# Лекция 16

## 1. Механика

## 1.7. Основы СТО

Релятивистская механика. Принцип относительности и преобразования Галилея. Неинвариантность электромагнитных явлений относительно преобразований Галилея. Постулаты специальной теории относительности (СТО) Эйнштейна. Относительность одновременности. Парадоксы релятивистской кинематики: сокращение длины и замедление времени в движущихся системах отсчета.

## *Теория относительности*

Теория относительности – современная теория пространства и времени. Состоит из специальной (частной) и общей.

## *Специальная теория относительности*

СТО рассматривает свойства пространства и времени в инерциальных системах отсчета в отсутствие полей тяготения при больших скоростях движения (близких к скорости света).

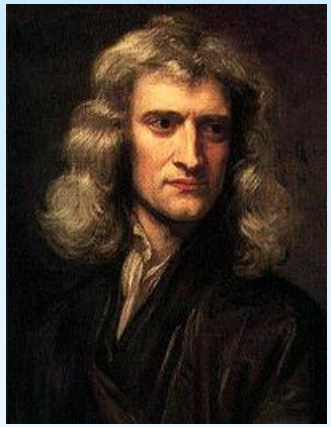
## *Общая теория относительности*

ОТО учитывает воздействие материи (массы) на свойства пространства и времени, а эти измененные свойства пространства-времени в сильных гравитационных полях влияют уже на сам характер физических процессов.

"*С тех пор, как за теорию относительности принялись математики, я ее уже сам больше не понимаю.*"

Альберт Эйнштейн.

# Представления классической механики



Исаак Ньютон
1642-1727

## *Абсолютное пространство*

"*Абсолютное пространство по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, остается всегда одинаковым и неподвижным*"
(Исаак Ньютон).

1) Пространство абсолютно – некоторое неподвижное, безграничное, пустое вместилище материи.

2) Трехмерно (имеет 3 измерения) – для определения положения каждой точки в пространстве нужно задать 3 координаты.

3) Непрерывно – эти координаты могут принимать любые значения.

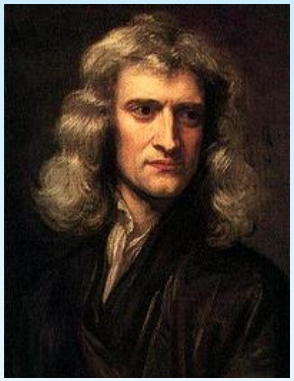
4) Евклидово – геометрия его такова, что подчиняется формуле, данной Евклидом:

$$r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

5) Однородно – в нем нет особых, привилегированных точек.

6) Изотропно – в нем нет особых, привилегированных направлений.

# Представления классической механики



Исаак Ньютон
1642-1727

## *Абсолютное время*

"*Абсолютное, истинное математическое время само по себе и по самой своей сущности, безотносительно к чему бы то ни было внешнему, протекает равномерно и иначе называется длительностью*" (Исаак Ньютон).

1) Время абсолютно – совершенно никак не зависит от тел.

2) Одномерно (имеет 1 измерение) – для определения времени нужно задать 1 координату.

3) Непрерывно – 2 его мгновения могут быть как угодно близки друг к другу.

4) Однородно – в нем нет особых, привилегированных мгновений.

5) Анизотропно – не обладает способностью двигаться сначала в одном направлении, затем в другом, а только от прошлого к будущему.

# Представления классической механики

Абсолютное, время и абсолютное пространство никак не взаимосвязаны!

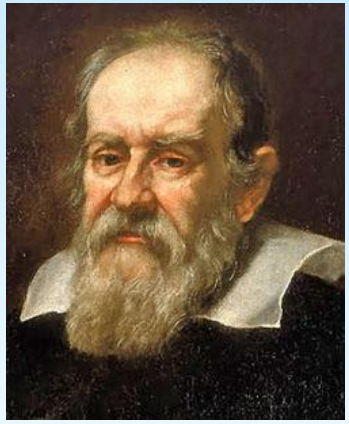
Однородность пространства → закон сохранения импульса.
Поскольку оно везде одинаково, то не может изменить (повлиять) на импульс тела.

Однородность времени → закон сохранения энергии.
Время само по себе не может изменить состояние системы.

Анизотропность времени → процессы, текущие самопроизвольно в замкнутых системах, всегда имеют определенную направленность (например, энтропия всегда увеличивается).

Выводы: инерциальных систем отсчета бесконечное множество. Однако среди них должны быть абсолютные (привязанные к абсолютному пространству).
Наряду с относительным движением тел относительно друг друга должно существовать движение абсолютное – по отношению к абсолютному пространству.

Правда, обнаружить это механическими опытами не удастся – это противоречит механическому принципу относительности Галилея.



Галилео Галилей 1564-1642

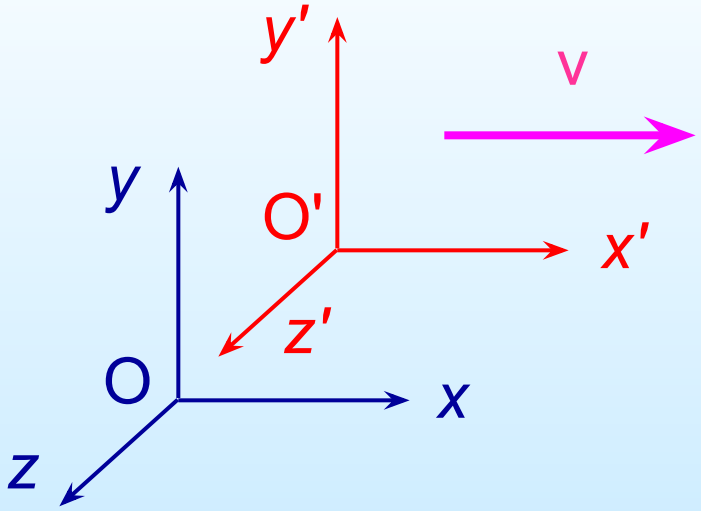
***Принцип относительности Галилея***

Во всех инерциальных системах отсчета все физические явления протекают одинаково.

***Преобразования Галилея***

Это формулы, связывающие координаты и время некоторого события в 2 разных инерциальных системах отсчета.

Пусть O – неподвижная система отсчета, а O' – движущаяся по оси x со скоростью v относительно первой.




| В первой: | | Во второй: |
|---|---|---|
| $x$ | | $x' = x - vt$ |
| $y$ | → | $y' = y$ |
| $z$ | | $z' = z$ |
| $t$ | | $t' = t$ |

## *Правило сложения скоростей*

$$x' = x - \mathrm{v}t \qquad x = x' + \mathrm{v}t$$

$$u' = u - \mathrm{v} \qquad u = u' + \mathrm{v}$$

*u* – скорость точки в системе O, *u*' – в системе O'

## *Инвариантность второго закона Ньютона*

Форма записи второго закона Ньютона при переходе от одной инерциальной системы к другой не меняется, т.е. механические явления во всех таких системах происходят совершенно одинаково.

$$m\frac{du}{dt} = F \quad \Rightarrow \quad F = m\frac{d(u' + \mathrm{v})}{dt} = m\frac{du'}{dt} + m\frac{d\mathrm{v}}{dt} = m\frac{du'}{dt}$$

## *Что в классической механике нас не устраивает ?*

Классическая механика признает существование абсолютного движения (абсолютного пространства-времени), но отвергает возможность его обнаружения механическими опытами.

Давайте попробуем обнаружить другими способами – оптическими (электромагнитными).

## *Волновые свойства света*

Согласно волновой теории, предложенной Гюйгенсом, свет представляет собой распространение колебаний.

## *Эфир*

Неподвижность абсолютного пространства была автоматически перенесена на неподвижность светоносного эфира, заполняющего все пространство.

## *Электромагнитная теория Максвелла*

По Максвеллу свет представляет собой электромагнитные волны, причем скорость их распространения (скорость света) зависит от свойств среды. В вакууме скорость максимальна ~300 000 км/сек.

## *Опыт Майкельсона (США, 1881)*

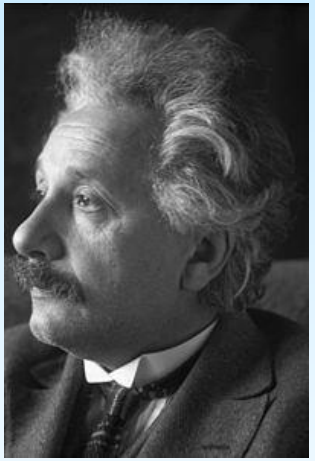
Майкельсон измерял скорость света. При этом лучи посылались во взаимно перпендикулярных направлениях, и во всех направлениях скорость света оказалась одинаковой.

Если бы Земля двигалась относительно неподвижного эфира, то скорость света в направлении движения должна быть меньше, чем в противоположном. Т.е. эфир обнаружить не удалось.

## *Постулаты Эйнштейна*

1) Никакими опытами, в том числе и не механическими, произведенными внутри инерциальной системы отсчета, невозможно обнаружить, покоится ли данная система, или двигается равномерно и прямолинейно.

2) Скорость света в вакууме есть величина постоянная для всех инерциальных систем отсчета.



Альберт Эйнштейн 1879-1955

## *Преобразования Лоренца*

Правильные преобразования могут быть только линейными, потому что равномерное прямолинейное движение должно оставаться таковым во всех системах отсчета.

| Преобразования Галилея | Преобразования Лоренца |
|---|---|
| $x' = x - \mathrm{v}t$ | $x' = \alpha(x - \mathrm{v}t)$ |
| $x = x' + \mathrm{v}t$ | $x = \alpha(x' + \mathrm{v}t')$ |

$$\begin{cases} ct' = \alpha(ct - \mathrm{v}t) \\ ct = \alpha(ct' - \mathrm{v}t') \end{cases} \Rightarrow \alpha = \frac{1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/\mathrm{c}^2}}$$

Хендрик Антон Лоренц 1853-1928

# Преобразования Лоренца

$$x' = \frac{x - \mathrm{v}t}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}} \qquad y' = y \qquad z' = z \qquad t' = \frac{t - (\mathrm{v}/c^2)x}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}} \qquad y = y' \qquad z = z' \qquad t = \frac{t' + (\mathrm{v}/c^2)x'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2 / c^2}}$$

1) При v << *c* преобразования Лоренца переходят в преобразования Галилея.

2) При v > *c* теряют физический смысл – невозможны в мире скорости, большие скорости света.

3) Время носит не абсолютный, а относительный характер, так как зависит от выбора системы отсчета и ее скорости движения.

Наш мир не 3-х мерное пространство + время,
а единое 4-мерное пространство-время !

# Следствия релятивистской механики

## *1) Относительность одновременности*

Пусть в движущейся системе отсчета O' в один и тот же момент времени $t'$ происходят два события – событие 1 в точке $x_1'$ и событие 2 в точке $x_2'$. Одновременны ли они в системе O ?

$$t_1 = \frac{t_1' + (\mathrm{v}/c^2)x_1'}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}} \qquad t_2 = \frac{t_2' + (\mathrm{v}/c^2)x_2'}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$t_1' = t_2' \qquad x_1' \neq x_2' \Rightarrow t_1 \neq t_2$$

Т.е. события произойдут уже не одновременно, а с разницей в некоторый промежуток времени $\Delta t = t_1 - t_2$

В зависимости от знака разности $(x_1' - x_2')$ $\Delta t$ может оказаться как положительным, так и отрицательным.

Т.е. событие 2 в системе O может как опережать событие 1, так и отставать.

Это не распространяется на причинно-следственные события: событие-причина будет предшествовать событию-следствию!

# Следствия релятивистской механики

## *2) Изменение размеров тел (Лоренцево сокращение)*

Пусть стержень длиной $l' = x'_2 - x'_1$ находится в движущейся системе отсчета O'. Относительно системы O:

$$l = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} - \frac{x'_1 + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} =$$

$$= \frac{x'_2 - x'_1}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} = \frac{l'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$l' = l\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2} < l$$

С точки зрения наблюдателя, движущиеся относительно него предметы имеют меньшую длину (линейные размеры в направлении движения), чем их настоящая длина.

Это чисто кинематический эффект: никакими внутренними напряжениями это сокращение не сопровождается !

# Следствия релятивистской механики

## *3) Релятивистское сокращение промежутка времени*

**Задача о двух близнецах**

Пусть один из них улетает к звезде на расстояние *L* со скоростью v. Какой из близнецов и насколько окажется моложе другого ?

С точки зрения оставшегося на Земле пройдет $\Delta t = \frac{2L}{\mathrm{v}}$

С точки зрения космонавта пройдет

$$\Delta t' = \frac{2L'}{\mathrm{v}} = \frac{2L}{\mathrm{v}}\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2} = \Delta t\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2} < \Delta t$$

В движущейся системе отсчета время течет медленнее !

# Следствия релятивистской механики

## 4) Теорема сложения скоростей Эйнштейна

$$x = \frac{x' + \mathrm{v}t'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} \quad \rightarrow \quad dx = \frac{dx' + \mathrm{v}dt'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$u = \frac{dx}{dt}$$

$$u' = \frac{dx'}{dt'}$$

$$t = \frac{t' + (\mathrm{v}/c^2)x'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} \quad \rightarrow \quad dt = \frac{dt' + (\mathrm{v}/c^2)dx'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{dx' + \mathrm{v}dt'}{dt' + (\mathrm{v}/c^2)dx'} = \frac{u' + \mathrm{v}}{1 + (\mathrm{v}/c^2)u'} \quad \rightarrow \quad u = \frac{u' + \mathrm{v}}{1 + \dfrac{\mathrm{v}u'}{c^2}}$$

1) При $\mathrm{v} \ll c$ $\rightarrow$ $u = u' + \mathrm{v}$ – преобразование Галилея

2) При $\mathrm{v} = c$ $\rightarrow$ $u = \dfrac{u' + \mathrm{c}}{1 + \dfrac{cu'}{c^2}} = \dfrac{(u' + \mathrm{c})}{(c + u')}c = c$ $\rightarrow$ $u = c$

**Задача о бегуне (Эйнштейна)**

Бегун несет перед собой в вытянутой руке зеркало.
Увидит ли он свое изображение, если будет бежать со скоростью, мало отличающейся от скорости света?

# Следствия релятивистской механики

## 5) Другие составляющие скорости

$$y = y' \quad \Rightarrow \quad u_y = \frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt} = \frac{dy'}{dt'}\frac{dt'}{dt} = u'_y \frac{dt'}{dt}$$

$$u_y = \frac{dy}{dt}$$

$$z = z' \quad \Rightarrow \quad u_z = \frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt} = \frac{dz'}{dt'}\frac{dt'}{dt} = u'_z \frac{dt'}{dt}$$

$$u_z = \frac{dz}{dt}$$

$$dt = \frac{dt' + (\mathrm{v}/c^2)dx'}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{dt}{dt'} = \frac{1 + (\mathrm{v}u'_x/c^2)}{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}$$

$$u_y = u'_y \frac{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}{1 + \frac{\mathrm{v}u'_x}{c^2}}$$

$$u_z = u'_z \frac{\sqrt{1 - \mathrm{v}^2/c^2}}{1 + \frac{\mathrm{v}u'_x}{c^2}}$$

В неподвижной системе координат составляющие скорости в направлениях *y* и *z* уже не будут равны их соответствующим составляющим в движущейся системе координат, а будут также зависеть и от составляющей скорости в направлении движения системы координат !

# Следствия релятивистской механики

## *6) Масса и импульс*

Второй закон Ньютона удовлетворяет преобразованиям Галилея – инвариантен относительно них. А вот преобразованиям Лоренца – не удовлетворяет, если считать массу постоянной.

$$F = m\frac{d\mathrm{v}}{dt} = \frac{d(m\mathrm{v})}{dt} = \frac{dp}{dt} \quad \Rightarrow \quad m' = \frac{m}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

При приближении скорости к скорости света инертность тела бесконечно возрастает!

Никакое тело не может иметь скорость, равную скорости света.

Ее могут иметь лишь элементарные частицы с массой покоя, равной нулю – фотоны, нейтрино и пр.

$\Delta m = m' - m$ – масса движения, или динамическая масса.

***Закон сохранения импульса***

$$F = \frac{dp}{dt} \quad \Rightarrow \quad p = \frac{m\mathrm{v}}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c^2}}$$

# Следствия релятивистской механики

## *7) Связь между массой и энергией*

Закон пропорциональности массы и энергии – всякой массе соответствует определенная энергия, и наоборот, всякой энергии соответствует определенная масса.

$$E = mc^2$$

$$m = \frac{E}{c^2}$$

***Единый закон сохранения массы-энергии***

В изолированной системе полная масса-энергия сохраняется.

Внутри системы может происходить переход вещества в поле (например, аннигиляция частицы и античастицы, при которой рождаются γ-кванты, но полная масса-энергия остается неизменной).

# Основные положения ОТО

## *Потенциальная энергия массы в поле тяготения*

Если $\varphi$ – потенциал поля тяготения, то $U = m\varphi$

Классическая механика справедлива если величина $U$ мала по сравнению с энергией тела $mc^2$, т.е. если $\varphi / c^2 << 1$

В полях тяготения обычных небесных тел это условие выполняется:
на поверхности Солнца ~$4 \cdot 10^{-6}$
на поверхности белых карликов ~$10^{-3}$

## *1) Замедление времени в поле тяготения*

Время течет тем медленнее, чем больше величина гравитационного потенциала.

$$t' = \frac{t}{1 + \varphi / c^2}$$

## *2) Красное гравитационное смещение частоты света*

При приближении света к телам, создающим гравитационное поле, частота света убывает с увеличением абсолютной величины потенциала поля.

$$\nu' = \nu\left(1 - \varphi / c^2\right)$$

## *Черные дыры*

Черная дыра – космический объект, обладающий такой сильной гравитацией, что поглощает все частицы, в том числе фотоны, подходящие к их поверхности.

Пространство внутри черных дыр сворачивается,
время останавливается !