

ПОНЯТИЕ ЛОГАРИФМА



Решите уравнение (устно)

$$5^x = 625$$

$$x = 4$$

$$3^x = 243$$

$$x = 5$$

$$2^x = 7$$

$$2^x = 5$$

?

Проблема

Разрешение проблемы

$$2^x = 7$$

?

Ответим на вопросы:

Имеет ли уравнение корни и сколько?

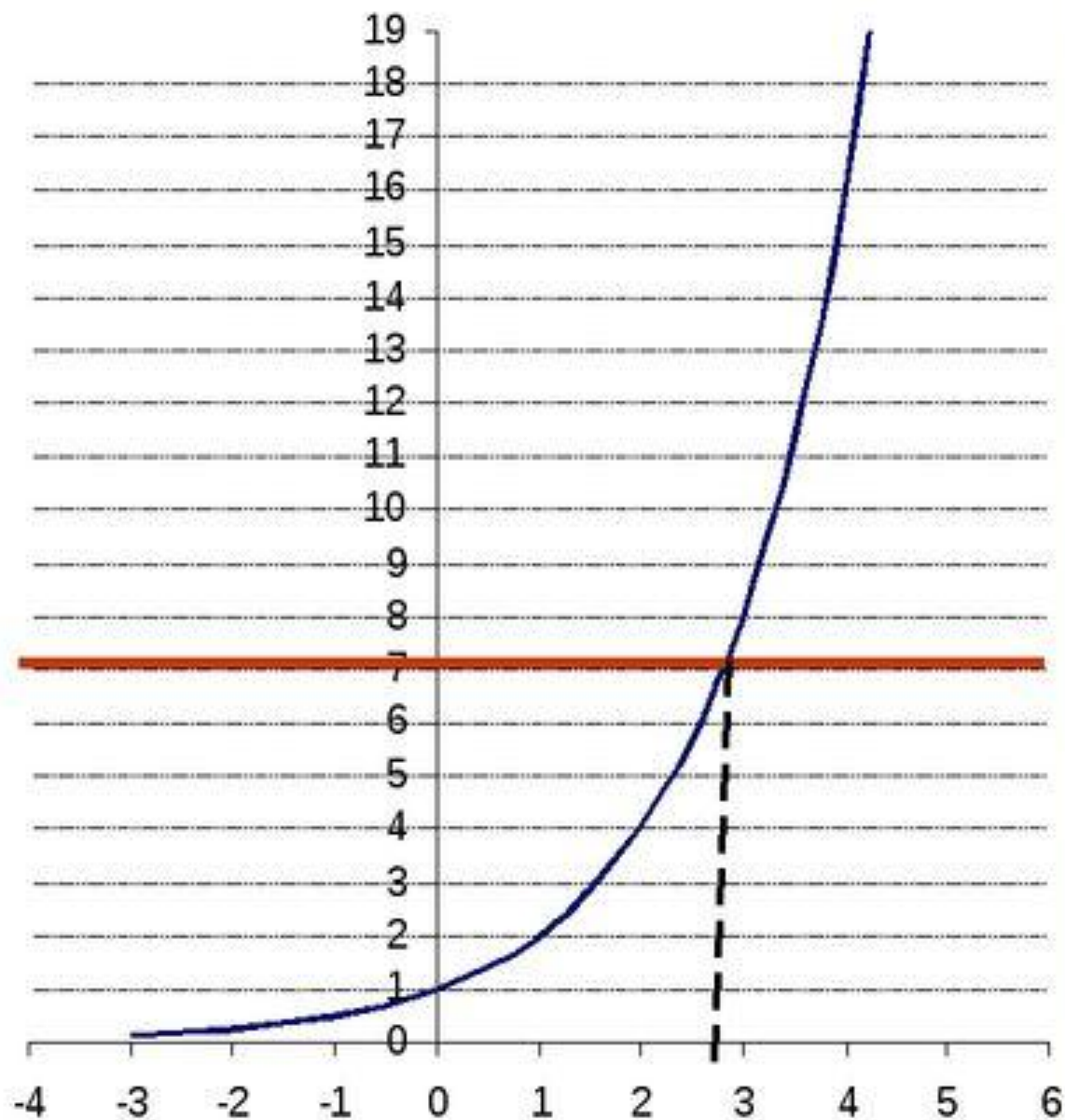
Рассмотрим решение уравнения
графическим способом.



$$y = 2^x$$

$$y = 7$$

Уравнение
имеет
единственный
корень



$$2^x = 7$$

Для записи корня данного уравнения математики ввели **новый символ** и назвали его **логарифмом по основанию 2**

$$x = \log_2 7$$

Читают: *логарифм числа 7 по основанию 2*

Аналогично получим решение любого уравнения вида:

$$a^x = b, \text{ где } b > 0, a > 0, a \neq 1$$

$$x = \log_2 b$$

$$4^x = 11$$

$$x = \log_4 11$$

$$6^x = 19$$

$$x = \log_6 19$$

Определение

Логарифмом положительного числа b по положительному и отличному от 1 основанию a называют показатель степени, в которую нужно возвести число a , чтобы получить число b .

Примеры

1. $\log_2 8 = 3, 2^3 = 8;$

2. $\log_3 729 = 6, 3^6 = 729;$

3. $\log_{0,2} 25 = -2, (0,2)^{-2} = 25;$

4. $\log_4 8 = 1,5, 4^{1,5} = 8;$

5. $\log_2 2 = 1, 2^1 = 2;$

6. $\log_{10} 1 = 0, 10^0 = 1;$

7. $\log_{49} 1/7 = -0,5, 49^{-0,5} = 1/7;$

8. $\log_{0,1} 10000 = -4, 0,1^{-4} = 10000.$



Примеры

$$\log_2 8 = 3, \text{ так как } 2^3 = 8$$

$$\log_3 \frac{1}{81} = -4, \text{ так как } 3^{-4} = \frac{1}{81}$$

$$\log_{64} 8 = \frac{1}{2}, \text{ так как } 64^{\frac{1}{2}} = 8$$

$$\log_{\frac{1}{4}} 16 = -2, \text{ так как } \left[\frac{1}{4} \right]^{-2} = 16$$

Свойства, следующие из определения

- 1. $\log_a a = 1;$ $a^1 = a.$
- 2. $\log_a 1 = 0;$ $a^0 = 1.$
- 3. $\log_a a^c = c;$ $a^c = a^c.$

Операцию нахождения логарифма называют ***логарифмированием***

Логарифм по основанию 10 называют ***десятичным логарифмом***

Принята запись:

$$\log_{10} 5 = \lg 5$$

$$\log_{10} 6,7 = \lg 6,7$$

Десятичные логарифмы

- Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\lg 10 = 1$$

$$\lg 100 = 2$$

$$\lg 1000 = 3$$

$$\lg 10000 = 4$$

$$\log_{10} b = \lg b$$

$$\lg 0,1 = -1$$

$$\lg 0,01 = -2$$

$$\lg 0,001 = -3$$

$$\lg 0,0001 = -4$$

Натуральные логарифмы

- Если основание логарифма e , то логарифм называется натуральным:

$$\log_e b = \ln b, \quad e \approx 2,7$$

Вычислить: $\log_{\frac{1}{3}} 81$.

Решение:

$$\log_{\frac{1}{3}} 81 = x$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x = 81$$

$$81 = 3^4 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4}$$

$$x = -4 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{3}} 81 = -4$$

Ответ: -4 .



Домашняя работа
Найти значение
выражения

1) $\log_2 64$

2) $\log_4 16$

3) $\log_{\frac{1}{3}} 3$

4) $\log_5 \frac{1}{25}$

5) $\log_6 36$

6) $\log_{25} 5$

7) $\log_{\sqrt{2}} 2$

8) $\log_3 \sqrt{27}$

