

Задание 21.

Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{2-2x}{8+(2-6x)^2} \geq 0, & (1) \\ 5-9x \leq 37-5x. & (2) \end{cases}$$

$$(1) \quad \frac{2-2x}{8+(2-6x)^2} \geq 0$$

$$\frac{2(1-x)}{8+4-24x+36x^2} \geq 0$$

$$\frac{2(1-x)}{36x^2-24x+12} \geq 0$$

Отрицат.

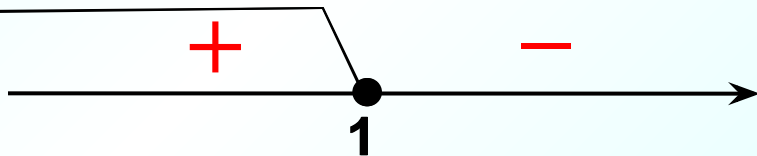
$$2(1-x)$$

Положит.

$$12(3x^2-2x+1)$$

полож.

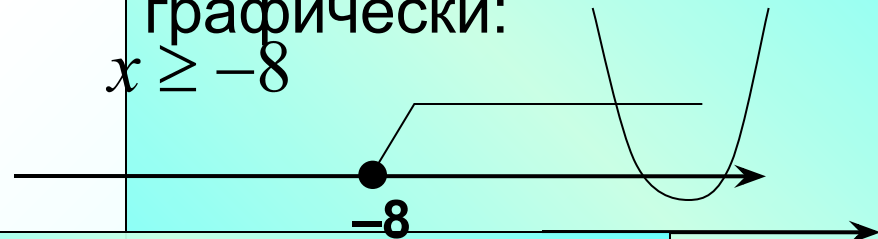
Применим метод интервалов



$$(2) \quad \begin{cases} 3x^2 - 2x + 1 = 0 \\ D = (-2)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4 - 12 < 0 \end{cases}$$

Корней нет.

Представим ситуацию графически:
 $x \geq -8$



Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

положителен

Ответ: $[-8; 1]$.

Решите систему неравенств

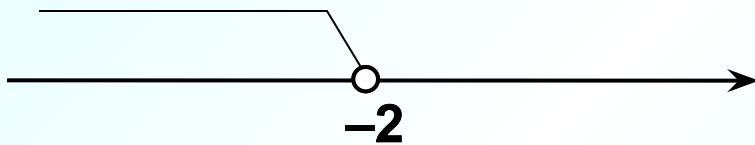
$$\begin{cases} 3(5x + 1) - 5(3x + 1) > x, & (1) \\ (x - 3)(x + 6) < 0 & (2) \end{cases}$$


$$(1) \quad 3(5x + 1) - 5(3x + 1) > x$$

$$15x + 3 - 15x - 5 - x > 0$$

$$-x > 2 \quad /: (-1)$$

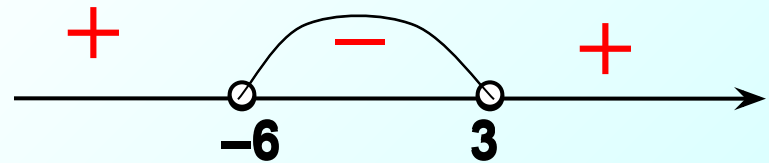
$$x < -2$$



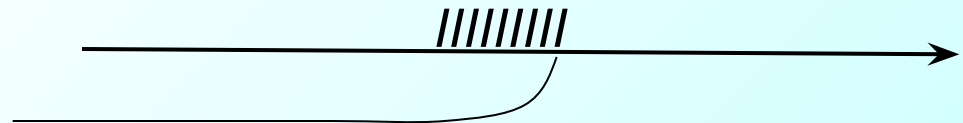
Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**. 

$$(2) \quad (x - 3)(x + 6) < 0$$

Применим метод интервалов



(3)



Ответ: $(-6; -2)$.

Задание 21 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} \frac{2x-1}{4} + 3 - 5x < 4, \cdot 4 & (1) \\ \frac{x^2 - 7x}{1-x} \leq 0 & (2) \end{cases}$$

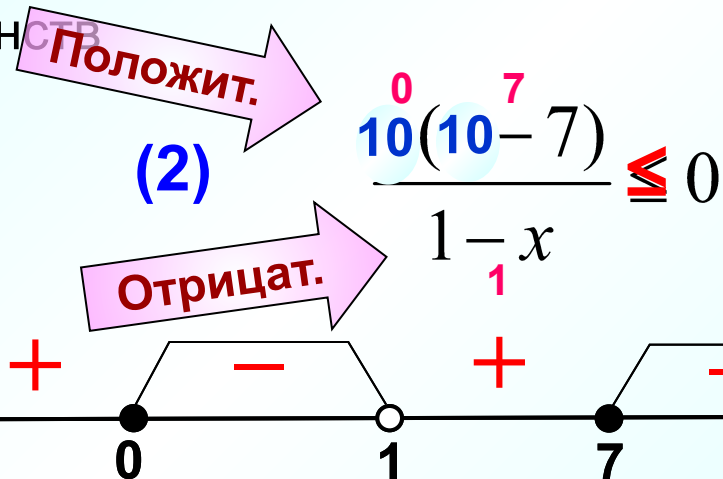
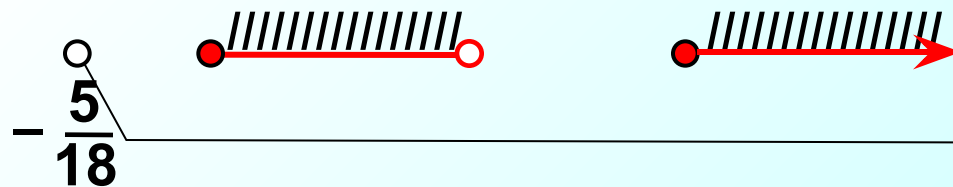
$$(1) \quad 2x - 1 + 12 - 20x < 16$$

$$-18x + 11 < 16$$

$$-18x < 5 \quad /: (-18)$$

$$x > -\frac{5}{18}$$

(3)



Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**.

Ответ : $[0; 1) \cup [7; +\infty)$

Задание 21

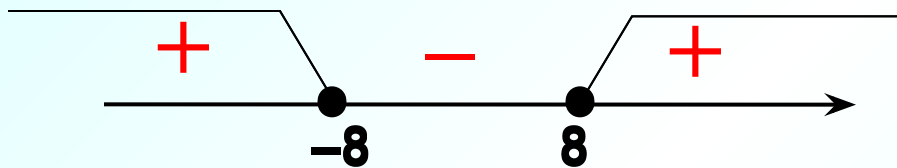
Решите систему неравенств

$$\begin{cases} x^2 \geq 64, & (1) \\ -4 \leq 13x + 28. & (2) \end{cases}$$

(1)

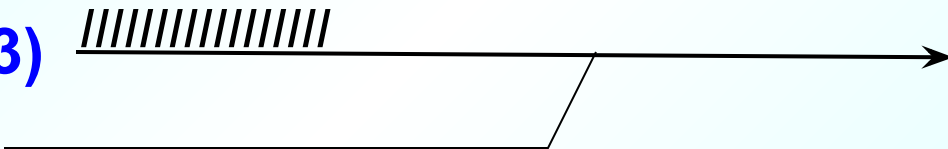
Чтобы проверить знак, возьмем из этого промежутка, например, число **10**. ❌

Положит. $(x-8)(x+8) \geq 0$ *Положит.*



Применим метод интервалов

(3)



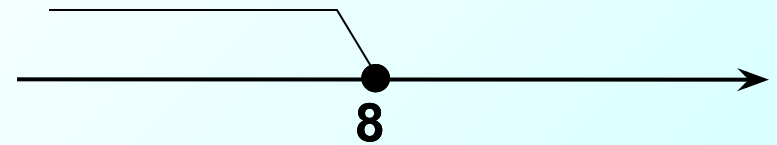
(2)

$$17x - 4 \leq 13x + 28$$

$$17x - 13x \leq 28 + 4$$

$$4x \leq 32 \quad /: 4$$

$$x \leq 8$$



Ответ: $(-\infty; -8]$, $x=8$.

Задание 21

Найдите область определения выражения

$$\sqrt{5-2x} + \frac{1}{\sqrt{14+5x-x^2}}$$

$$\begin{cases} 5-2x \geq 0, & (1) \\ -x^2 + 5x + 14 > 0 \quad / \cdot (-1) & (2) \end{cases}$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).

Найдем корни по теореме Виета.

$$-2x \geq -5 \quad / : (-2)$$

! $x \leq 2,5$

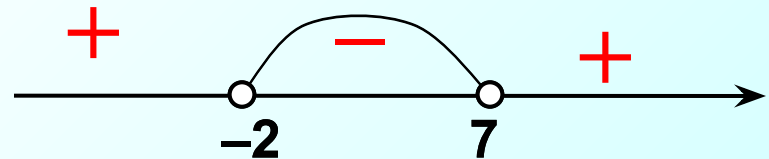
Разложим квадратный трехчлен по

формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

$$1x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = -14 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = -2 \end{cases}$$

$$(x-7)(x+2) < 0$$

**(3)**

Ответ: $(-2; 2,5]$.

Задание 21

Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{x+12-x^2}}{x^2-9}$$

$$\begin{cases} x^2 - 9 \neq 0, & (1) \\ -x^2 + x + 12 > 0 & (2) \end{cases} \quad (2) \quad \begin{aligned} -x^2 + x + 12 &\geq 0 \quad / \cdot (-1) \\ x^2 - x - 12 &\leq 0 \end{aligned}$$

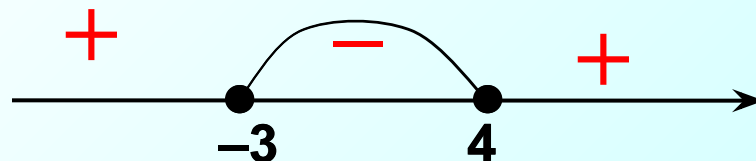
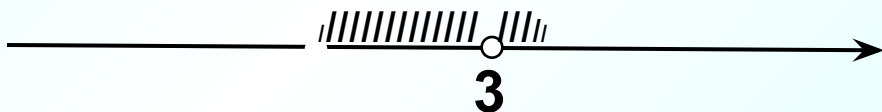
Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.

$$1x^2 - x - 12 = 0$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -12 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$$

Разложим квадратный трехчлен по формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

$$(x-4)(x+3) \leq 0$$

**(3)****Ответ: $(-3; 3), (3; 4]$.**

Задание 21. Найдите область определения выражения

$$\frac{\sqrt{2-5x-3x^2}}{9x}$$

Разложим квадратный трехчлен по формуле $a(x-x_1)(x-x_2)$

$$\begin{cases} 9x \neq 0, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2-5x-3x^2 \geq 0. & (2) \end{cases}$$

$$(2) \quad -3x^2 - 5x + 2 \geq 0 \quad / \cdot (-1)$$

$$3x^2 + 5x - 2 \leq 0$$

$$(1) \quad 9x \neq 0 \quad / : 9$$

$$x \neq 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



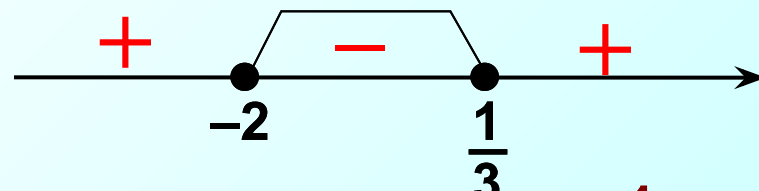
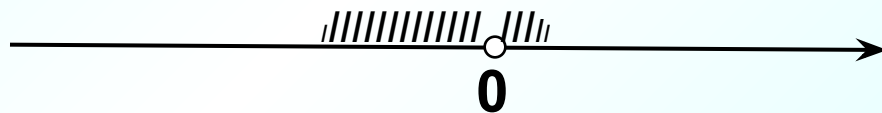
$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49 = 7^2$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{2 \cdot 3} = \begin{cases} x_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ x_2 = -\frac{12}{6} = -2 \end{cases}$$

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 2) \leq 0$$

(3)



Ответ: $[-2; 0), (0; \frac{1}{3}]$.

Задание 21 Найдите область определения выражения

$$\sqrt{\frac{2-x}{x}} + \sqrt{1-x}$$

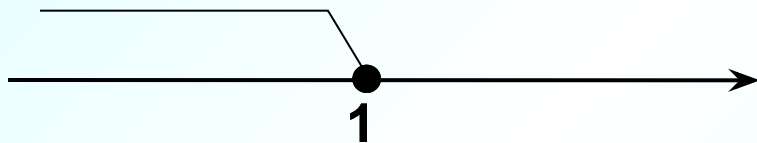
$$\begin{cases} 1-x \geq 0, & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{2-x}{x} \geq 0. & (2) \end{cases}$$

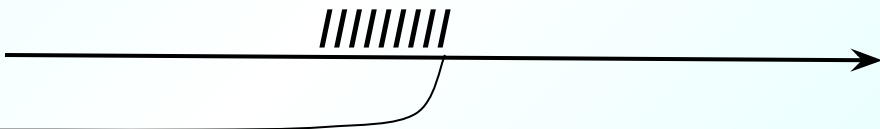
(1) $1-x \geq 0$

$$-x \geq -1 \quad /:(-1)$$

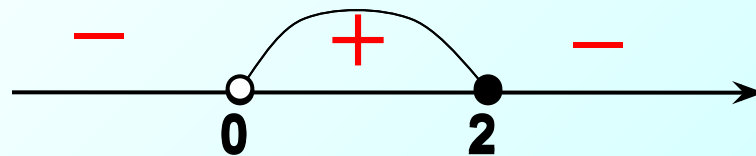
$$x \leq 1$$



(3)



(2) $\frac{2-x}{x} \geq 0$



Ответ: (0; 1].

(1)

$$\frac{x^2 - 7x - 8}{\left(1 + \frac{2}{x}\right)^2} \leq 0$$

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) \quad (1)$$

$$\frac{(x+1)(x-8)}{\left(\frac{x+2}{x}\right)^2} \leq 0 \quad / \cdot \left(\frac{x+2}{x}\right)^2$$

Положит.

$$\text{ОДЗ: } \frac{x+2}{x} \neq 0$$

$$x \neq 0, x \neq -2 \quad \checkmark$$

$$(2) \quad -3x + 6 > 0$$

$$-3x > -6 \quad /: (-3)$$

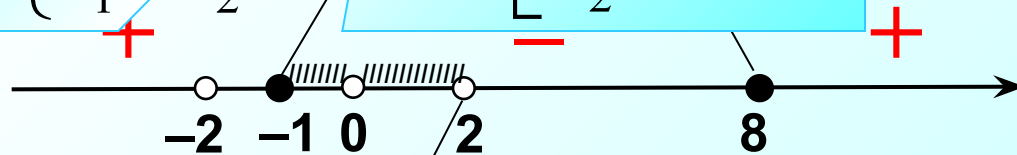
$$x > 2$$

$$1x^2 - 7x - 8 = 0.$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).

Найдем корни по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 7 \\ x_1 \cdot x_2 = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1, \\ x_2 = 8 \end{cases}$$



Ответ: $[-1; 0), (0; 2)$.

$$(1) \frac{x^2 - 6x - 7}{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)^2} \leq 0$$

Используем формулу для разложения квадратного трехчлена на множители

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$\frac{(x+1)(x-7)}{\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^2} \leq 0 \quad / \cdot \left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)^2$$

Положит.

$$\text{ОДЗ: } \frac{x^2 - 1}{x^2} \neq 0$$

$$x^2 \neq 0, \quad x^2 - 1 \neq 0$$

$$(x-1)(x+1) \neq 0$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq \pm 1 \quad \checkmark$$

$$(x+1)(x-7) \leq 0$$

$$1x^2 - 6x - 7 = 0$$

Это приведённое квадратное уравнение (старший коэффициент равен 1).
Найдем корни по теореме Виета.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 \cdot x_2 = -7 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -1, \\ x_2 = 7 \end{cases}$$

$$-3x > -3 \quad /: (-3)$$

$$x > 1$$

Ответ: $(-1; 0), (0; 1)$.

$$(1) \frac{x^4 - 81}{3x^2 + 8x - 3} \geq 0$$

$$\frac{(x^2 + 9)(x^2 - 9)}{3x^2 + 8x - 3} \geq 0$$

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 3)$$

$$\frac{(x^2 + 9)(x - 3)(x + 3)}{3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 3)} \geq 0$$

$$\frac{(x - 3)}{3\left(x - \frac{1}{3}\right)} \geq 0$$

$$\frac{(x - 3)}{3\left(x - \frac{1}{3}\right)} \geq 0$$

$$3\left(x - \frac{1}{3}\right)$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq \frac{1}{3}, x \neq -3 \quad \checkmark$$

Используем формулы

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

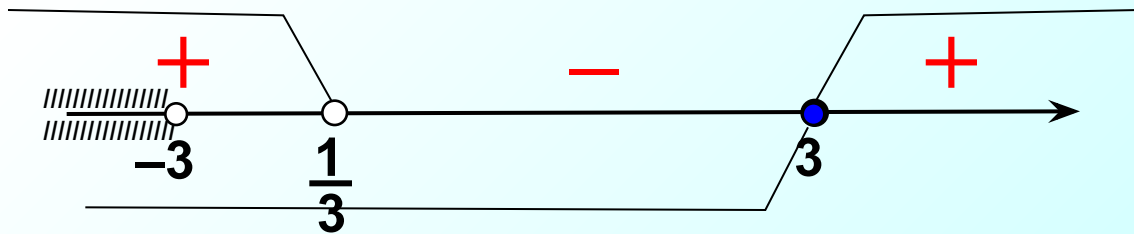
$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

$$3x^2 + 8x - 3 = 0$$

$$a=3, b=8, c=-3$$

$$D=8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100$$

$$x = \frac{-8 \pm 10}{6} = \begin{cases} x_1 = \frac{1}{3}, \\ x_2 = -3. \end{cases}$$



$$\text{Ответ: } (-\infty; -3) \cup (-3; \frac{1}{3}) \cup \{3\}.$$