ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПРОФЕССОРА В.Ф. ВОЙНО-ЯСЕНЕЦКОГО»
МИНИСТЕРСТВА ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

Роль и место математики в современном мире. Пределы, их свойства

33.02.01 - Фармация, 34.02.01 - Сестринское дело,
31.02.03 - Лабораторная диагностика

План:

1. Роль и место математики в современном мире
2. Понятие функции и способы ее задания
3. Классификация функций
4. Основные свойства функций
5. Обратные функции

1. Роль и место математики в современном мире

В любой науке столько истины, сколько в ней математики.

И.Кант

МАТЕМАТИКА - область человеческого знания, изучающая математические модели, отражающие объективные свойства и связи.

Математика
(греч. mathematike, mathema - знание, наука)

Современное понятие математики - наука о математических структурах (множествах, между элементами которых определены некоторые отношения).

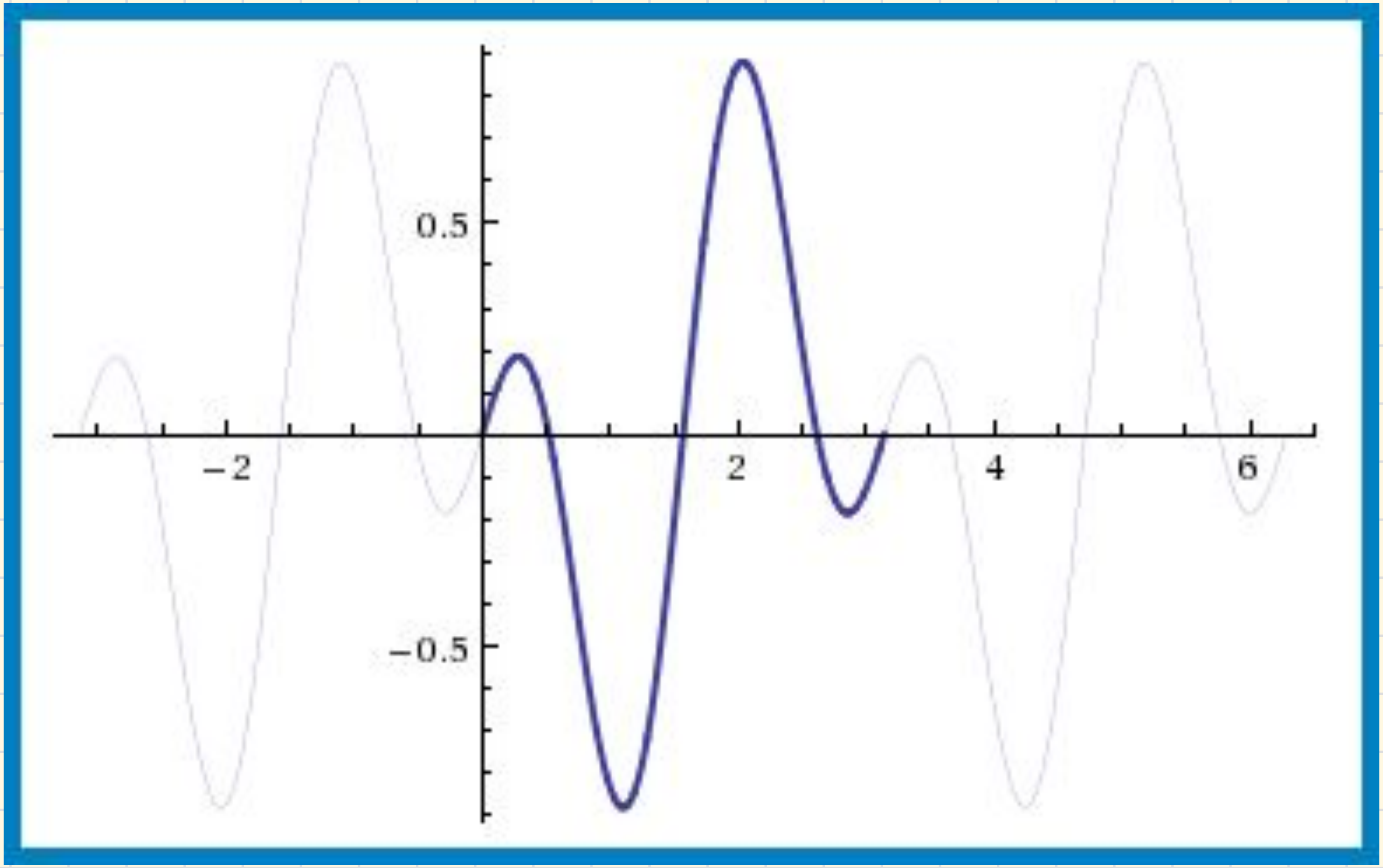
1 период (с древнейших времен до VIII-VII вв до н.э.) – зарождение математики

2 период (с VI-V вв до н.э. до XVI в н.э.) – становление математики постоянных величин

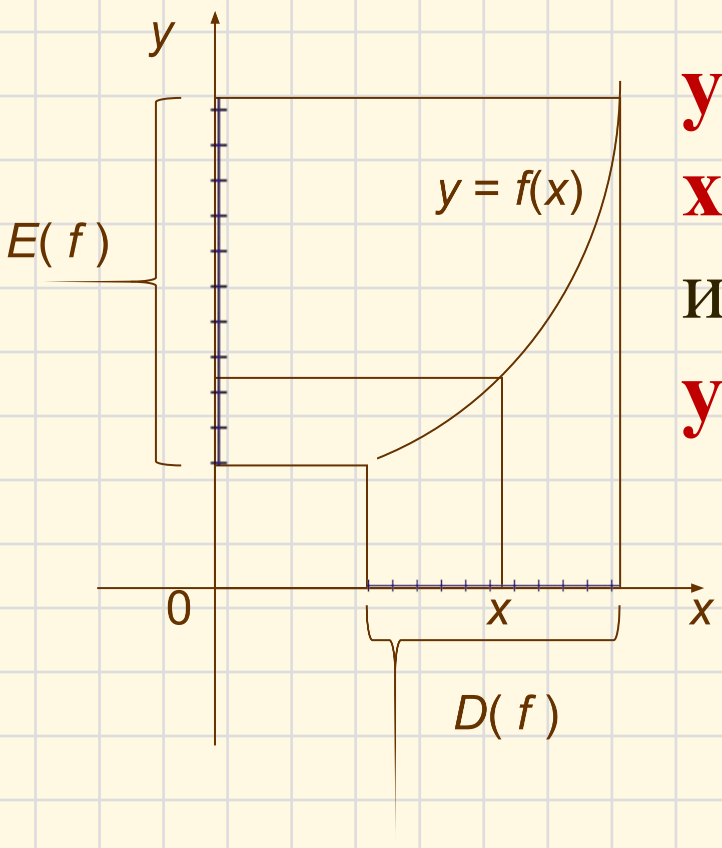
3 период (XVII-начало XIX вв) – эпоха математики переменных величин

4 период (со второй половины XIX в и по настоящее время) – бурное развитие математики, применение ее в различных областях человеческой деятельности

2.Понятие функции и способы ее задания



Функция – зависимость переменной **y** от переменной **x**, при которой каждому значению **x** соответствует единственное значение **y**.



y = f(x), где

x–независимая переменная или аргумент

y – зависимая переменная

Способы задания функции

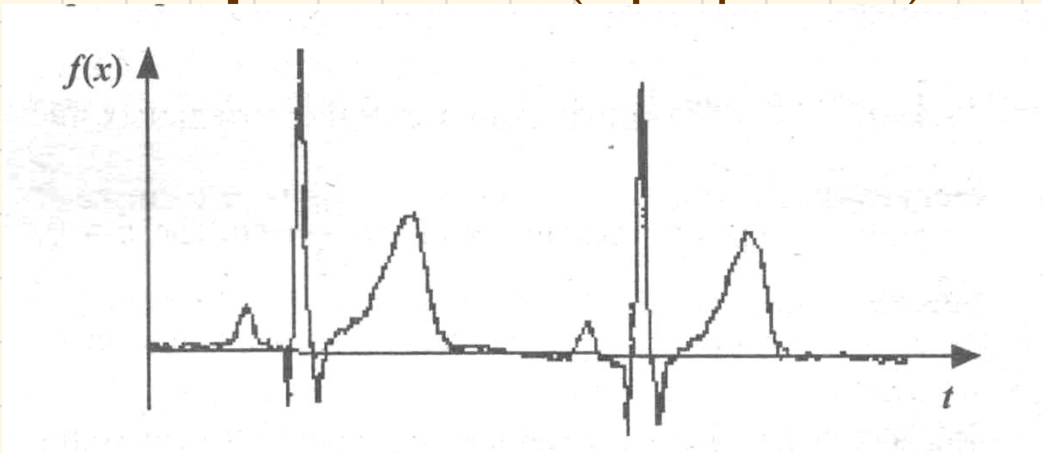
1.Аналитический (Формулой)

$$y = 3x-15$$

2.Таблицей

Дни	1	2	3	4
t, ^{0}C	39	39	38,5	38

3. Геометрический (Графиком)

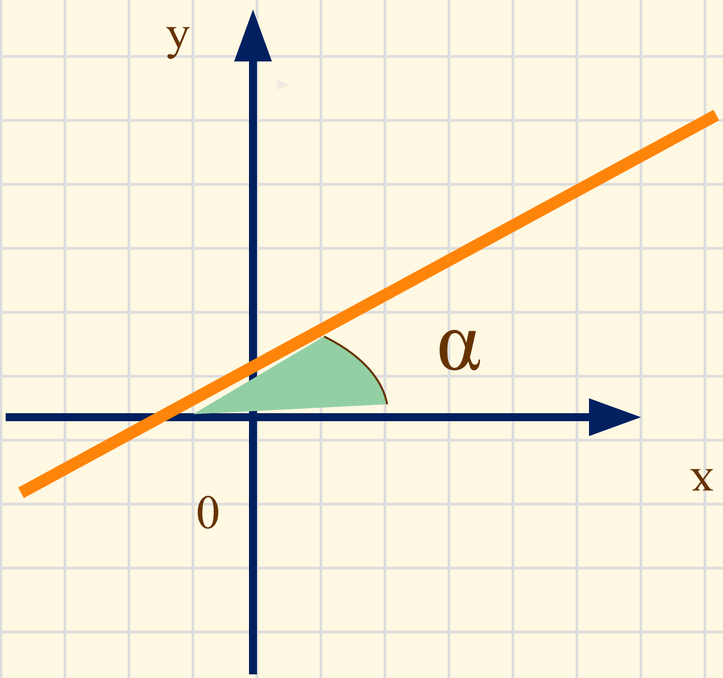


3.Классификация функций

Простейшие элементарные функции

Линейная функция и ее график

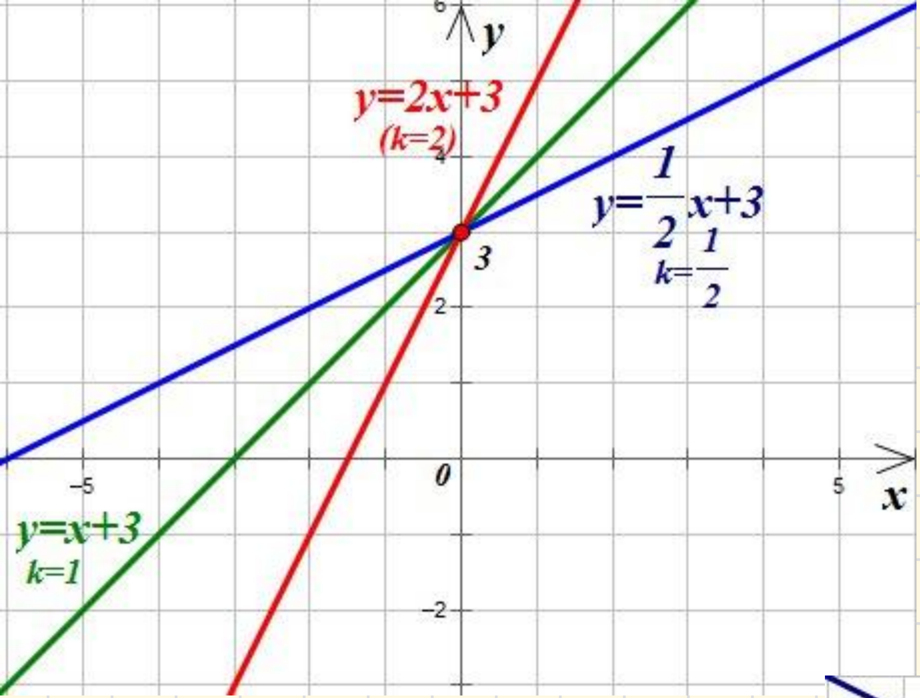
y = kx + b, где k и b - некоторые действительные числа



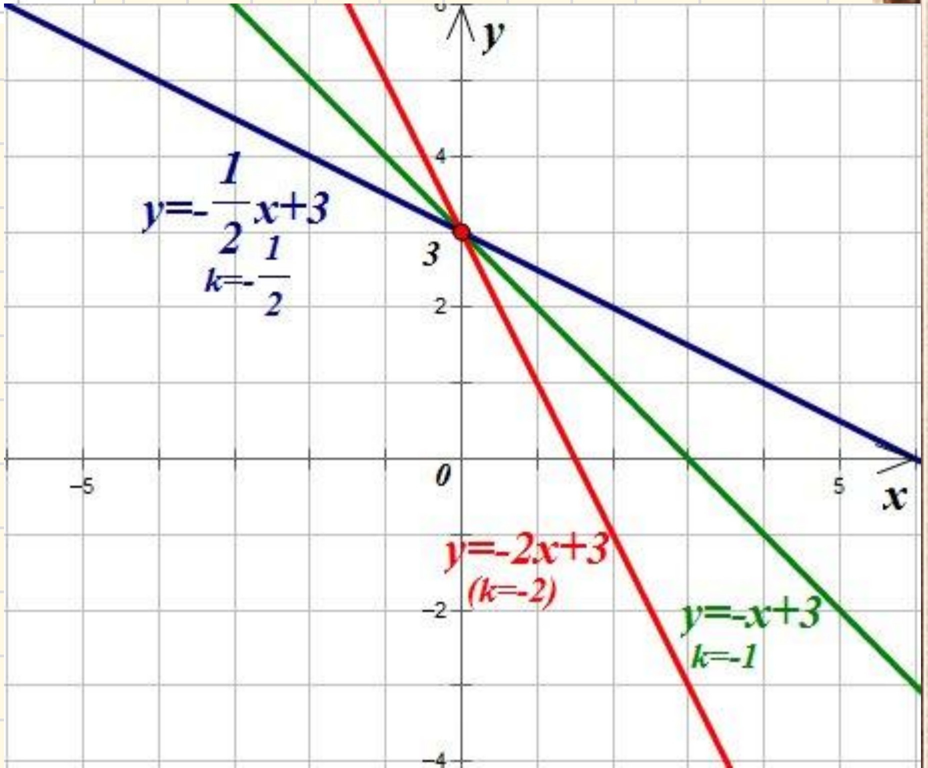
Графиком линейной функции является прямая.

k – угловой коэффициент прямой

k = t q α



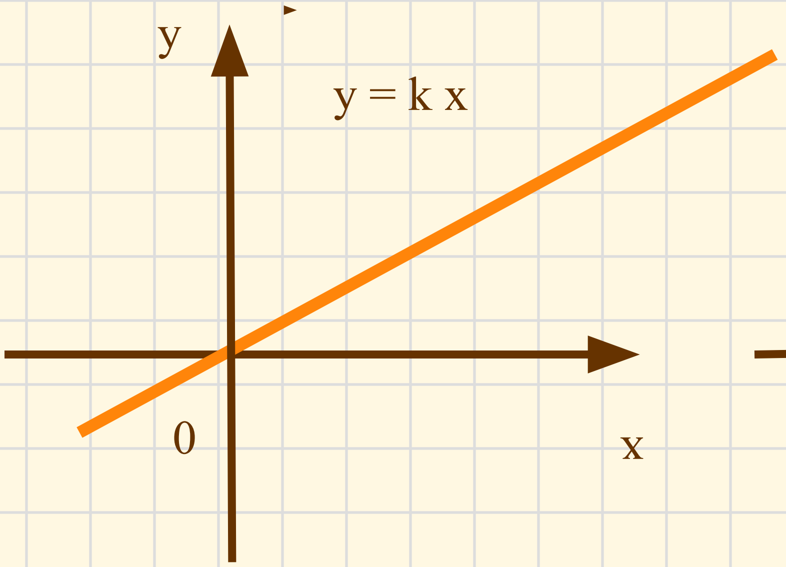
y
y=2x+3
(k=2)
$y=\frac{1}{2}x+3$
$k=\frac{1}{2}$
3
0
x
y=x+3
k=1

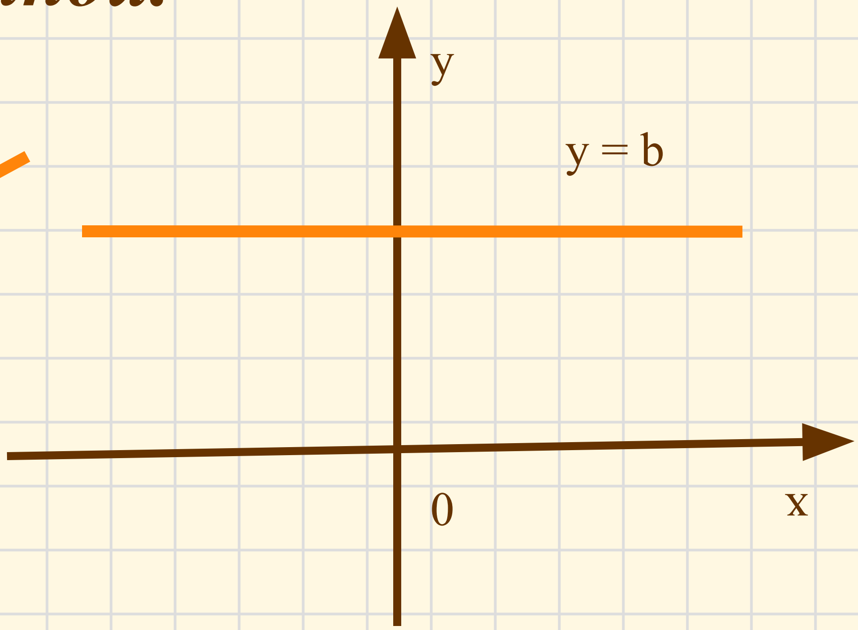


y
$y=-\frac{1}{2}x+3$
$k=-\frac{1}{2}$
3
0
x
y=-2x+3
(k=-2)
y=-x+3
k=-1

Частные случаи линейной функции

- 1. Если b = 0, то линейная функция называется ***прямой пропорциональностью.***
- 2.Если k = 0, то линейная функция называется ***постоянной.***

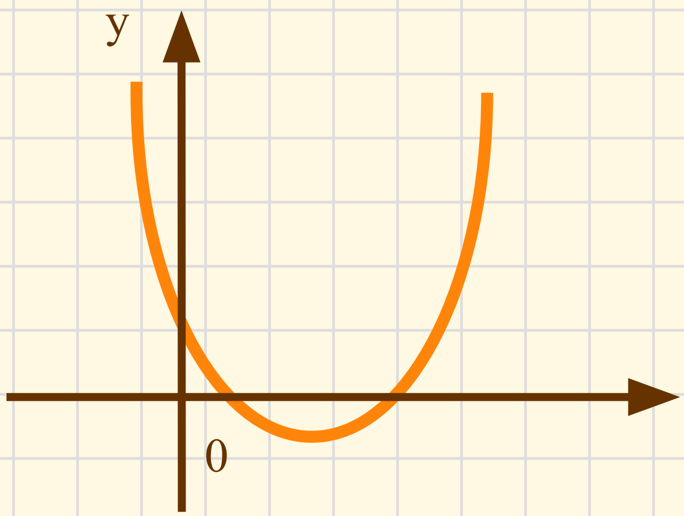




Квадратичная функция и ее график

$y = ax^2 + вx + c$, где а, в, с – некоторые числа, причем $а \neq 0$

а) а > 0



б) а < 0

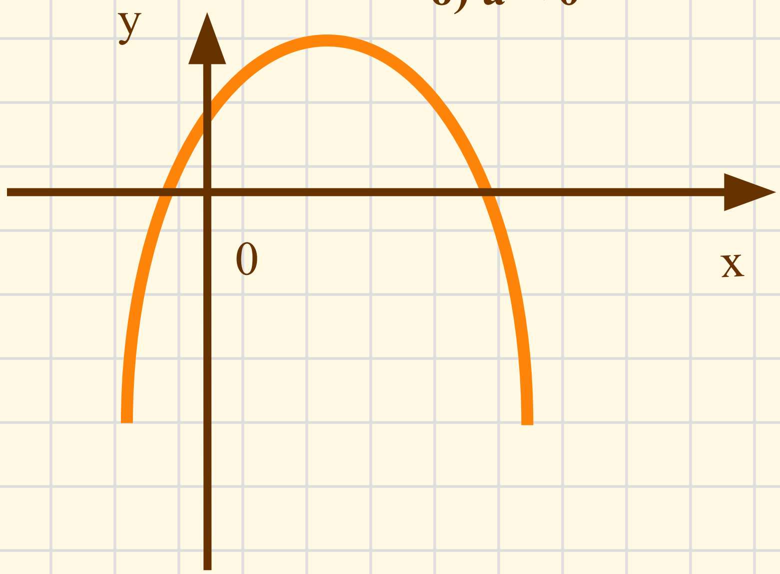


График - парабола

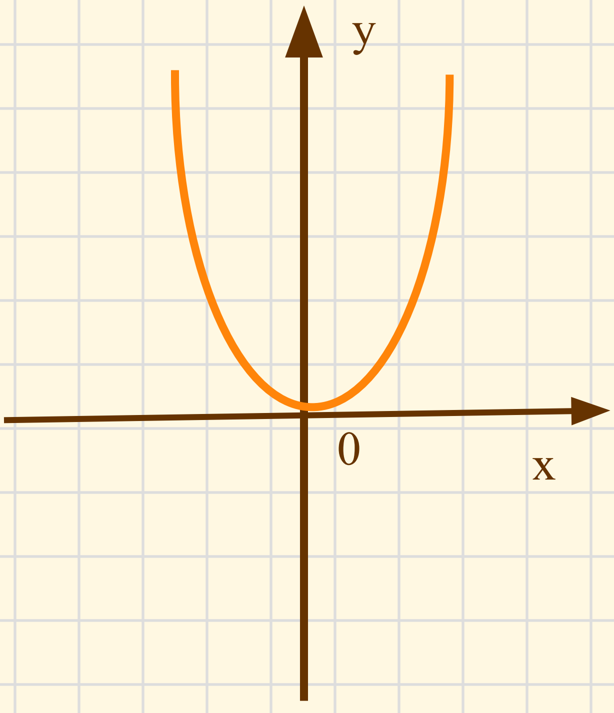
ветви вверх

ветви вниз

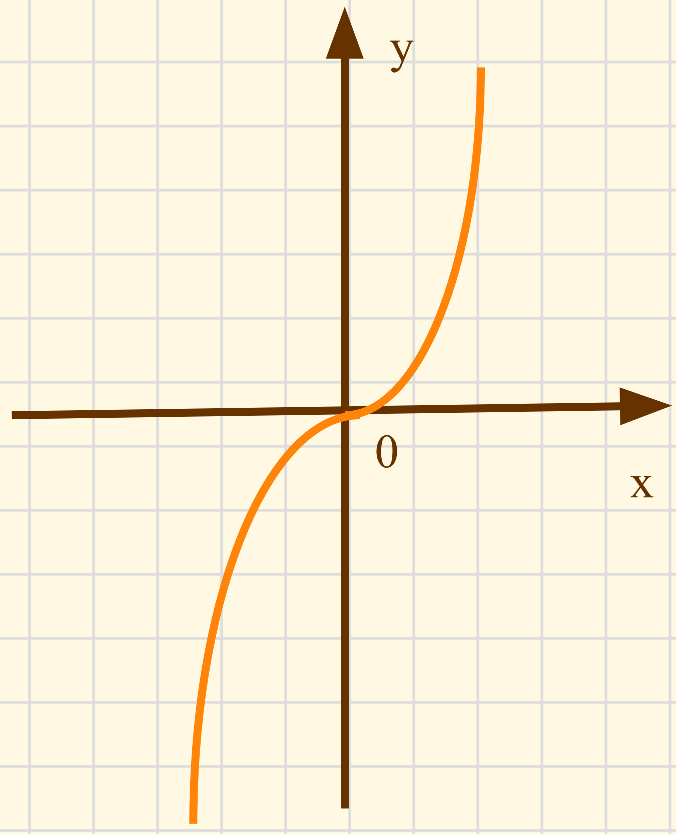
Степенная функция и ее график

$\mathbf{y = x^n}$, *где n – натуральное число*

1) **n – четное,**



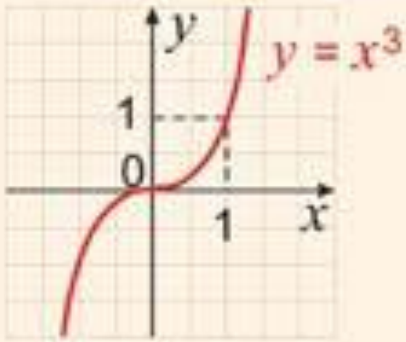
2) **n - нечетное**

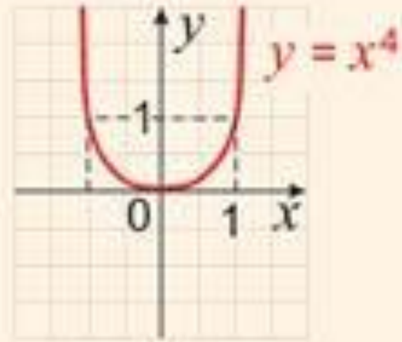


Степенная функция и ее график

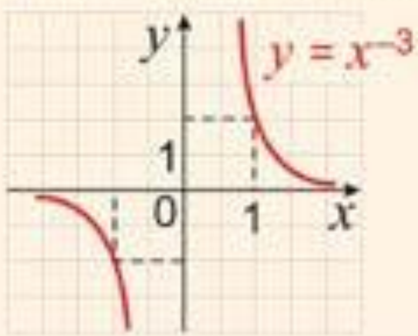
$$y = x^n$$

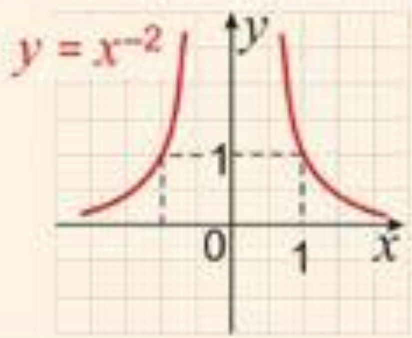
n-натуральное число



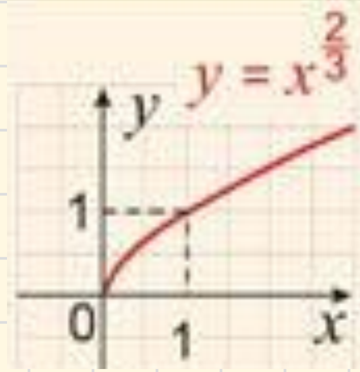


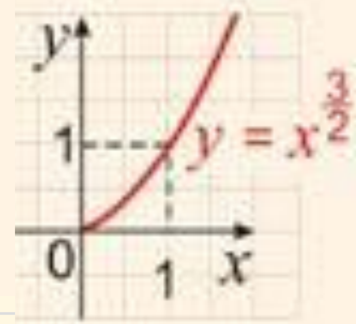
n-целое отрицательное число

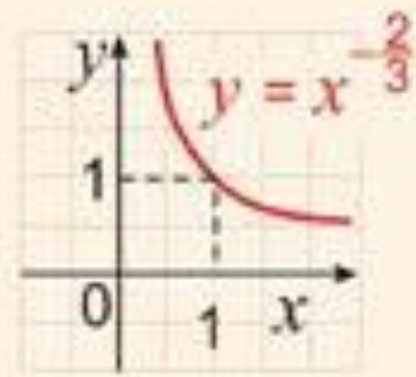




n-нецелое действительное число

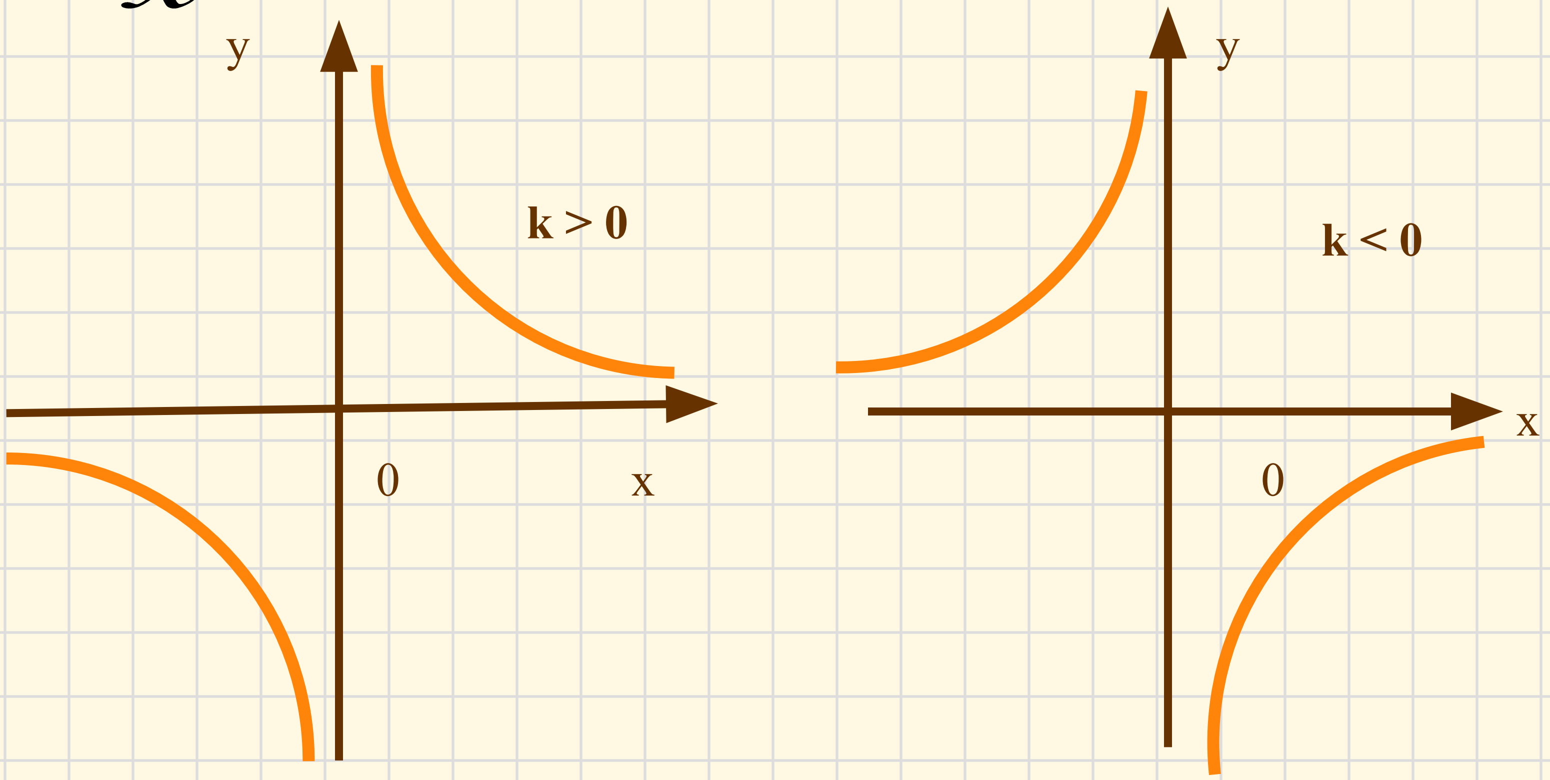






Функция обратная пропорциональность и ее график

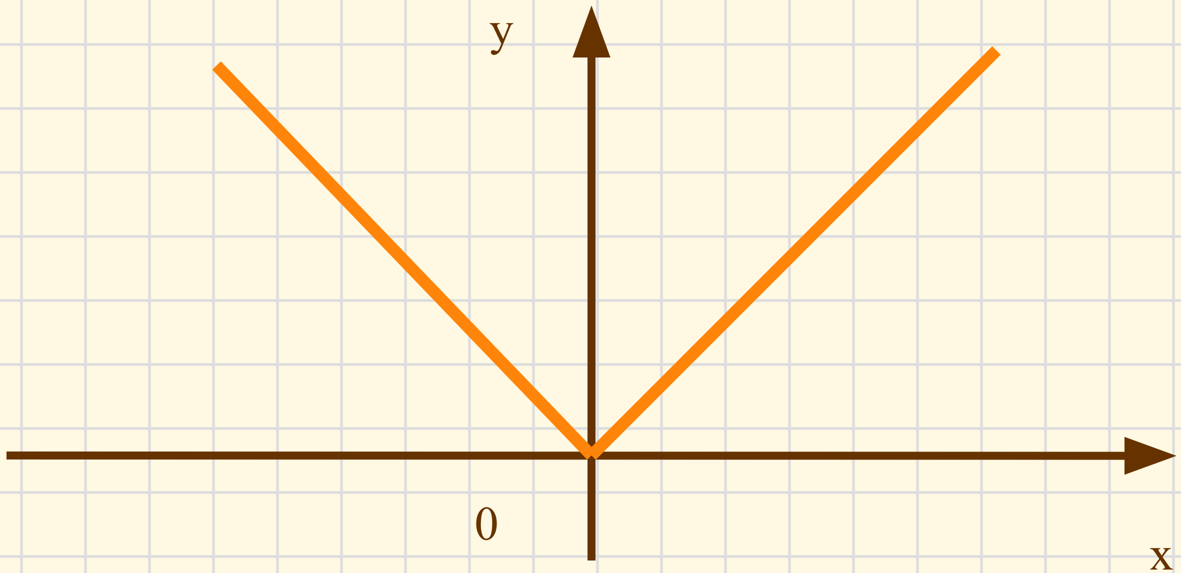
$y = \frac{k}{x}$, *где k – число, отличное от 0. (x ≠ 0)*



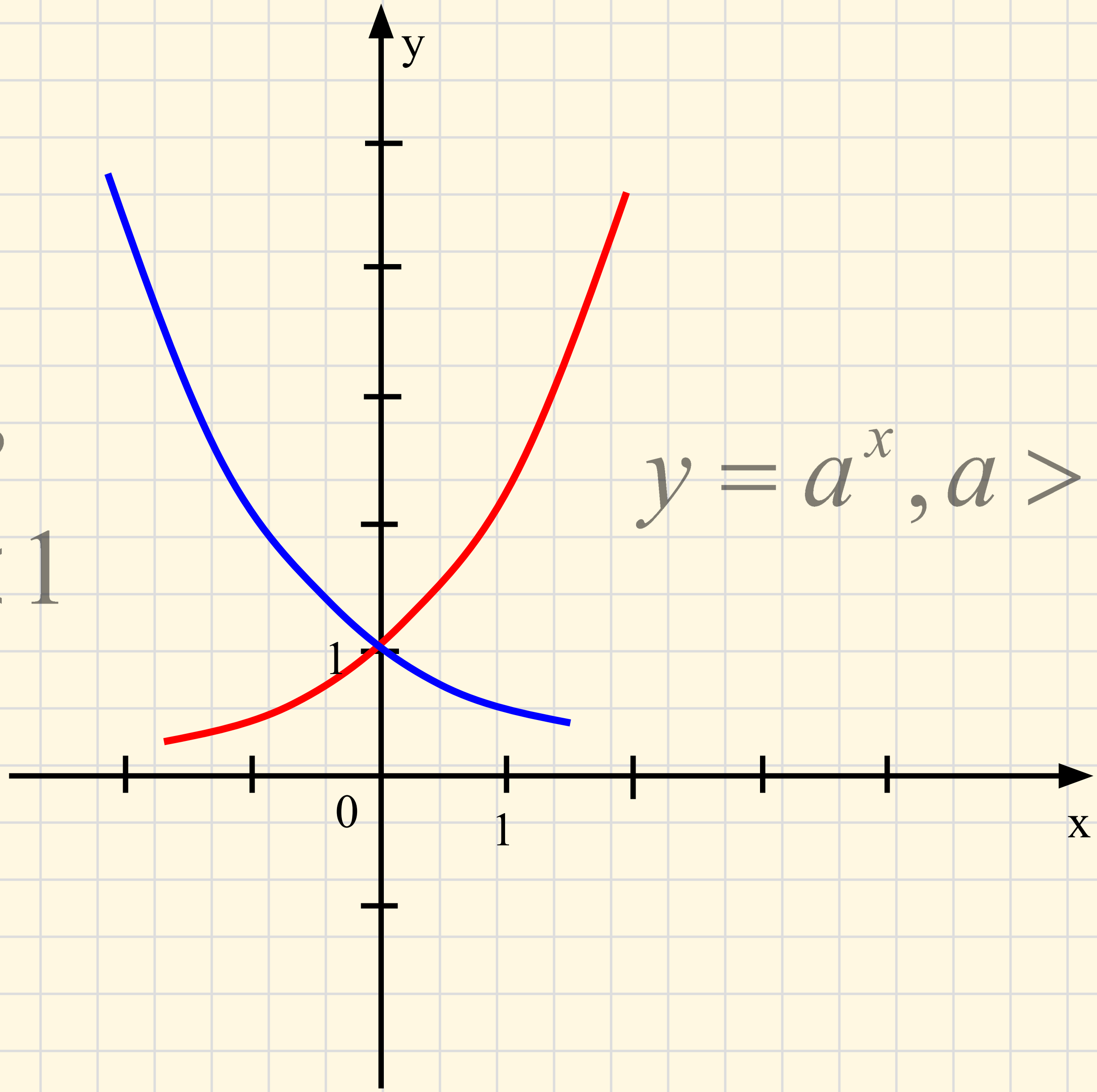
Графиком является ***гипербола***

Функция $y = |x|$

$D(y) = R$; $E(y) = [0;+\infty)$.



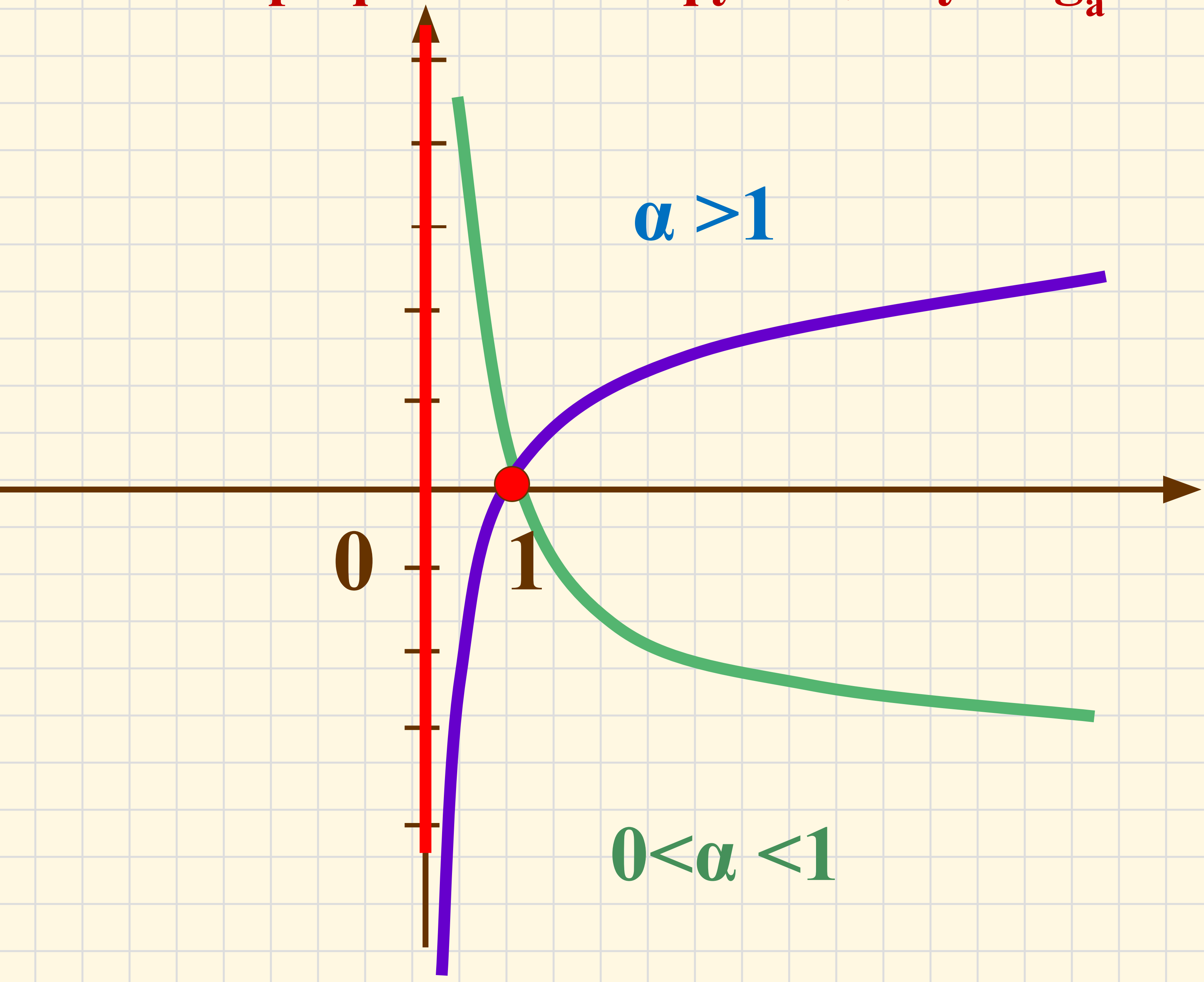
Показательная функция $y=a^x$



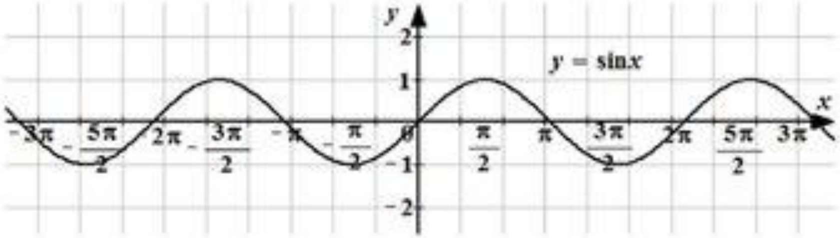
$$y = a^x,$$
$$0 < a < 1$$

$$y = a^x, a > 1$$

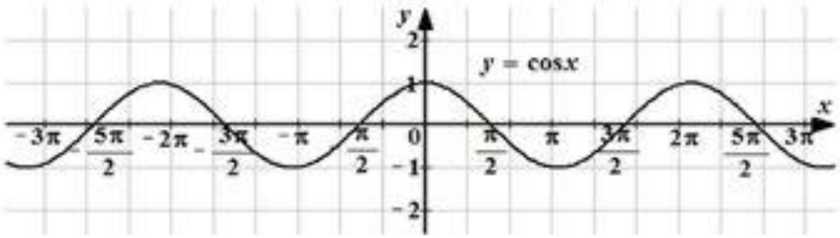
Логарифмическая функция y=$\log_a$ x



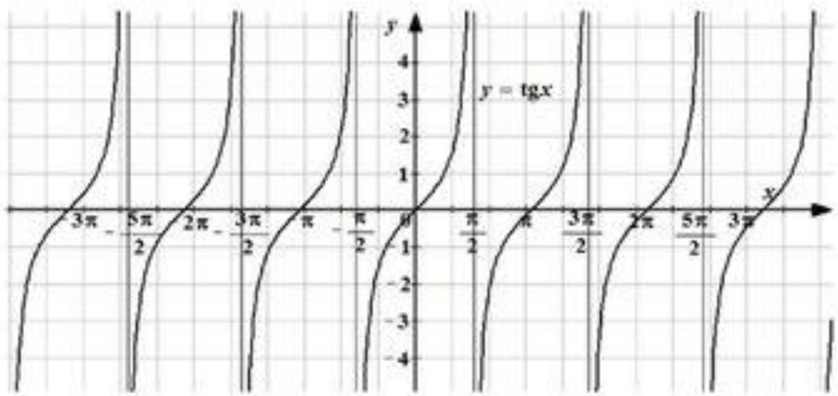
Тригонометрические функции



D(y)=(-∞;+∞)
E(y)=[-1;1]
Период Т=2π
Нечетная функция

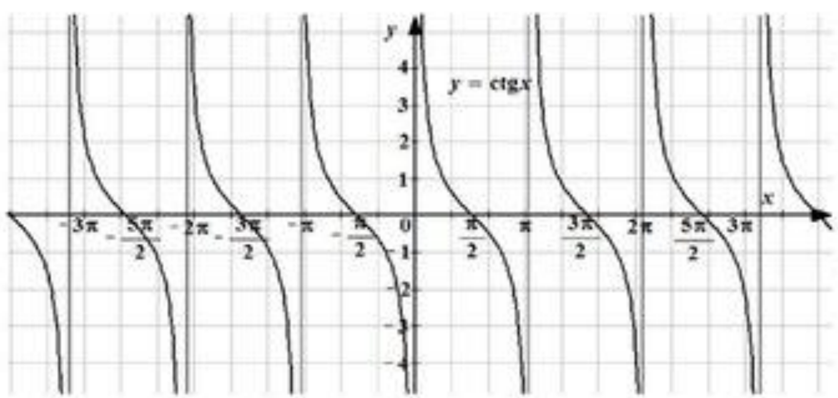


D(y)=(-∞;+∞)
E(y)=[-1;1]
Период Т=2π
Четная функция



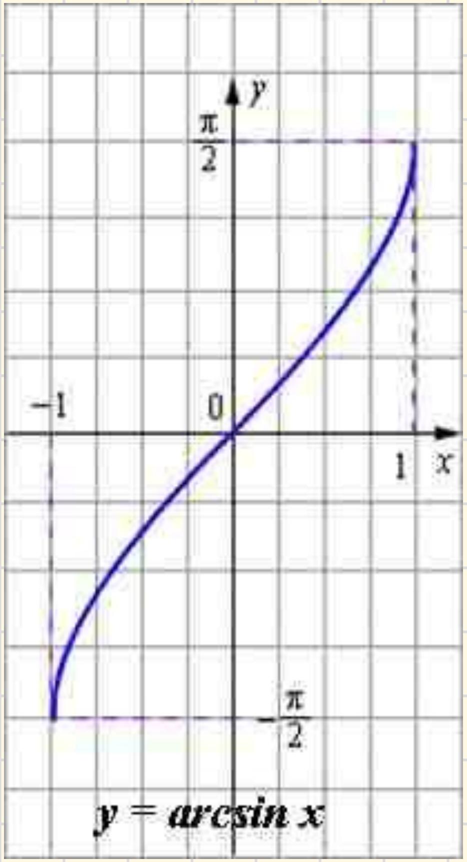
$$D(y)=\left(-\frac{\pi}{2}+\pi k;\frac{\pi}{2}+\pi k\right)$$

E(y)=(-∞;+∞)
Период Т=π
Нечетная функция
Возрастает

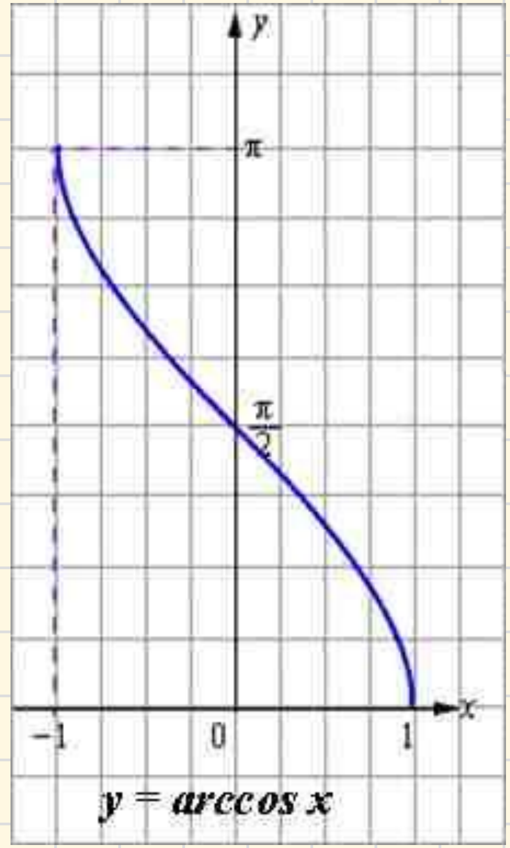


D(y)=(-πk;2πk)
E(y)=(-∞;+∞)
Период Т=π
Нечетная функция
Убывает

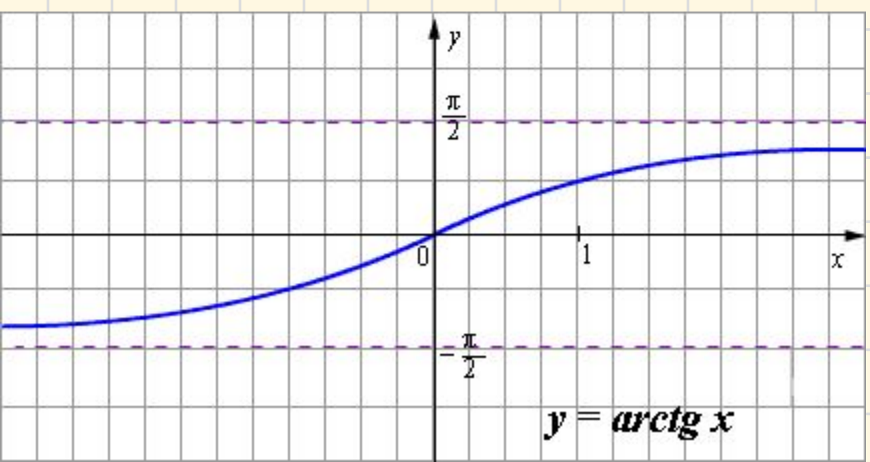
Обратные тригонометрические функции



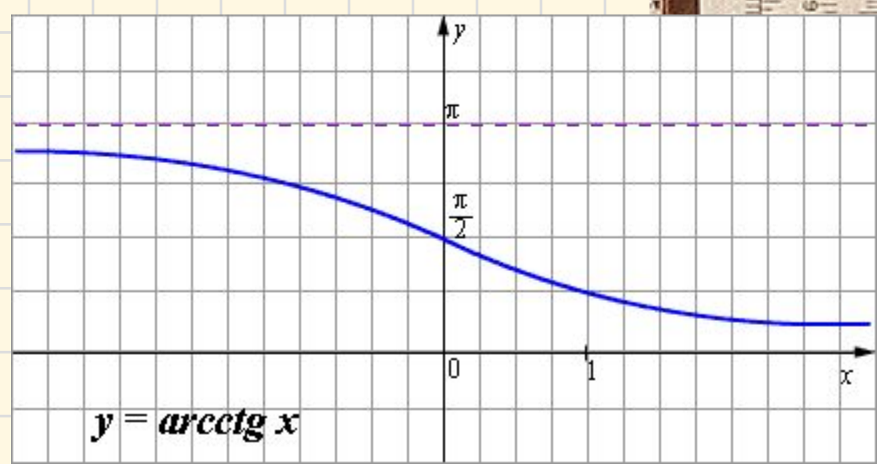
y = arcsin x



y = arccos x



y = arctg x



y = arcctg x

4. Свойства функции

1. Область определения функции D(y)
2. Множество значений функции E(y)
3. Четность функции
4. Промежутки монотонности (промежутки возрастания и убывания функции)
5. Ограниченность функции
6. Наибольшее и наименьшее значение функции
7. Периодичность функции
8. Непрерывность функции

1. **Область определения функции** – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : D (f).

2. **Область (множество) значений функции** – все значения, которые принимает зависимая переменная.

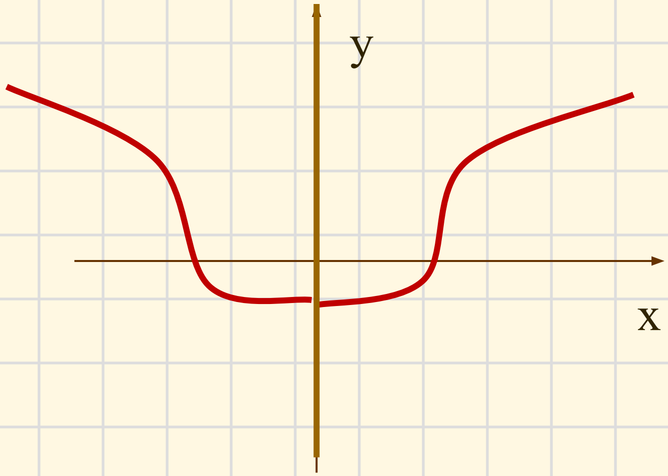
Обозначается : E (f).

3.Четность функции

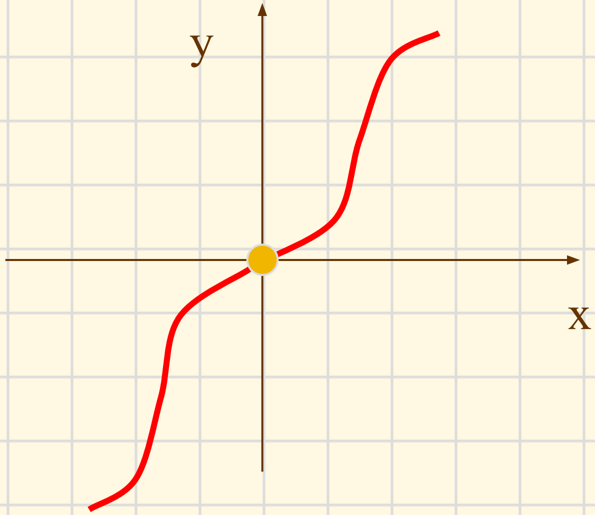
1. Область определения функции *D* (*f*) – симметричное множество;

2. Для любого $x \in X$ выполняется равенство:

$$f(-x) = f(x)$$



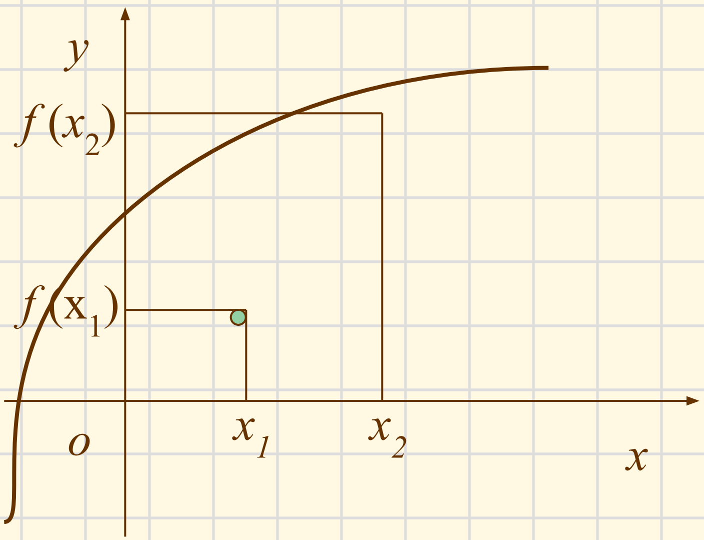
$$f(-x) = -f(x)$$



4. Промежутки монотонности

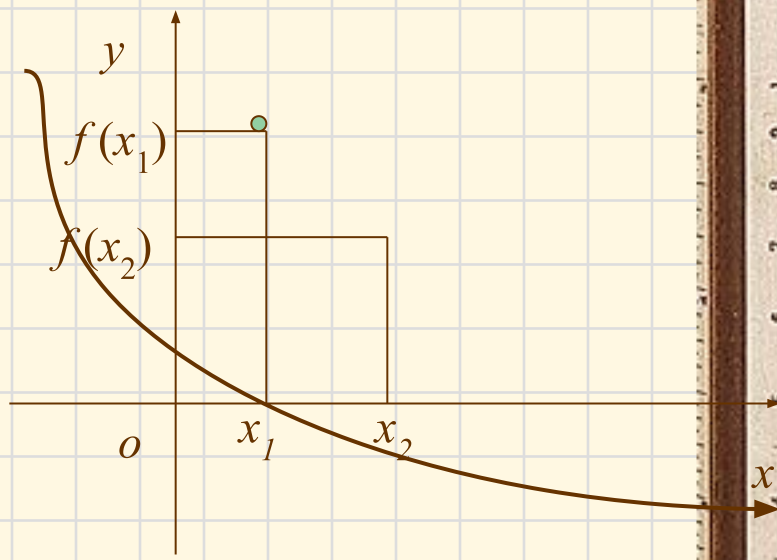
Определение 1.

Функция $y = f(x)$ называют возрастающей на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



Определение 2.

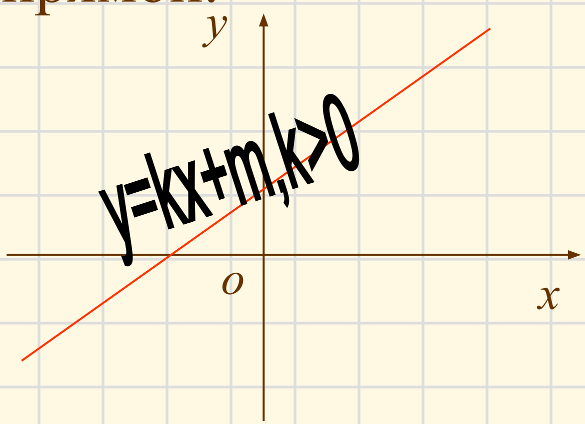
Функция $y = f(x)$ называют убывающей на промежутке X, если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X, следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

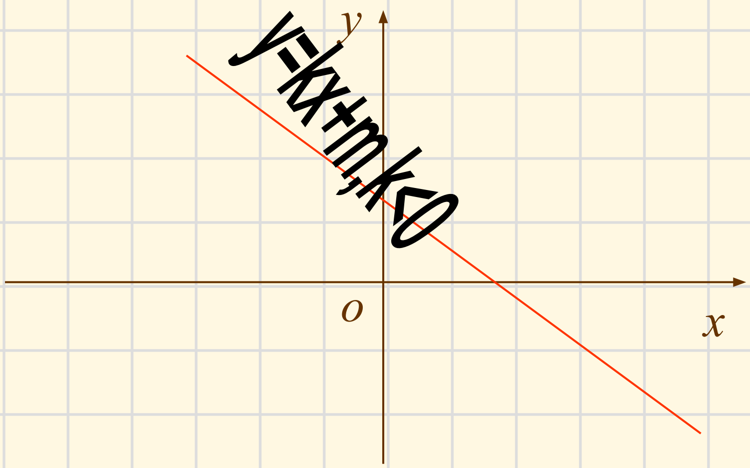


ПРИМЕР:

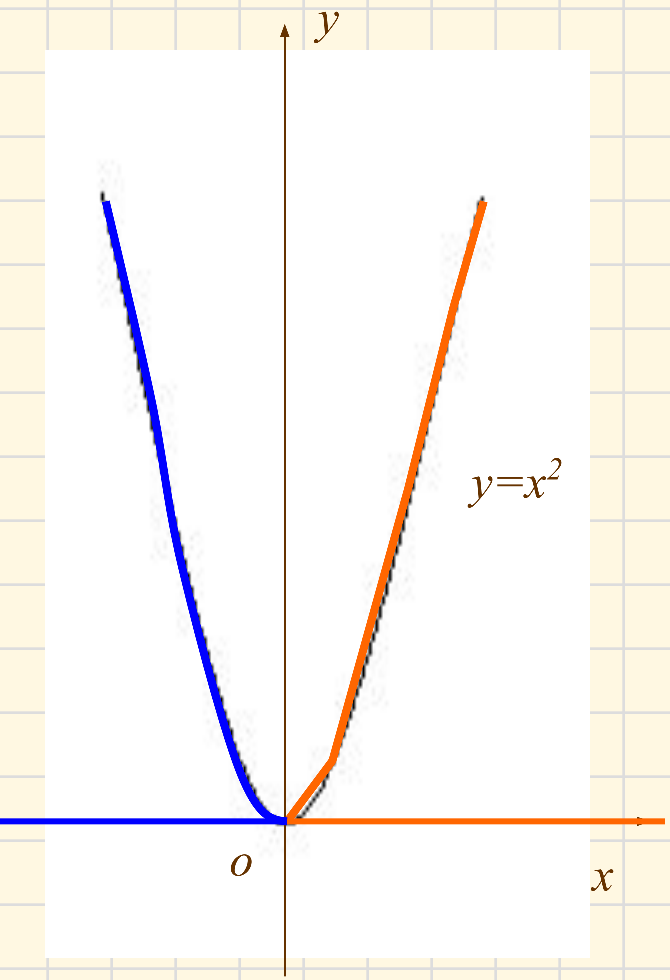
Линейная функция $y = kx + m$.

- 1. Если $k > 0$, то функция возрастает на всей числовой прямой.
- 2. Если $k < 0$, то функция убывает на всей числовой прямой.





ПРИМЕР: Функция $y = x^2$



1. $y = x^2, x \in [0,+\infty)$

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) < f(x_2)$, значит функция $y=x^2$ возрастает на луче $[0,+\infty)$.

2. $y = x^2, x \in (-\infty,0]$

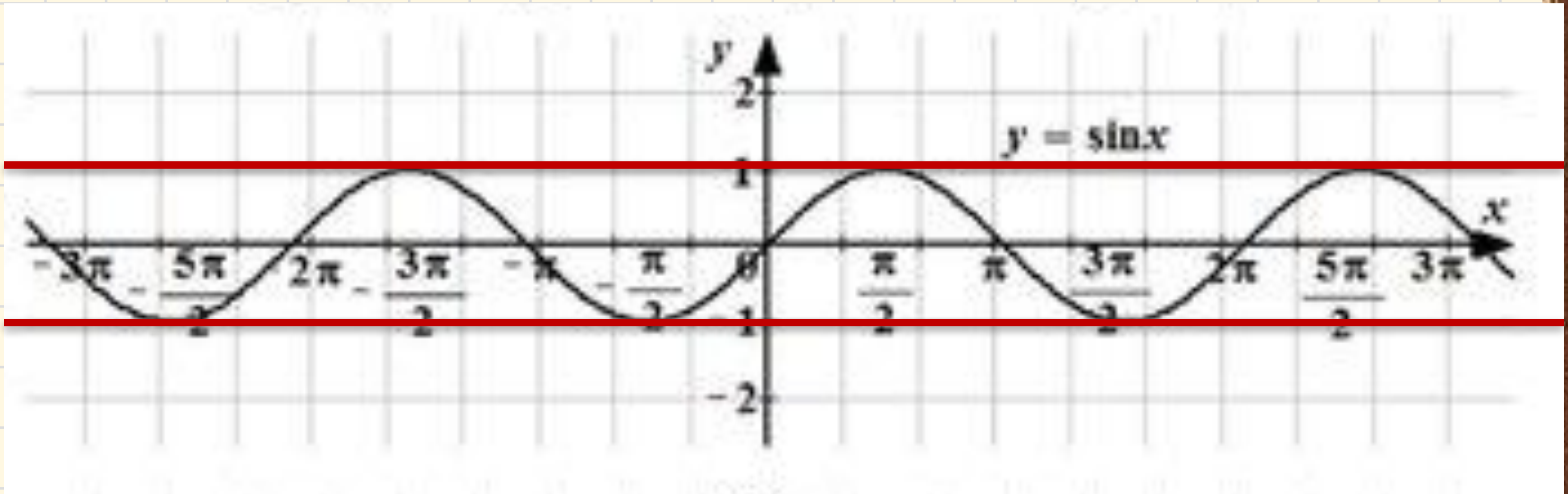
Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция $y=x^2$ убывает на луче $(-\infty,0]$.

5. Ограниченность функции

Функция $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу на множестве $X \subset D(f)$**,

если все значения функции на множестве X больше некоторого числа.

если существует число m такое, что для любого значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) > m$.


y
2
1
y = sinx
x
-3π
$-\frac{5\pi}{2}$
-2π
$-\frac{3\pi}{2}$
-π
$-\frac{\pi}{2}$
0
$\frac{\pi}{2}$
π
$\frac{3\pi}{2}$
2π
$\frac{5\pi}{2}$
3π
-1
-2

6. Наибольшее и наименьшее значения функции

Число m называют **наименьшим значением функции** $y = f(x)$ **на множестве** $X \subset D(f)$, если:

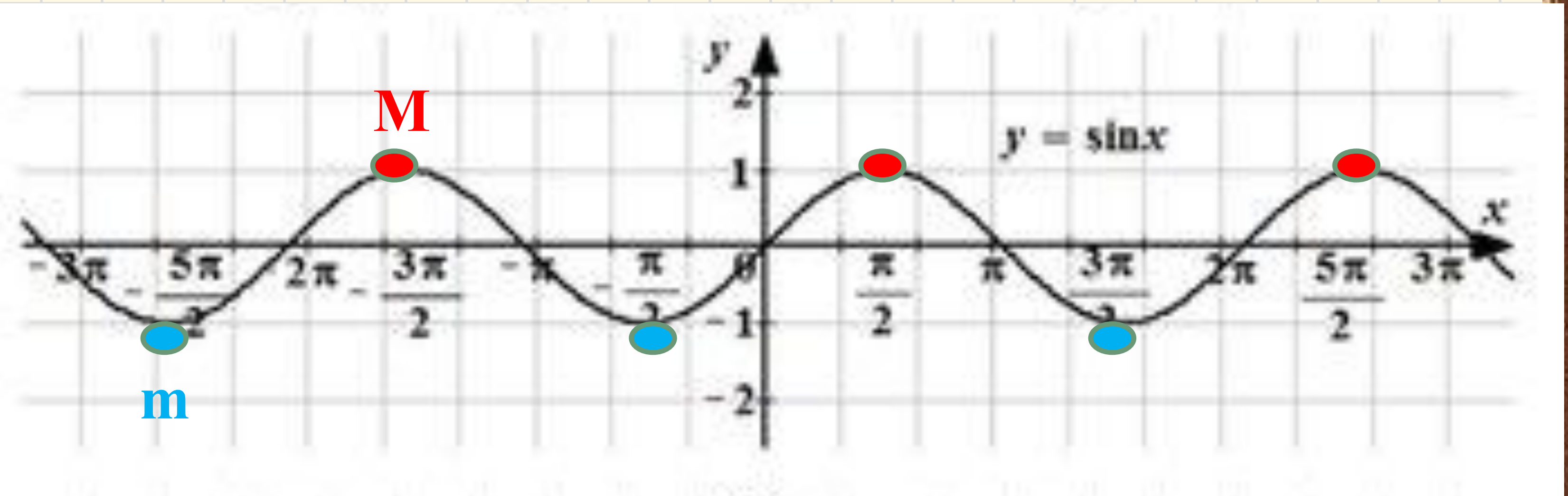
1) в X *существует* такая точка x_0, что $f(x_0) = m$;

2) *для всех* x из X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Число M называют **наибольшим значением функции** $y = f(x)$ **на множестве** $X \subset D(f)$, если:

1) в X *существует* такая точка x_0, что $f(x_0) = M$;

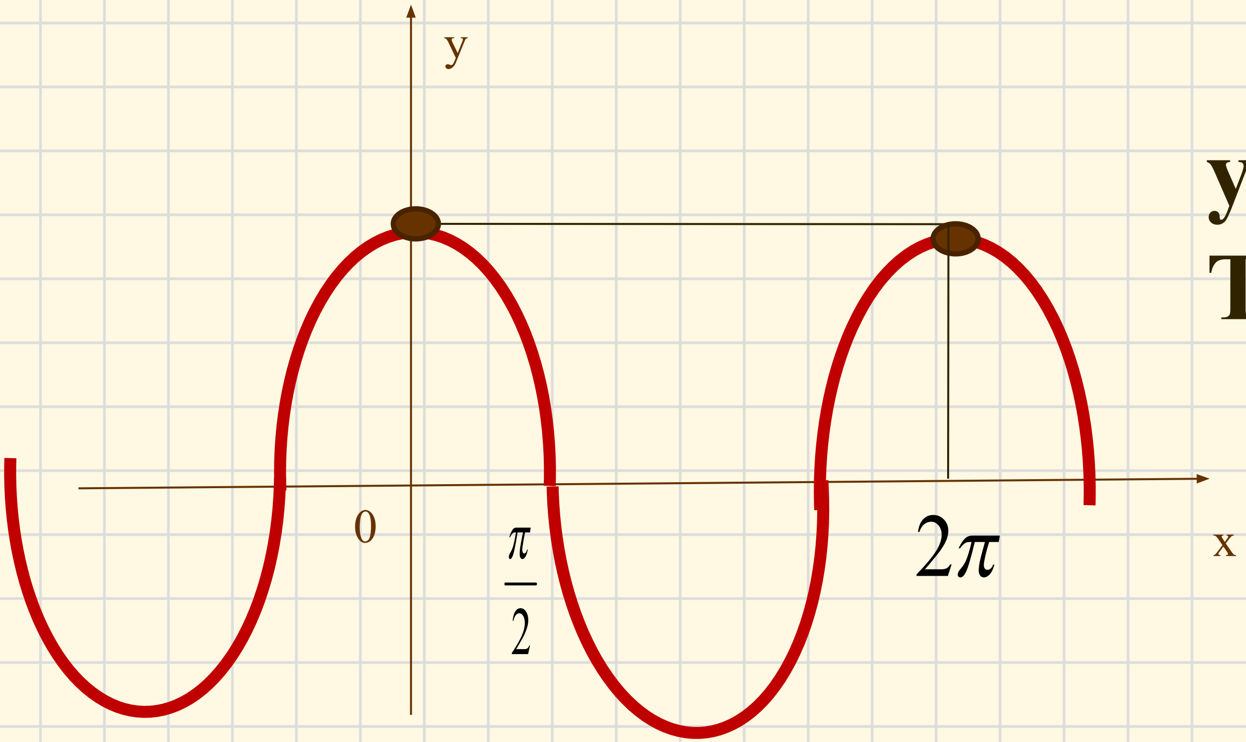
2) *для всех* x из X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.


M
m
y
x
y = sinx
2
1
-1
-2
0
π
2π
3π
-π
-2π
-3π
π/2
3π/2
5π/2
-π/2
-3π/2
-5π/2

7. Периодичность функции

Функция f(x) - **периодическая**, если существует такое отличное от нуля число T, что для любого x из области определения функции имеет место: f(x+T) = f(x)= f(x-T)

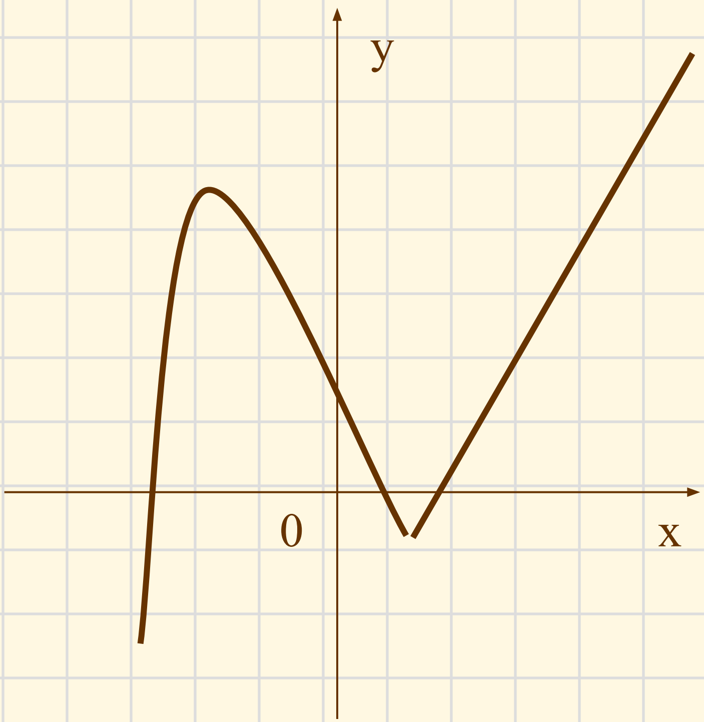
T-период функции



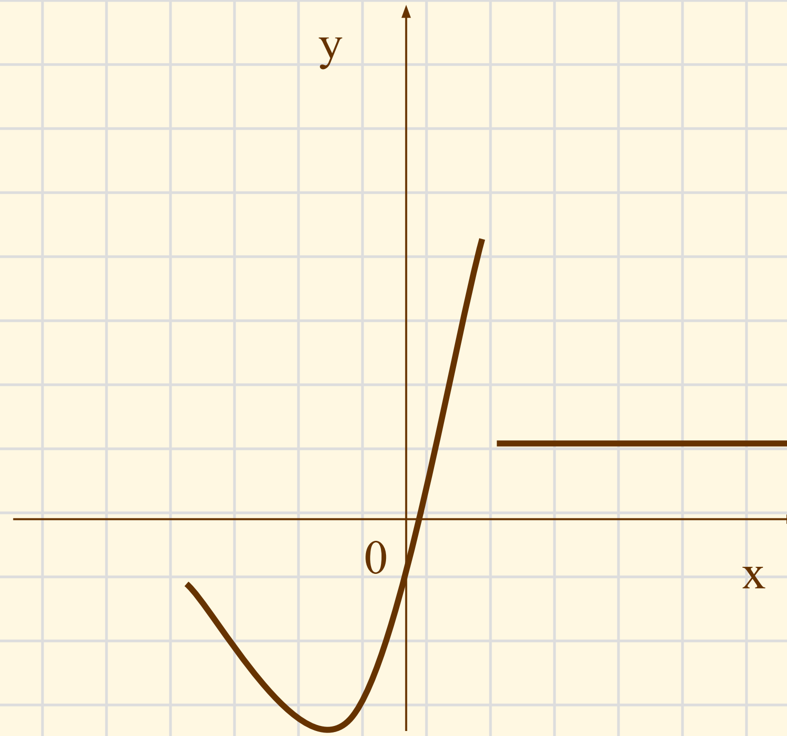
y=cosx

T=2π

8. Непрерывность функции



Непрерывная функция



Не непрерывная функция

5. Обратные функции

Взаимообратные функции

Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение y только при одном значении x, то эту функцию называют обратимой.

$$y = 2x + 2$$

$$y = x^2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$x_1 = \sqrt{y} \qquad x_2 = -\sqrt{y}$$

Пусть $y = f(x)$ – обратимая функция. Тогда каждому y из множества значений функции соответствует одно определённое число x из области её определения, такое, что $f(x) = y$. Это соответствие определяет функцию x от y, которую обозначим $x = g(y)$. Поменяем местами x и y: $y = g(x)$.

Функцию $y = g(x)$ называют обратной к функции $y = f(x)$.

Дано: $y = \dfrac{1}{x-2}$

Найти функцию, обратную данной $y = f^{-1}(x)$.

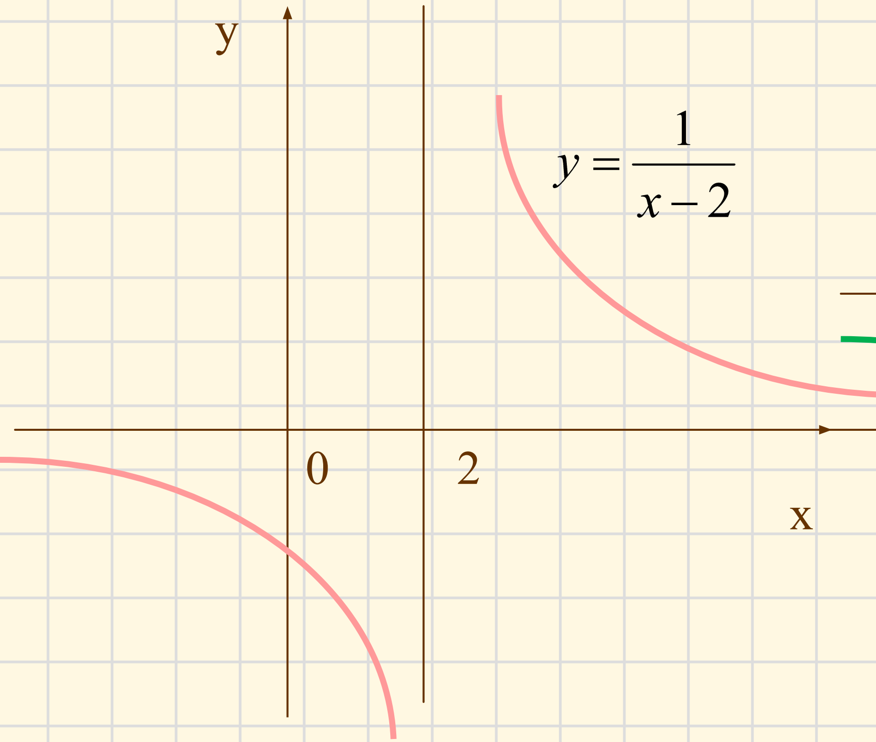
Решение:

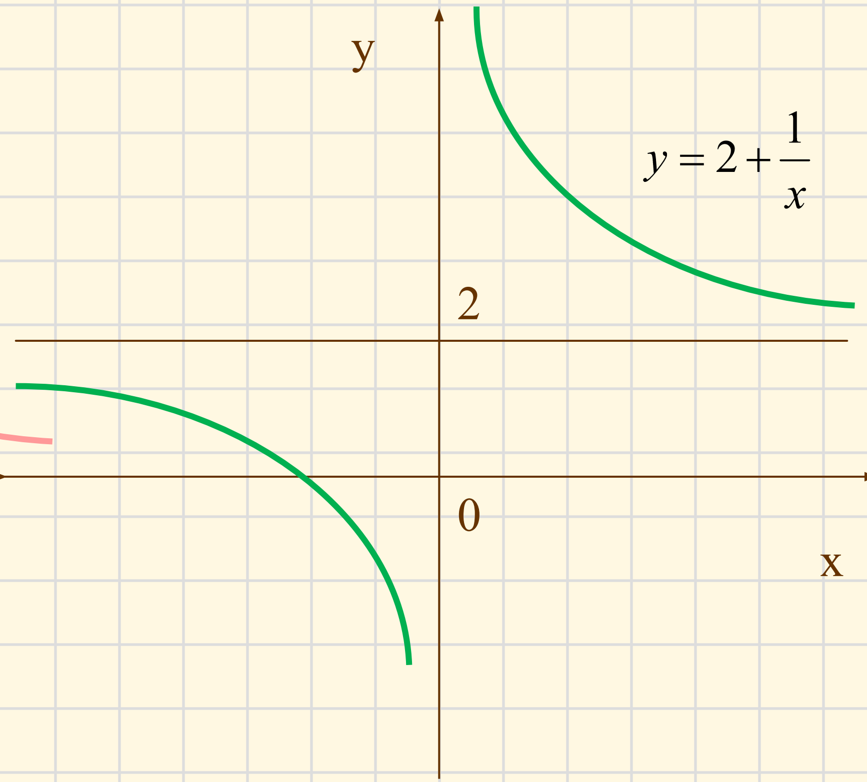
$$\frac{1}{x-2} = y$$

$$x - 2 = \frac{1}{y}$$

$$x = 2 + \frac{1}{y} \quad \Rightarrow \quad y = 2 + \frac{1}{x}$$

Ответ: $f^{-1}(x) = 2 + \dfrac{1}{x}$





1. $D(y)=(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$
2. $E(y)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$

1. $D(y)=(-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
2. $E(y)=(-\infty;2) \cup (2;+\infty)$

Свойства обратных функций

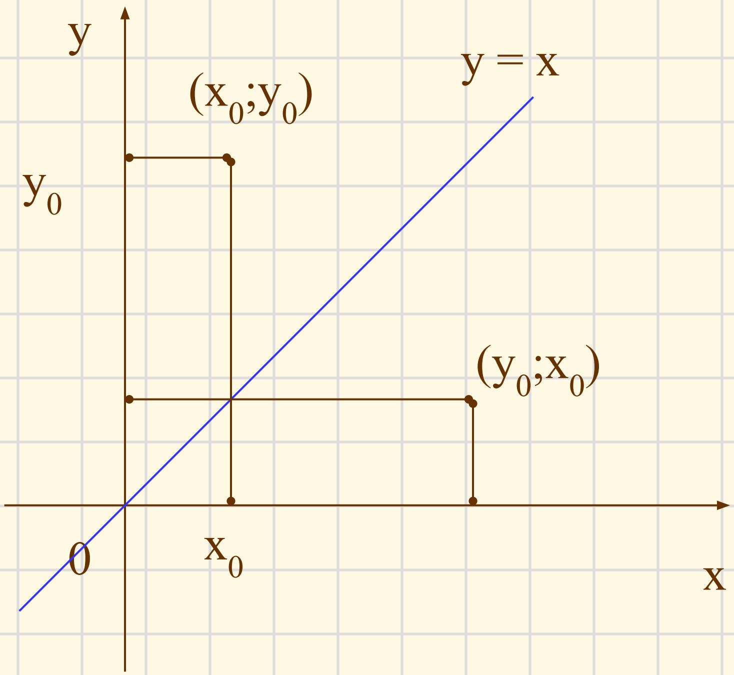
1. **Область определения обратной функции f^{-1} совпадает с множеством значений исходной f, а множество значений обратной функции f^{-1} совпадает с областью определения исходной функции f: $D(f^{-1}) = E(f)$, $E(f^{-1}) = D(f)$.**

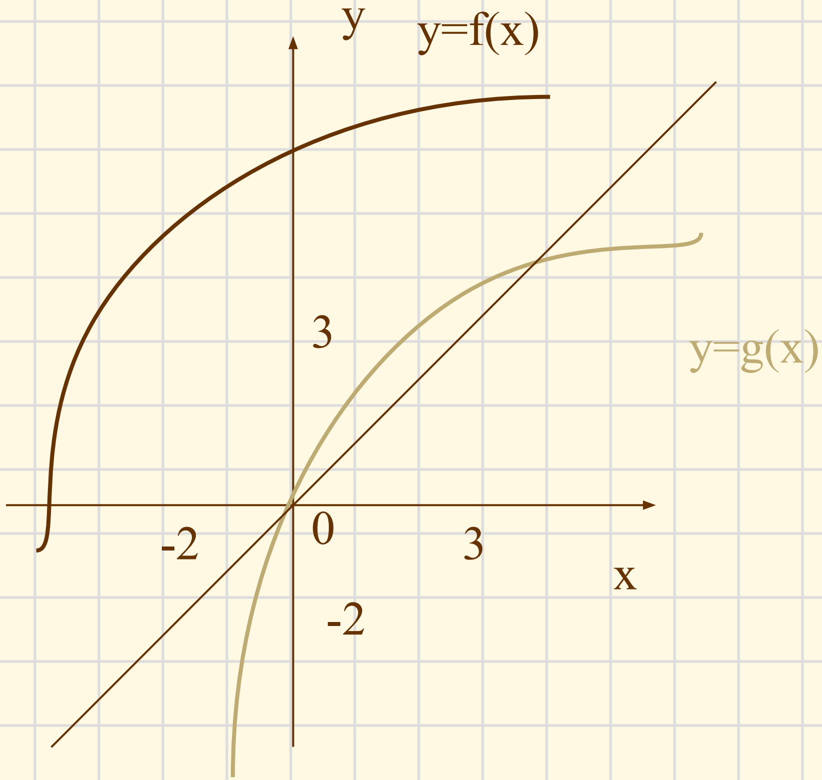
2. **Монотонная функция является обратимой:**

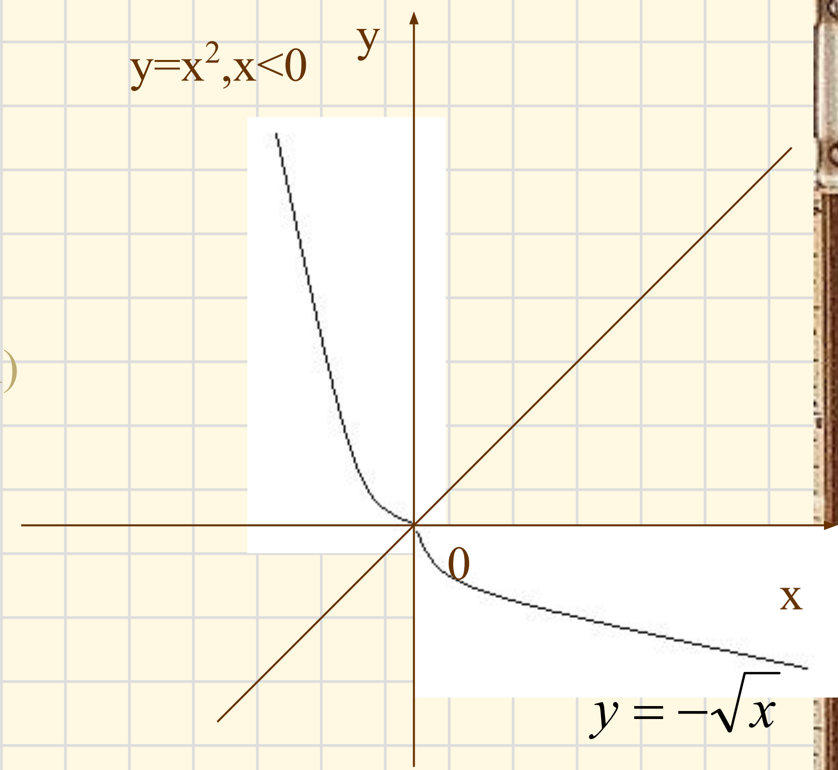
если функция f возрастает, то обратная к ней функция f^{-1} также возрастает;

если функция f убывает, то обратная к ней функция f^{-1} также убывает.

3. Если функция имеет обратную, то график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой y = x.







1. D(f)=R
2. E(f)=R
3. возрастающая

1. **D(g)=R**
2. **E(g)=R**
3. **возрастающая**

1. D(y)=(-∞;0]
2. E(y)=[0;+∞)
3. убывающая

1. **D(y)=[0;+∞)**
2. **E(y)=(-∞;0]**
3. **убывающая**

Контрольные вопросы для закрепления:

.Математика, как наука, исторические периоды развития математики, роль математики.
.Понятие «функция».
.Способы задания функции, охарактеризуйте каждый из способов.
.Свойства функции
.Приведите классификацию функций и их графиков.
.Приведите примеры четных и нечетных функций, периодических, ограниченных и неограниченных, непрерывных и не непрерывных