



Интеграл функции

Основные понятия и вычисление



Виды интегралов



Неопределённый

Определённый

Определение 1.

Неопределённым интегралом функции $f(x)$ называется совокупность всех первообразных данной функции, т.е.

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

\int

– знак интеграла

$f(x)$ – подынтегральная функция

$F(x) + C$ – общий вид всех первообразных функции

Определение 2.

Определённым интегралом функции $f(x)$ называется приращение (изменение) первообразной от a до b , т.е

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

- a – **верхний предел** интегрирования
- b – **нижний предел** интегрирования

Как вычислить интеграл?

- найти первообразную подынтегральной функции
- подставить в первообразную верхний предел
- подставить в первообразную нижний предел.
- Результаты вычесть.

Примеры

□

$$\rightarrow \int_{-1}^1 x^5 dx = \frac{x^6}{6} \Big|_{-1}^1 = \frac{1^6}{6} - \frac{(-1)^6}{6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{6} = 0$$

$$\rightarrow \int_0^{\pi} \sin x dx = -\cos x \Big|_0^{\pi} = -\cos \pi - (-\cos 0) =$$
$$= -(-1) + 1 = 2$$

$$\rightarrow \int_1^3 (x^2 + 2) dx = \frac{x^3}{3} + 2x \Big|_1^3 = \left(\frac{3^3}{3} + 2 \cdot 3 \right) - \left(\frac{1^3}{3} + 2 \cdot 1 \right)$$
$$= (9 + 6) - \left(\frac{1}{3} + 2 \right) = 12 \frac{2}{3}$$

Практическая работа

Вычислите:

$$A) \int_1^3 x^2 dx$$

$$Б) \int_1^4 \frac{8}{2\sqrt{x}} dx$$

$$B) \int_0^{\pi/2} \cos x dx$$

$$Г) \int_1^2 (x^2 + 4x) dx$$

$$Д) \int_2^3 (x^2 + 2x + 3) dx$$

Проверь себя (ответы)

□
➔ А) $\dots = \frac{x^3}{3} \Big|_1^3 = 8\frac{2}{3}$

➔ Б) $\dots = 8\sqrt{x} \Big|_1^4 = 8$

➔ В) $\dots = \sin x \Big|_0^{\pi/2} = 1$

➔ Г) $\dots = \frac{x^3}{3} + 2x^2 \Big|_1^2 = 3\frac{2}{3}$

➔ Д) $\dots = \frac{x^3}{3} + x^2 + 3x \Big|_2^3 = 27 - 12\frac{2}{3} = 26\frac{3}{3} - 12\frac{2}{3} = 14\frac{1}{3}$