

Лекция 16

1. Механика

1.7. Основы СТО

Релятивистская механика. Принцип относительности и преобразования Галилея. Неинвариантность электромагнитных явлений относительно преобразований Галилея. Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна. Относительность одновременности. Парадоксы релятивистской кинематики: сокращение длины и замедление времени в движущихся системах отсчета.

Теория относительности

Теория относительности – современная теория пространства и времени. Состоит из специальной (частной) и общей.

Специальная теория относительности

СТО рассматривает свойства пространства и времени в инерциальных системах отсчета в отсутствие полей тяготения при больших скоростях движения (близких к скорости света).

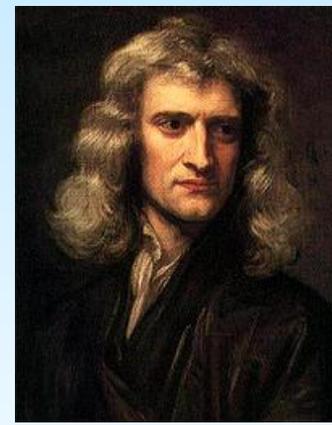
Общая теория относительности

ОТО учитывает воздействие материи (массы) на свойства пространства и времени, а эти измененные свойства пространства-времени в сильных гравитационных полях влияют уже на сам характер физических процессов.

"С тех пор, как за теорию относительности принялись математики, я ее уже сам больше не понимаю."

Альберт Эйнштейн.

Представления классической механики



Исаак
Ньютон
1642-1727

Абсолютное пространство

"Абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным"

(Исаак Ньютон).

- 1) Пространство абсолютно – некоторое неподвижное, безграничное, пустоеместилище материи.
- 2) Трехмерно (имеет 3 измерения) – для определения положения каждой точки в пространстве нужно задать 3 координаты.
- 3) Непрерывно – эти координаты могут принимать любые значения.
- 4) Евклидово – геометрия его такова, что подчиняется формуле, данной Евклидом:

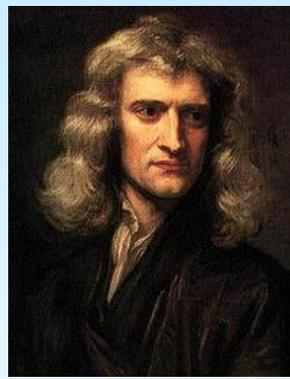
$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

- 5) Однородно – в нем нет особых, привилегированных точек.
- 6) Изотропно – в нем нет особых, привилегированных направлений.

Представления классической механики

Абсолютное время

"Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью" (Исаак Ньютон).



Исаак
Ньютон
1642-1727

- 1) Время абсолютно – совершенно никак не зависит от тел.
- 2) Одномерно (имеет 1 измерение) – для определения времени нужно задать 1 координату.
- 3) Непрерывно – 2 его мгновения могут быть как угодно близки друг к другу.
- 4) Однородно – в нем нет особых, привилегированных мгновений.
- 5) Анизотропно – не обладает способностью двигаться сначала в одном направлении, затем в другом, а только от прошлого к будущему.

Представления классической механики

Абсолютное, время и абсолютное пространство
никак не взаимосвязаны!

Однородность пространства \longrightarrow закон сохранения импульса.
Поскольку оно везде одинаково, то не может изменить (повлиять)
на импульс тела.

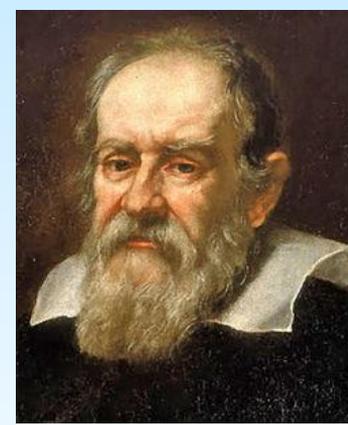
Однородность времени \longrightarrow закон сохранения энергии.
Время само по себе не может изменить состояние системы.

Анизотропность времени \longrightarrow процессы, текущие
самопроизвольно в замкнутых системах, всегда имеют
определенную направленность (например, энтропия всегда
увеличивается).

Выводы: инерциальных систем отсчета бесконечное множество.
Однако среди них должны быть абсолютные (привязанные к
абсолютному пространству).

Наряду с относительным движением тел относительно друг друга
должно существовать движение абсолютное – по отношению к
абсолютному пространству.

Правда, обнаружить это механическими опытами не удастся – это противоречит механическому принципу относительности Галилея.



Галилео
Галилей
1564-1642

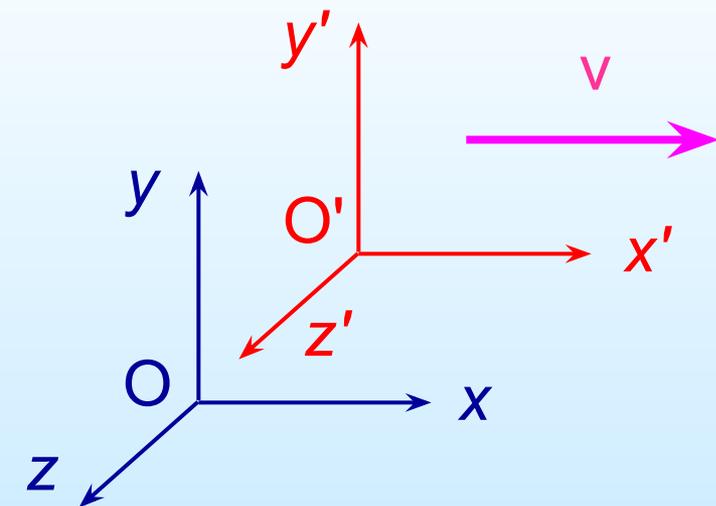
Принцип относительности Галилея

Во всех инерциальных системах отсчета все физические явления протекают одинаково.

Преобразования Галилея

Это формулы, связывающие координаты и время некоторого события в 2 разных инерциальных системах отсчета.

Пусть O – неподвижная система отсчета, а O' – движущаяся по оси x со скоростью v относительно первой.



В первой:

x

y

z

t



Во второй:

$$x' = x - vt$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

Правило сложения скоростей

$$x' = x - vt$$

$$x = x' + vt$$

$$u' = u - v$$

$$u = u' + v$$

u – скорость точки в системе O , u' – в системе O'

Инвариантность второго закона Ньютона

Форма записи второго закона Ньютона при переходе от одной инерциальной системы к другой не меняется, т.е. механические явления во всех таких системах происходят совершенно одинаково.

$$m \frac{du}{dt} = F \quad \longrightarrow \quad F = m \frac{d(u' + v)}{dt} = m \frac{du'}{dt} + m \frac{dv}{dt} = m \frac{du'}{dt}$$

Что в классической механике нас не устраивает ?

Классическая механика признает существование абсолютного движения (абсолютного пространства-времени), но отвергает возможность его обнаружения механическими опытами.

Давайте попробуем обнаружить другими способами – оптическими (электромагнитными).

Волновые свойства света

Согласно волновой теории, предложенной Гюйгенсом, свет представляет собой распространение колебаний.

Эфир

Неподвижность абсолютного пространства была автоматически перенесена на неподвижность светоносного эфира, заполняющего все пространство.

Электромагнитная теория Максвелла

По Максвеллу свет представляет собой электромагнитные волны, причем скорость их распространения (скорость света) зависит от свойств среды. В вакууме скорость максимальна $\sim 300\,000$ км/сек.

Опыт Майкельсона (США, 1881)

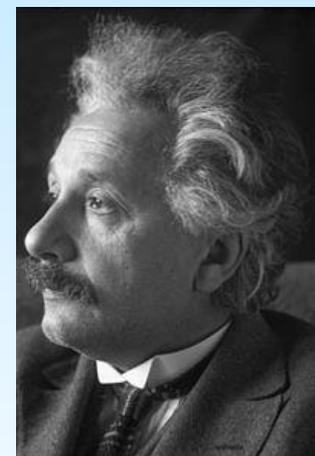
Майкельсон измерял скорость света. При этом лучи посылались во взаимно перпендикулярных направлениях, и во всех направлениях скорость света оказалась одинаковой.

Если бы Земля двигалась относительно неподвижного эфира, то скорость света в направлении движения должна быть меньше, чем в противоположном. Т.е. эфир обнаружить не удалось.

Постулаты Эйнштейна

1) Никакими опытами, в том числе и не механическими, произведенными внутри инерциальной системы отсчета, невозможно обнаружить, покоится ли данная система, или движется равномерно и прямолинейно.

2) Скорость света в вакууме есть величина постоянная для всех инерциальных систем отсчета.



Альберт
Эйнштейн
1879-1955

Преобразования Лоренца

Правильные преобразования могут быть только линейными, потому что равномерное прямолинейное движение должно оставаться таковым во всех системах отсчета.

Преобразования
Галилея

$$x' = x - vt$$

$$x = x' + vt$$

$$\left\{ \begin{array}{l} ct' = \alpha(ct - vt) \\ ct = \alpha(ct' - vt') \end{array} \right.$$

Преобразования
Лоренца

$$x' = \alpha(x - vt)$$

$$x = \alpha(x' + vt')$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$



Хендрик
Антон Лоренц
1853-1928

Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \frac{t - (v/c^2)x}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

1) При $v \ll c$ преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

2) При $v > c$ теряют физический смысл – невозможны в мире скорости, большие скорости света.

3) Время носит не абсолютный, а относительный характер, так как зависит от выбора системы отсчета и ее скорости движения.

Наш мир не 3-х мерное пространство + время,
а единое 4-мерное пространство-время !

Следствия релятивистской механики

1) Относительность одновременности

Пусть в движущейся системе отсчета O' в один и тот же момент времени t' происходят два события – событие 1 в точке x'_1 и событие 2 в точке x'_2 . Одновременны ли они в системе O ?

$$t_1 = \frac{t'_1 + (v/c^2)x'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t_2 = \frac{t'_2 + (v/c^2)x'_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$t'_1 = t'_2$$
$$x'_1 \neq x'_2 \quad \longrightarrow \quad t_1 \neq t_2$$

Т.е. события произойдут уже не одновременно, а с разницей в некоторый промежуток времени

$$\Delta t = t_1 - t_2$$

В зависимости от знака разности $(x'_1 - x'_2)$ Δt может оказаться как положительным, так и отрицательным.

Т.е. событие 2 в системе O может как опережать событие 1, так и отставать.

Это не распространяется на причинно-следственные события: событие-причина будет предшествовать событию-следствию!

Следствия релятивистской механики

2) Изменение размеров тел (Лоренцево сокращение)

Пусть стержень длиной $l' = x'_2 - x'_1$ находится в движущейся системе отсчета O' . Относительно системы O :

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - \frac{x'_1 + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} =$$

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$= \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



$$l' = l \sqrt{1 - v^2/c^2} < l$$

С точки зрения наблюдателя, движущиеся относительно него предметы имеют меньшую длину (линейные размеры в направлении движения), чем их настоящая длина.

Это чисто кинематический эффект: никакими внутренними напряжениями это сокращение не сопровождается !

Следствия релятивистской механики

3) Релятивистское сокращение промежутка времени

Задача о двух близнецах

Пусть один из них улетает к звезде на расстояние L со скоростью v .
Какой из близнецов и насколько окажется моложе другого ?

С точки зрения оставшегося на Земле пройдет $\Delta t = \frac{2L}{v}$

С точки зрения космонавта пройдет

$$\Delta t' = \frac{2L'}{v} = \frac{2L}{v} \sqrt{1 - v^2 / c^2} = \Delta t \sqrt{1 - v^2 / c^2} < \Delta t$$

В движущейся системе отсчета время течет медленнее !

Следствия релятивистской механики

4) Теорема сложения скоростей Эйнштейна

$$x = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$



$$dx = \frac{dx' + v dt'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$u = \frac{dx}{dt}$$

$$u' = \frac{dx'}{dt'}$$

$$t = \frac{t' + (v/c^2)x'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

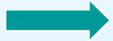
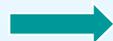


$$dt = \frac{dt' + (v/c^2)dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + v dt'}{dt' + (v/c^2)dx'} = \frac{u' + v}{1 + (v/c^2)u'}$$

$$u = \frac{u' + v}{1 + \frac{vu'}{c^2}}$$

1) При $v \ll c$  $u = u' + v$ – преобразование Галилея

2) При $v = c$  $u = \frac{u' + c}{1 + \frac{cu'}{c^2}} = \frac{(u' + c)}{(c + u')} c = c$  $u = c$

Задача о бегуне (Эйнштейна)

Бегун несет перед собой в вытянутой руке зеркало.

Увидит ли он свое изображение, если будет бежать со скоростью, мало отличающейся от скорости света?

Следствия релятивистской механики

5) Другие составляющие скорости

$$\boxed{y = y'} \quad \longrightarrow \quad u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'} \frac{dt'}{dt} = u'_y \frac{dt'}{dt}$$

$$\boxed{u_y = \frac{dy}{dt}}$$

$$\boxed{z = z'} \quad \longrightarrow \quad u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'} \frac{dt'}{dt} = u'_z \frac{dt'}{dt}$$

$$\boxed{u_z = \frac{dz}{dt}}$$

$$\boxed{dt = \frac{dt' + (v/c^2) dx'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} \quad \longrightarrow \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1 + (vu'_x/c^2)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\boxed{u_y = u'_y \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}}$$

$$\boxed{u_z = u'_z \frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}}$$

В неподвижной системе координат составляющие скорости в направлениях y и z уже не будут равны их соответствующим составляющим в движущейся системе координат, а будут также зависеть и от составляющей скорости в направлении движения системы координат !

Следствия релятивистской механики

б) Масса и импульс

Второй закон Ньютона удовлетворяет преобразованиям Галилея – инвариантен относительно них. А вот преобразованиям Лоренца – не удовлетворяет, если считать массу постоянной.

$$F = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{dp}{dt}$$



$$m' = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

При приближении скорости к скорости света инертность тела бесконечно возрастает!

Никакое тело не может иметь скорость, равную скорости света. Ее могут иметь лишь элементарные частицы с массой покоя, равной нулю – фотоны, нейтрино и пр.

$\Delta m = m' - m$ – масса движения, или динамическая масса.

Закон сохранения импульса

$$F = \frac{dp}{dt}$$



$$p = \frac{m v}{\sqrt{1 - v^2 / c^2}}$$

Следствия релятивистской механики

7) *Связь между массой и энергией*

Закон пропорциональности массы и энергии – всякой массе соответствует определенная энергия, и наоборот, всякой энергии соответствует определенная масса.

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

Единый закон сохранения массы-энергии

В изолированной системе полная масса-энергия сохраняется.

Внутри системы может происходить переход вещества в поле (например, аннигиляция частицы и античастицы, при которой рождаются γ -кванты, но полная масса-энергия остается неизменной).

Основные положения ОТО

Потенциальная энергия массы в поле тяготения

Если φ – потенциал поля тяготения, то

$$U = m\varphi$$

Классическая механика справедлива если величина U мала по сравнению с энергией тела mc^2 , т.е. если

$$\varphi / c^2 \ll 1$$

В полях тяготения обычных небесных тел это условие выполняется:

на поверхности Солнца $\sim 4 \cdot 10^{-6}$

на поверхности белых карликов $\sim 10^{-3}$

1) Замедление времени в поле тяготения

Время течет тем медленнее, чем больше величина гравитационного потенциала.

$$t' = \frac{t}{1 + \varphi / c^2}$$

2) Красное гравитационное смещение частоты света

При приближении света к телам, создающим гравитационное поле, частота света убывает с увеличением абсолютной величины потенциала поля.

$$\nu' = \nu \left(1 - \varphi / c^2 \right)$$

Черные дыры

Черная дыра – космический объект, обладающий такой сильной гравитацией, что поглощает все частицы, в том числе фотоны, подходящие к их поверхности.

Пространство внутри черных дыр сворачивается,
время останавливается !