

ЗНАНИЕ ТЕОРИИ ОБЯЗАТЕЛЬНО!!!

8

Геометрический смысл производной

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$



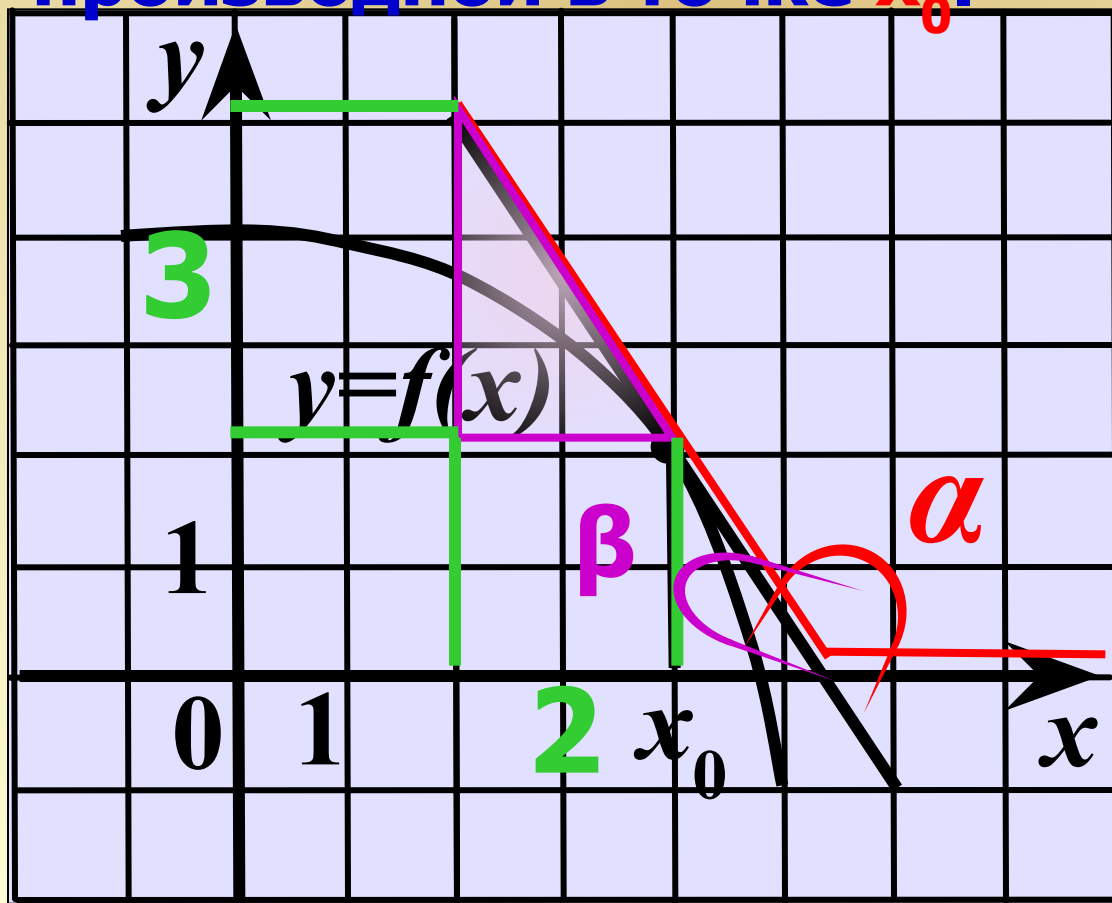
значение
производной в
точке x_0

угловой
коэффициент
касательной

тангенс угла наклона
касательной к
положительному
направлению оси Ox

Примеры применения

1. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



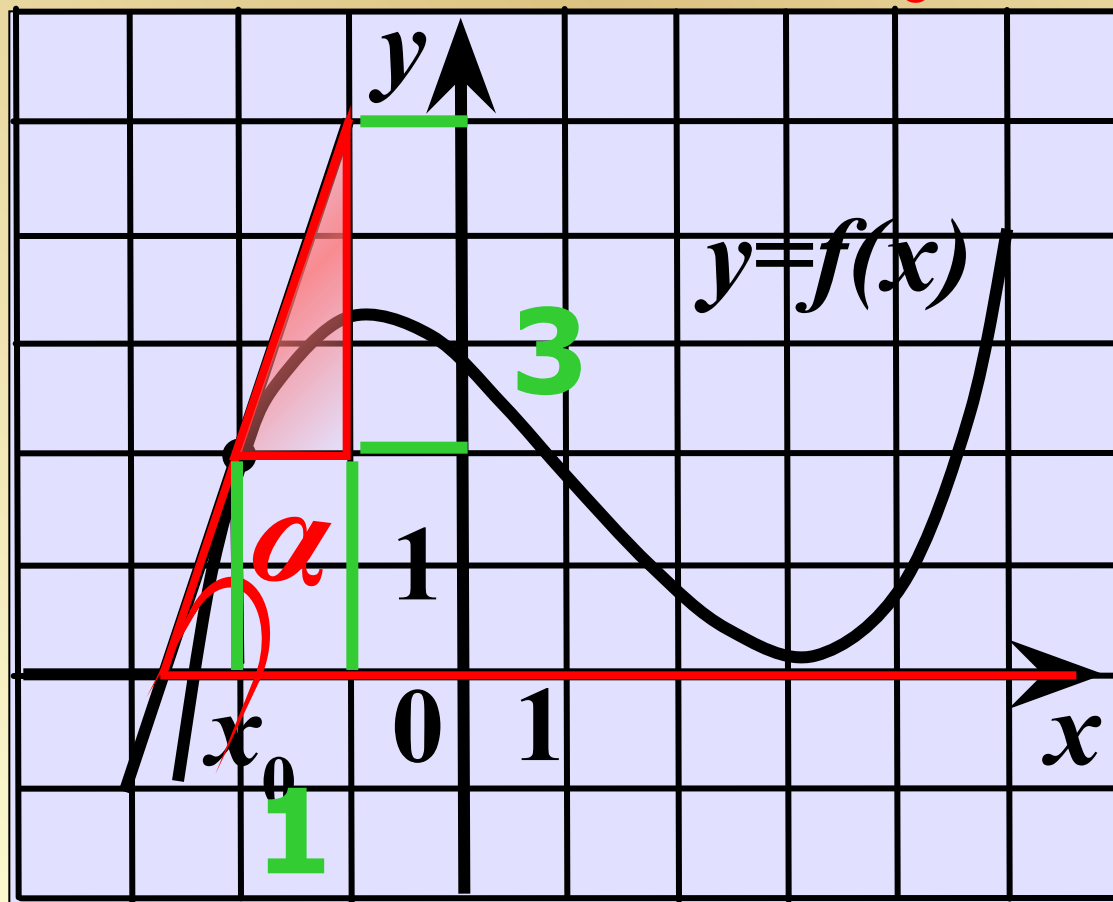
α — тупой

$$\operatorname{tg} \alpha < 0 \quad f'(x_0) < 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - \operatorname{tg} \beta$$

$$\operatorname{tg} \alpha = - 3/2 =$$
$$= - 1,5 = \underline{\underline{f'(x_0)}}$$

2. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



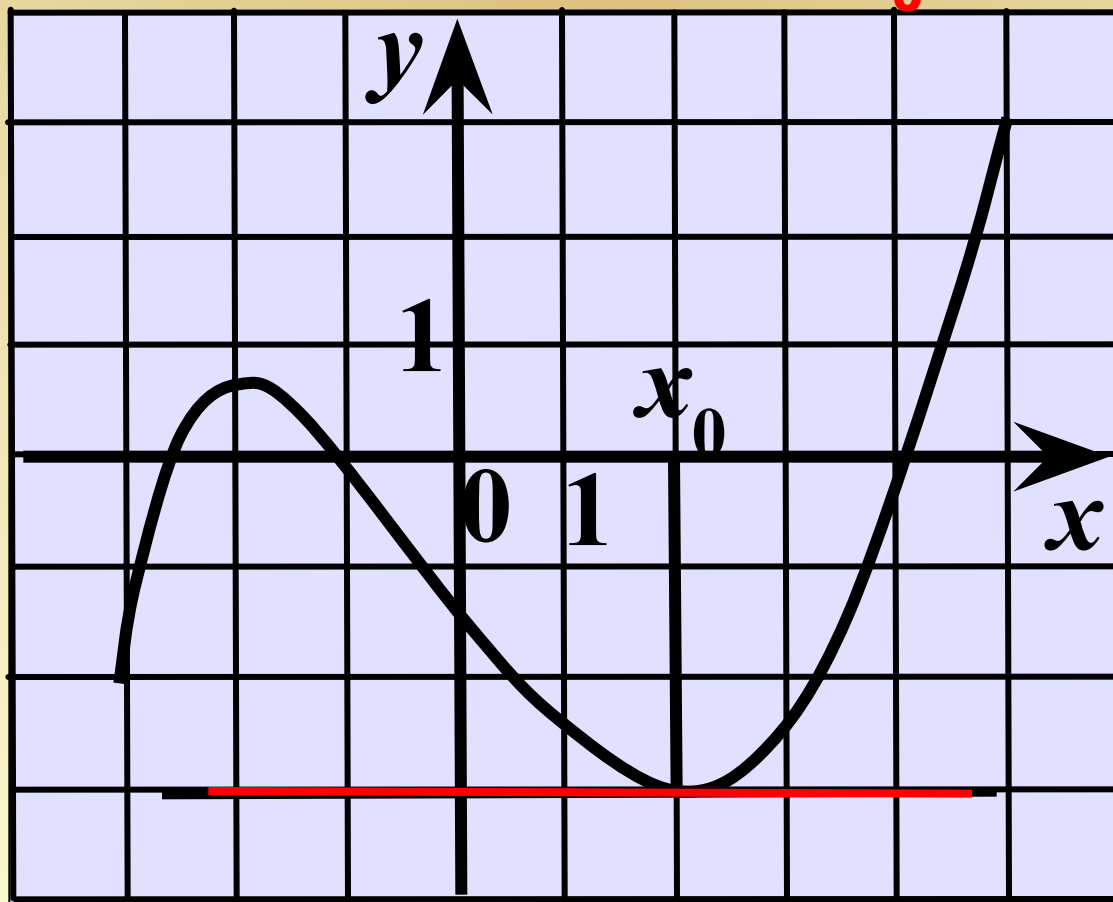
α — острый

$$\operatorname{tg} \alpha > 0 \quad f'(x_0) > 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3/1 =$$

$$= 3 = f'(x_0)$$

3. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной в точке x_0 .



$$\alpha = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0$$

$$\underline{f'(x_0) = 0}$$

Касательная
параллельна
оси Ox .

4. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции

в точке с абсциссой $x_0 = \frac{\pi}{4}$. Решение.

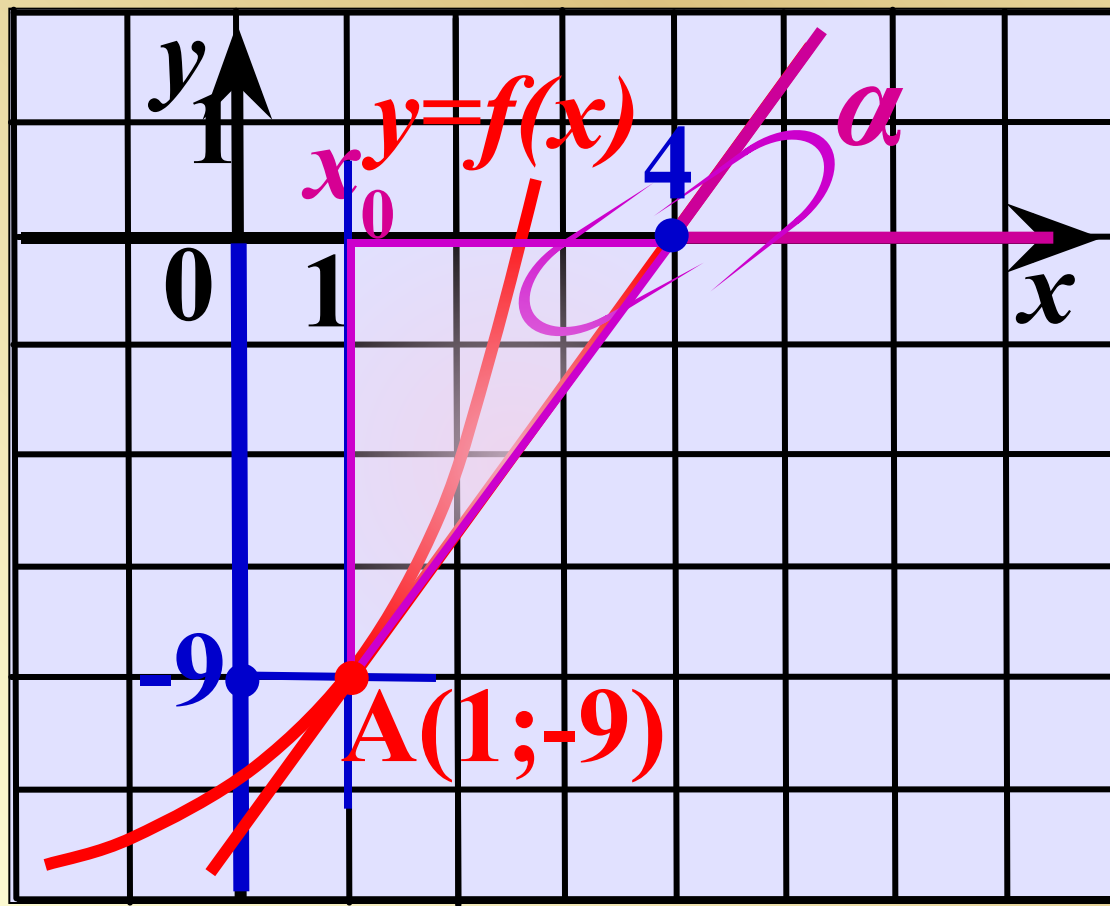
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

$$y' = (\cos 2x)' = -\sin 2x \cdot (2x)' = -2 \sin 2x$$

$$k = y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = -2 \sin\left(2 \cdot \frac{\pi}{4}\right) = -2$$

Угловой коэффициент касательной равен -2.

7. Прямая пересекает ось абсцисс при $x = 4$, касается графика функции $y = f(x)$ в точке $A(1; -9)$. Найдите $y = f'(1)$. **Решение.**



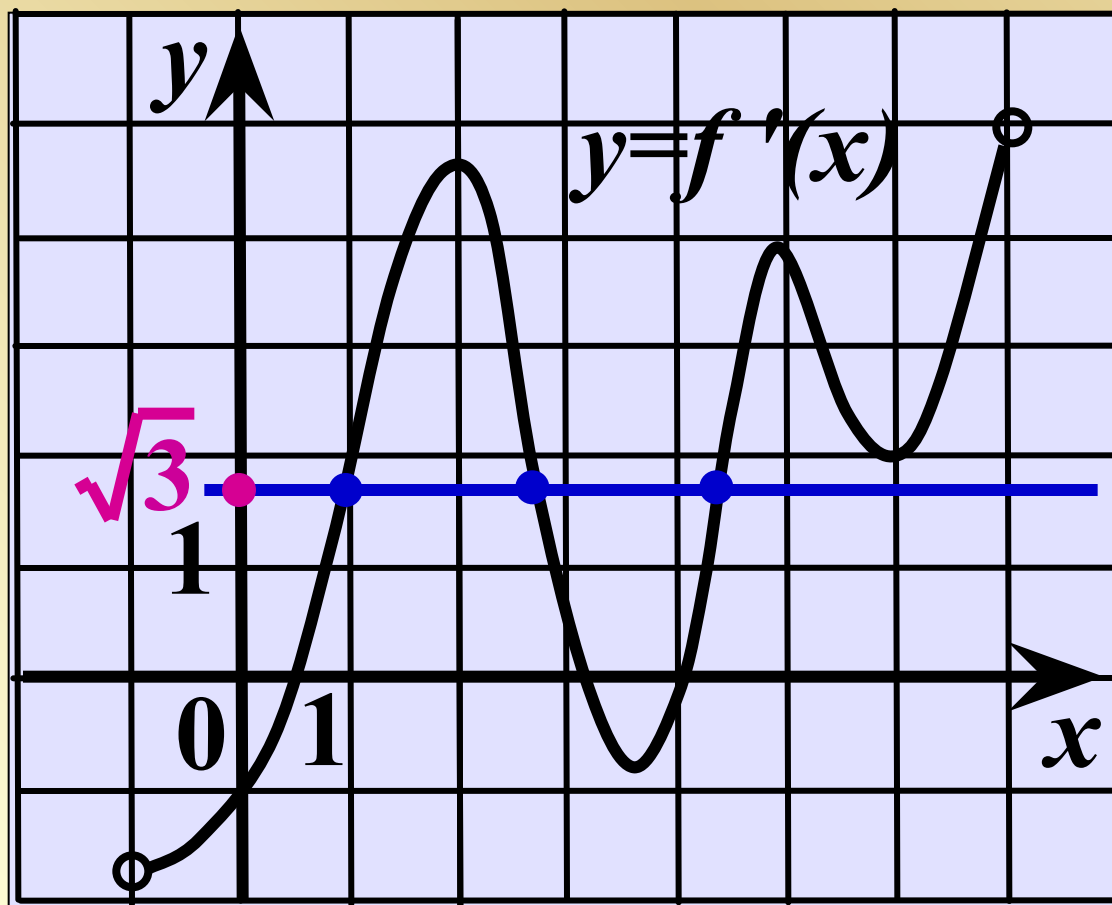
α — острый
 $\text{tg } \alpha > 0 \quad f'(x_0) > 0$

Противолежащий
катет равен 9,
прилежащий катет
равен 3.

$$\text{tg } \alpha = 9/3 =$$
$$= 3 = \underline{f'(1)}$$

8. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-1; 7)$. Используя изображенный на рисунке график производной $y = f'(x)$, определите количество касательных к графику функции $y = f(x)$, которые составляют угол 60° с положительным

направлением
оси Ox .



Решение.

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 60^\circ =$$

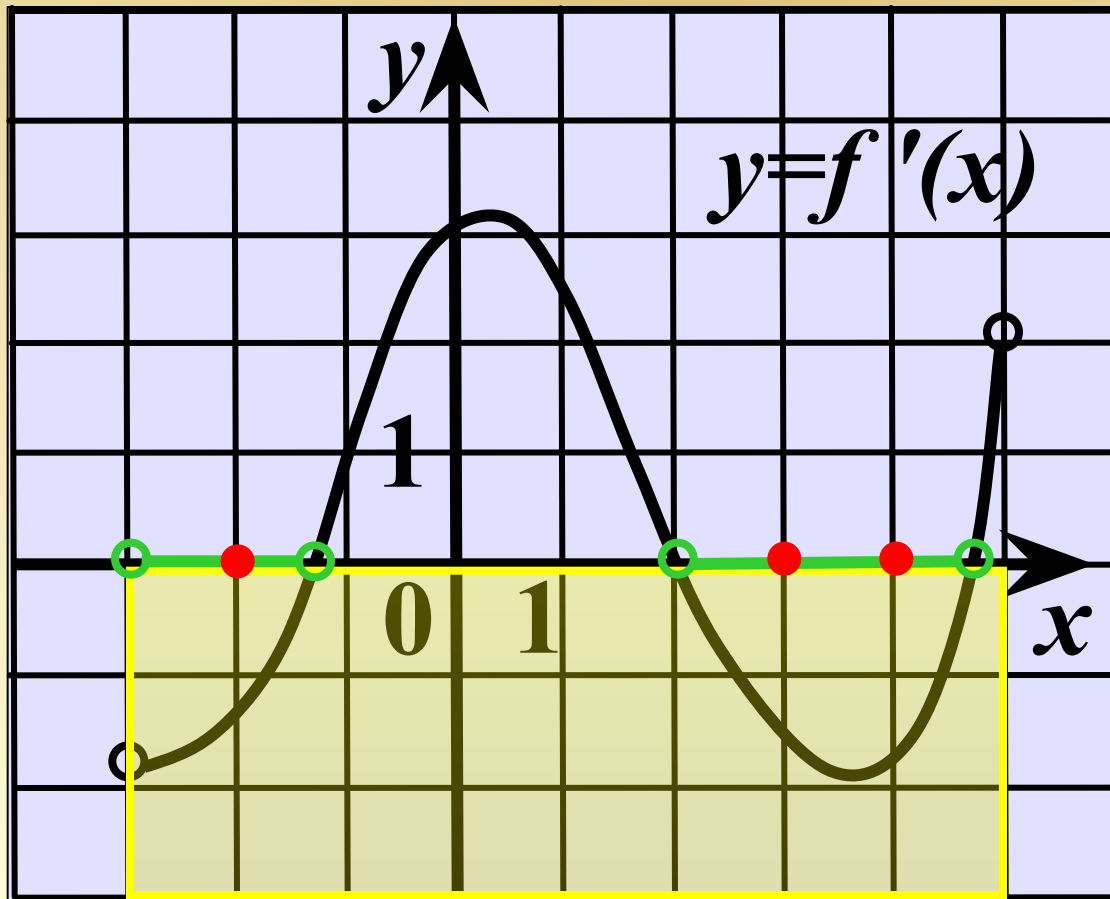
$$= \sqrt{3} = f'(x)$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

3 точки

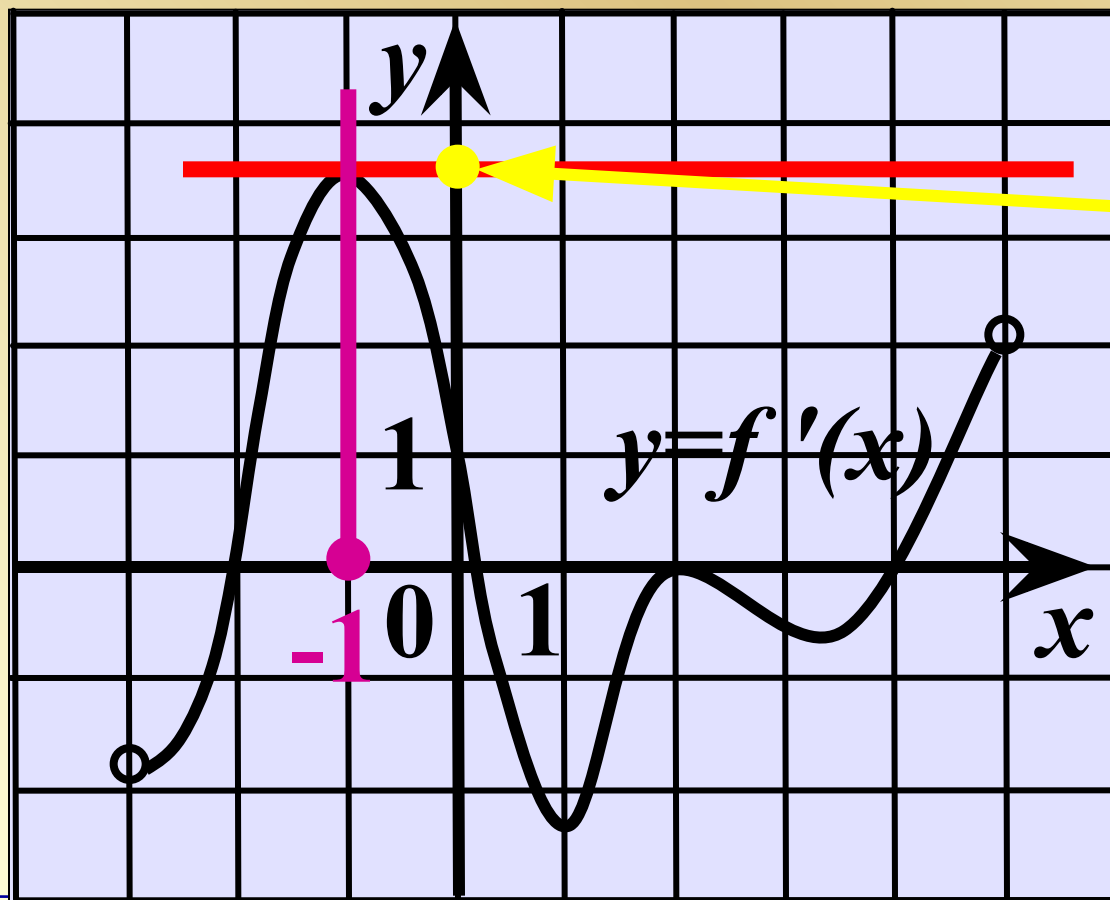
9. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 5)$. На рисунке изображен график производной этой функции. К графику функции провели касательные во всех точках, абсциссы которых - **целые числа**. Укажите количество точек

графика функции, в которых проведенные касательные имеют отрицательный угловой коэффициент.



$K < 0$
 $f'(x_0) < 0$
3 точки

10. Функция $y = f(x)$ определена на промежутке $(-3; 5)$. На рисунке изображен график производной этой функции. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ имеет наибольший угловой коэффициент.



$$f'(x_0) = \kappa$$

*наибольшее
значение*

Абсцисса равна
-1



