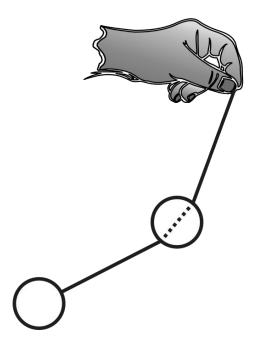


Докладчик - Хорошко Илья

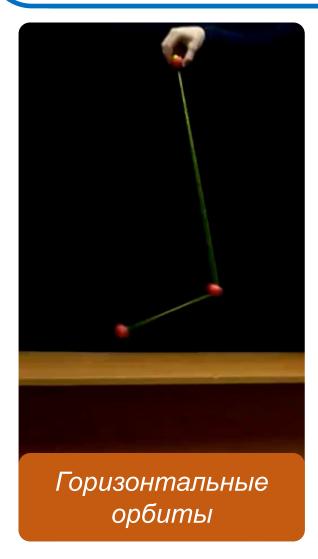


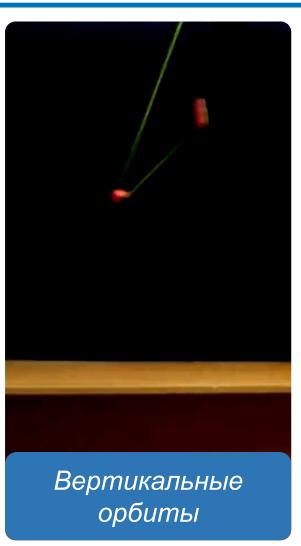
Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

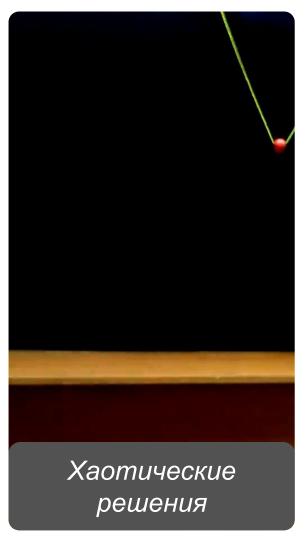


# Демонстрация эффекта

IYPT 2019 Team 2 Ukraine







Предварительная

uacml

# Структура доклада

IYPT 2019 Team 3 Ukraine

#### Горизонтальные орбиты

Стационарное решение Учёт силы трения Экспериментальное изучение

#### Вертикальные орбиты

Уравнение движения Асимптотический анализ Экспериментальное изучение

#### Хаотические решения

Моделирование движения системы

IYPT 2019 Team 4 Ukraine

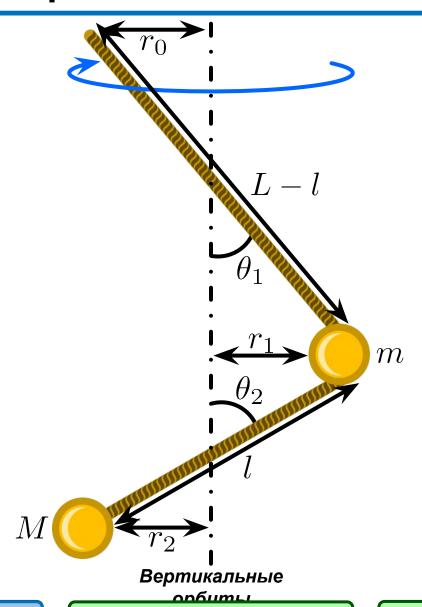
# Горизонтальные решения

Горизонтальные

Вертикальные

### Геометрия системы

IYPT 2019 Team 5 Ukraine



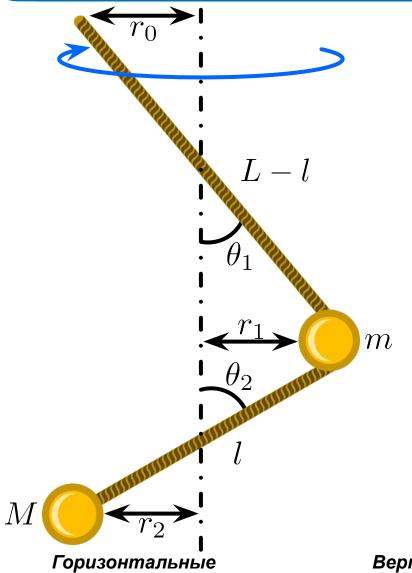
Горизонтальные

Хаотические

пошонна

### Геометрия системы

IYPT 2019 Team 6 Ukraine



#### Из геометрии системы следvem

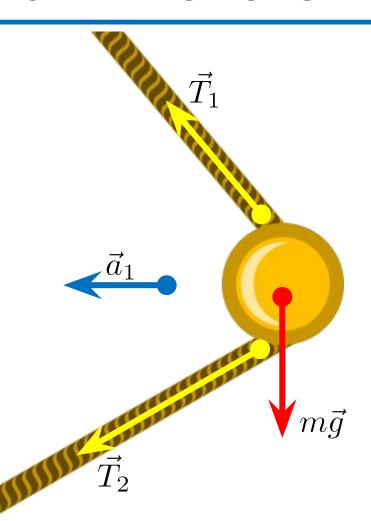
$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l)\sin\theta_1 \\ r_1 + r_2 = l\sin\theta_2 \end{cases}$$

Чтобы описать движение системы найдём:  $r_1, r_2, l$ 

Вертикальные

### Анализ сил в системе

IYPT 2019 Team 7 Ukraine

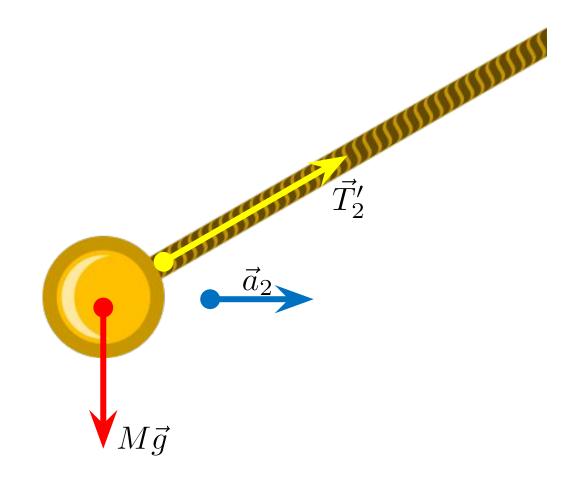


Горизонтальные

Вертикальные <u>орбиты</u>

### Анализ сил в системе

IYPT 2019 Team 8 Ukraine

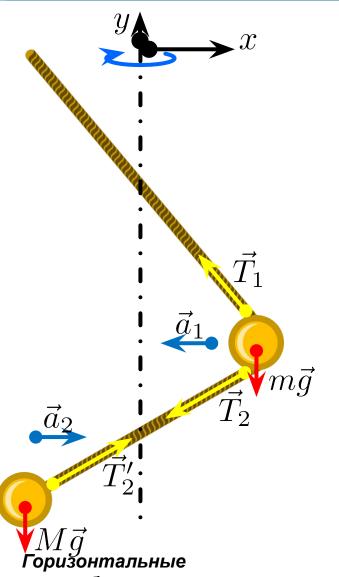


Горизонтальные

Вертикальные

### Уравнения движения

Team 9
Ukraine



Второй закон Ньютона для обоих шариков

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_1$$
$$M\vec{g} + \vec{T}_2' = M\vec{a}_2$$

#### В проекциях на оси у и х

попучаем:

$$\begin{cases}
-T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\
T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\
T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\
T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0
\end{cases}$$

Вертикальные

Хаотические

пошонна

### Конечная система уравнений

IYPT 2019 Team 10 Ukraine

#### Уравнения движения

$$\begin{cases}
-T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\
T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\
T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\
T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0
\end{cases}$$

Переменные системы

 $T_1, T_2$   $l, r_1, r_2, \theta_1, \theta_2$ 

Решаем систему в приближении отсутствия сил трения, тогда силы натяжения нитей считаем

#### Геометрические *условия*

$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l)\sin\theta_1 \\ r_1 + r_2 = l\sin\theta_2 \end{cases}$$

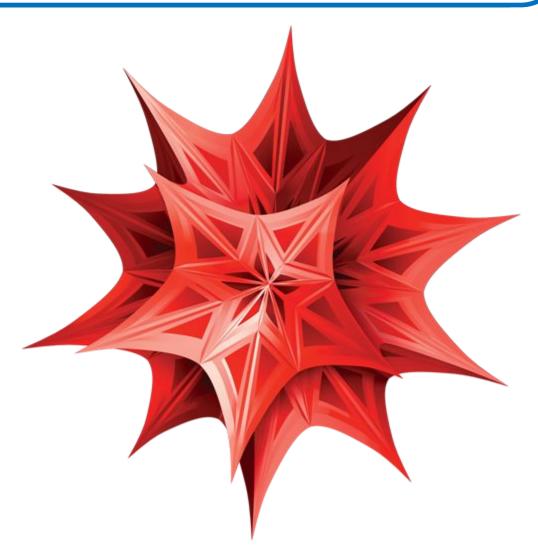
Горизонтальные

Вертикальные

 $T_1 = T_2$ 

# Численное решение

Team 11
Ukraine



Горизонтальные

Вертикальные

### Численное решение

Горизонтальные

Team 12
Ukraine

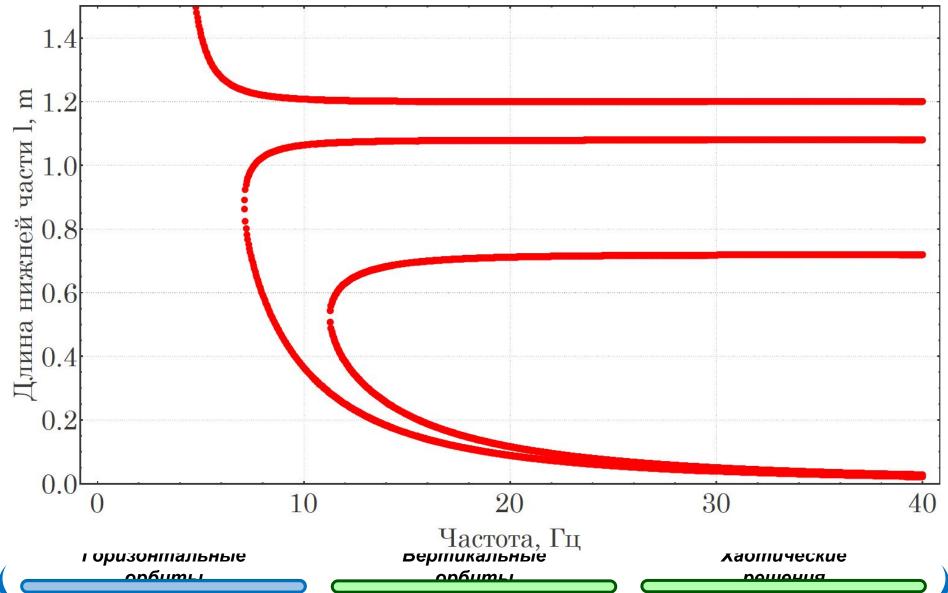
Хаотические

```
Friction.nb * - Wolfram Mathematica 11.3
File Edit Insert Format Cell Graphics Evaluation Palettes Window Help
         ln[*] := Solve \left[ \left\{ mg := N1 + N2, \ \mu 1 \ N1 - + N2 \left( \frac{L}{2} - x \right) \right. \\ \left. = \mu 2 \frac{N2 \ d}{2} + N1 \left( \frac{L}{2} + x \right) \right\}, \ \left\{ N1, \ N2 \right\} \right];
          ln[v] = \mu[v] := Tanh[v] (a + \alpha (v - Tanh[v] v0)^{2})
                            \mu 1[v] := \mu[\omega r - v]
                            \mu 2[v_] := \mu[\omega r + v]
                           \mbox{N2[$t_{-}$]} := \frac{\mbox{mg} \mbox{($L+2\,x[$t$]} - \mbox{d}\,\mu\mathbf{1}[$x'[$t$]])}{2\,\mbox{L} - \mbox{d}\,\mu\mathbf{1}[$x'[$t$]] - \mbox{d}\,\mu\mathbf{2}[$x'[$t$]])};
                             eq = mx''[t] - \mu 1[x'[t]] N1[t] + \mu 2[x'[t]] N2[t];
          m[\cdot] = param = \{a \rightarrow 0.7, \alpha \rightarrow 0.0003, v0 \rightarrow 60, L \rightarrow 0.075, d \rightarrow 0.01, \omega \rightarrow 120, r \rightarrow 0.06, m \rightarrow 0.1, g \rightarrow 9.81\};
          Im[v]= style = {AxesStyle → Directive[Gray, 10], PlotTheme → "Detailed", Frame → True, LabelStyle → Directive[43, FontFamily → "Century"],
                                       FrameStyle → Directive[Thickness[0.002], Darker[Darker[Gray]]], FrameTicksStyle → Directive[43, Darker[Darker[Gray]], FontFamily → "Century"],
                                       AspectRatio → —, ImageSize → {1280}};
           ln[\cdot] = s = NDSolve[\{eq = 0, x[0] = 0.1, x'[0] = 0\} /. param, x, \{t, 0, 300\}, PrecisionGoal -> 20]
        Out[o]= { { x → InterpolatingFunction [ □ | Domain: {{0., 300.}} } Output: scalar
          ln[x] = ListPlot\left[Table\left[\left\{t1, \left(x[t]^2 - (x'[t])^2 \left(\frac{x[t]}{x''[t]}\right)\right) / . s[[1]] / . t \rightarrow t1\right\}, \left\{t1, 0.53, 300, 0.6\right\}\right], Evaluate[style], Joined \rightarrow True, PlotStyle \rightarrow Directive[Red, Thickness[0.003]], P
                               PlotRange → {Automatic, {0, 1.6}}
```

Вертикальные — орбиты

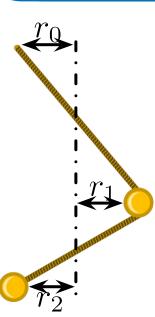


Team 13
Ukraine



### Проверка на устойчивость

IYPT 2019 Team 14 Ukraine



Торизонтальные  $\gamma$ Чти  $f(t) = l \sin \theta_1$   $r_2 = r_1 + l \sin \theta_2$ 

Вертикальные  $z_1$   $z_2 = z_1 + l\cos\theta_2$ 

Кинетическая

$$\vec{W}_k = \frac{1}{2} \left( m\omega^2 r_1^2 + M\omega^2 r_2^2 \right)$$

Потенциальная

$$W_p^{ ext{He}} = g \left( m z_1 + M z_2 \right)$$

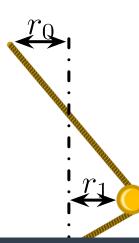
Пишем функцию Лагранжа для нашей системы

Горизонтальные

Вертикальные

# Проверка на

**IYPT 2019 Team 15** Ukraine



Торизонтальные  $\gamma$ **qmж**лhoнения $z=l)\sin heta_1$  $r_2 = r_1 + l \sin \theta_2$ 

Вертикальные zqmжлoНени $\hbar$ :  $\cos heta_1$  $z_2 = z_1 + l\cos\theta_2$ 

Кинетическая

$$W_{k}^{\mu} \stackrel{\text{регил:}}{=} \left(m\omega^{2}r_{1}^{2} + M\omega^{2}r_{2}^{2}\right) W_{p}^{\mu} \stackrel{\text{регил:}}{=} g\left(mz_{1} + Mz_{2}\right)$$

Потенциальная

Условия равновесия

систрия: 
$$\frac{\partial E}{\partial x} = 0$$
  $\frac{\partial E}{\partial y} = 0$ 

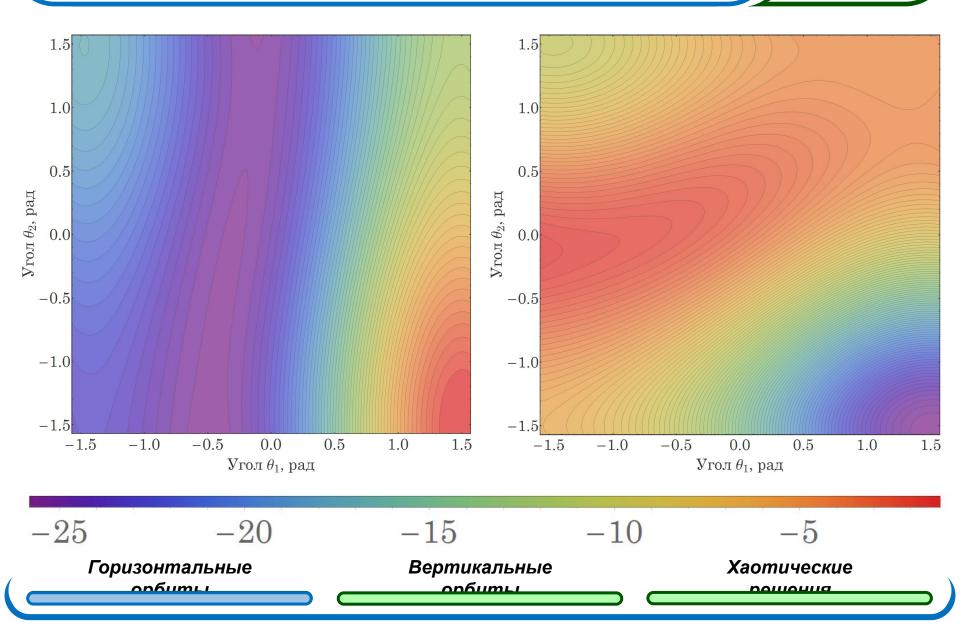
Выпуклость энергии вблизи точки равновесия говорит об устойчивости данного положения

энергия: 
$$U_{eff}=E$$

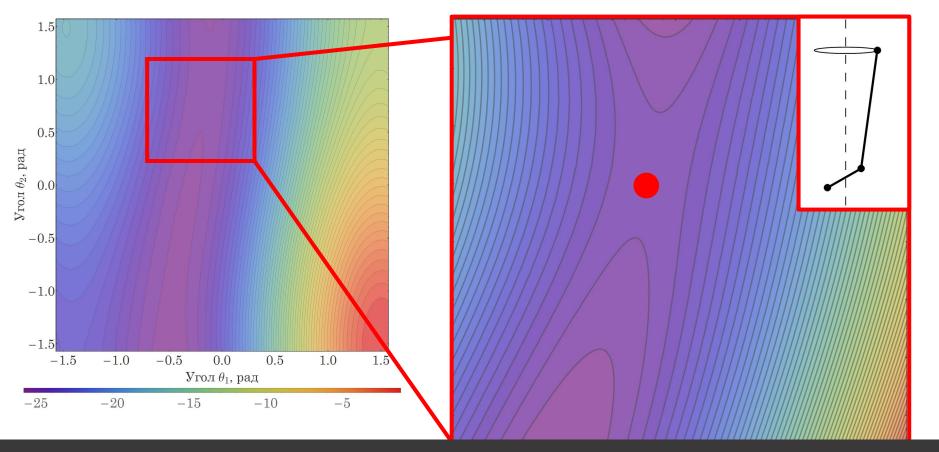
Горизонтальные

Вертикальные

IYPT 2019 Team 16 Ukraine



IYPT 2019 Team 17 Ukraine

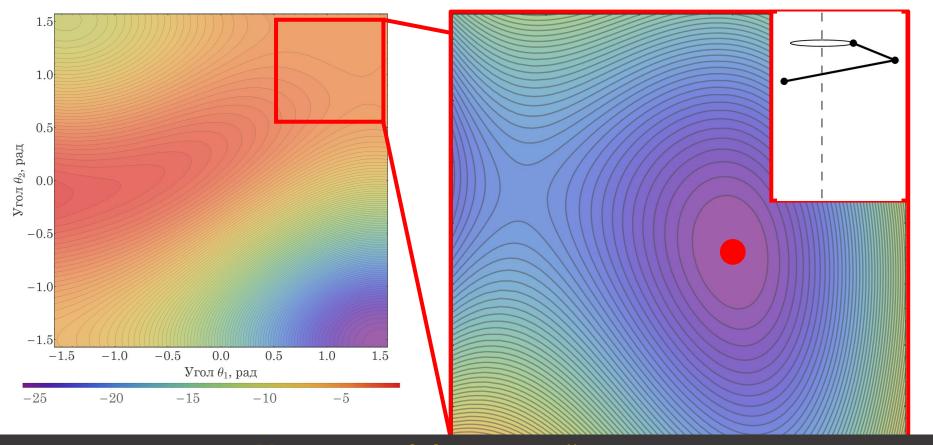


#### Седловая точка

#### Положение неустойчиво

Горизонтальные Орбиты Вертикальные

IYPT 2019
Team 18
Ukraine

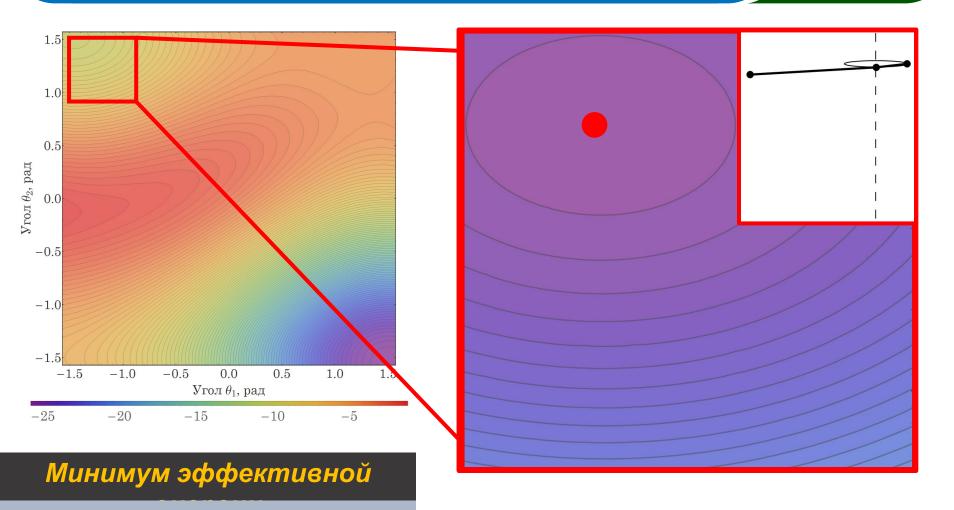


#### Минимум эффективной энергии

#### Положение устойчиво

Горизонтальные Орбиты Вертикальные

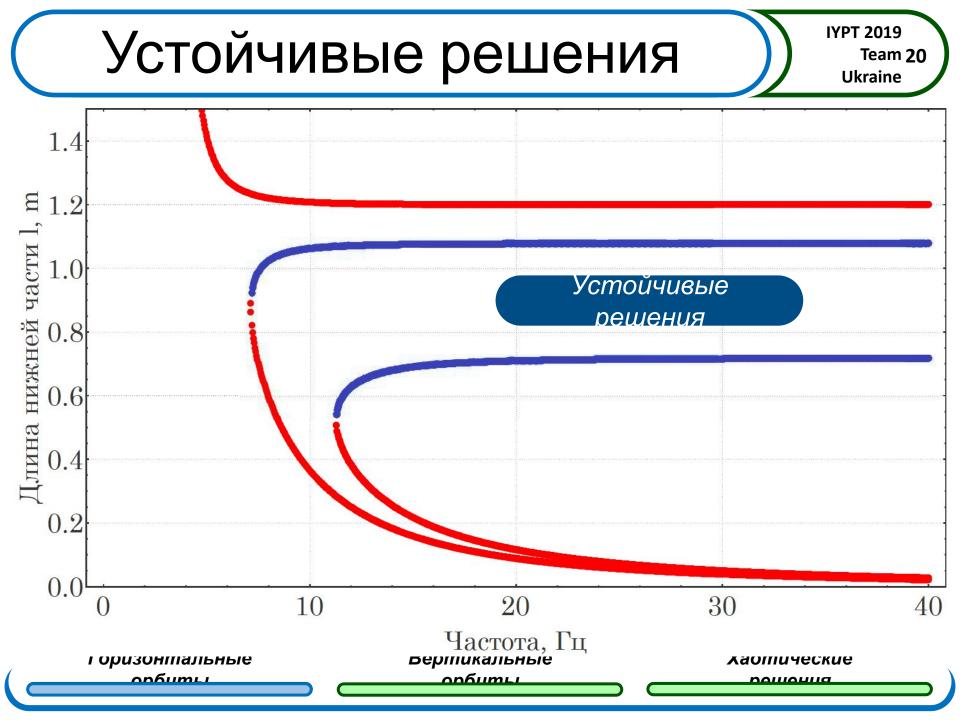
Team 19
Ukraine



Положение устойчиво

Горизонтальные

Вертикальные <u>орбиты</u>



### Сила трения в системе

IYPT 2019
Team 21
Ukraine

#### Уравнения движения

$$\begin{cases}
-T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\
T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\
T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\
T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0
\end{cases}$$

Переменные системы

 $\begin{bmatrix} T_1, T_2 \\ l, r_1, r_2, \theta_1, \theta_2 \end{bmatrix}$ 

Решаем систему в приближении отсутствия сил трения, тогда силы натяжения нитей считаем

### Геометрические

*условия* 

$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l)\sin\theta_1 \\ r_1 + r_2 = l\sin\theta_2 \end{cases}$$

Горизонтальные

Вертикальные

 $T_1 = T_1 e^{-\mu(\pi - \theta_1 - \theta_2)}$ 

Хаотические

пошонна

# Решение с учётом сил трения

IYPT 2019 Team 22 Ukraine

Горизонтальные

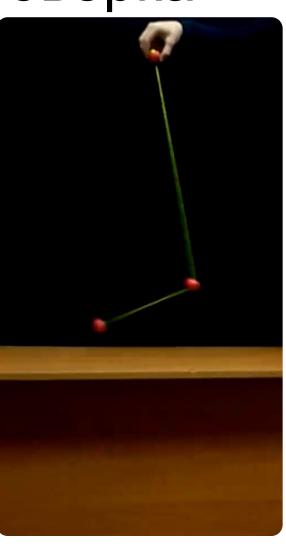
# Экспериментальная

IYPT 2019 Team 23 Ukraine

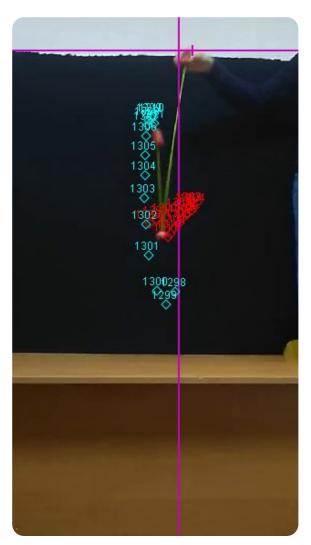




Горизонтальные



Вертикальные



Хаотические

# Экспериментальная проверка

IYPT 2019 Team 24 Ukraine

Горизонтальные

Вертикальные

IYPT 2019 Team 25 Ukraine

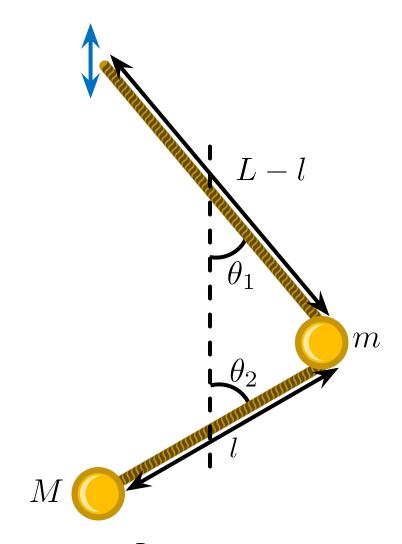
# Вертикальные орбиты

Горизонтальные

Вертикальные

## Геометрия системы

Team 26
Ukraine

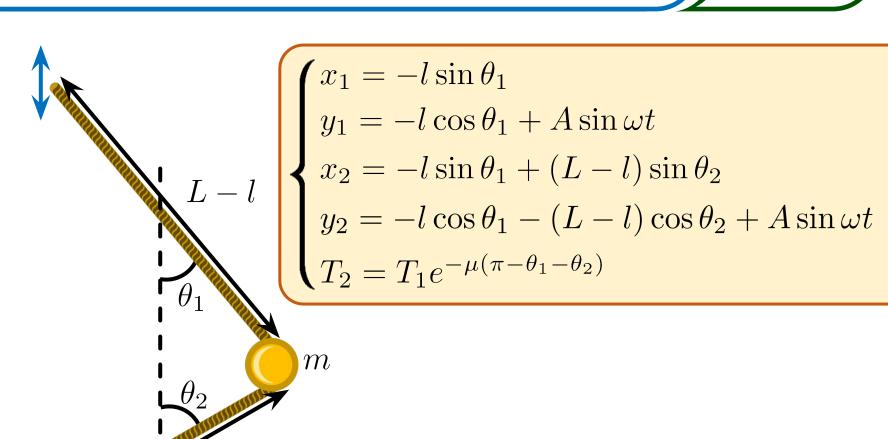


Горизонтальные

Вертикальные орбиты

### Геометрия системы

IYPT 2019 Team 27 Ukraine



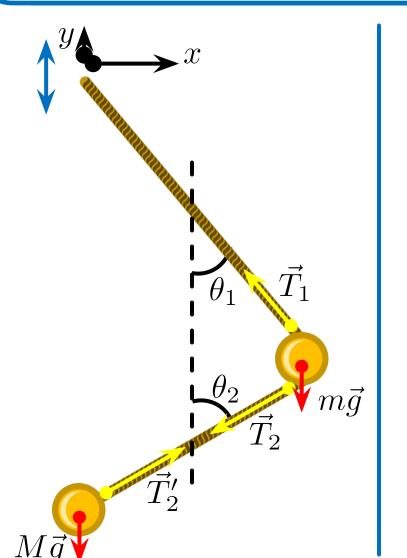
Горизонтальные

M

Вертикальные

### Уравнения движения

IYPT 2019
Team 28
Ukraine



Ровизонтальные

Второй закон Ньютона для обоих шариков

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_1$$
$$M\vec{g} + \vec{T}_2' = M\vec{a}_2$$

#### В проекциях на оси у и х

попучаем:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 \\ m\ddot{y}_1 = T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg \\ M\ddot{x}_2 = -T_2 \sin \theta_2 \\ M\ddot{y}_2 = T_2 \cos \theta_2 - Mg \end{cases}$$

Вертикальные

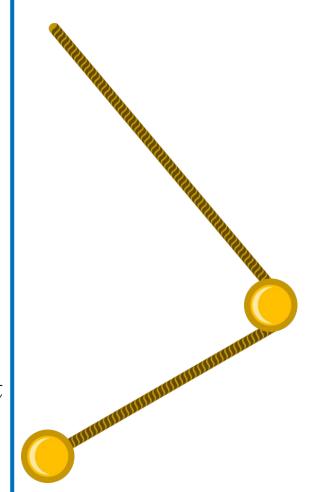
Хаотические

onfumei

# Полная система уравнений

IYPT 2019 Team 29 Ukraine

 $Tm\ddot{x}_1 = T_1\sin\theta_1 + T_2\sin\theta_2$  $m\ddot{y}_1 = T_1\cos\theta_1 - T_2\cos\theta_2 - mg$  $M\ddot{x}_2 = -T_2\sin\theta_2$  $M\ddot{y}_2 = T_2 \cos \theta_2 - Mg$  $x_1 = -l\sin\theta_1$  $y_1 = -l\cos\theta_1 + A\sin\omega t$  $x_2 = -l\sin\theta_1 + (L-l)\sin\theta_2$  $y_2 = -l\cos\theta_1 - (L - l)\cos\theta_2 + A\sin\omega t$  $T_2 = T_1 e^{-\mu(\pi - \theta_1 - \theta_2)}$ 



Горизонтальные

Вертикальные

# Численное решение

Team 30
Ukraine

Горизонтальные

Вертикальные

# Экспериментальная проверка

IYPT 2019 Team 31 Ukraine

Горизонтальные

Вертикальные

Хаотические

пошонна

IYPT 2019 Team 32 Ukraine

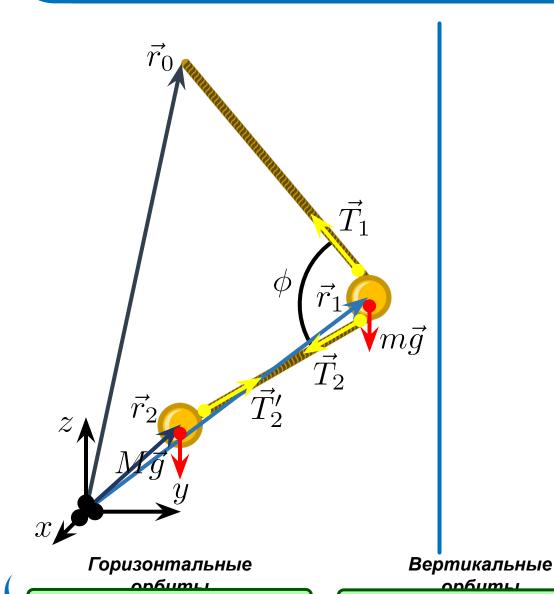
# Хаотические решения

Горизонтальные

Вертикальные

## Хаотические движения

IYPT 2019 Team 33 Ukraine



# Что-то теоретическое...

IYPT 2019 Team 34 Ukraine

Горизонтальные

Вертикальные

# Что-то экспериментальное...

IYPT 2019 Team 35 Ukraine

Горизонтальные

Вертикальные

IYPT 2019 Team 36 Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

#### Вертикальные орбиты

- Качественное и теоретическое изучение динамики движения системы
- Изучение устойчивости решений
- Экспериментальное изучение

Результаты и

PLIPOPLI

IYPT 2019 Team 37 Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

#### Горизонтальные орбиты

- Теоретическое изучение динамики движения системы
- Экспериментальная проверка решений

Результаты и

PLIDUGLI

Team 38
Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

#### Хаотические решения

• Универсальная теоретическая модель для численной симуляции движения системы

#### Докладчик - Хорошко Илья

# (Спасибо за внимание!

