

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«КРАСНОЯРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ МЕДИЦИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ПРОФЕССОРА В.Ф. ВОЙНО-ЯСЕНЕЦКОГО»
МИНИСТЕРСТВА ЗДРАВООХРАНЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

ФАРМАЦЕВТИЧЕСКИЙ КОЛЛЕДЖ

Роль и место математики в современном мире. Пределы, их свойства

**33.02.01 - Фармация, 34.02.01 - Сестринское дело,
31.02.03 - Лабораторная диагностика**

План:

1. Роль и место математики в современном мире
2. Понятие функции и способы ее задания
3. Классификация функций
4. Основные свойства функций
5. Обратные функции

1. Роль и место математики в современном мире

В любой науке столько истины, сколько в ней математики.

И.Кант



МАТЕМАТИКА - область
человеческого знания, изучающая
математические модели,
отражающие объективные
свойства и связи.

Математика
(греч. *mathematike*, *mathema* -
знание, наука)



Современное понятие **математики** - наука о математических структурах (множествах, между элементами которых определены некоторые отношения).



1 период (с древнейших времен до VIII-VII вв до н.э.) – зарождение математики

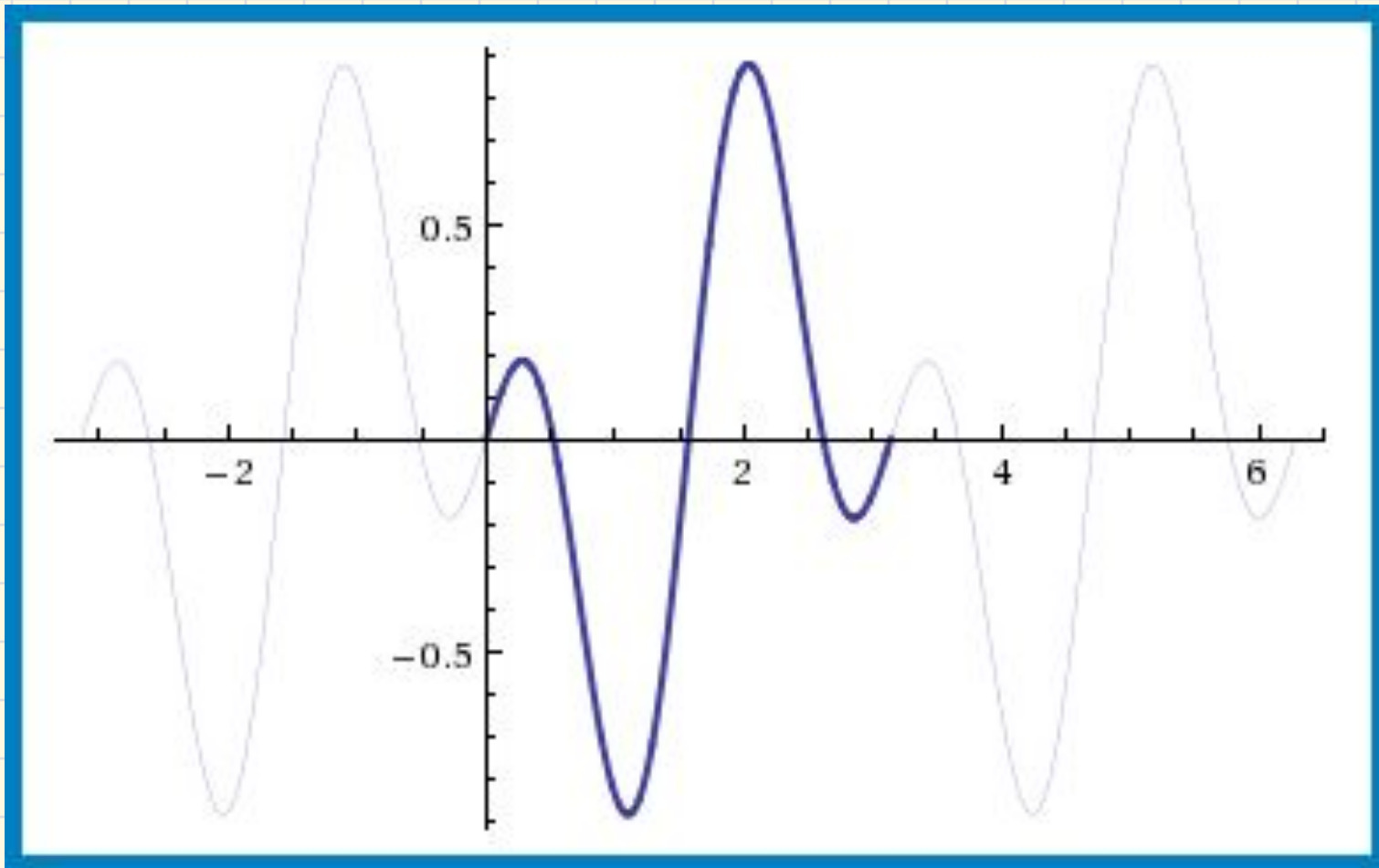
2 период (с VI-V вв до н.э. до XVI в н.э.) – становление математики постоянных величин

3 период (XVII-начало XIX вв) – эпоха математики переменных величин

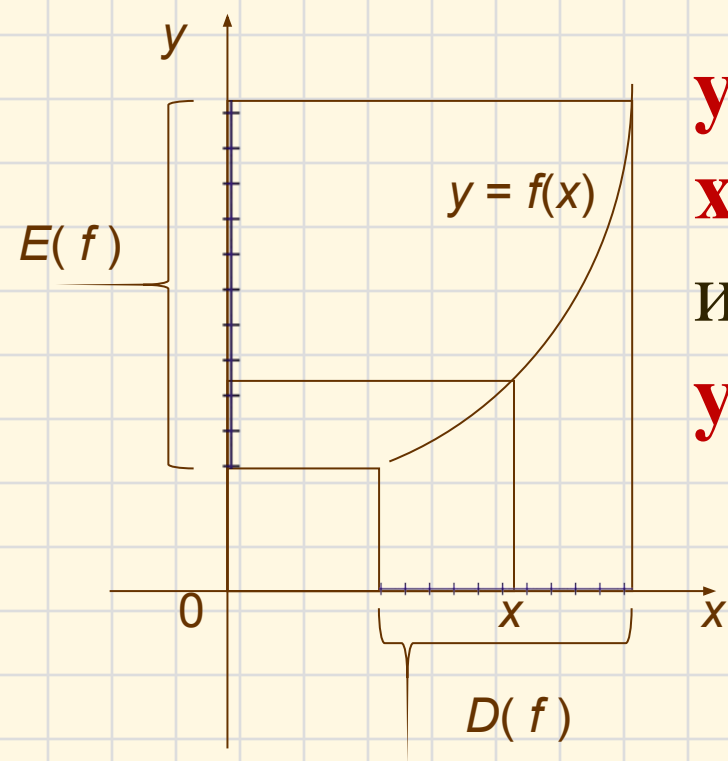
4 период (со второй половины XIX в и по настоящее время) – бурное развитие математики, применение ее в различных областях человеческой деятельности



2. Понятие функции и способы ее задания



Функция – зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению x соответствует единственное значение y .



$y = f(x)$, где

x – независимая переменная
или аргумент

y – зависимая переменная

Способы задания функции

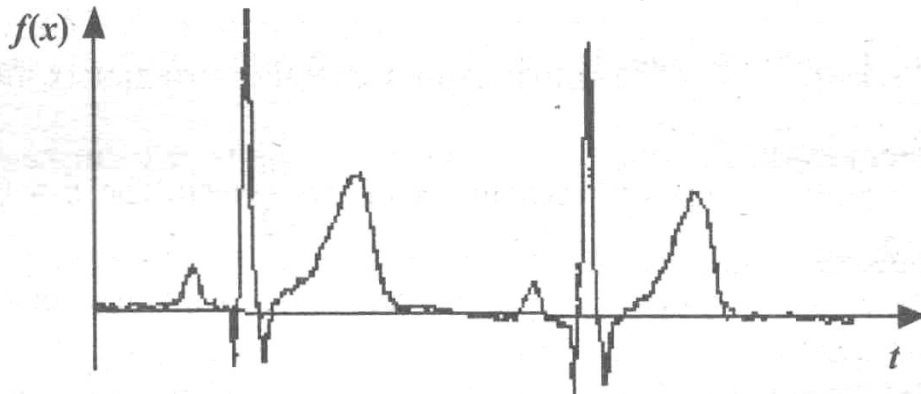
1. Аналитический (Формулой)

$$y = 3x - 15$$

2. Таблицей

Дни	1	2	3	4
t, °C	39	39	38,5	38

3. Геометрический (Графиком)



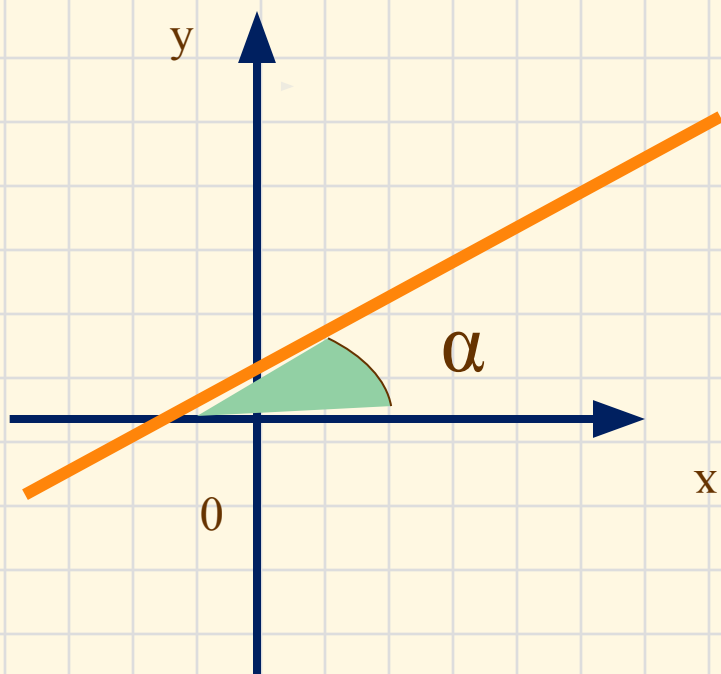
3. Классификация функций

Простейшие элементарные функции



Линейная функция и ее график

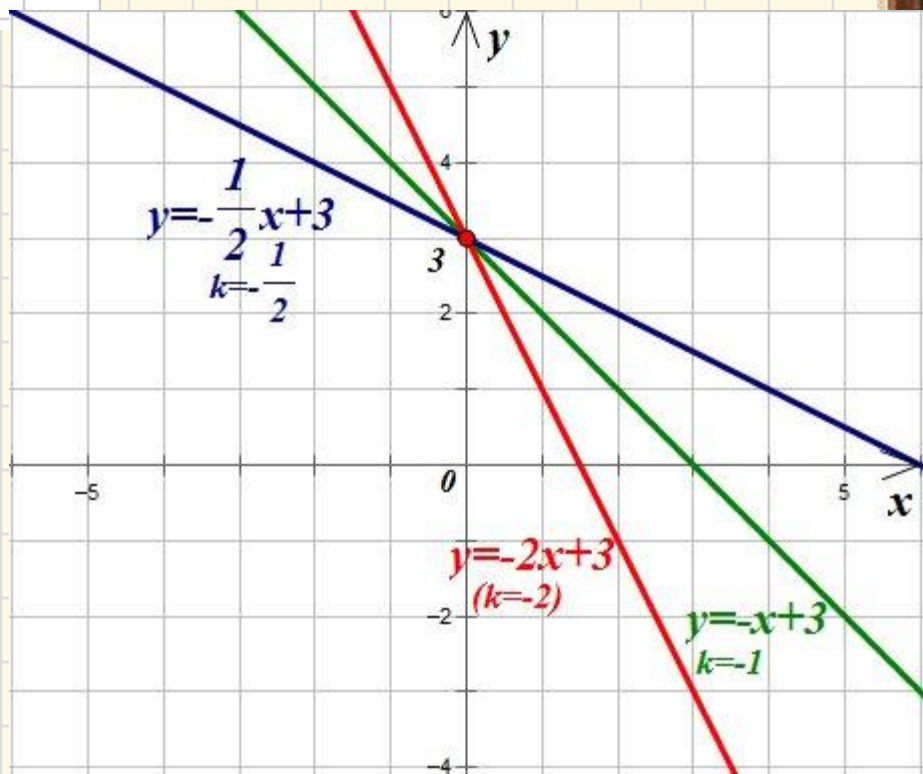
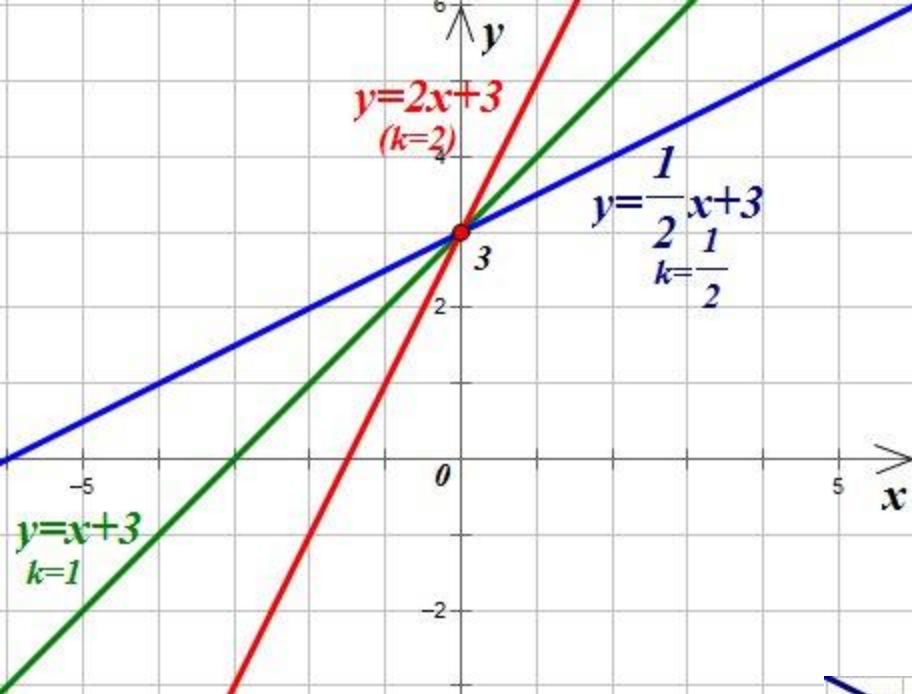
$y = kx + b$, где k и b - некоторые действительные числа



Графиком линейной функции является прямая.

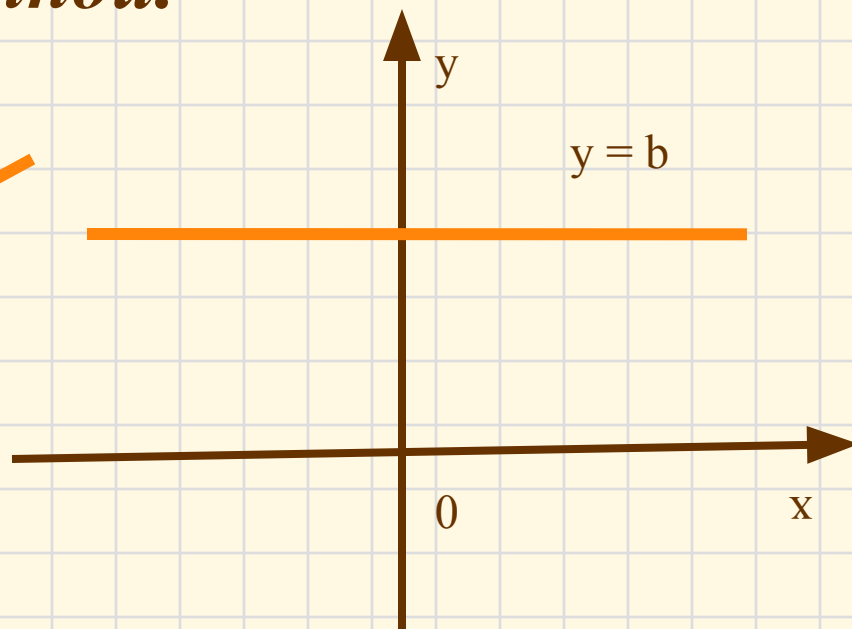
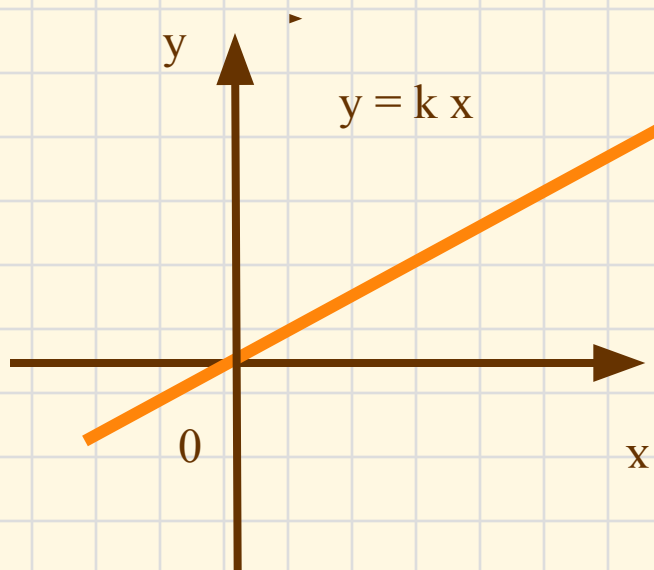
k – угловой коэффициент прямой

$$k = \tan \alpha$$



Частные случаи линейной функции

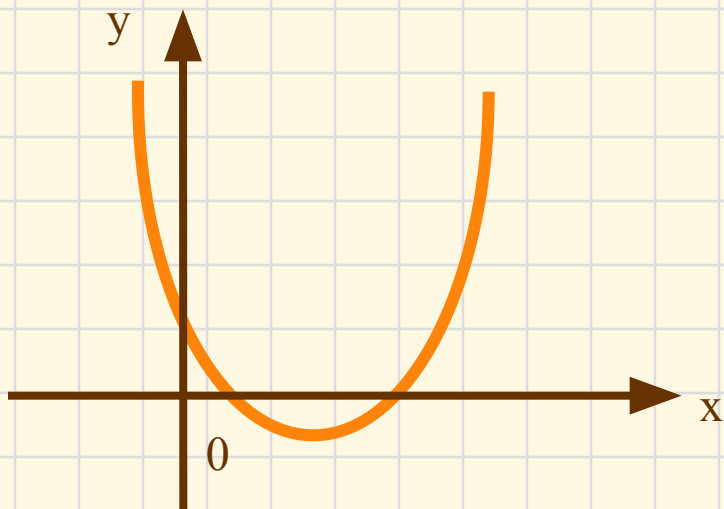
- 1. Если $b = 0$, то линейная функция называется *прямой пропорциональностью*.
- 2. Если $k = 0$, то линейная функция называется *постоянной*.



Квадратичная функция и ее график

$y = ax^2 + bx + c$, где a, b, c – некоторые
числа, причем $a \neq 0$

а) $a > 0$



б) $a < 0$

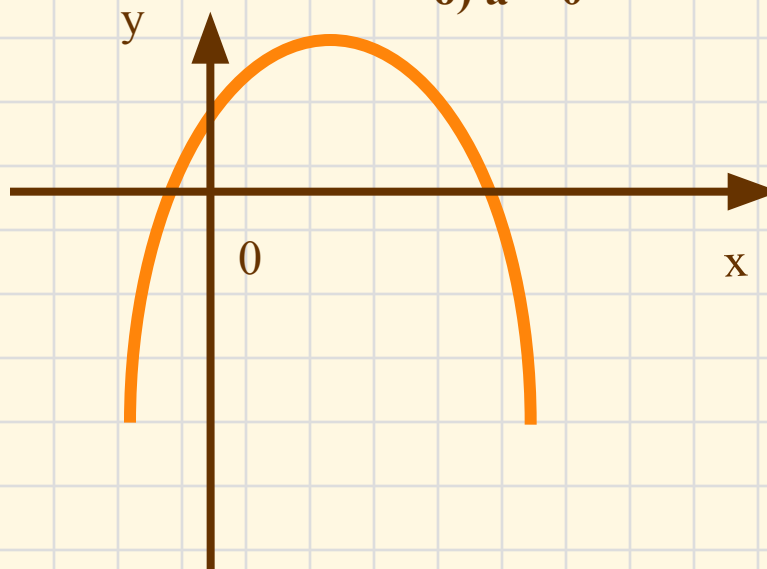


График - парабола

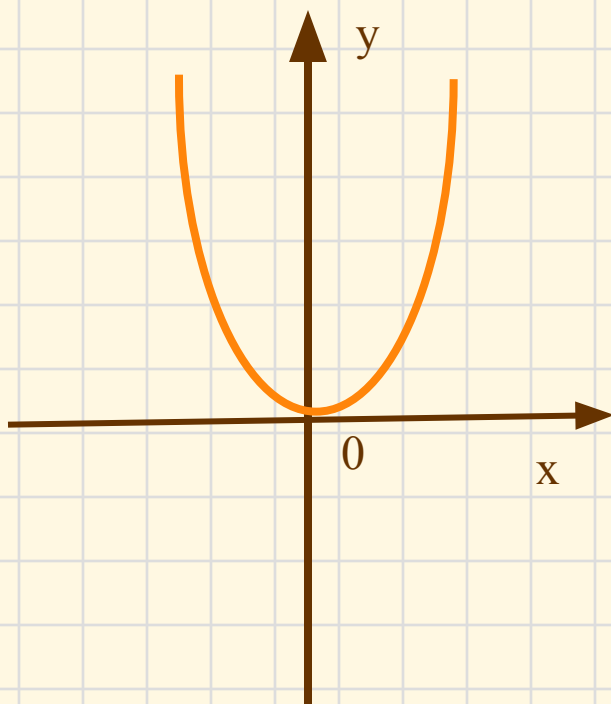
ветви вверх

ветви вниз

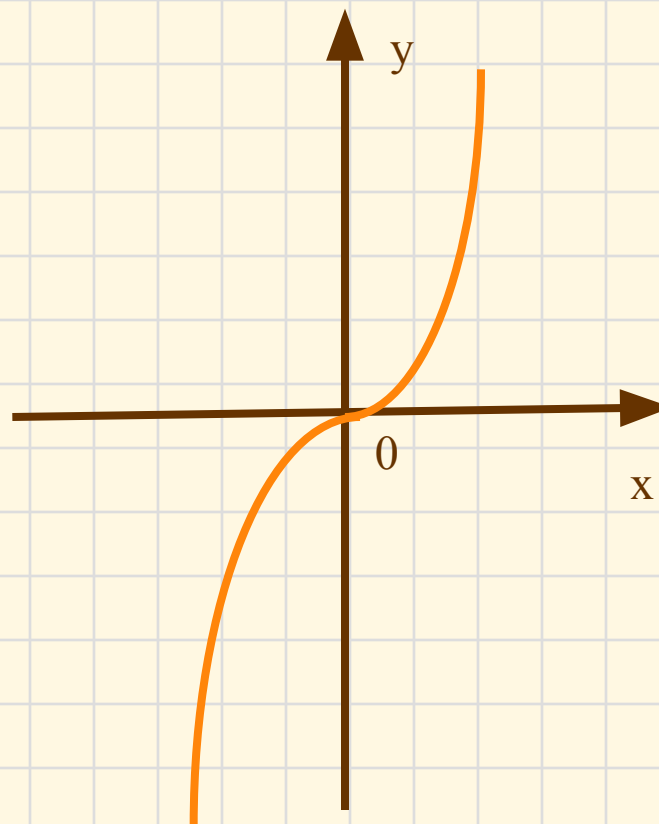
Степенная функция и ее график

$y = x^n$, где n – натуральное число

1) n – четное,



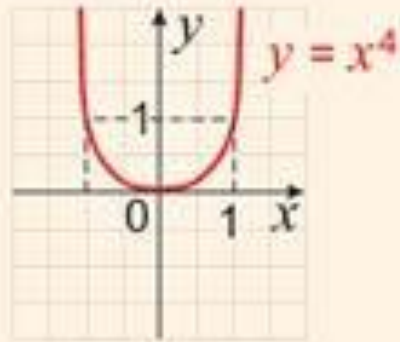
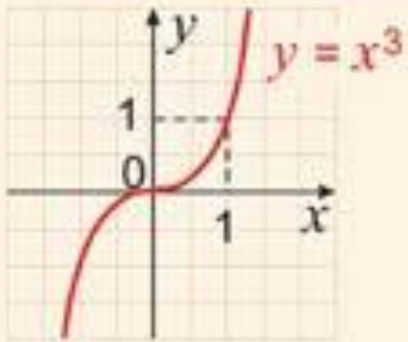
2) n - нечетное



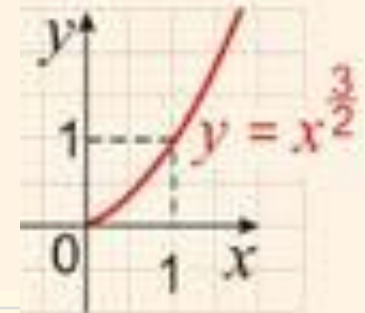
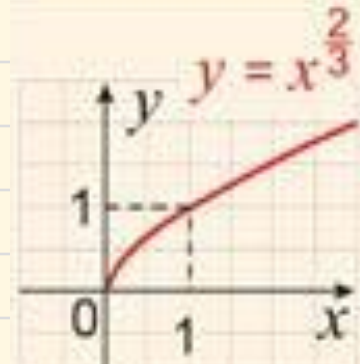
Степенная функция и ее график

$$y = x^n$$

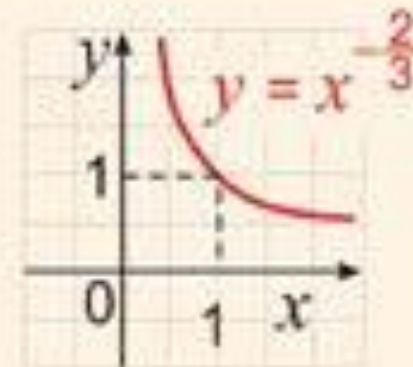
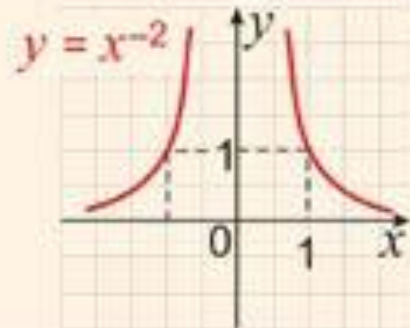
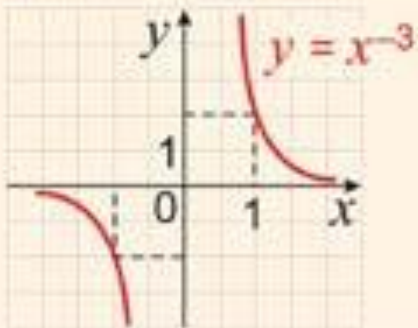
n-натуральное число



n-нецелое действительное число

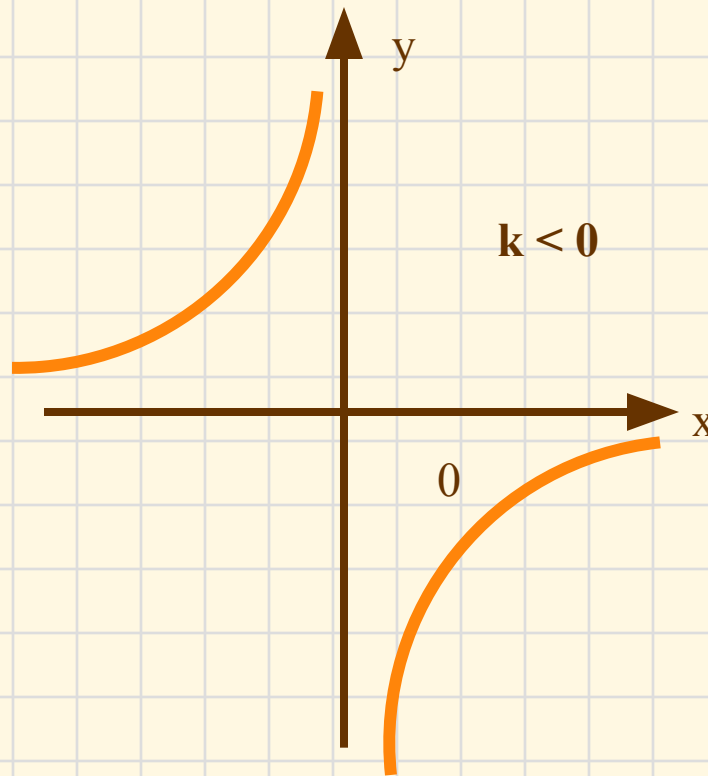
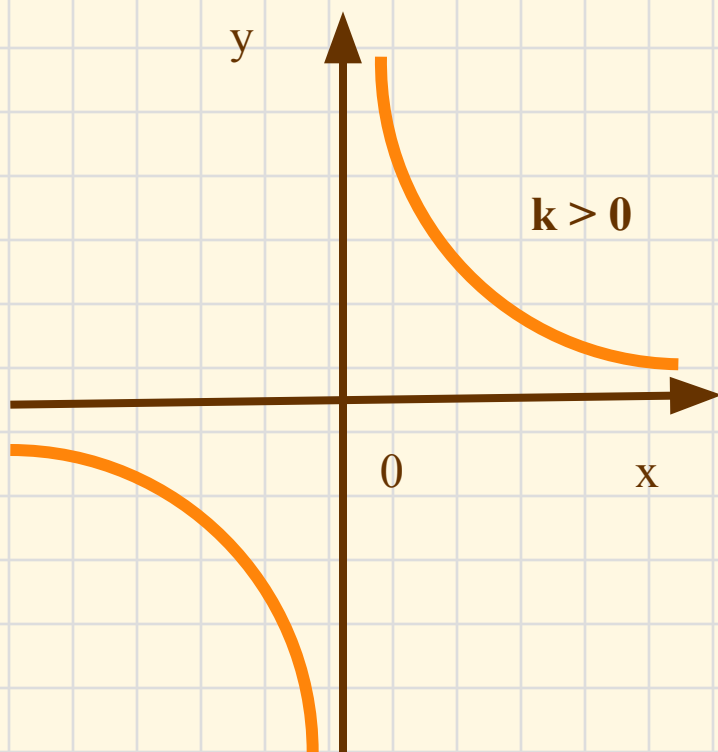


n-целое отрицательное число



Функция обратная пропорциональность и ее график

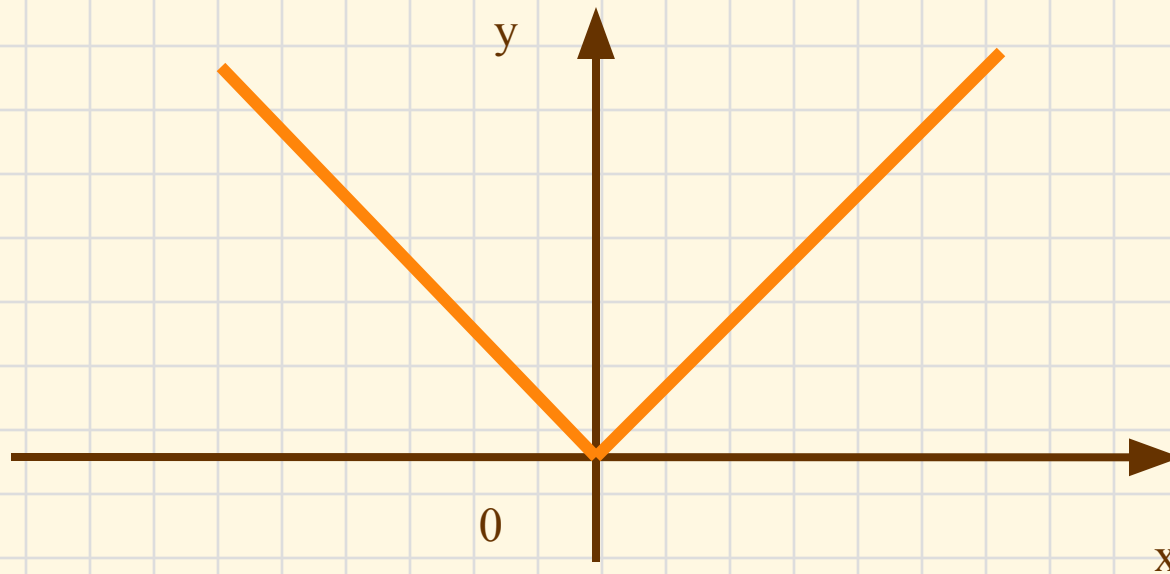
$$y = \frac{k}{x}, \text{ где } k \text{ — число, отличное от } 0. (x \neq 0)$$



Графиком является *гипербола*

Функция $y = |x|$

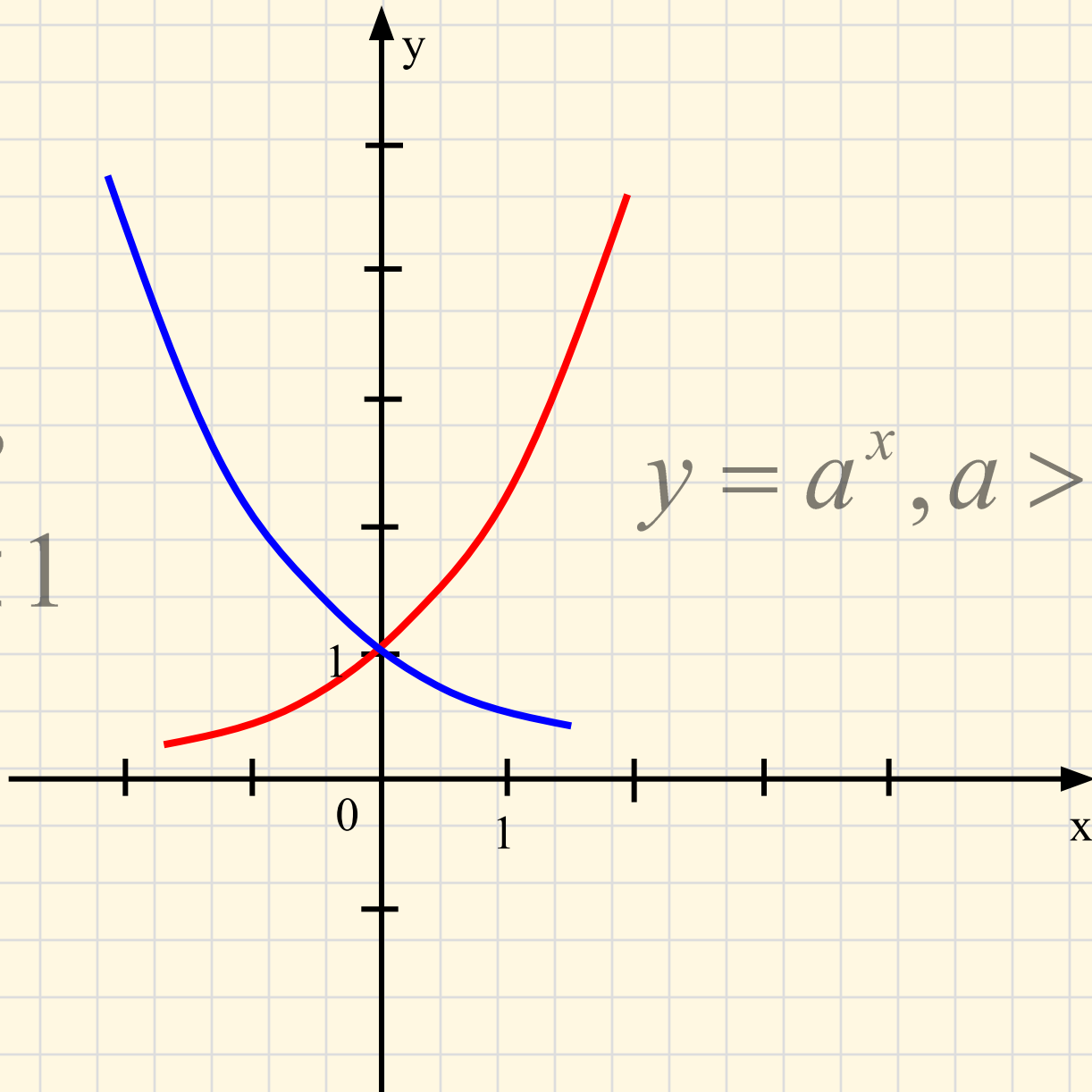
$$D(y) = \mathbb{R} ; E(y) = [0; +\infty) .$$



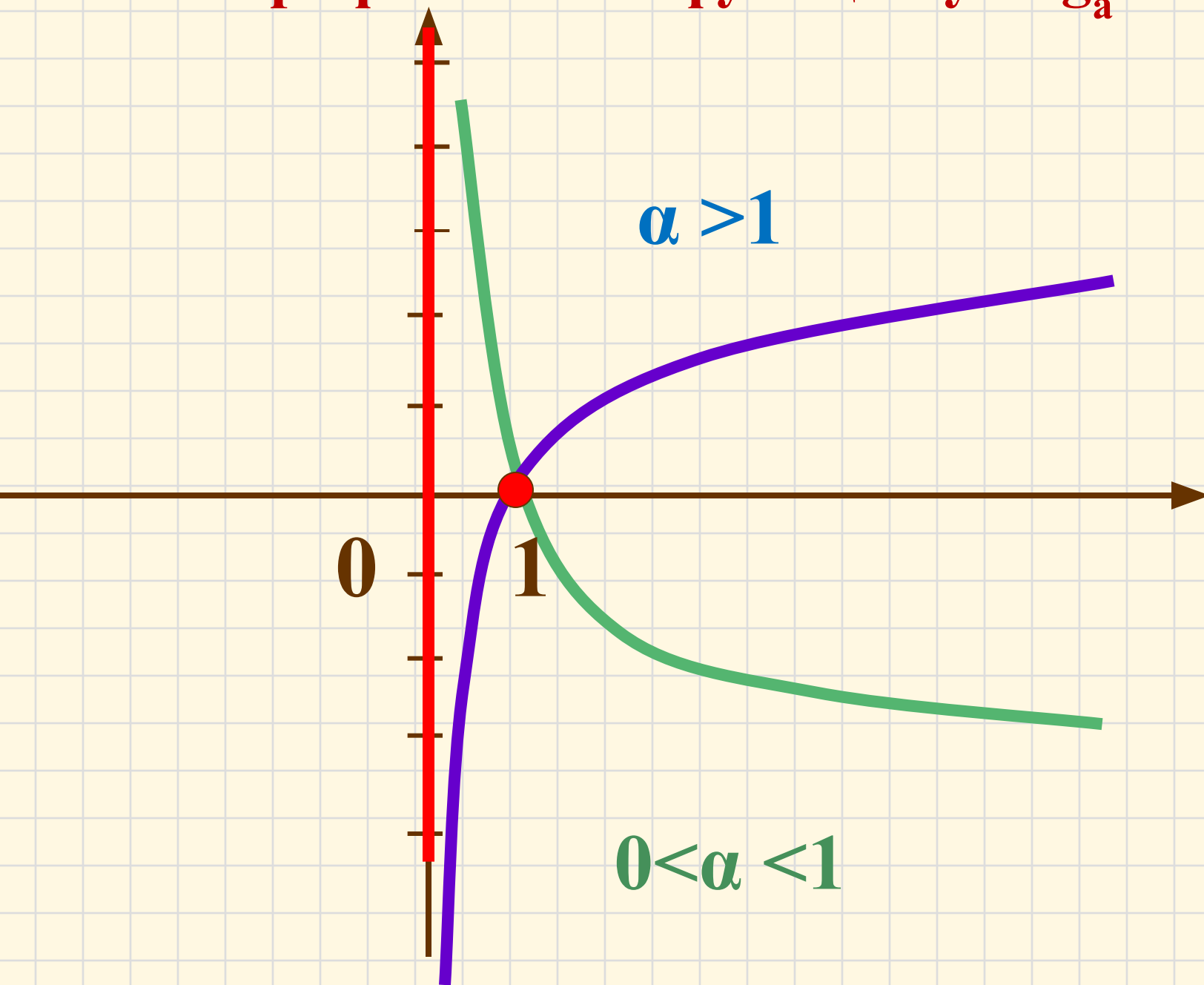
Показательная функция $y=a^x$

$$y = a^x,$$
$$0 < a < 1$$

$$y = a^x, a > 1$$

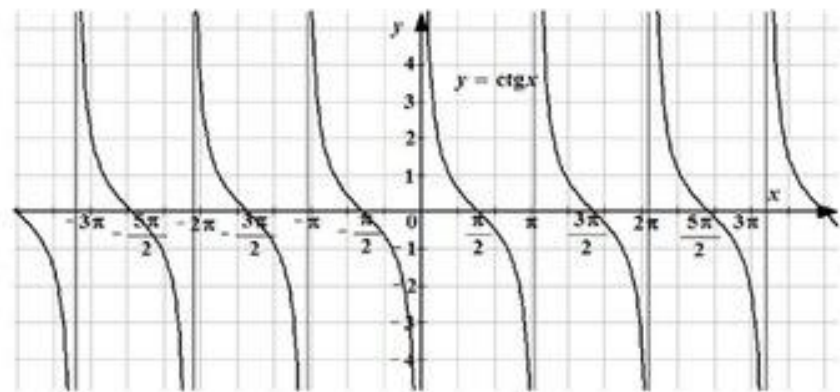
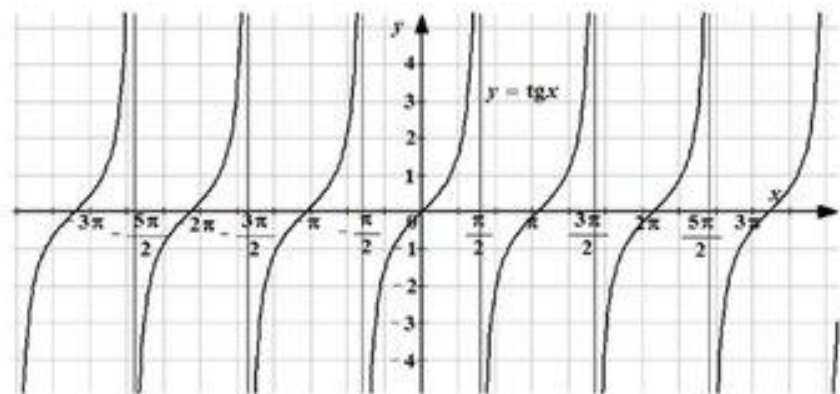
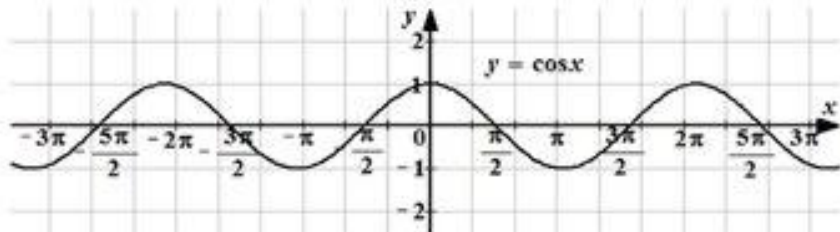
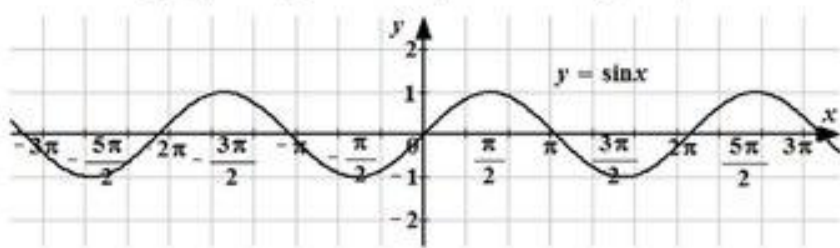


Логарифмическая функция $y = \log_a x$



Тригонометрические функции





$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(y) = [-1; 1]$$

$$\text{Период } T = 2\pi$$

Нечетная функция

$$D(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$E(y) = [-1; 1]$$

$$\text{Период } T = 2\pi$$

Четная функция

$$D(y) = \left(-\frac{\pi}{2} + \pi k; \frac{\pi}{2} + \pi k \right)$$

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$

$$\text{Период } T = \pi$$

Нечетная функция

Возрастает

$$D(y) = (-\pi k; 2\pi k)$$

$$E(y) = (-\infty; +\infty)$$

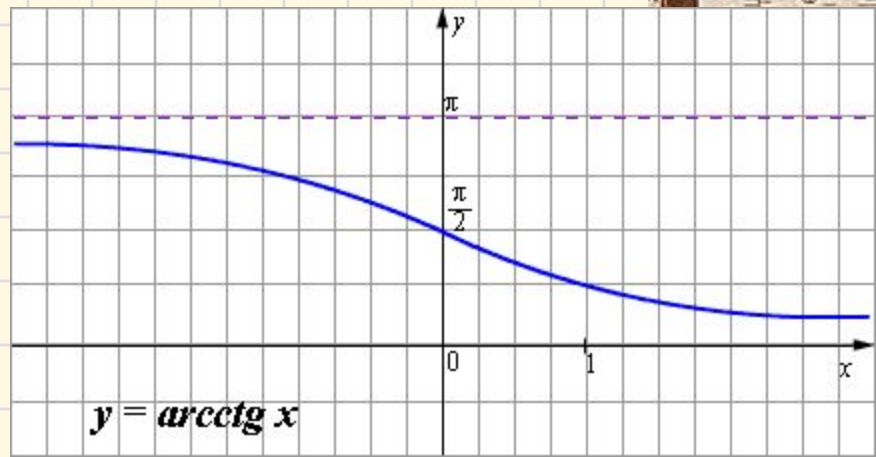
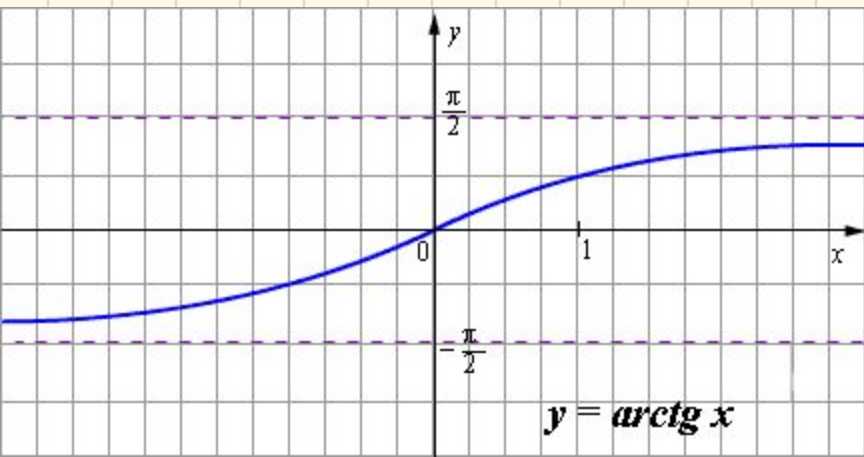
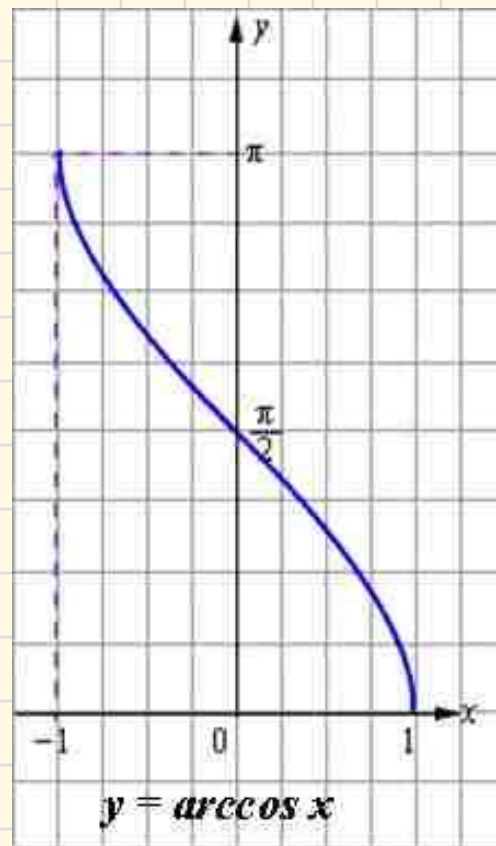
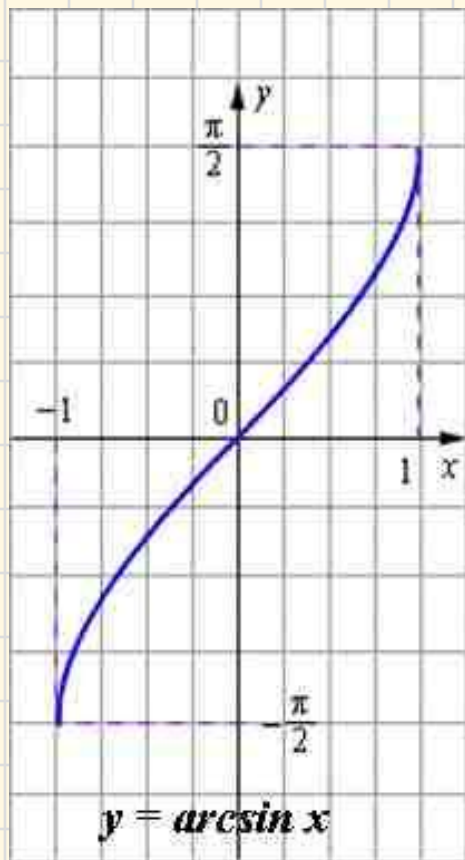
$$\text{Период } T = \pi$$

Нечетная функция

Убывает

Обратные тригонометрические функции





4. Свойства функции

1. Область определения функции $D(y)$
2. Множество значений функции $E(y)$
3. Четность функции
4. Промежутки монотонности (промежутки возрастания и убывания функции)
5. Ограниченность функции
6. Наибольшее и наименьшее значение функции
7. Периодичность функции
8. Непрерывность функции

1. Область определения функции — все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : $D(f)$.

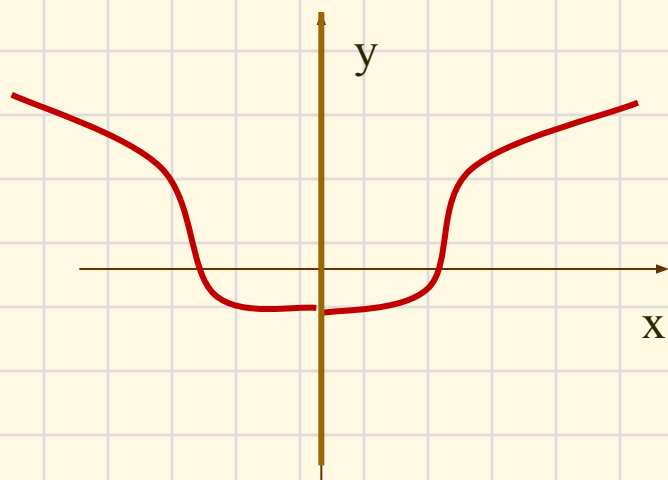
2. Область (множество) значений функции — все значения, которые принимает зависимая переменная.

Обозначается : $E(f)$.

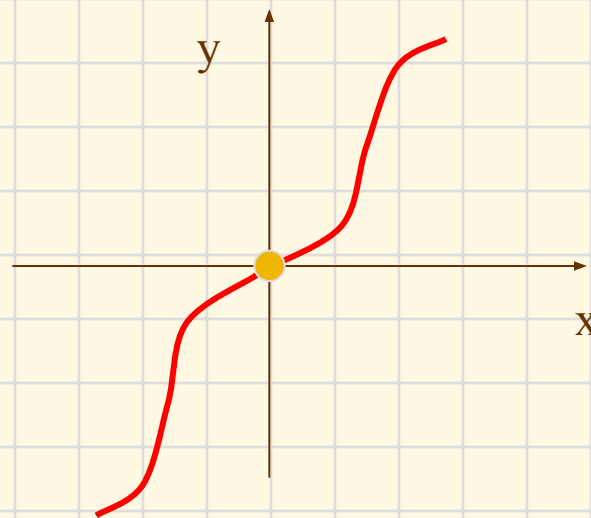
3. Четность функции

1. Область определения функции $D(f)$ – симметричное множество;
2. Для любого $x \in X$ выполняется равенство:

$$f(-x) = f(x)$$



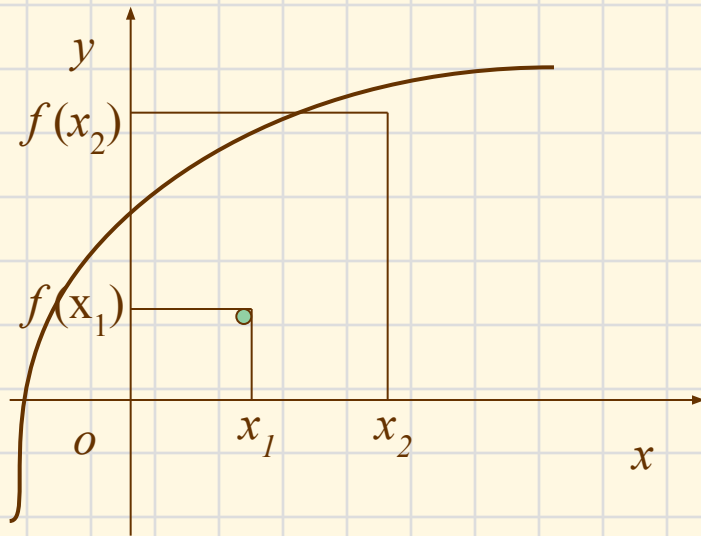
$$f(-x) = -f(x)$$



4. Промежутки монотонности

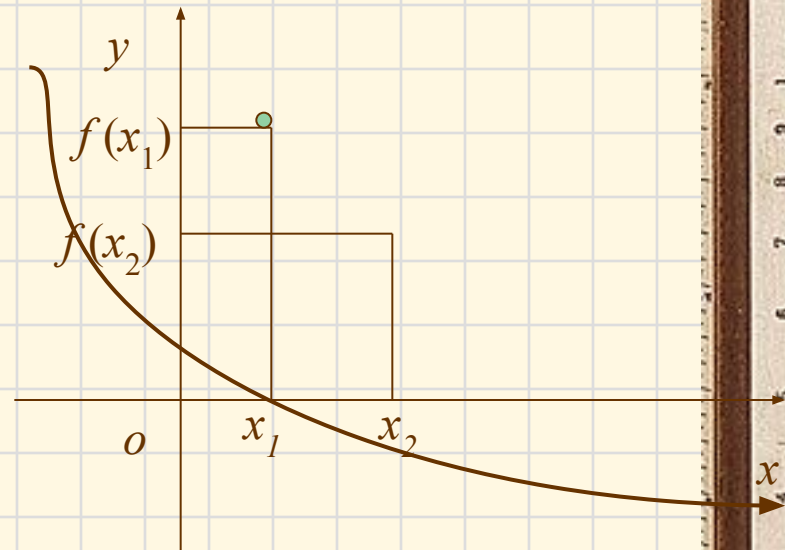
Определение 1.

Функция $y = f(x)$ называют **возрастающей на промежутке** X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X , следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.



Определение 2.

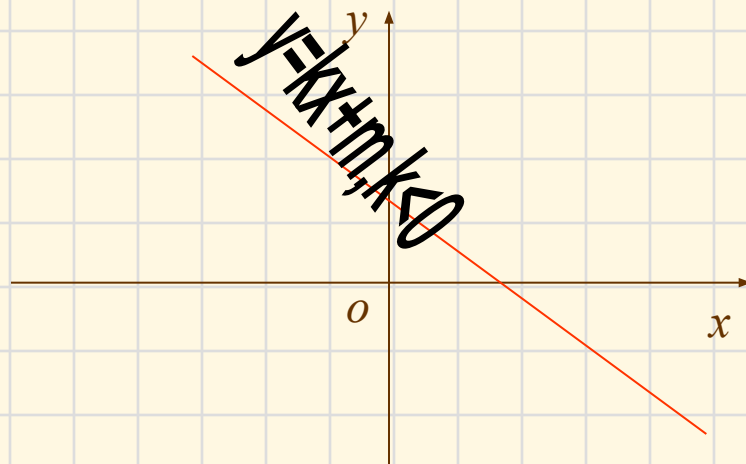
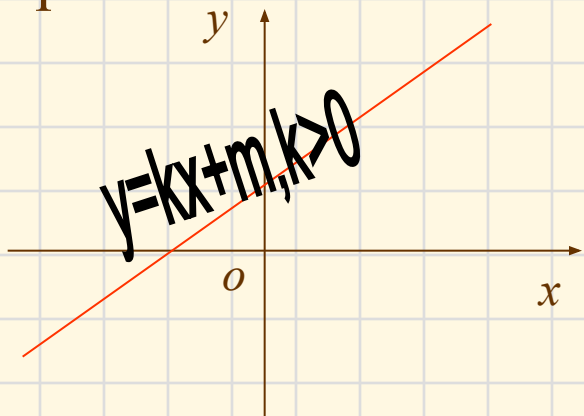
Функция $y = f(x)$ называют **убывающей на промежутке** X , если из неравенства $x_1 < x_2$, где x_1 и x_2 – любые две точки промежутка X , следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



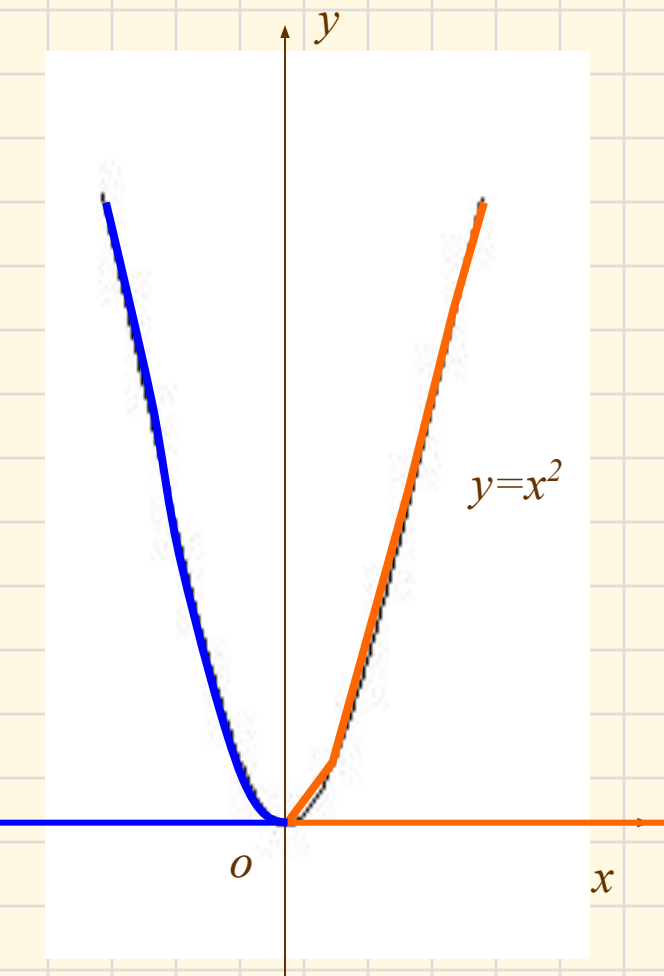
ПРИМЕР:

Линейная функция $y = kx + m$.

- 1. Если $k > 0$, то функция возрастает на всей числовой прямой.
- 2. Если $k < 0$, то функция убывает на всей числовой прямой.



ПРИМЕР: Функция $y = x^2$



1. $y = x^2, x \in [0, +\infty)$

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) < f(x_2)$, значит функция $y = x^2$ возрастает на луче $[0, +\infty)$.

2. $y = x^2, x \in (-\infty, 0]$

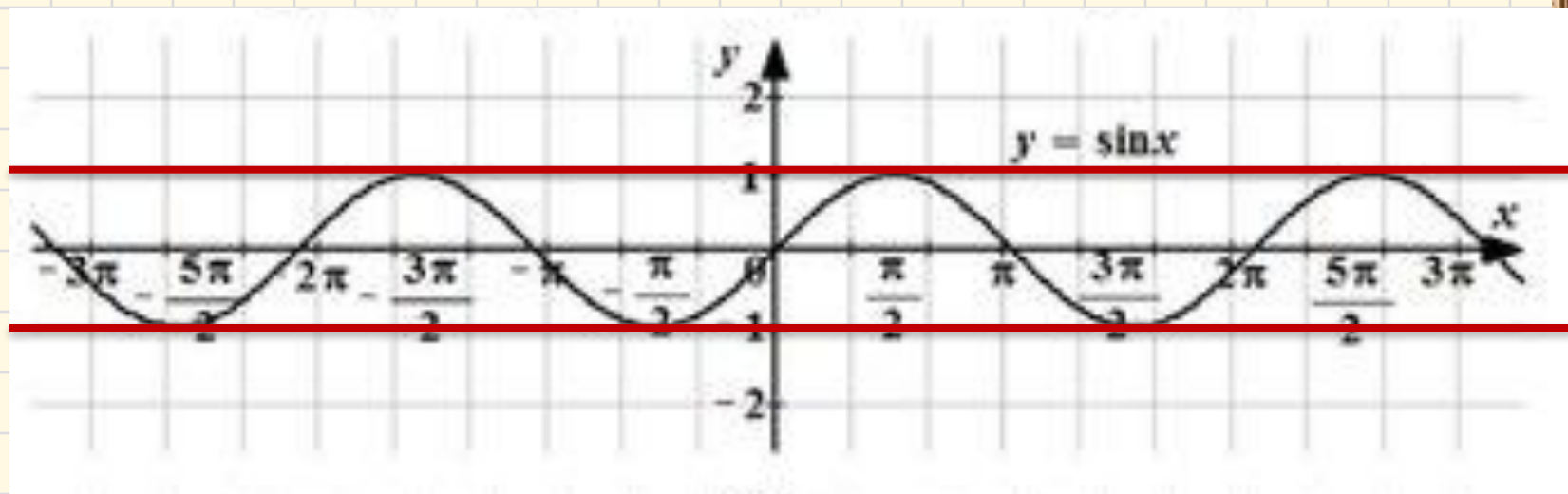
Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция $y = x^2$ убывает на луче $(-\infty, 0]$.

5. Ограниченность функции

Функция $y = f(x)$ называют **ограниченной снизу** на множестве $X \subset D(f)$,

если **все** значения функции на множестве X **больше** некоторого числа.

если **существует** число m такое, что **для** **любого** значения $x \in X$ выполняется неравенство $f(x) > m$.



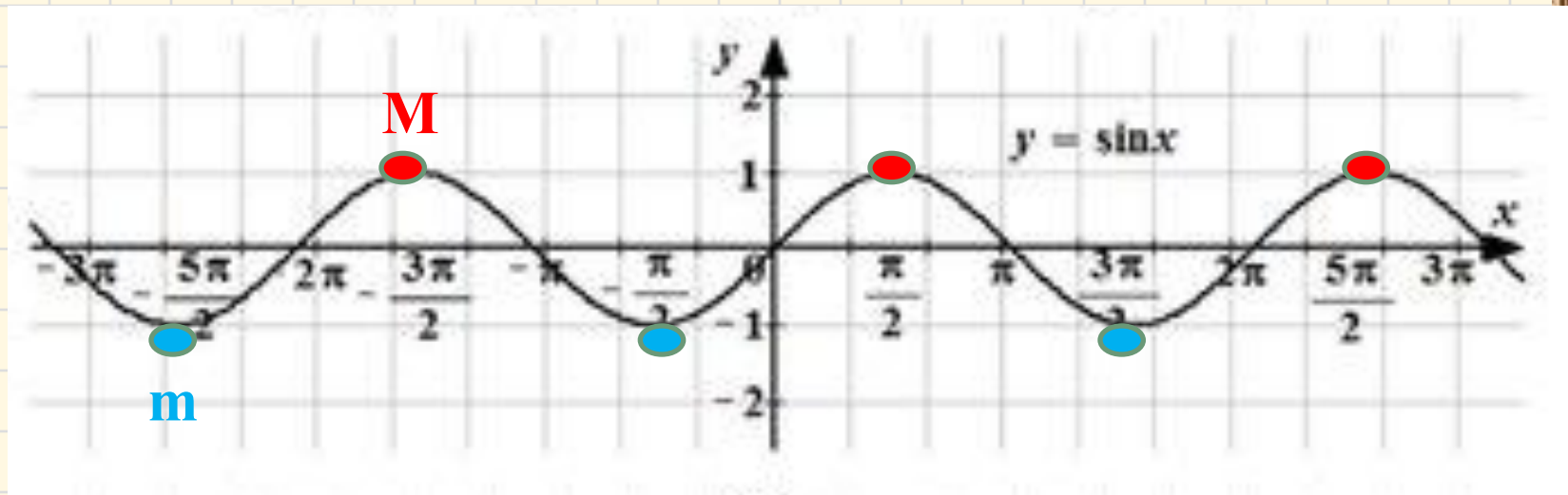
6. Наибольшее и наименьшее значения функции

Число m называют **наименьшим значением функции** $y = f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

- 1) в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$;
- 2) для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

Число M называют **наибольшим значением функции** $y = f(x)$ на множестве $X \subset D(f)$, если:

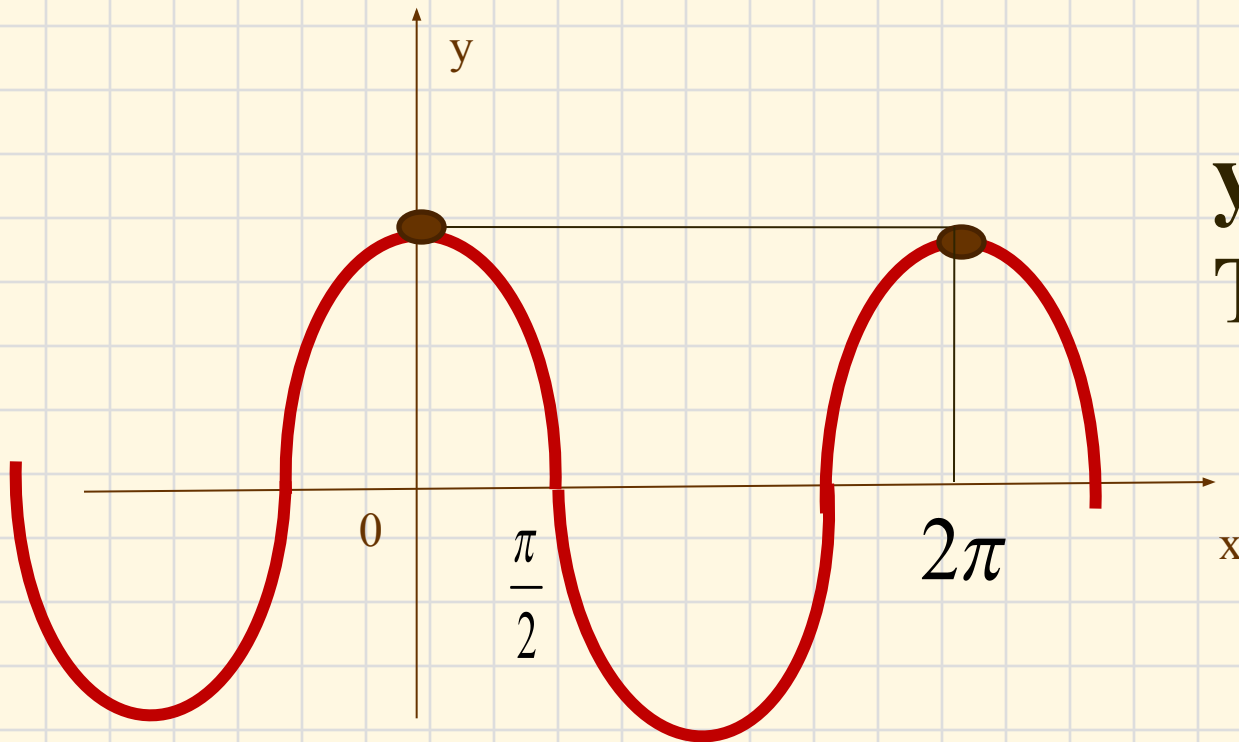
- 1) в X существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$;
- 2) для всех x из X выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.



7. Периодичность функции

Функция $f(x)$ - **периодическая**, если существует такое отличное от нуля число T , что для любого x из области определения функции имеет место: $f(x+T) = f(x) = f(x-T)$

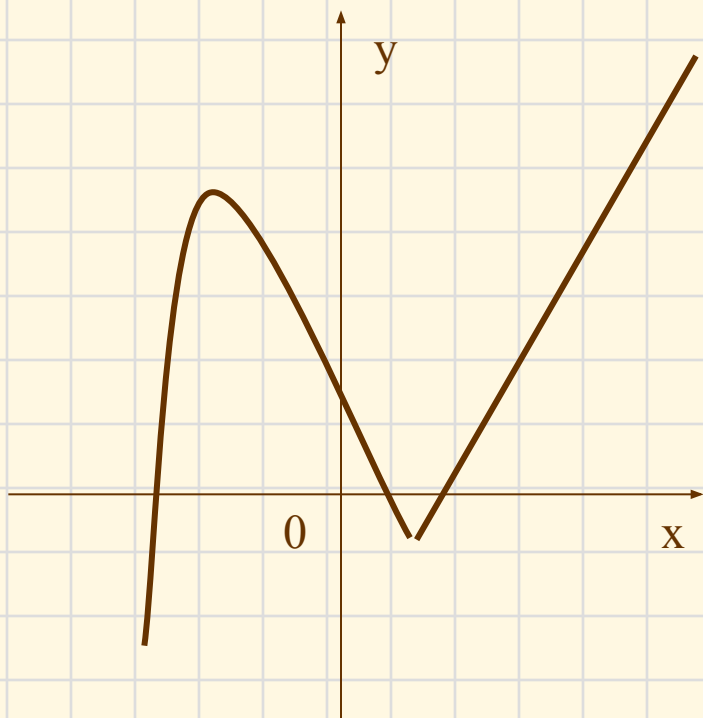
T -период функции



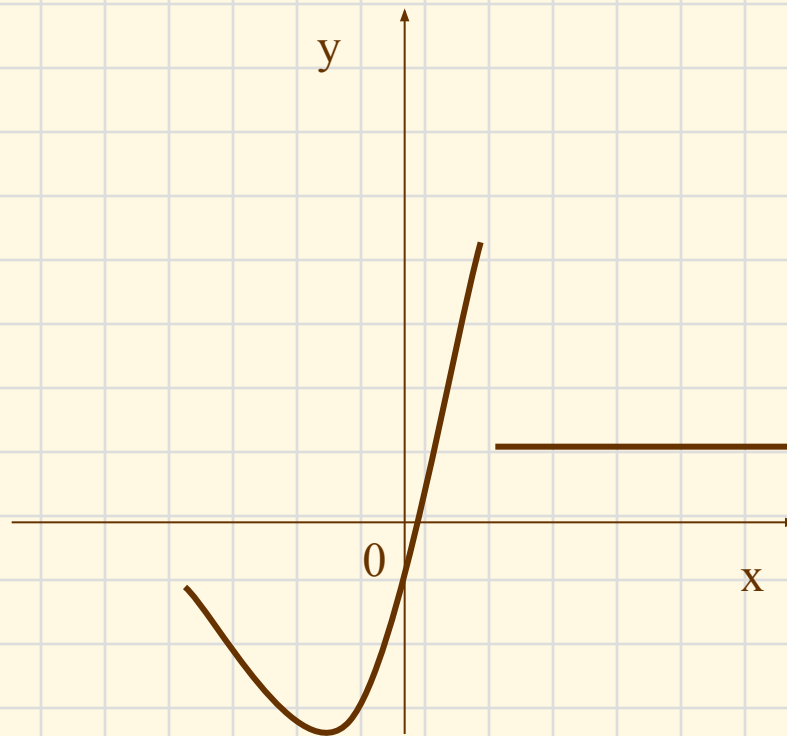
$$y = \cos x$$

$$T = 2\pi$$

8. Непрерывность функции



Непрерывная функция



Не непрерывная функция

5. Обратные функции



Взаимобратные функции

Если функция $y = f(x)$ принимает каждое своё значение y только при одном значении x , то эту функцию называют обратимой.

$$y = 2x + 2$$

$$y = 2 + \frac{1}{x}$$

$$y = x^2$$

$$x_1 = \sqrt{y}$$

$$x_2 = -\sqrt{y}$$

Пусть $y = f(x)$ – обратимая функция. Тогда каждому y из множества значений функции соответствует одно определённое число x из области её определения, такое, что $f(x) = y$. Это соответствие определяет функцию x от y , которую обозначим $x = g(y)$. Поменяем местами x и y : $y = g(x)$.

Функцию $y = g(x)$ называют **обратной** к функции $y = f(x)$.

Дано: $y = \frac{1}{x-2}$

Найти функцию, обратную данной $y = f^{-1}(x)$.

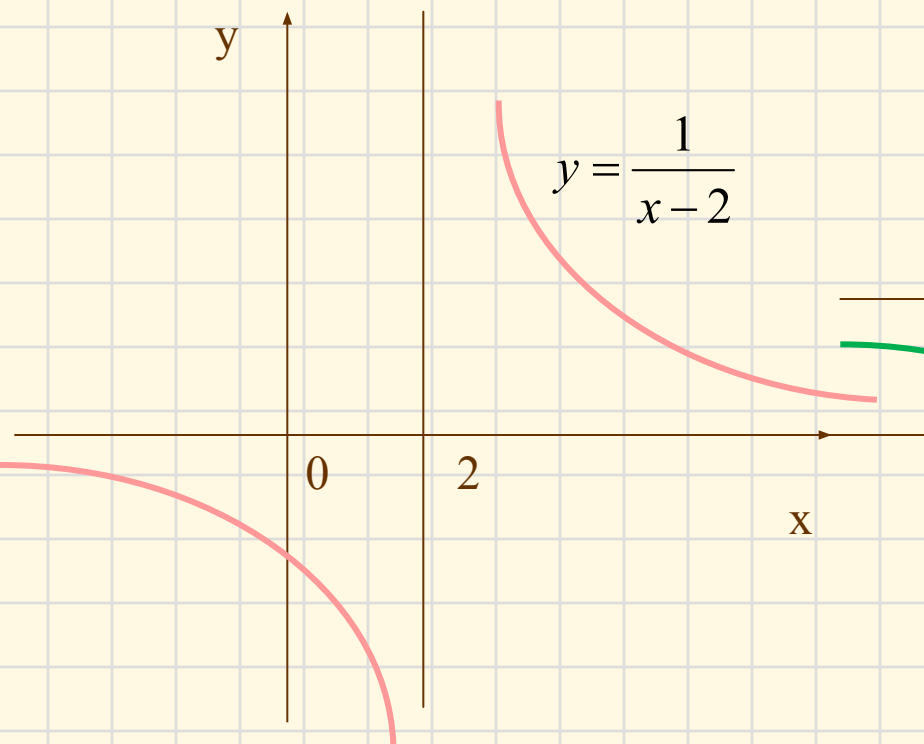
Решение:

$$\frac{1}{x-2} = y$$

$$x-2 = \frac{1}{y}$$

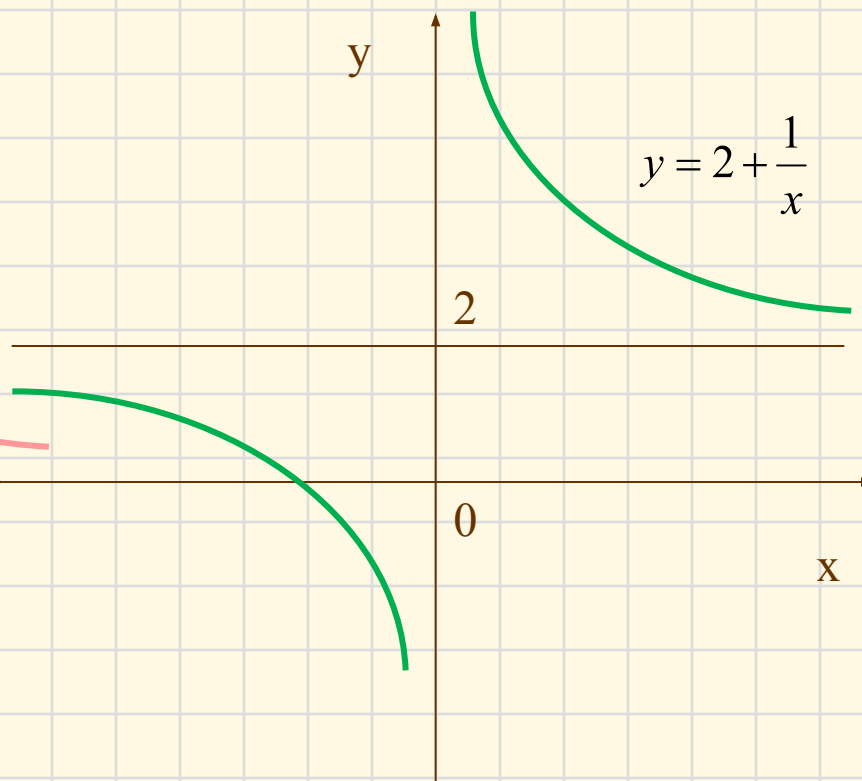
$$x = 2 + \frac{1}{y} \quad \Rightarrow \quad y = 2 + \frac{1}{x}$$

Ответ: $f^{-1}(x) = 2 + \frac{1}{x}$



1. $D(y) = (-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$

2. $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$



1. $D(y) = (-\infty; 0) \cup$

$(0; +\infty)$
2. $E(y) = (-\infty; 2) \cup$
 $(2; +\infty)$

Свойства обратных функций

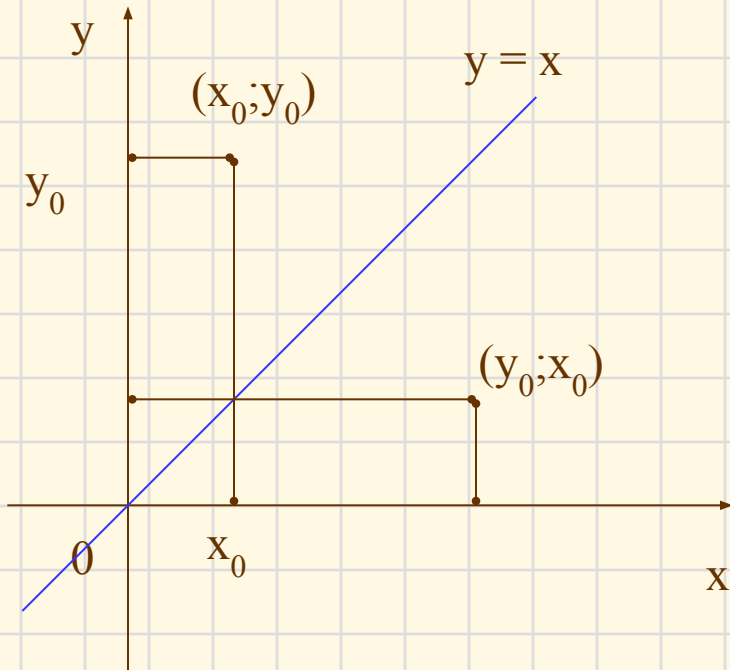
1. Область определения обратной функции f^{-1} совпадает с множеством значений исходной f , а множество значений обратной функции f^{-1} совпадает с областью определения исходной функции f : $D(f^{-1}) = E(f)$, $E(f^{-1}) = D(f)$.

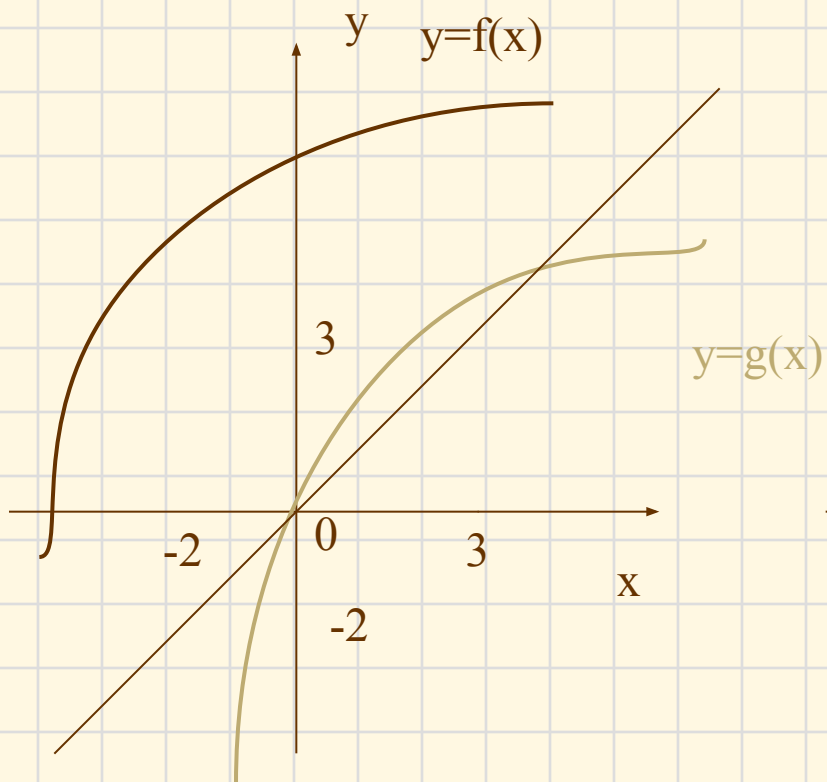
2. Монотонная функция является обратимой:

если функция f возрастает, то обратная к ней функция f^{-1} также возрастает;

если функция f убывает, то обратная к ней функция f^{-1} также убывает.

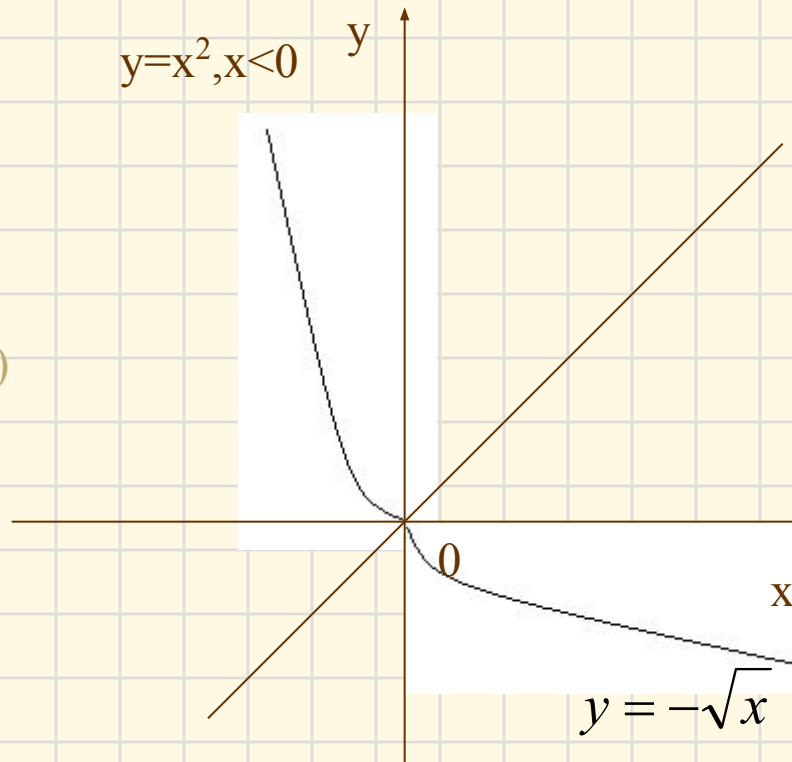
3. Если функция имеет обратную, то график обратной функции симметричен графику данной функции относительно прямой $y = x$.





1. $D(f)=\mathbb{R}$
2. $E(f)=\mathbb{R}$
3. возрастающая

1. $D(g)=\mathbb{R}$
2. $E(g)=\mathbb{R}$
3. возрастающая



1. $D(y)=(-\infty; 0]$
2. $E(y)=[0; +\infty)$
3. убывающая

1. $D(y)=[0; +\infty)$
2. $E(y)=(-\infty; 0]$
3. убывающая

Контрольные вопросы для закрепления:

.Математика, как наука, исторические периоды развития математики, роль математики.

.Понятие «функция».

.Способы задания функции, охарактеризуйте каждый из способов.

.Свойства функции

.Приведите классификацию функций и их графиков.

.Приведите примеры четных и нечетных функций, периодических, ограниченных и неограниченных, непрерывных и не непрерывных