

# ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ

<https://vk.com/club116671754>

## РЕШЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ АНАЛИТИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

ЭКСПЕРТ-ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ  
УРАВНЕНИЕ

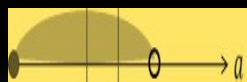
\*: 1.ОГРАНИЧЕНИЯ;  
2.УСЛОВИЯ ЗАДАЧИ  
3.ОДЗ

1- РЕШЕНИЕ  
 $X_1=X(a)$

2-РЕШЕНИЕ  
 $X_2=X(a)$

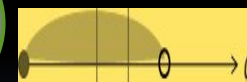
ПРОВЕРКА  
ОГРАНИЧЕНИЙ  
 $X_1(a)$ :

- 1.
- 2.
- 3.



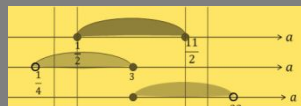
ПРОВЕРКА  
ОГРАНИЧЕНИЙ  
 $X_2(a)$ :

- 1.
- 2.
- 3.



СОВПАДЕНИЕ КОРНЕЙ  
 $a=? x_1=x_2$

Окончательный ответ:



# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{3x-2} \ln(x-a) = \sqrt{3x-2} \ln(2x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$

Решение.

$$\left[ \begin{cases} 3x-2=0, \\ x-a>0, \\ 2x+a>0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\left[ \begin{cases} 3x-2>0, \\ \ln(x-a) = \ln(2x+a) \end{cases} \quad (2)$$

$$(1) \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ x > a \\ x > -\frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < \frac{2}{3} \\ \frac{2}{3} > -\frac{a}{2} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$$

$$\text{При } a \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right) \quad x_1 = \frac{2}{3}$$

$$(2) \begin{cases} x > \frac{2}{3}, \\ x \in [0; 1], \\ x-a > 0, \\ x-a = 2x+a. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \in \left(\frac{2}{3}, 1\right] \\ x > a \\ x = -2a \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{3} < -2a \leq 1 \\ -2a > a \end{cases} \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq a < -\frac{1}{3} \\ a < 0 \end{cases}$$

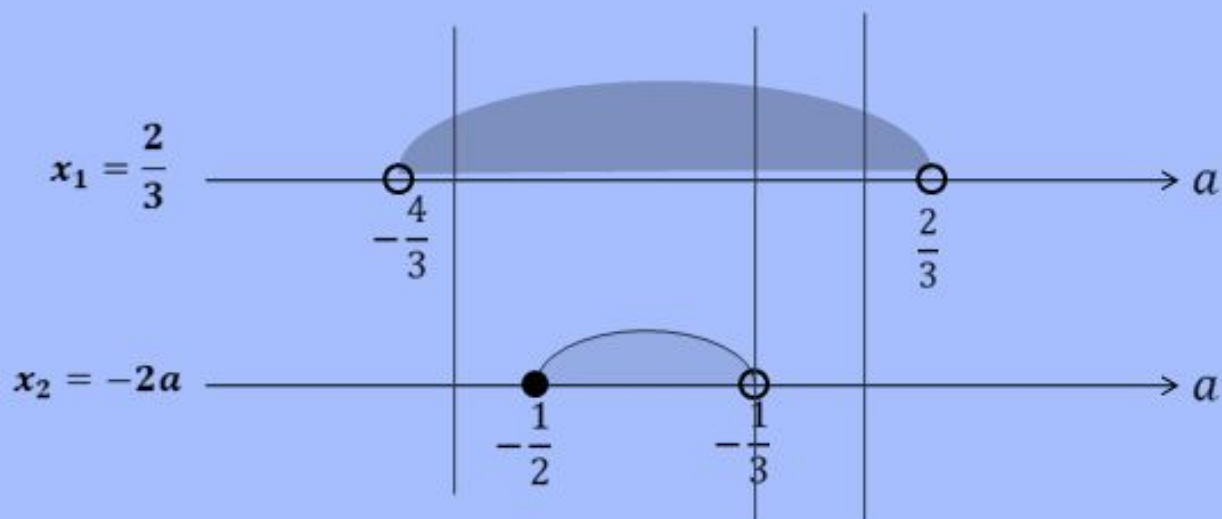
$$\text{При } a \in \left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right) \quad x_2 = -2a$$

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

При  $a \in \left(-\frac{4}{3}; \frac{2}{3}\right)$   $x_1 = \frac{2}{3}$

При  $a \in \left[-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}\right)$   $x_2 = -2a$



При  $a \in \left(-\frac{4}{3}; -\frac{1}{2}\right) \cup \left[-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$  *ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$*

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x - 1) \sqrt{x^2 - 6x + 6a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 3]$

Решение.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} 4x - 1 > 0, \\ x^2 - 6x + 6a - a^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{4} \quad (*) \\ (x - a)(x + a - 6) \geq 0 \quad (**) \end{cases}$$

$$\ln(4x - 1) = 0_1 \quad \text{или} \quad \sqrt{x^2 - 6x + 6a - a^2} = 0$$

$$4x - 1 = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \quad \text{или} \quad x_1 = a, \quad x_2 = 6 - a$$

$$1) \begin{cases} x = \frac{1}{2} > \frac{1}{4} \\ \left(\frac{1}{2} - a\right)\left(\frac{1}{2} + a - 6\right) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right] \quad \text{При } a \in \left[\frac{1}{2}; \frac{11}{2}\right] \quad x = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \in [0; 3]$$

$$2) \begin{cases} x_1 = a \\ 0 \leq x_1 \leq 3 \\ x_1 > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = a \\ 0 \leq a \leq 3 \\ a > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a \in \left(\frac{1}{4}; 3\right] \quad \text{При } a \in \left(\frac{1}{4}; 3\right] \quad x_1 = a$$

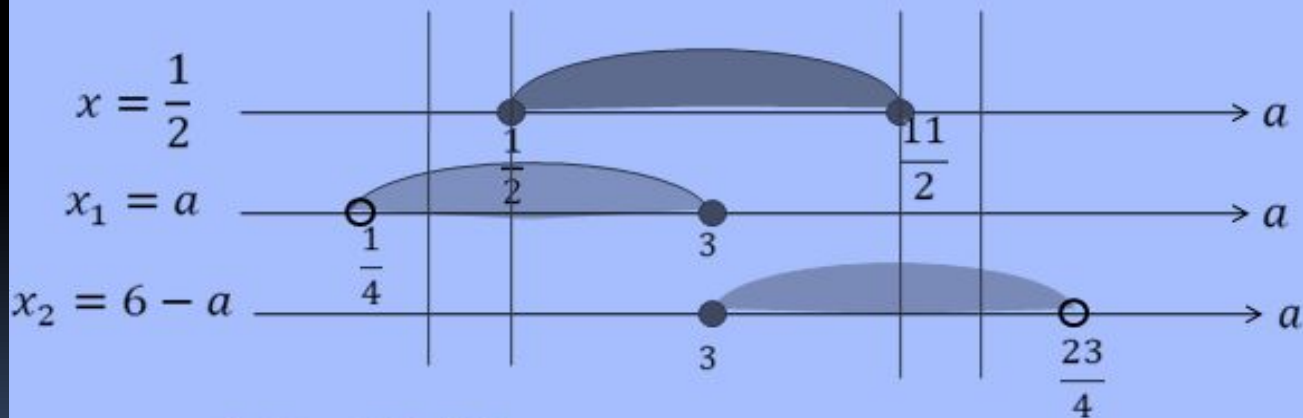
# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

$$3) \begin{cases} x_2 = 6 - a \\ 0 \leq x_2 \leq 3 \\ x_2 > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = 6 - a \\ 0 \leq 6 - a \leq 3 \\ 6 - a > \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a \in [3; \frac{23}{4}) \text{ При } a \in [3; \frac{23}{4}) x_2 = 6 - a$$

При  $a \in [\frac{1}{2}; \frac{11}{2}] x = \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \in [0; 3]$

При  $a \in (\frac{1}{4}; 3] x_1 = a$



При  $a \in (\frac{1}{4}; \frac{1}{2}] \cup [\frac{11}{2}; \frac{23}{4})$  уравнение имеет ровно один корень на  $[0; 3]$

# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x^2 - (6a+3)x + 3a}$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$

Решение.  $x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x^2 - 6ax - 3x + 3a}$ ,  $x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x(x-a) - 3(x-a)}$

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{(6x-3)(x-a)}$$

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x-a \geq 0, \\ (6x-3)(x-a) \geq 0. \end{cases}$$

$$\sqrt{x-a} \cdot (x - \sqrt{6x-3}) = 0$$

$$\sqrt{x-a} = 0 \quad \text{или} \quad (x - \sqrt{6x-3}) = 0$$

$$x = a$$

$$x = \sqrt{6x-3}$$

$$\begin{cases} x \geq 0, \\ x^2 = 6x - 3. \end{cases}$$

$$x_1 = 3 - \sqrt{6}$$

$$x_2 = 3 + \sqrt{6}$$

не принадлежит  $[0; 1]$



# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

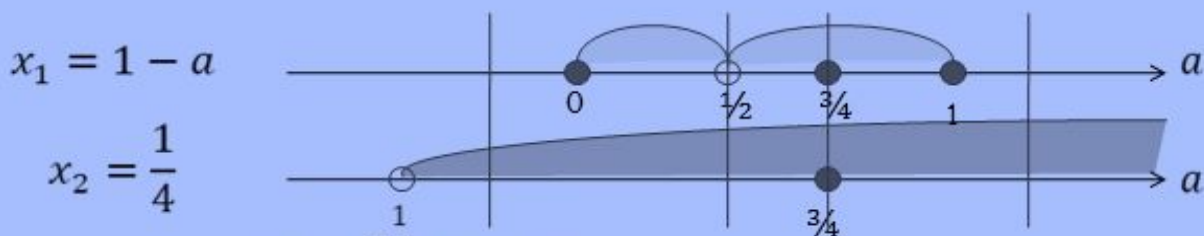
<https://vk.com/club116671754>

$$2) \begin{cases} x_2 = \frac{1}{4} + k, k \in Z \\ 0 \leq x_2 \leq 1 \\ x_2 > -a \end{cases} \quad 0 \leq \frac{1}{4} + k \leq 1, k \in Z \Rightarrow k = 0$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{1}{4} \\ \frac{1}{4} > -a \end{cases} \quad a > -\frac{1}{4} \quad \text{При } a \in \left(-\frac{1}{4}; \infty\right) \quad x_2 = \frac{1}{4}$$

$$\text{При } a \in \left[0; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; 1\right] \quad x_1 = 1 - a$$

$$x_1 = x_2 \Rightarrow 1 - a = \frac{1}{4}, a = \frac{3}{4}$$



При  $a \in \left(-\frac{1}{4}; 0\right) \cup \left\{\frac{1}{2}\right\} \cup \left\{\frac{3}{4}\right\} \cup (1; \infty)$  уравнение имеет ровно один корень на  $[0; 1]$



# АНАЛИТИЧЕСКИЙ СПОСОБ

<https://vk.com/club116671754>

**Аналитический способ, как видно из приведенных выше примеров -**

Это способ так называемого прямого решения, повторяющего стандартные процедуры нахождения ответа в задачах без параметра, учитывающий ограничения и условия задачи.