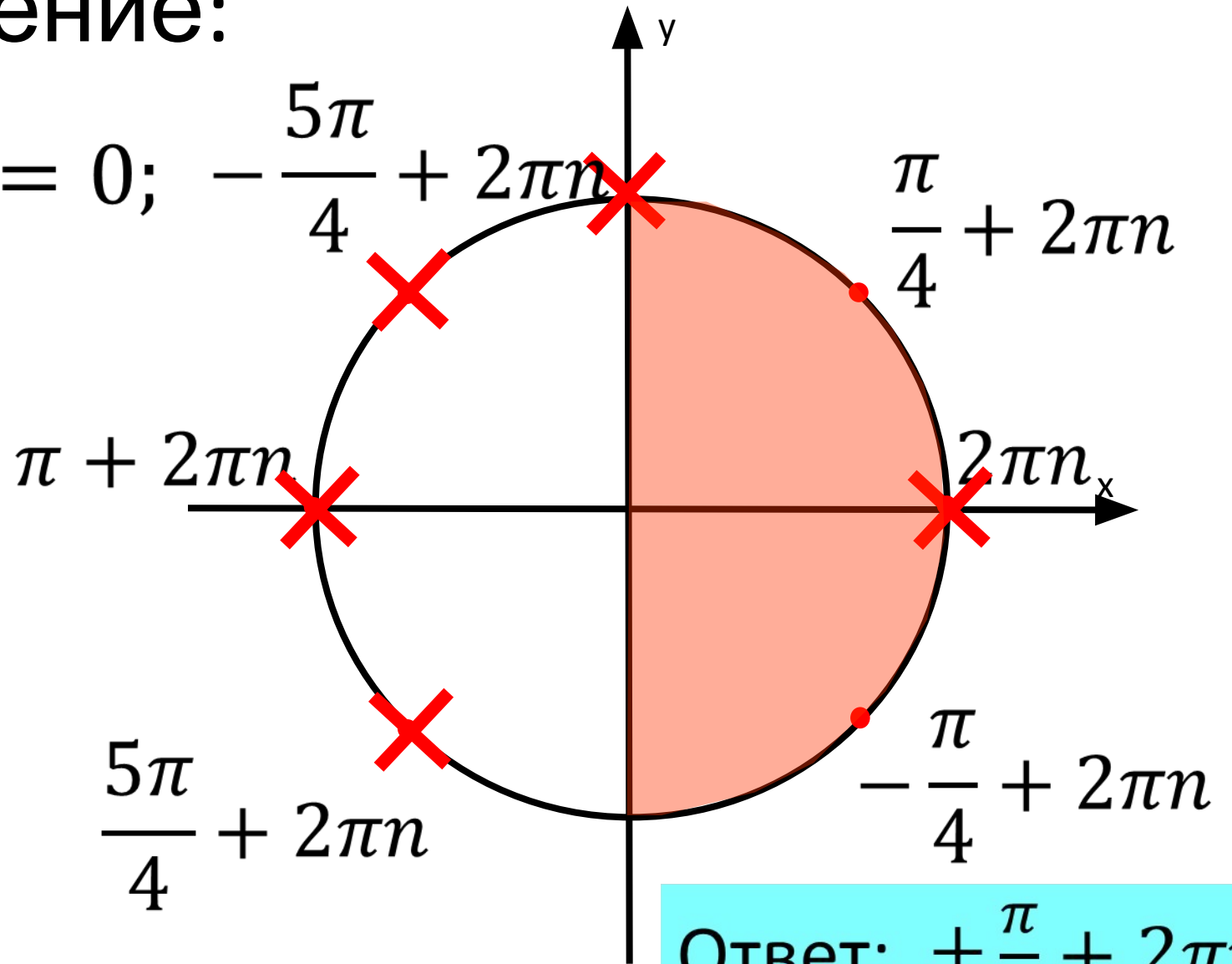
Ответ: $-\frac{5\pi}{6} + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

Решите уравнение:

$$\frac{\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x}{\ln(\sin x)} = 0; \quad -\frac{5\pi}{4} + 2\pi n$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} x = 0, \\ \operatorname{tg} x = 1 \\ \operatorname{tg} x = -1 \\ \ln(\sin x) \neq 0, \\ \sin x > 0 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \pi n, \\ x = \frac{\pi}{4} + \pi n, \\ x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, \\ x \neq \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \\ \underline{\sin x > 0} \end{array} \right.$$



Ответ: $\pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n,$
 $n \in \mathbb{Z}$

Самостоятельная работа:

$$1. \frac{\cos x}{\sin x - 1} = 0;$$

$$2. \frac{\sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}}{1 - \operatorname{tg} x} = 0;$$

$$3. \frac{\cos x - \cos 5x}{1 - \sin x} = 0;$$

$$4. \frac{\cos 3x + \cos x}{\sin \frac{x}{2}} = 0;$$

$$5. \frac{2\sin^2 x - \sin x}{2\cos x + \sqrt{3}} = 0;$$

$$6. \frac{\cos 2x + \sqrt{3}\sin x - 1}{\operatorname{tg} x - \sqrt{3}} = 0;$$

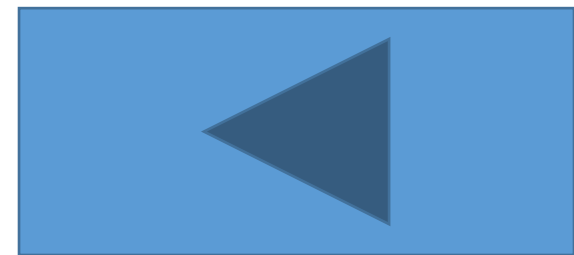
$$7. \frac{5\sin x \cos x - 4\cos x}{\sqrt{\operatorname{ctg} x}} = 0;$$

$$8. \frac{7\sin^2 x + 8\cos x - 8}{\sqrt{-19\operatorname{tg} x}} = 0;$$

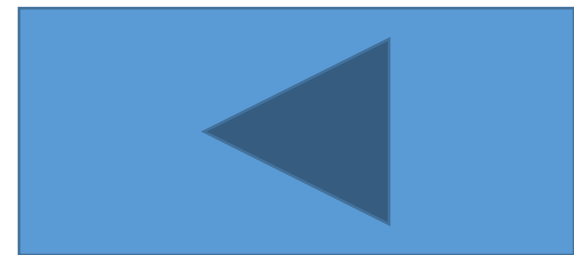
$$9. \frac{2\cos^3 x + 3\cos^2 x + \cos x}{\lg(\operatorname{ctg} x)} = 0;$$

$$10. \frac{16^{\sin x} - 6 \cdot 4^{\sin x} + 8}{\log_{\pi}(1 - 2\cos x)} = 0;$$

$$1. x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n$$



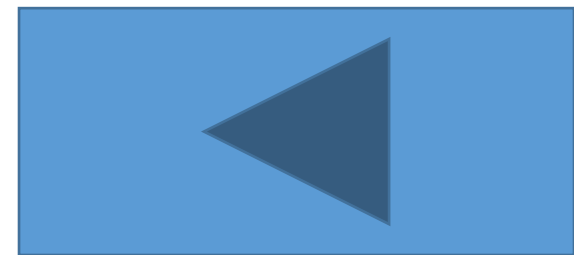
$$2. x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n$$



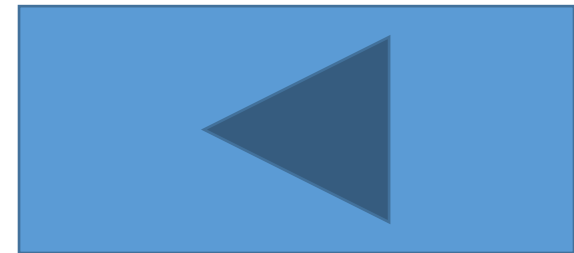
$$3. x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n;$$

$$x = \frac{\pi n}{3};$$

$$x = \pi n.$$

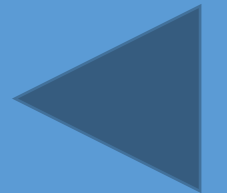


$$4. x = \frac{\pi}{2} + \pi n;$$
$$x = \pi + 2\pi n.$$

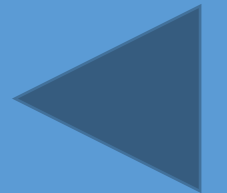


$$5. x = \frac{\pi}{6} + \pi n;$$

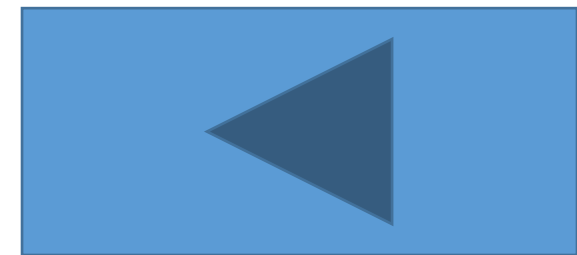
$$x = \pi n.$$



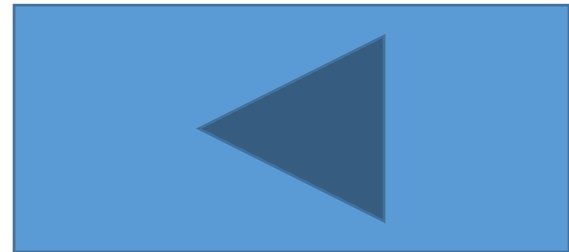
$$6. x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n;$$
$$x = \pi n.$$



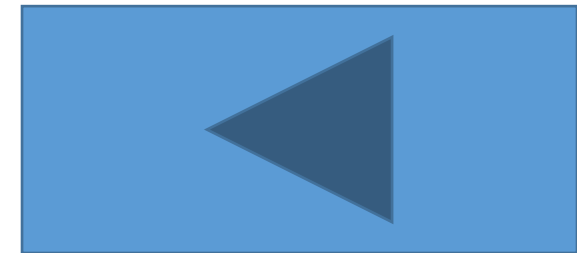
$$7. x = \arcsin \frac{4}{5} + 2\pi n$$



$$8. x = -\arcsin \frac{1}{7} + 2\pi n.$$



$$9. x = -\frac{2\pi}{3} + 2\pi n$$



$$10. x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n$$

