2. ИСПОЛЬЗУЕТСЯ ЛИ В УЧЕБНИКАХ 7-ГО КЛАССА ТЕРМИН «ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ»?

Выполнил: Латыпова И.И.
Тимофеева А.А

Учебник Алгебра 7 класс Мерзляк

Учебник Алгебра 7 класс Мерзляк

Глава 3. Функции

В этой главе вы будете изучать связи между величинами. Познакомитесь с особым видом правила, определяющим эти связи, — функцией. Изучите основные способы задания функции.

§ 20. Связи между величинами. Функция

Учитель пишет на доске. При этом меняются длина мелового следа, масса, объём и даже температура кусочка мела.

Работает школьная столовая. В течение дня меняются количество посетивших её учеников, расходы электроэнергии и воды, денежная выручка и т. п.

Вообще, в происходящих вокруг нас процессах многие величины меняют свои значения. Понятно, что некоторые из этих величин связаны между собой, то есть изменение одной величины влечёт за собой изменение другой.

Многие науки, такие как физика, химия, биология и другие, исследуют зависимости между величинами. Изучает эти связи и математика, конструируя **математические модели** реальных процессов. С понятием математической модели вы уже встречались в § 3.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Изменяется сторона квадрата. Понятно, что при этом будет меняться и его периметр. Если длину стороны квадрата обозначить a, а периметр — P, то зависимость значения переменной P от значения переменной a (коротко говорят: зависимость переменной P от переменной a) задаётся формулой

$$P = 4a.$$

Эта формула является математической моделью связи между такими величинами, как длина стороны квадрата и его периметр.

С помощью этой формулы можно, выбрав произвольную длину стороны, найти соответствующее значение периметра квадрата. Поэтому в этой модели переменную a называют **независимой переменной**, а переменную P — **зависимой переменной**.

Подчеркнём, что эта формула задаёт правило, с помощью которого по значению независимой переменной можно *однозначно* найти значение зависимой переменной. ◄

Несмотря на существенные различия моделей зависимостей, описанных в этих трёх примерах, им всем присуще следующее: *указано правило, с помощью которого по каждому значению независимой переменной можно найти единственное значение зависимой переменной*. Такое правило называют **функцией**, а соответствующую зависимость одной переменной от другой — **функциональной**.

Итак, правила, описанные в примерах 1, 2 и 3, являются функциями.

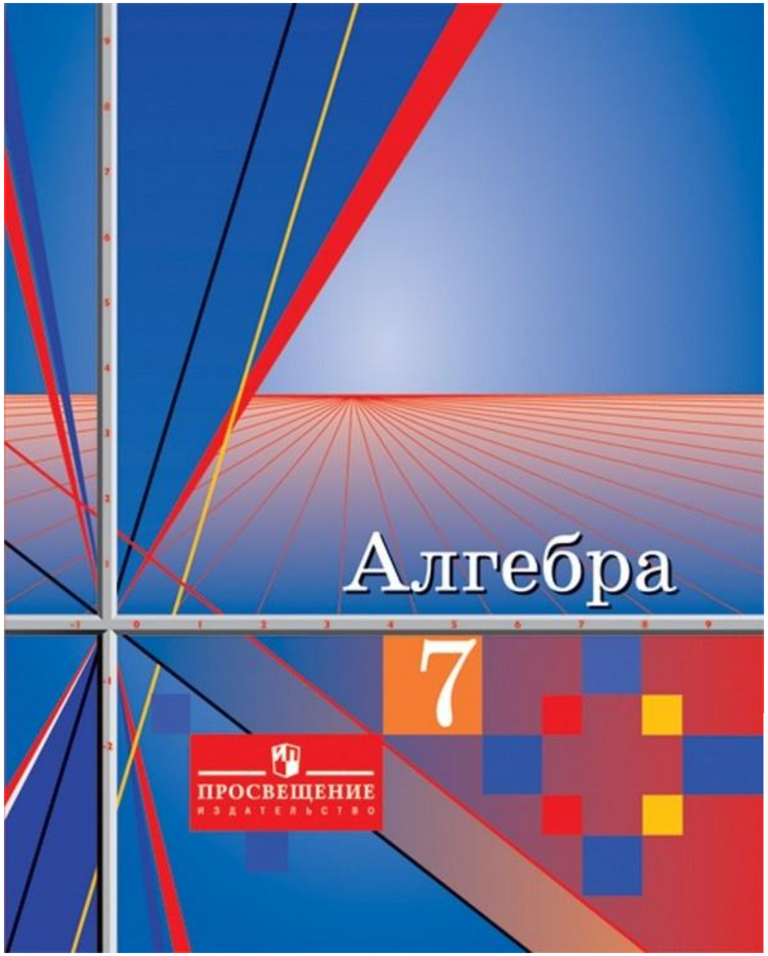
Не всякая зависимость одной переменной от другой является функциональной. Например, пусть длина маршрута автобуса равна 15 км. Стоимость проезда определяется следующей таблицей.

Стоимость проезда, р.	30	60	90
Длина пути, который проезжает пассажир, км	До 5	От 5 до 10	От 10 до 15

Ясно, что переменные величины «стоимость проезда» и «длина пути, который проезжает пассажир» связаны между собой. Однако если считать стоимость проезда независимой переменной, то описанная зависимость не является функциональной. Действительно, если пассажир заплатил 30 р., то нельзя *однозначно* установить длину пути, который он проехал.

Обычно независимую переменную обозначают буквой x, зависимую — буквой y, функцию (правило) — буквой f. Если переменная y функционально зависит от переменной x, то этот факт обозначают так: $y = f(x)$ (читают: «игрек равен эф от икс»).

Алгебра 7 класс Учебник Алимов



§ 30 Функция

Задача 1 Поезд движется из Москвы в Санкт-Петербург со скоростью 120 км/ч. Какой путь пройдет поезд за t часов?

▶ Если обозначить искомый путь буквой s (в км), то ответ можно записать формулой

$$s = 120t. \quad (1)$$

При движении поезда путь s и время t изменяются. Поэтому их называют *переменными*.

Например, если $t=\frac{1}{2}$, то $s=120\cdot\frac{1}{2}=60$; если $t=2$, то $s=240$; если $t=2{,}5$, то $s=300$ и т. д.

Так как значения s зависят от значений t, то t называют *независимой переменной*, а s — *зависимой переменной* или *функцией*. Зависимость переменной s от переменной t называют *функциональной зависимостью*.

Для того чтобы подчеркнуть, что s зависит от t, пишут $s(t)$ (читается: «s от t»). Например,

$$s\left(\frac{1}{2}\right)=60,\ s(2)=240,\ s(2{,}5)=300.$$

Таким образом, формула (1) устанавливает правило вычисления пути s по заданному значению времени t. В этой задаче время t положительно и не может быть больше времени движения поезда от Москвы до Санкт-Петербурга.

Алгебра 7 класс Учебник Макарычев Миндюк

Алгебра 7 класс Учебник Макарычев Миндюк

§ 5 ФУНКЦИИ И ИХ ГРАФИКИ

12. Что такое функция

На практике мы часто встречаемся с зависимостями между различными величинами. Например, площадь круга зависит от его радиуса, масса металлического бруска зависит от его объёма и плотности металла, объём прямоугольного параллелепипеда зависит от его длины, ширины и высоты.

В дальнейшем мы будем изучать зависимость между двумя величинами.

Рассмотрим примеры.

Пример 1. Площадь квадрата зависит от длины его стороны. Пусть сторона квадрата равна a см, а его площадь равна S см^2. Для каждого значения переменной a можно найти соответствующее ему значение переменной S. Так, например:
если $a = 3$, то $S = 3^2 = 9$;
если $a = 15$, то $S = 15^2 = 225$;
если $a = 0{,}08$, то $S = 0{,}08^2 = 0{,}0064$.

Зависимость переменной S от переменной a выражается формулой

$$S = a^2$$

(по смыслу задачи $a > 0$).

Переменную a, значения которой выбираются произвольно, называют *независимой переменной*, а переменную S, значения которой определяются выбранными значениями a, называют *зависимой переменной*.

Пример 2. Путь, пройденный автомобилем со скоростью 50 км/ч, зависит от времени движения.
Обозначим время движения автомобиля (в часах) буквой t, а пройденный путь (в километрах) буквой s. Для каждого значения переменной t, где $t \geqslant 0$, можно найти соответствующее значение переменной s. Например:
если $t = 0{,}5$, то $s = 50 \cdot 0{,}5 = 25$;
если $t = 2$, то $s = 50 \cdot 2 = 100$;
если $t = 3{,}5$, то $s = 50 \cdot 3{,}5 = 175$.
Зависимость переменной s от переменной t выражается формулой

$$s = 50t.$$

В этом примере t является независимой переменной, а s — зависимой переменной.

Пример 3. На рисунке 8 изображён график температуры воздуха в течение суток.
С помощью этого графика для каждого момента времени t (в часах), где $0 \leqslant t \leqslant 24$, можно найти соответствующую температуру p (в градусах Цельсия). Например:
если $t = 7$, то $p = -4$;
если $t = 12$, то $p = 2$;
если $t = 17$, то $p = 3$;
если $t = 22$, то $p = 0$.
Здесь t является независимой переменной, а p — зависимой переменной.

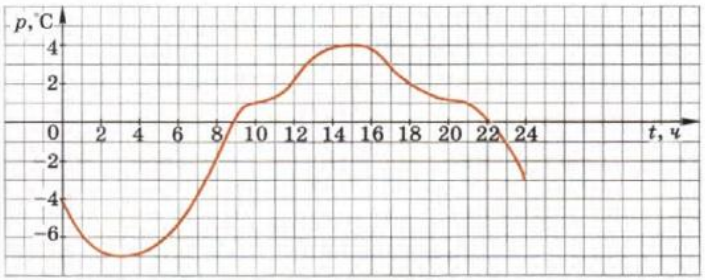


Рис. 8

В рассмотренных примерах каждому значению независимой переменной соответствует единственное значение зависимой переменной. Такую зависимость одной переменной от другой называют *функциональной зависимостью* или *функцией*.

Независимую переменную иначе называют *аргументом*, а о зависимой переменной говорят, что она является *функцией* от этого аргумента. Так, площадь квадрата является функцией от длины его стороны; путь, пройденный автомобилем с постоянной скоростью, является функцией от времени движения. Значения зависимой переменной называют *значениями функции*.

Все значения, которые принимает независимая переменная, образуют *область определения функции*.

Например, область определения функции в примере 1 состоит из всех положительных чисел, а в примере 3 — из всех чисел от 0 до 24.

Алгебра 7 класс Учебник Макарычев Миндюк углубленное изучение

34. ▽ Что такое функция

Рассмотрим два множества: множество X двузначных чисел и множество Y натуральных чисел, которые меньше 10 000. Каждому элементу множества X поставим в соответствие тот элемент множества Y, который является квадратом этого двузначного числа. Например, числу 12 соответствует число 144, числу 37 — число 1369. При этом любому элементу множества X соответствует единственный элемент множества Y. Такие соответствия называют *функциями* (от латинского слова *functio* — совершение, исполнение).

Определение. **Функцией называется соответствие между двумя множествами, при котором каждому элементу одного множества соответствует единственный элемент другого множества.**

В рассмотренном примере соответствие между множеством X и множеством Y было задано описанием. Функции часто задают аналитически, т. е. с помощью формул.

Пусть x — переменная, множеством значений которой является множество двузначных чисел, т. е. множество X, а y — переменная, множеством значений которой являются их квадраты, т. е. подмножество множества Y. Тогда соответствие между множествами X и Y можно задать формулой:

$$y = x^2.$$

Значения переменной y зависят от значений x. Переменную y называют *зависимой переменной* или *функцией*, а переменную x — *независимой переменной* или *аргументом* (от латинского слова *argumentum*).

В рассмотренном примере все двузначные числа являются *значениями аргумента*, а соответствующие им квадраты — *значениями функции*.

Пример 1. Пусть автомобиль движется со скоростью 70 км/ч в течение 4 ч, s — пройденный им путь (в километрах), а t — время его движения (в часах).

Переменная s является функцией от t. Эту функцию можно задать формулой:

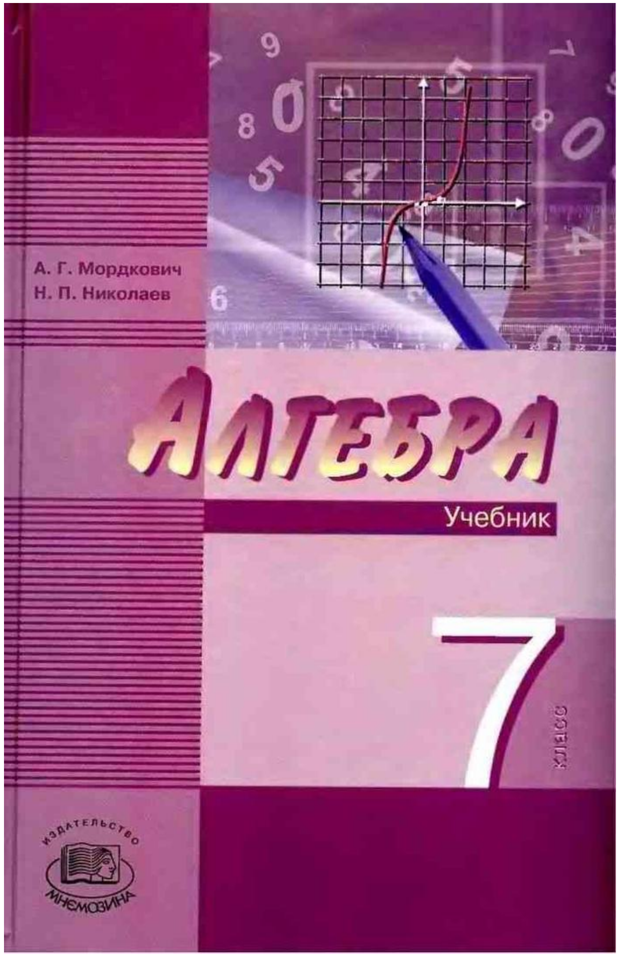
$$s = 70t, \text{ где } 0 \leqslant t \leqslant 4.$$

Пример 2. Пусть p — периметр квадрата (в сантиметрах), а x — длина его стороны (в сантиметрах).

Переменная p является функцией от x, которую можно задать формулой:

$$p = 4x, \text{ где } x > 0.$$

Алгебра 7 класс Мордкович Николаев



Алгебра 7 класс Мордкович Николаев

§9. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЕ ГРАФИК

Алгоритм построения графика уравнения $ax + by + c = 0$, который мы сформулировали в § 8, при всей его четкости и определенности математикам не очень нравится. Обычно они выдвигают претензии к первым двум шагам алгоритма. Зачем, говорят они, дважды решать уравнение относительно переменной y: сначала $ax_1 + by + c = 0$, затем $ax_2 + by + c = 0$? Не лучше ли сразу выразить y из уравнения $ax + by + c = 0$, тогда легче будет проводить вычисления (и, главное, быстрее)? Давайте проверим.

Рассмотрим сначала уравнение $3x - 2y + 6 = 0$ (см. пример 4 из § 8), т. е. $2y = 3x + 6$.

Умножив обе части уравнения на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} \cdot 2y = \frac{1}{2}(3x + 6)$, т. е. $y = \frac{3}{2}x + 3$. Впрочем, тот же результат мы получили бы, если бы обе части исходного уравнения почленно разделили на 2. Обычно предпочитают в подобных случаях говорить не об умножении, а о почленном делении обеих частей уравнения на одно и то же число.

Итак, $y = \frac{3}{2}x + 3$.

Придавая x конкретные значения, легко вычислить соответствующие значения y. Например, при $x = 0$ получаем $y = 3$; при $x = -2$ имеем $y = 0$; при $x = 2$ имеем $y = 6$; при $x = 4$ получаем $y = 9$. Видите, как легко и быстро найдены точки (0; 3), (−2; 0), (2; 6) и (4; 9), которые были выделены в примере 4 из § 8.

Точно так же уравнение $5x - 2y = 0$ (см. пример 6 из § 8) можно было преобразовать к виду $2y = 5x$ и далее $y = 2{,}5x$; нетрудно найти точки (0; 0) и (2; 5), удовлетворяющие этому уравнению. Наконец, уравнение $3x + 2y - 16 = 0$ из того же примера можно было преобразовать к виду $2y = 16 - 3x$ и далее $y = 8 - \frac{3}{2}x$. Из этого уравнения можно найти точки (0; 8) и (2; 5), которые ему удовлетворяют.

Рассмотрим теперь указанные преобразования в общем виде.

Случаи, когда в уравнении $ax + by + c = 0$ оба коэффициента a, b равны нулю, мы рассмотрели в § 8. Там же мы отметили, что в случае, когда $a \neq 0$, $b = 0$, графиком уравнения является прямая, параллельная оси y.

Рассмотрим случай, когда $b \neq 0$.

Имеем:

$$ax + by + c = 0; \qquad (1)$$

$$by = -ax - c;$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

Введя обозначения $-\frac{a}{b} = k$, $-\frac{c}{b} = m$, получаем

$$y = kx + m.$$

Таким образом, *линейное уравнение* (1) *с двумя переменными x и y в случае, когда $b \neq 0$, можно преобразовать к виду*

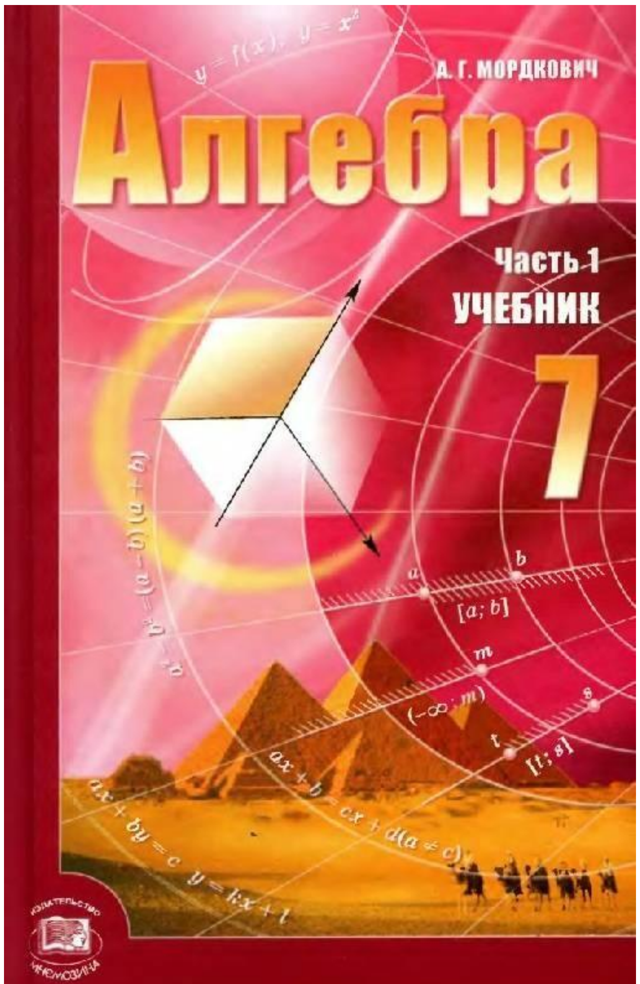
$$y = kx + m, \qquad (2)$$

где k, m — числа (коэффициенты).

Это частный вид линейного уравнения. Зная, чему равен x, по правилу $y = kx + m$ всегда можно найти, чему равен y. Будем называть уравнение (2) **линейной функцией**.

нами. Часто бывает так: ввели новое понятие, работают с ним, но затем, по мере дальнейшего изучения математики, начинают осознавать, что введенное понятие требует уточнения, развития. Именно так обстояло дело с понятием «тождество». Точно так же обстоит дело и с понятием «функция». Мы еще довольно долго будем привыкать к нему, набираться опыта, работать с этим понятием, пока не придем к строгому определению (это будет в 9-м классе).

Алгебра 7 класс Мордкович



§ 8. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ ГРАФИК

Алгоритм построения графика уравнения $ax + by + c = 0$, который мы сформулировали в § 7, при всей его чёткости и определённости математикам не очень нравится. Обычно они выдвигают претензии к первым двум шагам алгоритма. Зачем, говорят они, дважды решать уравнение относительно переменной y: сначала $ax_1 + by + c = 0$, затем $ax_2 + by + c = 0$? Не лучше ли сразу выразить y из уравнения $ax + by + c = 0$, тогда легче будет проводить вычисления (и, главное, быстрее)? Давайте проверим.

Рассмотрим сначала уравнение $3x - 2y + 6 = 0$ (см. пример 2 из § 7), т. е. $2y = 3x + 6$.

Умножив обе части уравнения на $\frac{1}{2}$, получим $\frac{1}{2} \cdot 2y = \frac{1}{2}(3x + 6)$, т. е. $y = \frac{3}{2}x + 3$. Впрочем, тот же результат мы получили бы, если бы обе части исходного уравнения почленно разделили на 2. Обычно предпочитают в подобных случаях говорить не об умножении, а о почленном делении обеих частей уравнения на одно и то же число.

Итак, $y = \frac{3}{2}x + 3$.

Придавая x конкретные значения, легко вычислить соответствующие значения y. Например, при $x = 0$ получаем $y = 3$; при $x = -2$ имеем $y = 0$; при $x = 2$ имеем $y = 6$; при $x = 4$ получаем $y = 9$. Видите, как легко и быстро найдены точки (0; 3), (−2; 0), (2; 6) и (4; 9), которые были выделены в примере 2 из § 7.

Точно так же уравнение $5x - 2y = 0$ (см. пример 4 из § 7) можно было преобразовать к виду $2y = 5x$ и, далее, $y = 2{,}5x$; нетрудно найти точки (0; 0) и (2; 5), удовлетворяющие этому уравнению.

Алгебра 7 класс Мордкович

Наконец, уравнение $3x + 2y - 16 = 0$ из того же примера можно было преобразовать к виду $2y = 16 - 3x$ и, далее, $y = 8 - \frac{3}{2}x$. Из этого уравнения можно найти точки $(0; 8)$ и $(2; 5)$, которые ему удовлетворяют.

Рассмотрим теперь указанные преобразования в общем виде.

Случаи, когда в уравнении $ax + by + c = 0$ коэффициенты a и b равны нулю, мы рассмотрели в § 7. Там же мы отметили, что в случае, когда $a \neq 0$, $b = 0$, графиком уравнения является прямая, параллельная оси y.

Рассмотрим случай, когда $b \neq 0$.

Имеем

$$ax + by + c = 0; \qquad (1)$$

$$by = -ax - c;$$

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}.$$

Введя обозначения $-\frac{a}{b} = k$, $-\frac{c}{b} = m$, получаем

$$y = kx + m.$$

обратите внимание

Таким образом, *линейное уравнение (1) с двумя переменными x и y в случае, когда $b \neq 0$, можно преобразовать к виду*

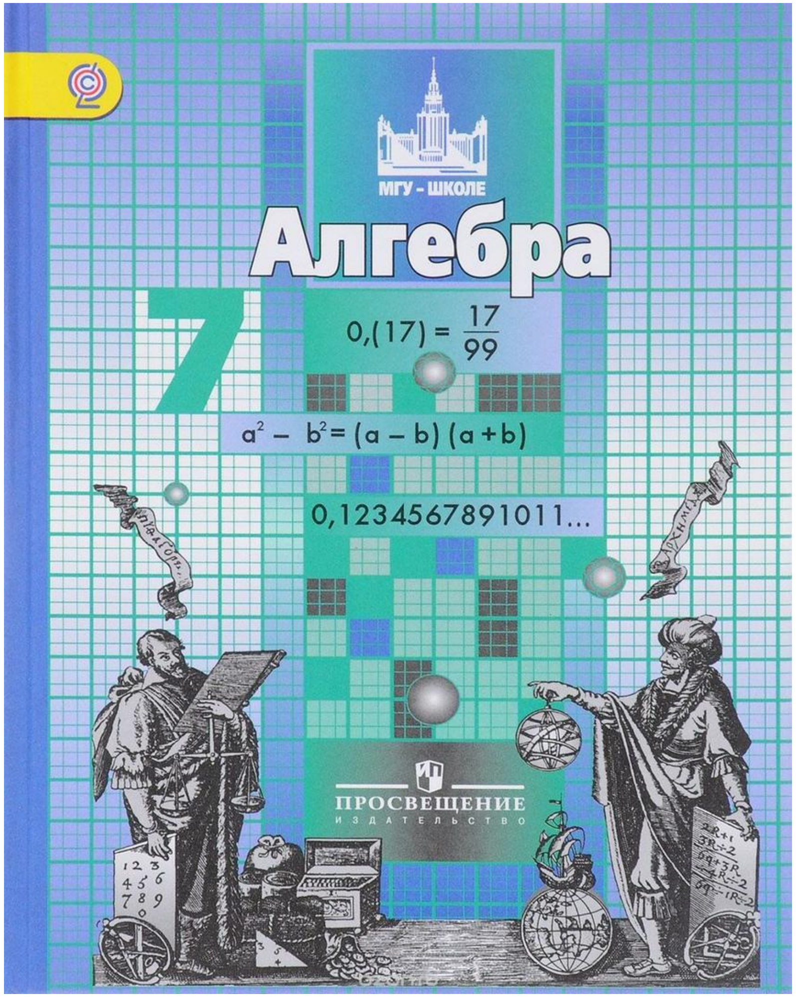
$$y = kx + m, \qquad (2)$$

где k, m — числа (коэффициенты).

Это частный вид линейного уравнения. Зная, чему равен x, по правилу $y = kx + m$ всегда можно найти, чему равен y. Будем называть уравнение (2) **линейной функцией**.

Замечание. В русском языке часто один и тот же объект называют по-разному, например: «дом», «здание», «сооружение», «коттедж», «особняк», «барак», «хибара», «избушка». В математическом языке ситуация примерно та же. Скажем, равенство с двумя переменными $y = kx + m$, где k, m — конкретные числа, можно назвать линейной функцией, можно назвать линейным уравнением с двумя переменными x и y (или с двумя неизвестными x и y), можно назвать формулой, можно назвать соотношением, связывающим x и y, можно, наконец, назвать зависимостью между x и y. Это неважно, главное — понимать, что во всех случаях речь идёт о математической модели $y = kx + m$.

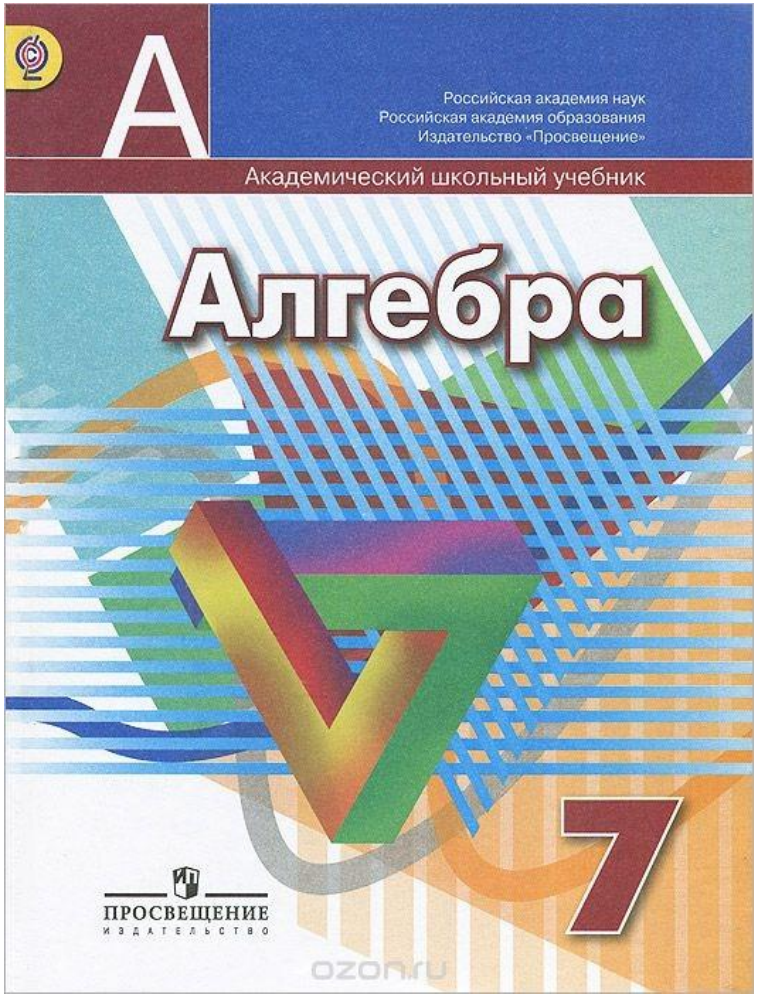
Алгебра 7 класс Учебник Никольский



Оглавление

Алгебра 7 класс Учебник Никольский

Учебник Алгебра 7 класс Дорофеев



Глава 5. Координаты и графики

Учебник Алгебра 7 класс Дорофеев

5.4 Графики

1 Теперь мы будем рассматривать множества точек координатной плоскости, абсциссы и ординаты которых связаны какой-либо зависимостью. Что, например, представляет собой множество точек, у которых ордината равна абсциссе, т. е. координаты которых удовлетворяют равенству $y = x$?

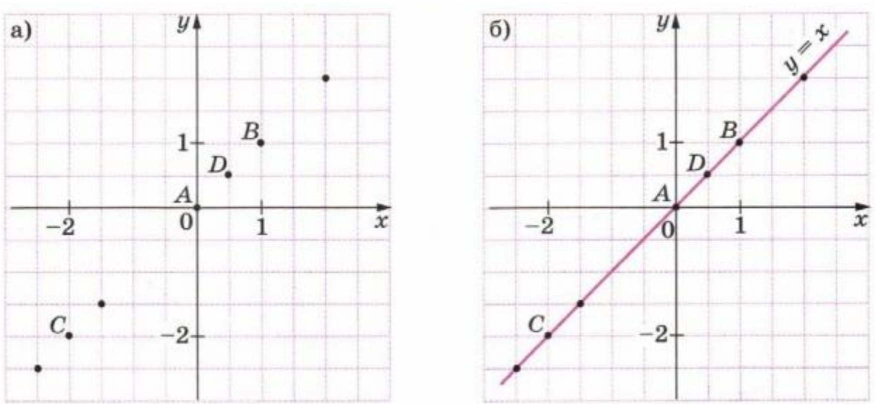


Рис. 5.29

Отметим на координатной плоскости несколько точек, имеющих равные координаты, например $A(0;\ 0)$, $B(1;\ 1)$, $C(-2;\ -2)$, $D(0{,}5;\ 0{,}5)$ (рис. 5.29, *а*). Мы видим, что все эти точки лежат на одной прямой, являющейся биссектрисой I и III координатных углов (рис. 5.29, *б*). Вообще, если абсцисса и ордината точки равны, то эта точка принадлежит биссектрисе I и III координатных углов, и, наоборот, у всякой точки, принадлежащей этой биссектрисе, абсцисса и ордината — равные числа. Таким образом, равенство $y = x$ задаёт на координатной плоскости прямую, которая является биссектрисой I и III координатных углов. Говорят, что эта биссектриса — **график зависимости** $y = x$.

2 На рисунке 5.30 изображена биссектриса II и IV координатных углов. Как описать эту прямую на алгебраическом языке? Попробуем найти зависимость, которая связывает абсциссы и ординаты её точек.

Этой прямой принадлежат, например, точки $A(2;\ -2)$, $B(1;\ -1)$, $C(-1;\ 1)$. У каждой из этих точек абсцисса и ордината — противоположные числа. На языке алгебры это можно записать так: $y = -x$. Равенству $y = -x$ удовлетворяет любая точка рассматриваемой прямой, и никакая другая точка координатной плоскости этому условию не удовлетворяет. Значит, прямая — биссектриса II и IV координатных углов — задаётся равенством $y = -x$. Иными словами, эта биссектриса — график зависимости $y = -x$.

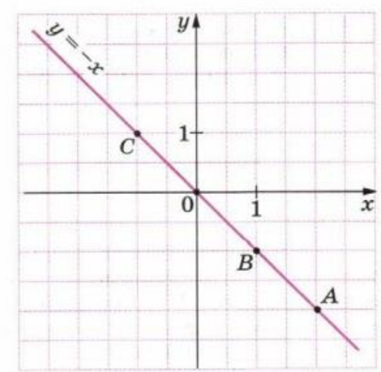
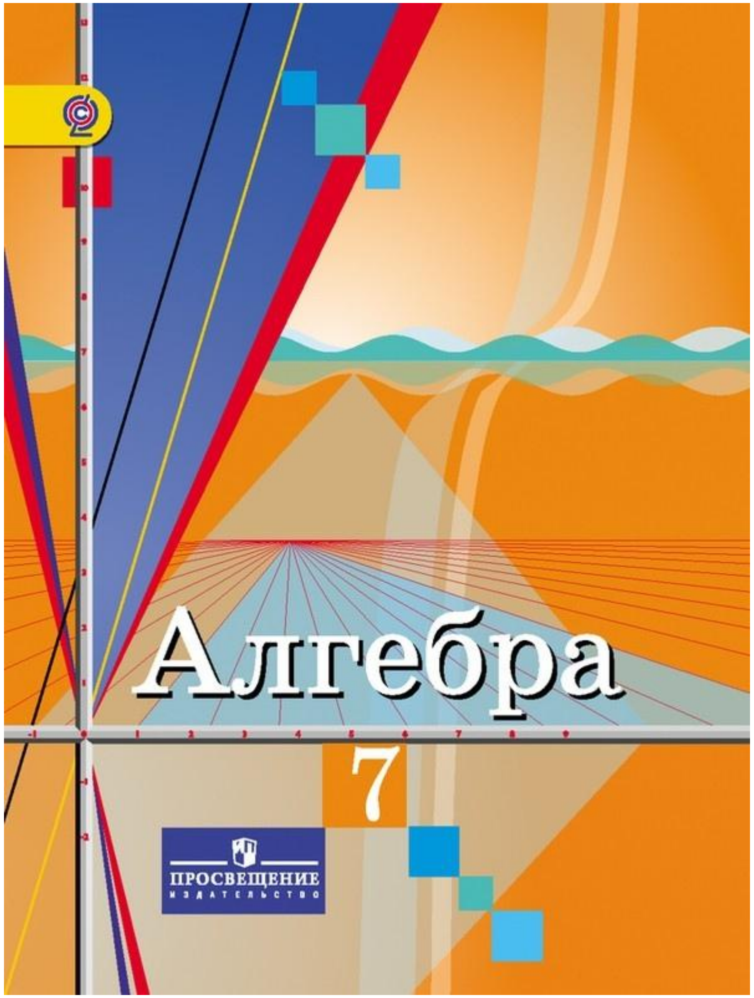


Рис. 5.30

Учебник Алгебра 7 класс Колягин



Учебник Алгебра 7 класс Колягин

§ 30 Функция

В этом параграфе вводится одно из основных понятий математики — понятие функции (зависимой переменной). Рассматриваются три способа задания функции; демонстрируется процесс нахождения значения функции по заданному значению независимой переменной. Хотя с графиками, иллюстрирующими разные явления, вы уже встречались, но только теперь познакомитесь с определением понятия графика функции.

Нужно вспомнить:

- формулы движения, периметра и площади прямоугольника, плотности вещества;
- нахождение значений алгебраических выражений при заданных значениях входящих в него букв;
- построение точек на координатной плоскости;
- нахождение координат точек, расположенных на координатной плоскости.

Задача 1. Поезд движется из Москвы в Санкт-Петербург со скоростью 120 км/ч. Какой путь пройдёт поезд за t часов?

▶ Если обозначить искомый путь буквой s (в км), то ответ можно записать формулой $s=120t$. ◁

При движении поезда путь s и время t изменяются. Поэтому их называют **переменными**.

Например, если $t=\frac{1}{2}$, то $s=120\cdot\frac{1}{2}=60$; если $t=2$, то $s=240$; если $t=2{,}5$, то $s=300$ и т. д.

Так как значения s зависят от значений t, то t называют **независимой переменной**, а s — **зависимой переменной** или **функцией**. Зависимость переменной s от переменной t называют **функциональной зависимостью**.

Для того чтобы подчеркнуть, что s зависит от t, пишут $s(t)$ (читается: «s от t»). Например,

$$s\left(\frac{1}{2}\right)=60,\quad s(2)=240,\quad s(2{,}5)=300.$$

Таким образом, формула $s=120t$ устанавливает правило вычисления пути s по заданному значению времени t. В этой задаче время t положительно и не может быть больше времени движения поезда от Москвы до Санкт-Петербурга.

Задача 2. Поезд движется из Москвы в Санкт-Петербург со скоростью 120 км/ч. За какое время он пройдёт путь, равный s километрам?

▶ Если обозначить искомое время буквой t (в часах), то ответ можно записать формулой $t=\frac{s}{120}$. ◁

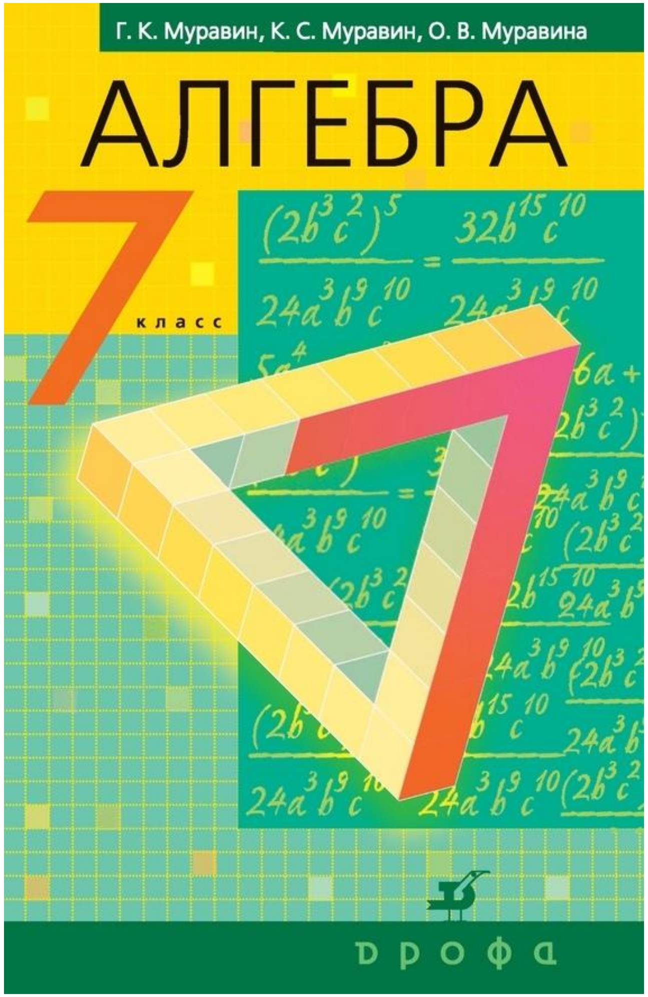
Например, если $s=180$, то $t=1{,}5$; если $s=300$, то $t=2{,}5$. Таким образом, в этой задаче s является независимой переменной, а t — зависимой переменной, т. е. функцией $t(s)$. Например, $t(180)=1{,}5$; $t(300)=2{,}5$.

Формула $t=\frac{s}{120}$ устанавливает правило вычисления времени по заданному значению пути s. Здесь s может принимать положительные значения, не большие чем расстояние от Москвы до Санкт-Петербурга.

Обычно в математике независимая переменная обозначается буквой x, а зависимая переменная — буквой y. В этом случае пишут $y(x)$. Но такое обозначение не является обязательным.

Например, в задаче 1 путь s является функцией времени t; при этом пишут $s(t)=120t$. В задаче 2 время t является функцией пути s, и поэтому пишут $t(s)=\frac{s}{120}$.

Учебник Алгебра 7 класс Муравин



Учебник Алгебра 7 класс Муравин

§ 3. Функции и способы их задания

7. Понятие функции

Задача 1. В аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда (рис. 10), наливают воду. Сколько воды в аквариуме, если высота ее столба в нем равна h (см)?

Решение. Пространство, заполненное водой, — прямоугольный параллелепипед с измерениями 60 см, 40 см и h см. Объем его равен $60 \cdot 40 \cdot h$ (см^3). Обозначив объем воды в литрах буквой V и учитывая, что 1000 см$^3 = 1$ л, получим:

$$V = 2400h \text{ см}^3 = 2{,}4h \text{ л}.$$

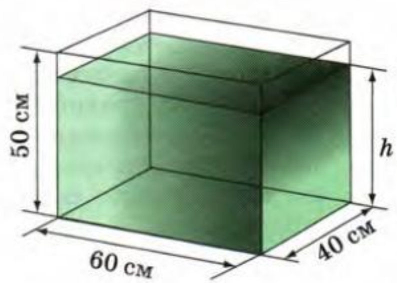


Рис. 10

Эта формула выражает зависимость объема воды в аквариуме от высоты ее столба. Будем рассматривать теперь V и h в формуле $V = 2{,}4h$ как переменные. Допустимые значения переменной h — все положительные числа, не превышающие 50 (высота аквариума равна 50 см). Обратим внимание на то, что каждому допустимому значению переменной h соответствует единственное значение переменной V.

Так, например:
$V = 2{,}4 \cdot 20 = 48$ при $h = 20$, $V = 2{,}4 \cdot 25 = 60$ при $h = 25$.

Задача 2. Площадь прямоугольника равна 60 см^2, а одно из его измерений a см. Каково второе измерение прямоугольника?

Решение. Обозначим искомое измерение буквой b (см), тогда $b = \frac{60}{a}$.

Рассматривая в этой формуле b и a как переменные, заметим, что и в данном случае каждому допустимому значению переменной a (допустимы любые положительные значения) соответствует единственное значение переменной b. Например, при $a = 2$ имеем $b = \frac{60}{2} = 30$, при $a = 12$ соответствующее значение $b = \frac{60}{12} = 5$.

В рассмотренных задачах с изменением значения одной переменной изменяется и значение другой, причем каждому допустимому значению первой переменной соответствует единственное значение второй. Такие пары переменных встречаются довольно часто, и у них есть специальные названия.

> Переменную y называют **функцией** переменной x, если каждому допустимому значению x соответствует единственное значение y.
>
> Переменную x называют **аргументом** функции y.