Задание 21.

Решите систему неравенств
$$\begin{cases} \dfrac{2-2x}{8+(2-6x)^2} \ge 0, & \textbf{(1)} \\ 5-9x \le 37-5x. & \textbf{(2)} \end{cases}$$

(1)
$$\frac{2-2x}{8+(2-6x)^2} \ge 0$$
$$\frac{2(1-x)}{8+4-24x+36x^2} \ge 0$$
$$\frac{2(1-x)}{36x^2-24x+12} \ge 0$$

Отрицат.

Положит.

$$\frac{2(1-x)}{12\left(3x^2-2x+1\right)} \ge 0$$

полож.

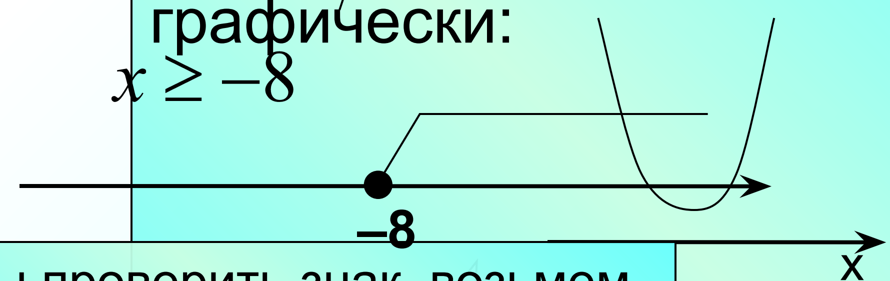
(2)
$$5-9x \le 37-5x$$
$$-9x+5x \le 37-5$$
$$-4x \le 32 \quad |:(-4)$$
$$x \ge -8$$

$3x^2 - 2x + 1 = 0$

$D=(-2)^2 - 4*3*1 = 4-12 < 0$

Корней нет.

Представим ситуацию графически:

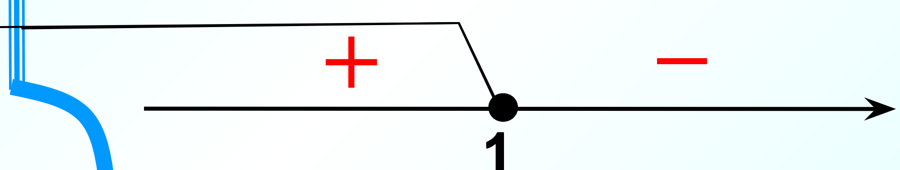


при любом значении x трёхчлен будет положителен

Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

(3)

Применим метод интервалов



***Ответ:* [–8; 1].**

Задание 21.

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 3(5x+1)-5(3x+1) > x, & \textbf{(1)} \\ (x-3)(x+6) < 0. & \textbf{(2)} \end{cases}$$

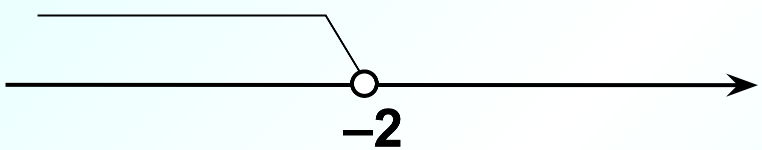
Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

(1) $3(5x+1)-5(3x+1) > x$

$$15x+3-15x-5-x > 0$$

$$-x > 2 \quad \big| \, \mathbf{:(-1)}$$

$$x < -2$$

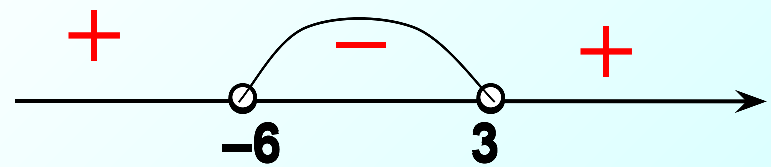


(2) $(x-3)(x+6) < 0$

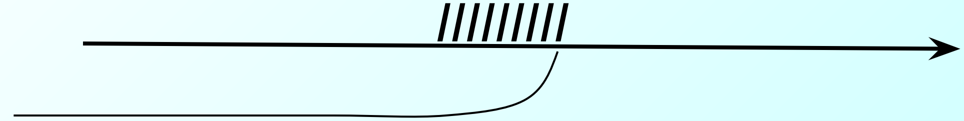
Положит.

Положит.

Применим метод интервалов



(3)



***Ответ:* (–6;– 2).**

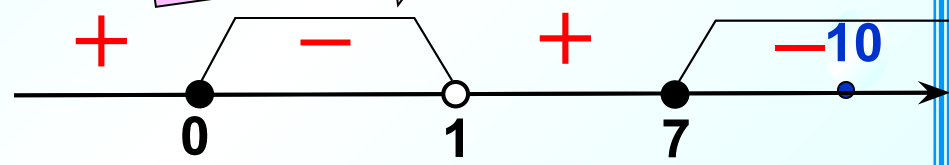
Задание 21 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \dfrac{2x-1}{4}+3-5x<4, \;/\cdot 4 & (1) \\ \dfrac{x^2-7x}{1-x}\le 0 & (2) \end{cases}$$

(2) $\dfrac{10(10-7)}{1-x} \le 0$

Положит.

Отрицат.



(1) $2x-1+12-20x<16$

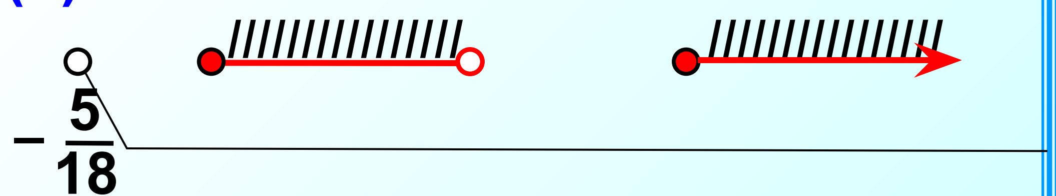
$$-18x+11<16$$

$$-18x<5 \;/ : (-18)$$

$$x>-\frac{5}{18}$$

Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

(3)



$$Ответ: \; [0;1)\cup[7;+\infty)$$

Задание 21

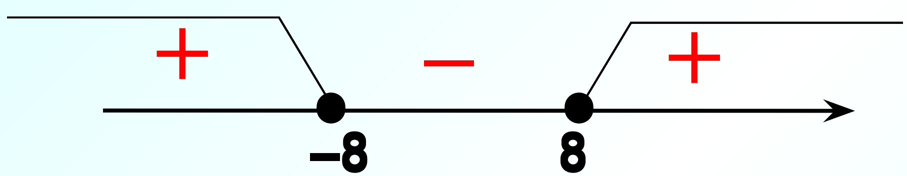
Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 \geq 64, & (1) \\ 17x - 4 \leq 13x + 28. & (2) \end{cases}$$

Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

(1)

$$(\underbrace{x-8}_{\text{Положит.}})(\underbrace{x+8}_{\text{Положит.}}) \geq 0$$



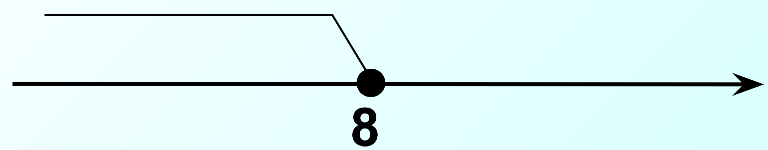
(2)

$$17x - 4 \leq 13x + 28$$

$$17x - 13x \leq 28 + 4$$

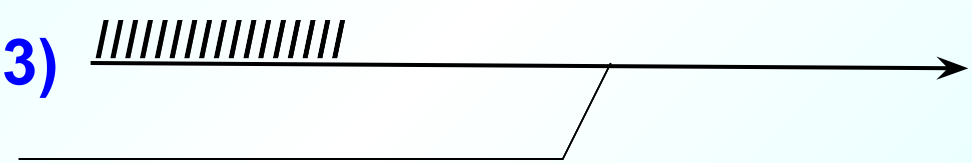
$$4x \leq 32 \quad / : 4$$

$$x \leq 8$$



Применим метод интервалов

(3)



***Ответ:* (– ∞; –8], x=8.**

Задание 21 Найдите область определения выражения

$$\sqrt{5-2x}+\frac{1}{\sqrt{14+5x-x^2}}$$

$$\begin{cases}5-2x\ge 0,\\ \end{cases}$$

(1)

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.

$$-2x\ge -5 \;\;/:(-2)$$

! $x \le 2{,}5$

Разложим квадратный трехчлен по формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

(2)

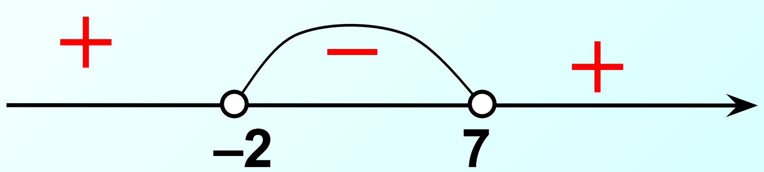
$$-x^2+5x+14>0 \;\;/\cdot(-1)$$

$$x^2-5x-14<0$$

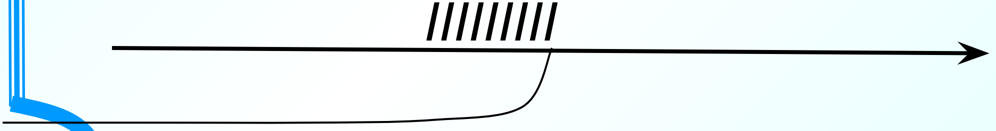
$1x^2 - 5x - 14 = 0$

$$\begin{cases}x_1+x_2=5\\ x_1\cdot x_2=-14\end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l}x_1=7\\ x_2=-2\end{array}\right.$$

$$(x-7)(x+2)<0$$



(3)



***Ответ:* (–2; 2,5].**

Задание 21 Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{x+12-x^2}}{x^2-9}$$

$$\begin{cases} x^2-9\neq 0, & \textbf{(1)} \\ -x^2+x+12\geq 0 & \textbf{(2)} \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1). Найдем корни по теореме Виета.

$x \neq 3$

Разложим квадратный трехчлен по формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

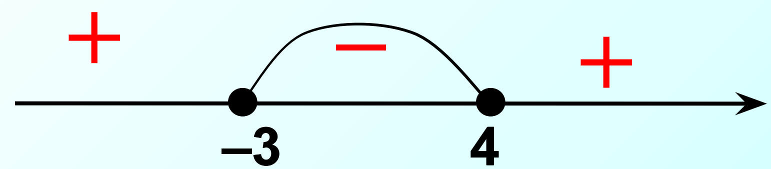
(2) $-x^2+x+12\geq 0 \quad /\cdot(-1)$

$x^2-x-12\leq 0$

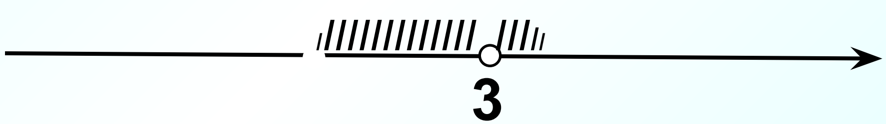
$1x^2 - x - 12 = 0$

$\begin{cases} x_1+x_2=1 \\ x_1\cdot x_2=-12 \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} x_1=4 \\ x_2=-3 \end{array}\right.$

$(x-4)(x+3)\leq 0$



(3)



***Ответ:* (–3; 3), (3; 4].**

Задание 21. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{2-5x-3x^2}}{9x}$$

Разложим квадратный трехчлен по формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

$$\begin{cases} 9x \neq 0, & (1) \\ 2-5x-3x^2 \geq 0. & (2) \end{cases}$$

(1) $9x \neq 0 \quad /:9$

$x \neq 0$

D = b² – 4ac

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

(2) $-3x^2-5x+2 \geq 0 \quad /\cdot(-1)$

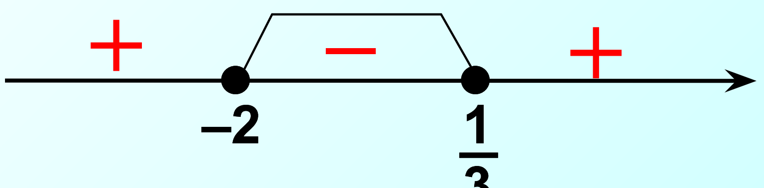
$$3x^2+5x-2 \leq 0$$

$3x^2+5x-2=0$

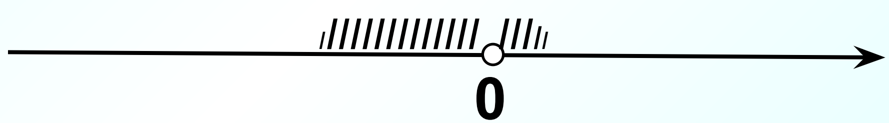
$D=5^2-4\cdot 3\cdot(-2)=25+24=49=7^2$

$$x=\frac{-5\pm 7}{2\cdot 3}=\left[\begin{array}{l} x_1=\frac{2}{6}=\frac{1}{3} \\ x_2=-\frac{12}{6}=-2 \end{array}\right.$$

$$3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+2) \leq 0$$



(3)



Ответ: **[–2; 0), (0; $\frac{1}{3}$].**

Задание 21 Найдите область определения выражения

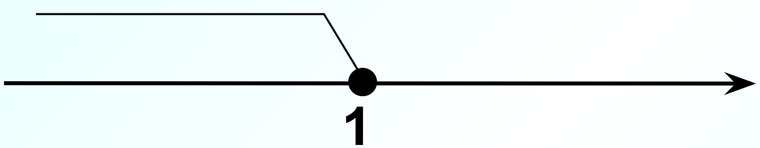
$$\sqrt{\frac{2-x}{x}}+\sqrt{1-x}$$

$$\begin{cases} 1-x\geq 0, & \textbf{(1)} \\ \dfrac{2-x}{x}\geq 0. & \textbf{(2)} \end{cases}$$

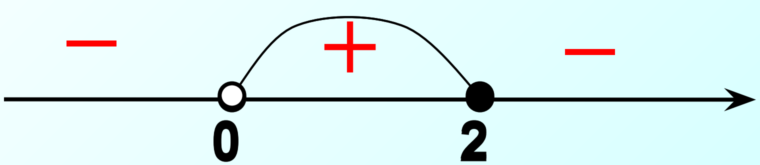
(1) $1-x\geq 0$

$-x\geq -1 \quad /:(-1)$

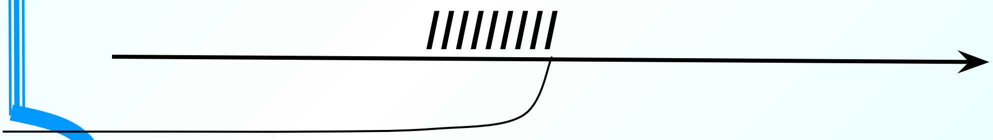
$x\leq 1$



(2) $\dfrac{2-x}{x}\geq 0$



(3)



***Ответ:* (0; 1].**

(1) $$\frac{x^2-7x-8}{\left(\overset{x}{\cancel{1}}+\frac{2}{x}\right)^2}\le 0$$

$$\frac{(x+1)(x-8)}{\left(\frac{x+2}{x}\right)^2}\le 0 \quad \Big/ \cdot \left(\frac{x+2}{x}\right)$$

Положит.

$$ОДЗ:\ \frac{x+2}{x}\ne 0$$

$$x\ne 0,\quad x\ne -2$$

(2) $$-3x+6>0$$

$$-3x>-6 \quad \Big/ : (-3)$$

$$x>2$$

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$ (1)

$1\ x^2 - 7x - 8 = 0.$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).

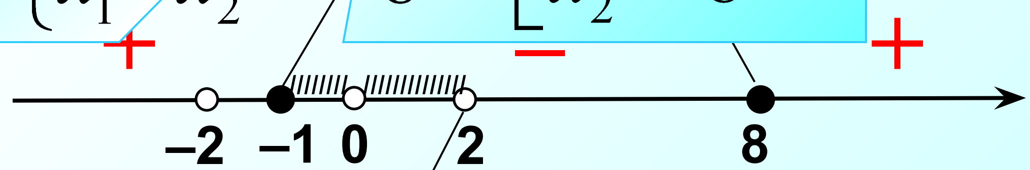
Найдем корни по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1+x_2=7 \\ x_1\cdot x_2=-8 \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} x_1=-1, \\ x_2=8 \end{array}\right.$$

ьмем

имер,

(2)



Ответ: [–1; 0), (0; 2).

(1) $\dfrac{x^2-6x-7}{\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)^2}\le 0$

x^2

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$$

…венств

…0. (1)

…зьмем …имер, …число 10

$\dfrac{(x+1)(x-7)}{\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)^2}\le 0 \;\Big/\cdot\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)$

Положит.

1 $x^2-6x-7=0$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).

Найдем корни по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1+x_2=6 \\ x_1\cdot x_2=-7 \end{cases} \qquad \left[\begin{array}{l} x_1=-1, \\ x_2=7 \end{array}\right.$$

(2)

+

$ОДЗ: \dfrac{x^2-1}{x^2}\ne 0$

$x^2\ne 0,\;\; x^2-1\ne 0$

$(x-1)(x+1)\ne 0$

(2) $-3x+3>0$

$-3x>-3 \;\Big/:(-3)$

$x>1$

$ОДЗ: x\ne 0,\;\; x\ne \pm 1$

Положит.

$(x+1)(x-7)\le 0$

Ответ: (–1; 0), (0; 1).

(1) $\dfrac{x^4-81}{3x^2+8x-3}\geq 0$

...нств

Используем формулы

$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$ (1)

$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2)$ (2)

$3x^2+8x-3=0$

$a=3,\ \ b=8,\ \ c=-3$

$D=8^2-4\cdot 3\cdot(-3)=100$

$x=\dfrac{-8\pm 10}{6}=\left[\begin{array}{l} x_1=\dfrac{1}{3},\\ x_2=-3.\end{array}\right.$

...ак, возьмем

..., например,

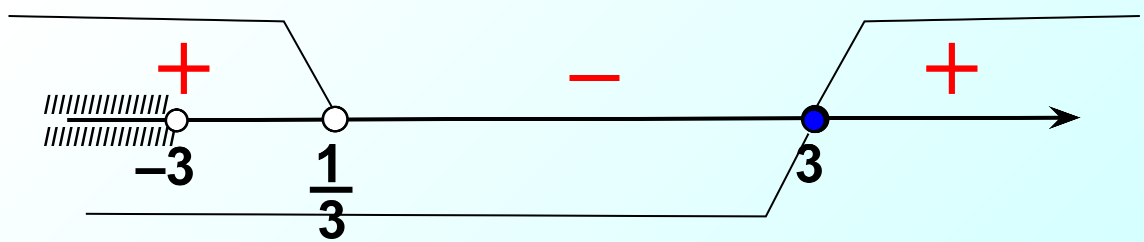
$$\frac{(x^2+9)(x^2-9)}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)(x+3)}\geq 0$$

$$\frac{(x^2+9)(x-3)\cancel{(x+3)}}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)\cancel{(x+3)}}\geq 0$$

Положит.

$$\frac{(x-3)}{3\left(x-\frac{1}{3}\right)}\geq 0$$

Положит.



$ОДЗ: x\neq\dfrac{1}{3},\ \ x\neq -3$

Ответ: $(-\infty;-3)\cup\left(-3;\frac{1}{3}\right)\cup\{3\}$.