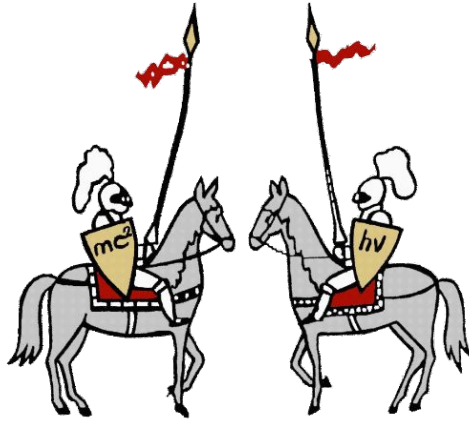


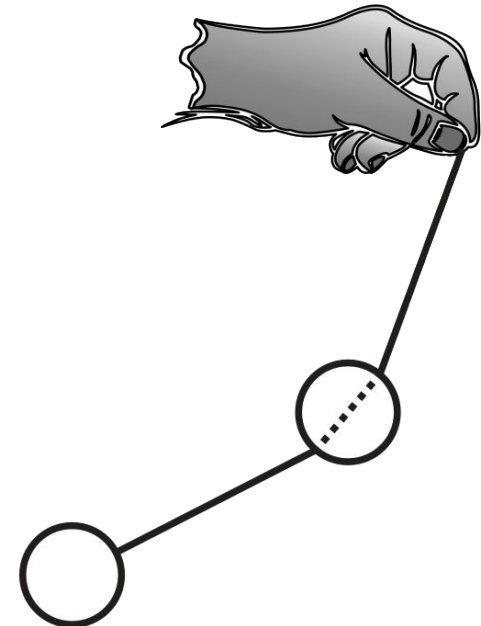
9. Шарики на нити



Докладчик - Хорошко Илья

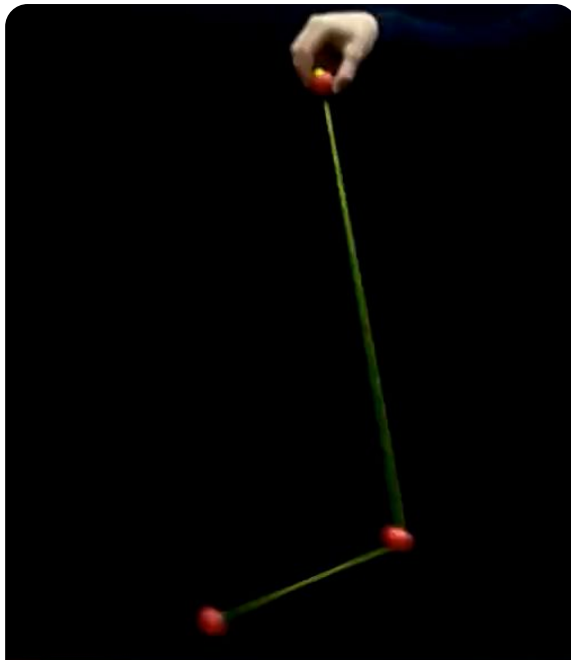


Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

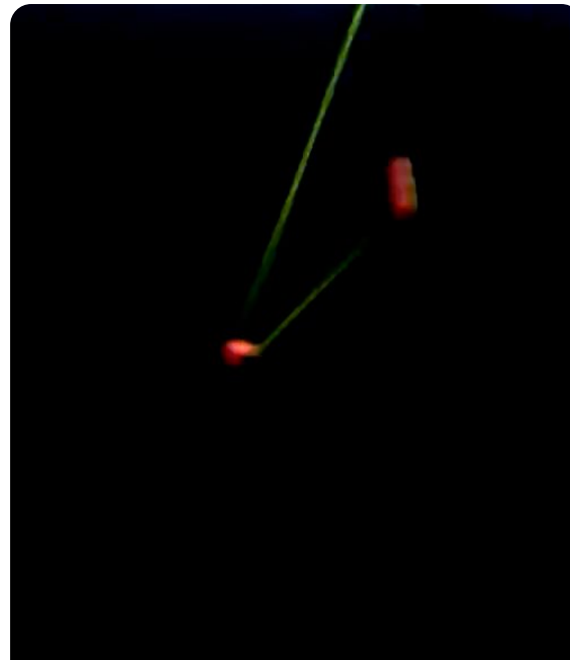


Демонстрация эффекта

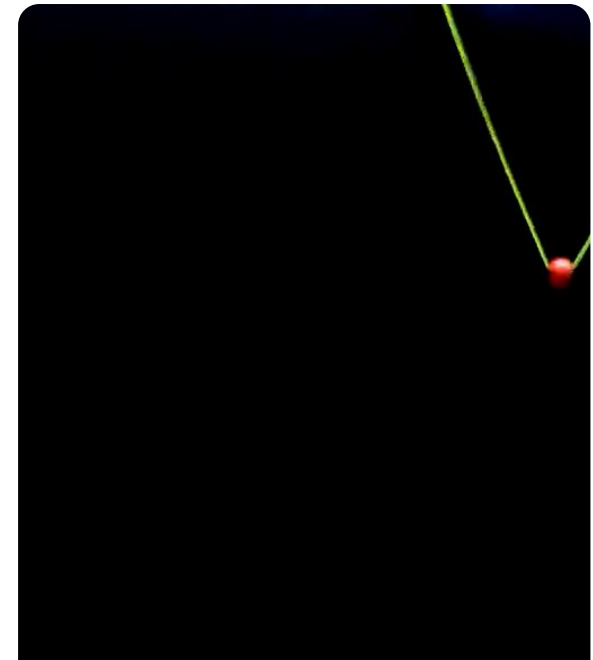
IYPT 2019
Team 2
Ukraine



Горизонтальные
орбиты



Вертикальные
орбиты



Хаотические
решения

Предварительная
часть

Структура доклада

IYPT 2019
Team 3
Ukraine

Горизонтальные орбиты

*Стационарное решение
Учёт силы трения
Экспериментальное изучение*

Вертикальные орбиты

*Уравнение движения
Асимптотический анализ
Экспериментальное изучение*

Хаотические решения

Моделирование движения системы

Горизонтальные решения

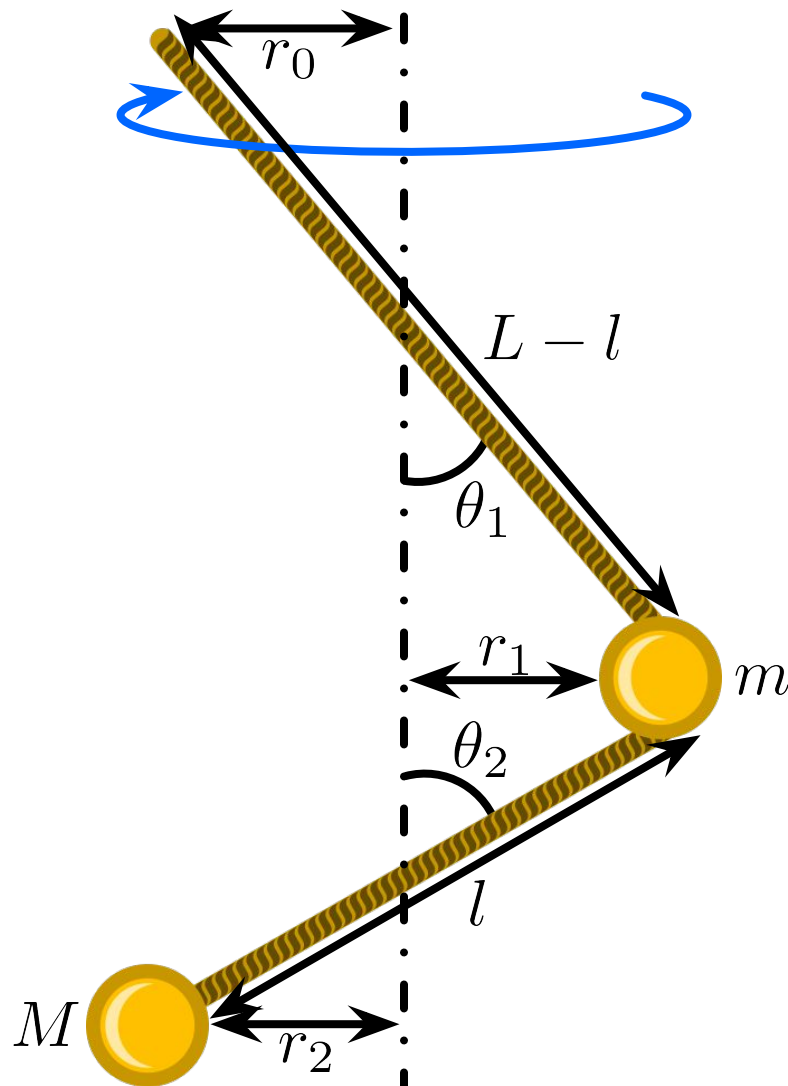
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Геометрия системы

IYPT 2019
Team 5
Ukraine



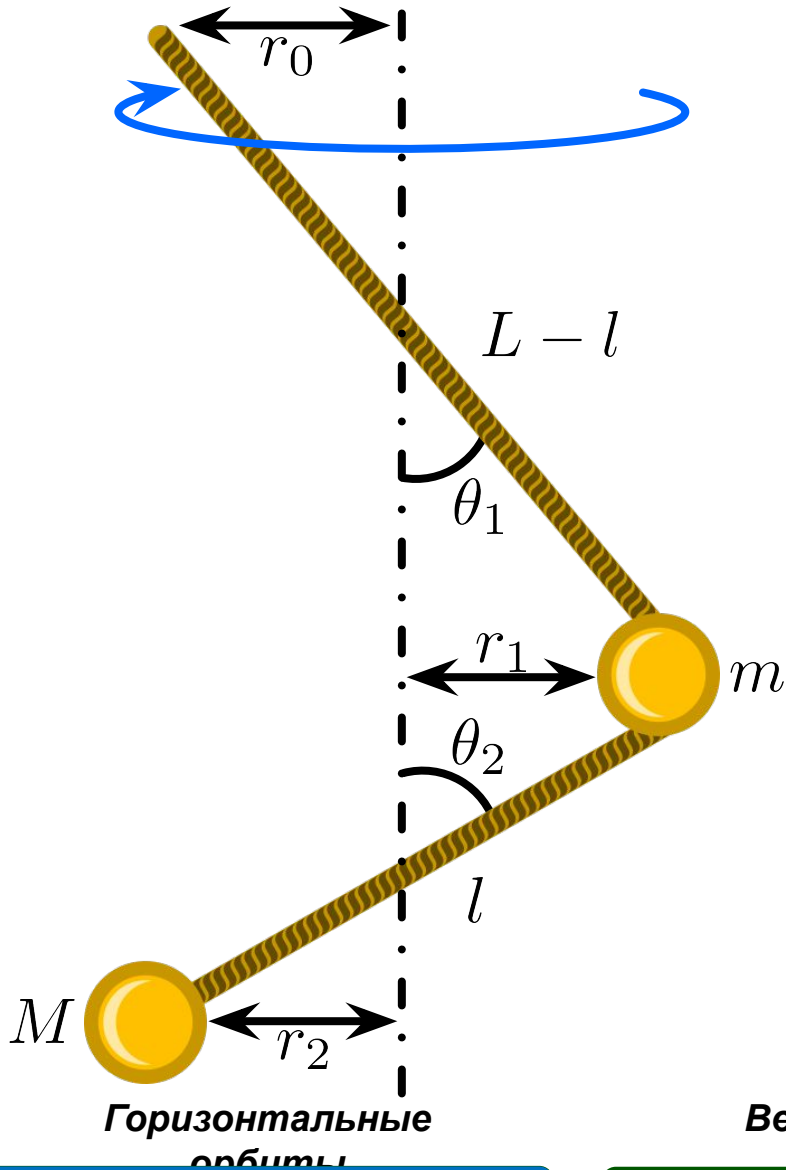
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Геометрия системы

IYPT 2019
Team 6
Ukraine



*Из геометрии системы
следует*

$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l) \sin \theta_1 \\ r_1 + r_2 = l \sin \theta_2 \end{cases}$$

*Чтобы описать движение
системы найдём: r_1, r_2, l*

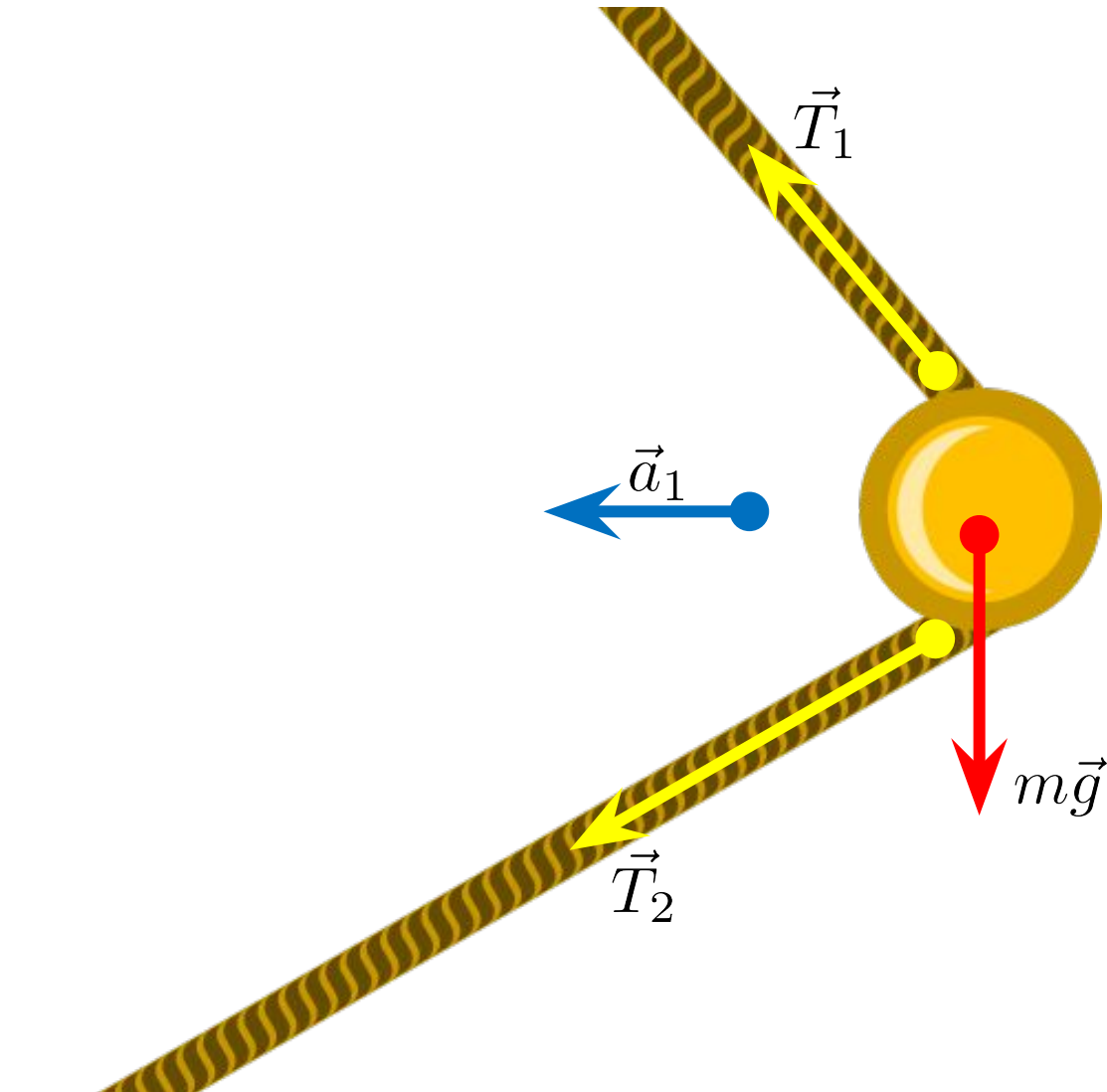
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Анализ сил в системе

IYPT 2019
Team 7
Ukraine



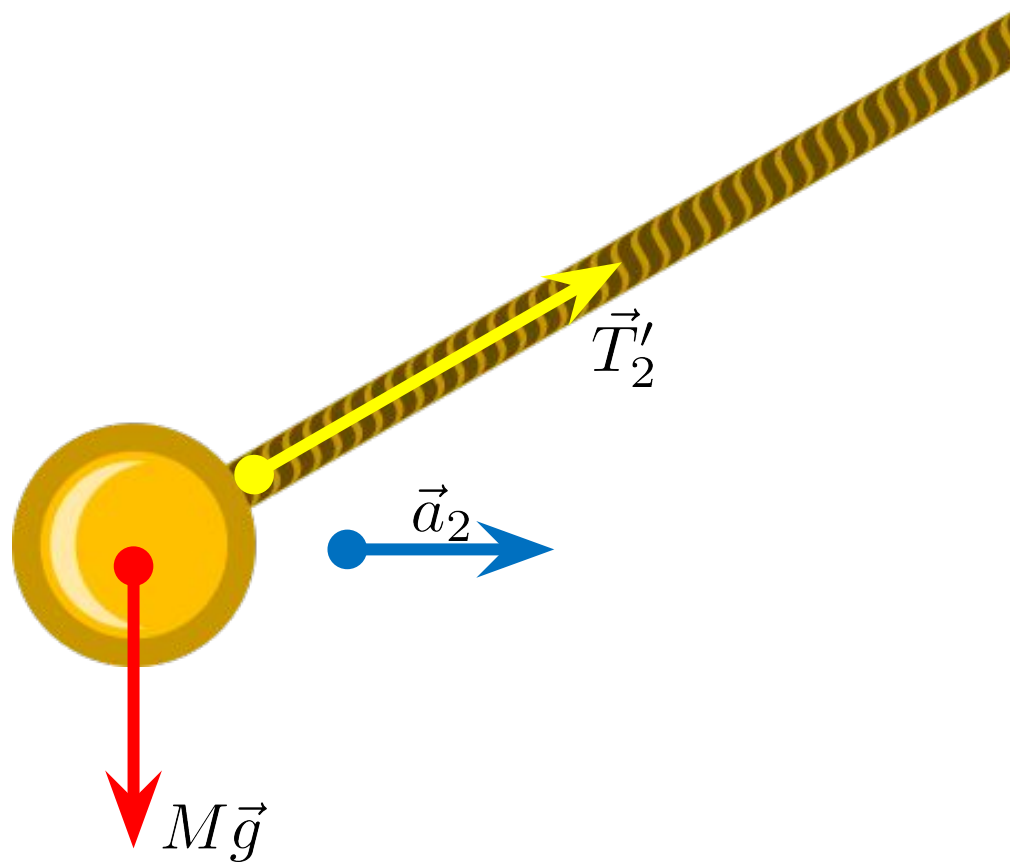
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Анализ сил в системе

IYPT 2019
Team 8
Ukraine



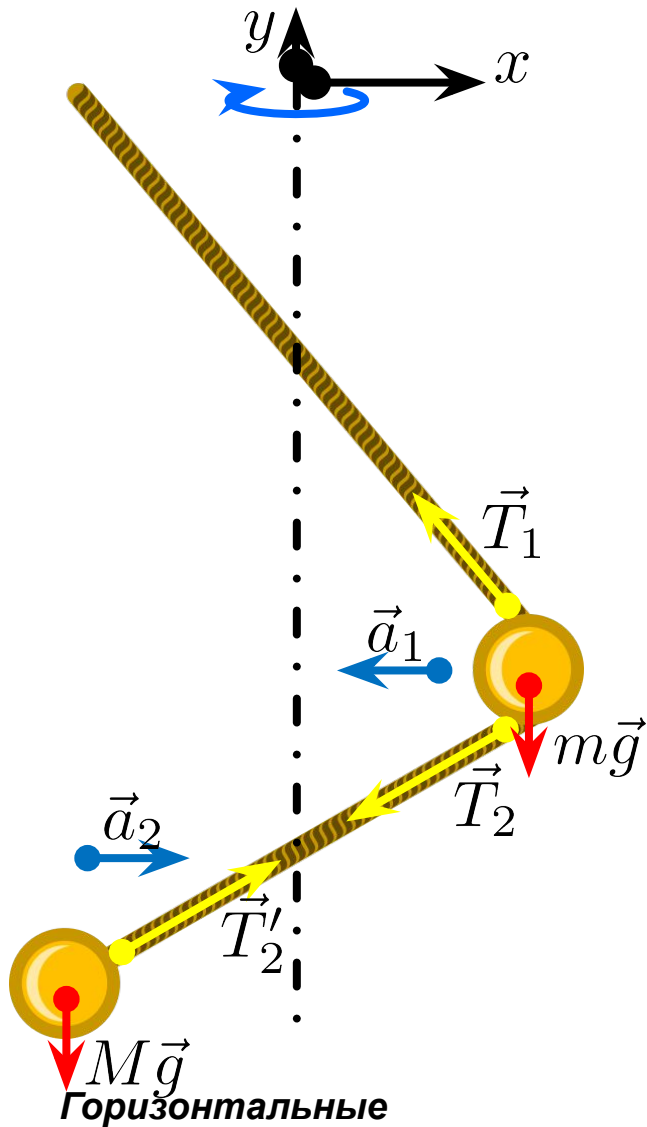
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Уравнения движения

IYPT 2019
Team 9
Ukraine



Второй закон Ньютона для
обоих шариков

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_1$$

$$M\vec{g} + \vec{T}'_2 = M\vec{a}_2$$

В проекциях на оси y и x
получаем:

$$\begin{cases} -T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\ T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\ T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\ T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0 \end{cases}$$

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Конечная система уравнений

IYPT 2019
Team 10
Ukraine

Уравнения движения

$$\begin{cases} -T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\ T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\ T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\ T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0 \end{cases}$$

Переменные системы

$$\begin{aligned} &T_1, T_2 \\ &l, r_1, r_2, \theta_1, \theta_2 \end{aligned}$$

Решаем систему в приближении отсутствия сил трения, тогда силы натяжения нитей считаем равными

Геометрические условия

$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l) \sin \theta_1 \\ r_1 + r_2 = l \sin \theta_2 \end{cases}$$

$$T_1 = T_2$$

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Численное решение

IYPT 2019
Team 11
Ukraine



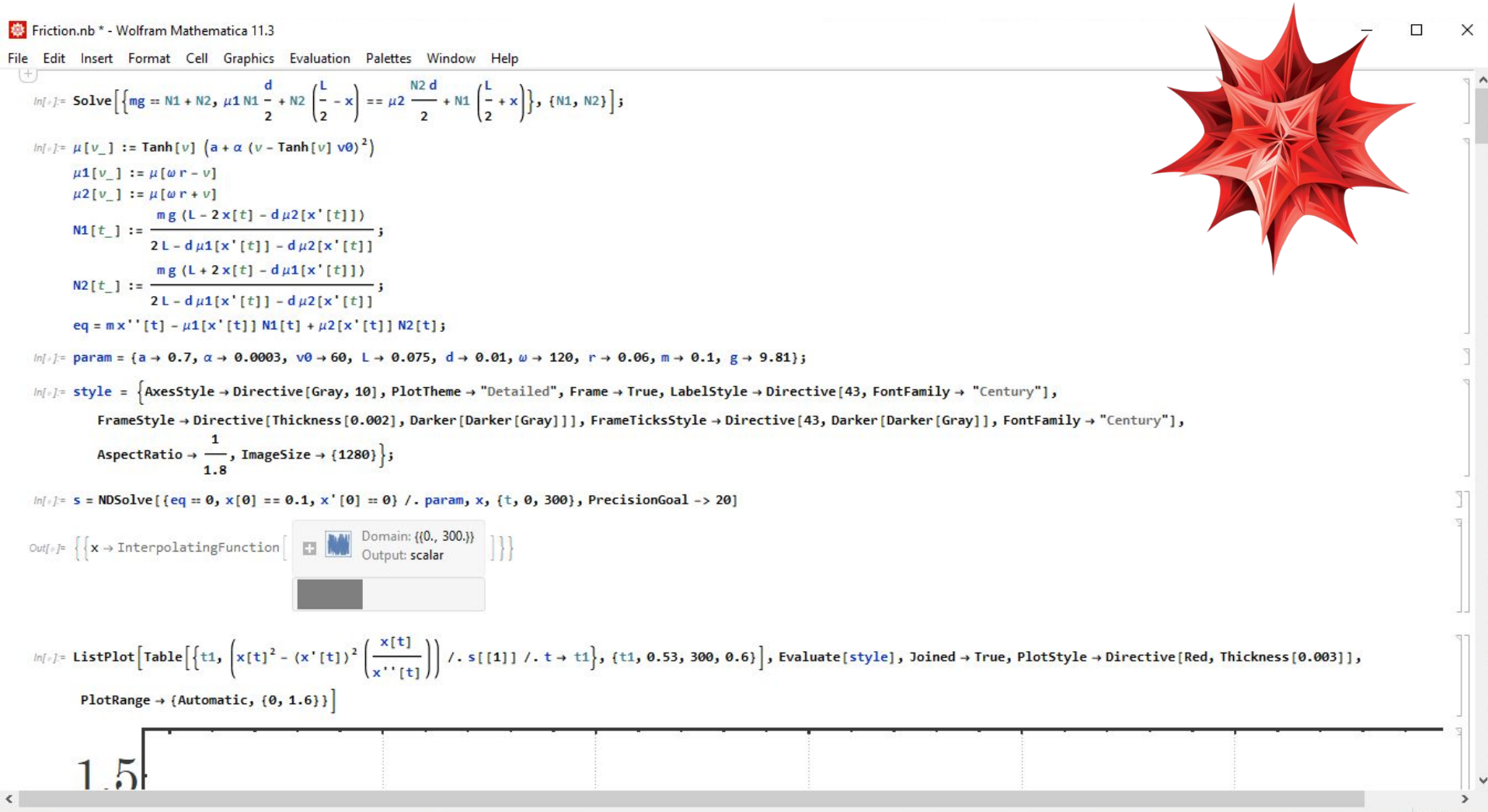
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Численное решение

IYPT 2019
Team 12
Ukraine



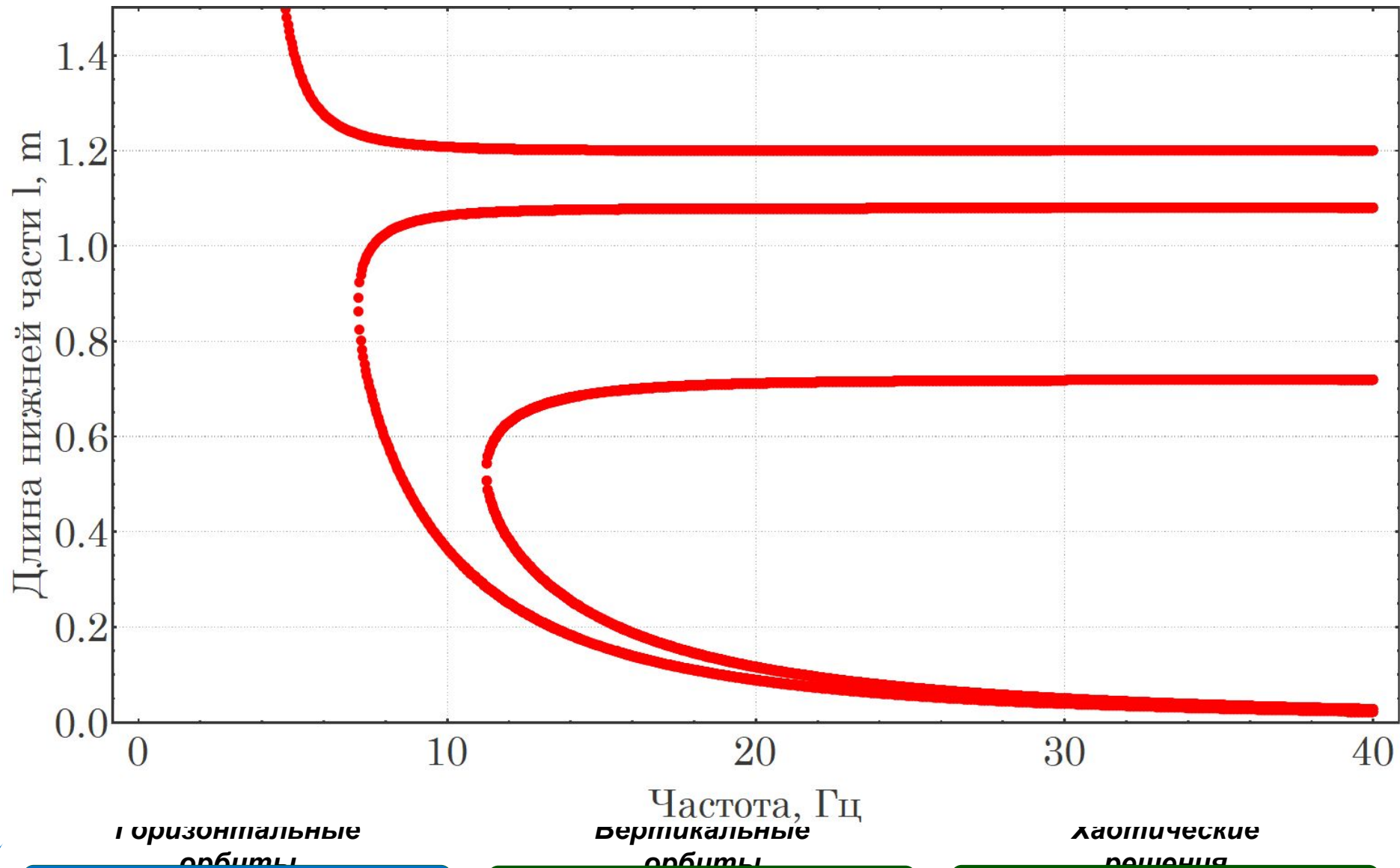
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

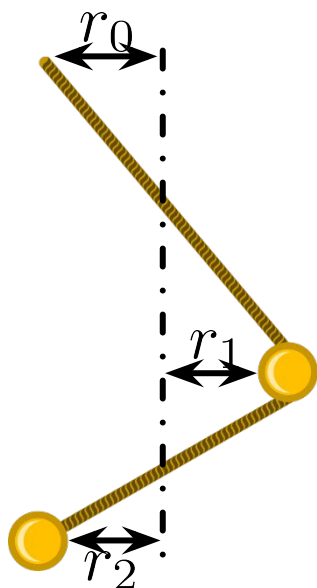
Численное решение

IYPT 2019
Team 13
Ukraine



Проверка на устойчивость

IYPT 2019
Team 14
Ukraine



Горизонтальные
отклонения:
 $r_1 = (L - l) \sin \theta_1$
 $r_2 = r_1 + l \sin \theta_2$

Вертикальные
отклонения:
 $z_1 = l \cos \theta_1$
 $z_2 = z_1 + l \cos \theta_2$

Кинетическая
энергия:
 $W_k = \frac{1}{2} (m \omega^2 r_1^2 + M \omega^2 r_2^2)$

Потенциальная
энергия:
 $W_p = -g (m z_1 + M z_2)$

Пишем функцию Лагранжа для нашей системы

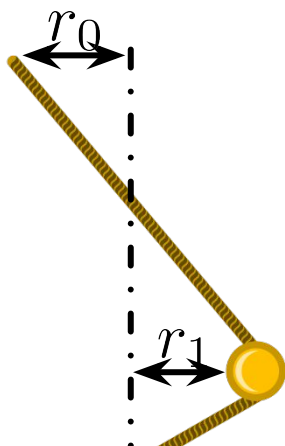
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Проверка на устойчивость

IYPT 2019
Team 15
Ukraine



Горизонтальные
отклонения:
 $r_1 = r_0 - l \sin \theta_1$
 $r_2 = r_1 + l \sin \theta_2$

Вертикальные
отклонения:
 $z_1 = l \cos \theta_1$
 $z_2 = z_1 + l \cos \theta_2$

Кинетическая
энергия:
 $W_k = \frac{1}{2} (m\omega^2 r_1^2 + M\omega^2 r_2^2)$

Потенциальная
энергия:
 $W_p = -g (mz_1 + Mz_2)$

Условия равновесия

системы: $\frac{\partial E}{\partial \theta_1} = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial \theta_2} = 0 \quad \frac{\partial E}{\partial l} = 0$

Выпуклость энергии вблизи точки равновесия говорит об устойчивости
данного положения

Эффективная
энергия: $U_{eff} = E$

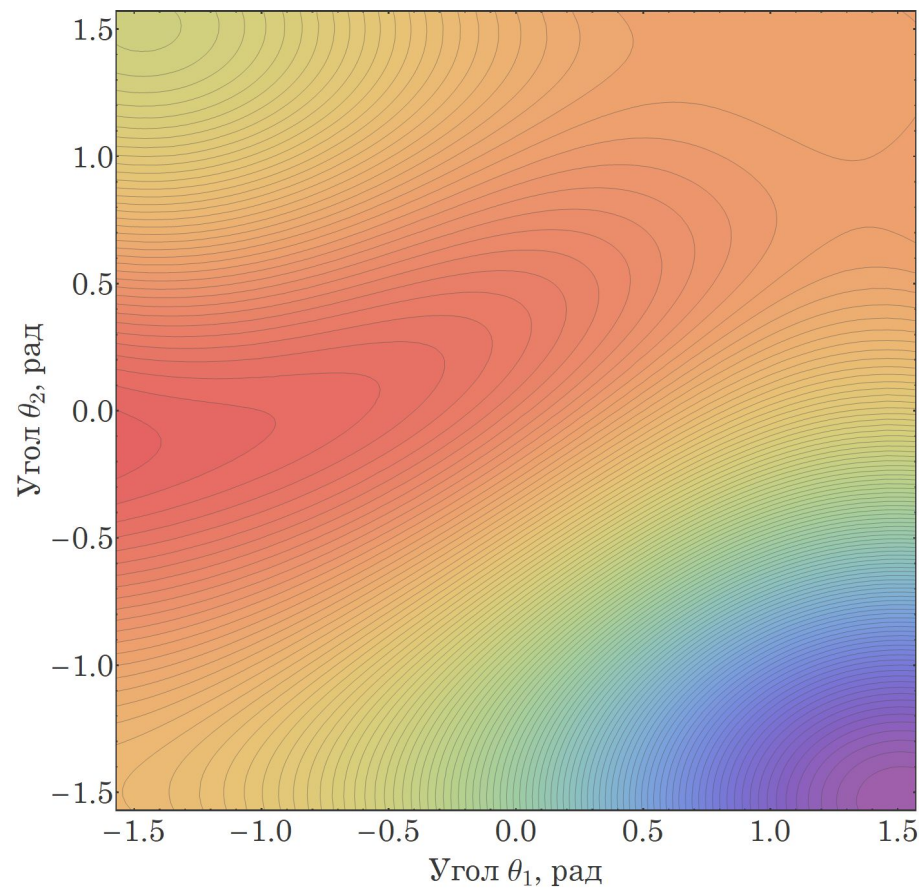
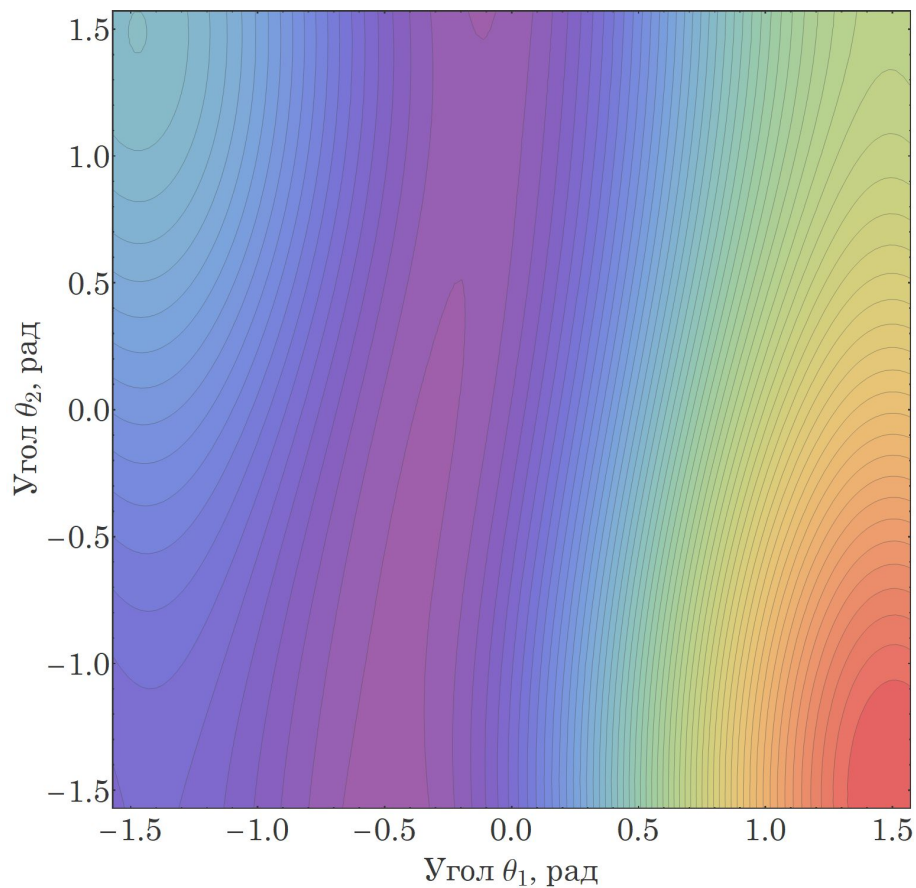
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Устойчивые решения

IYPT 2019
Team 16
Ukraine



-25

-20

-15

-10

-5

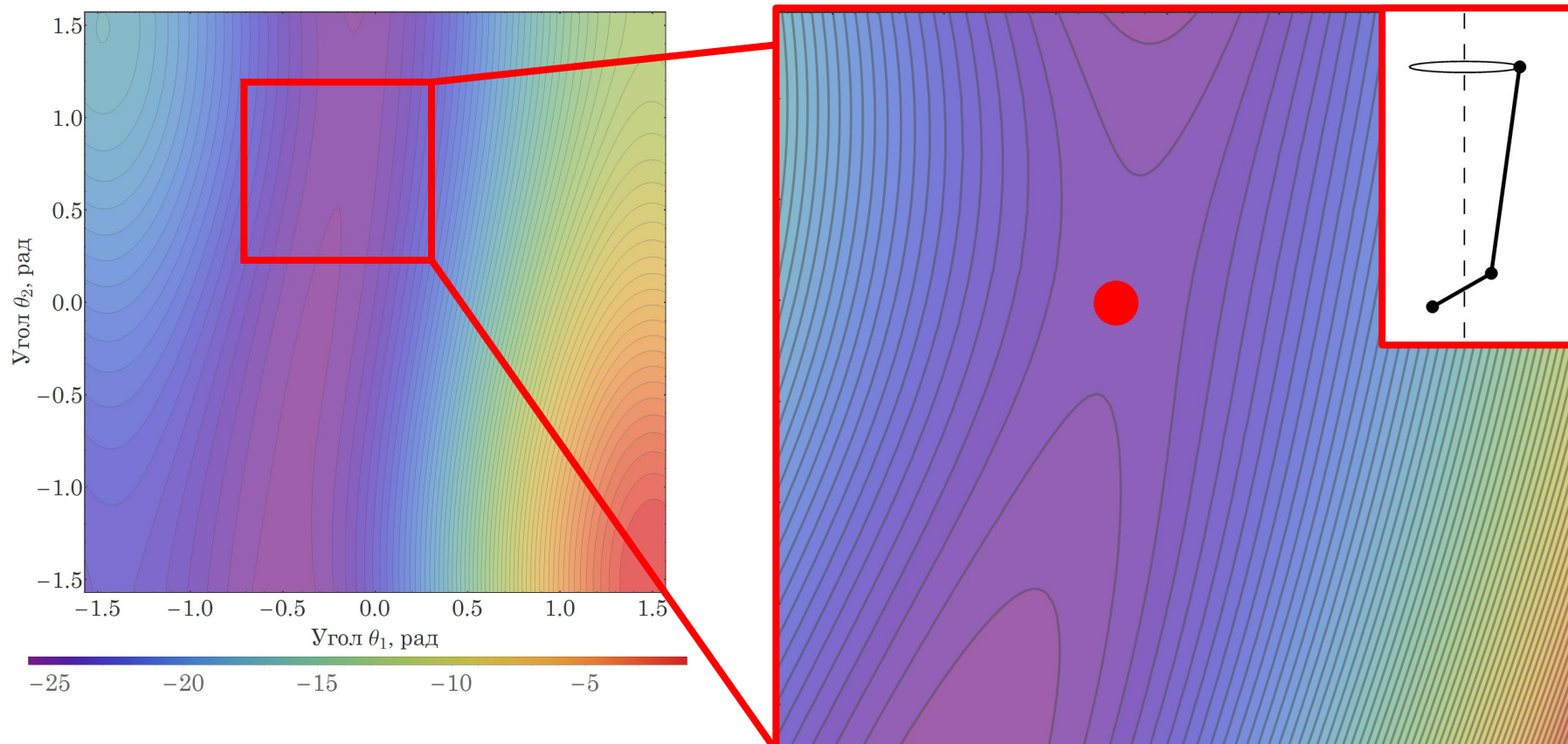
**Горизонтальные
орбиты**

**Вертикальные
орбиты**

**Хаотические
решения**

Устойчивые решения

IYPT 2019
Team 17
Ukraine



Седловая точка

Положение неустойчиво

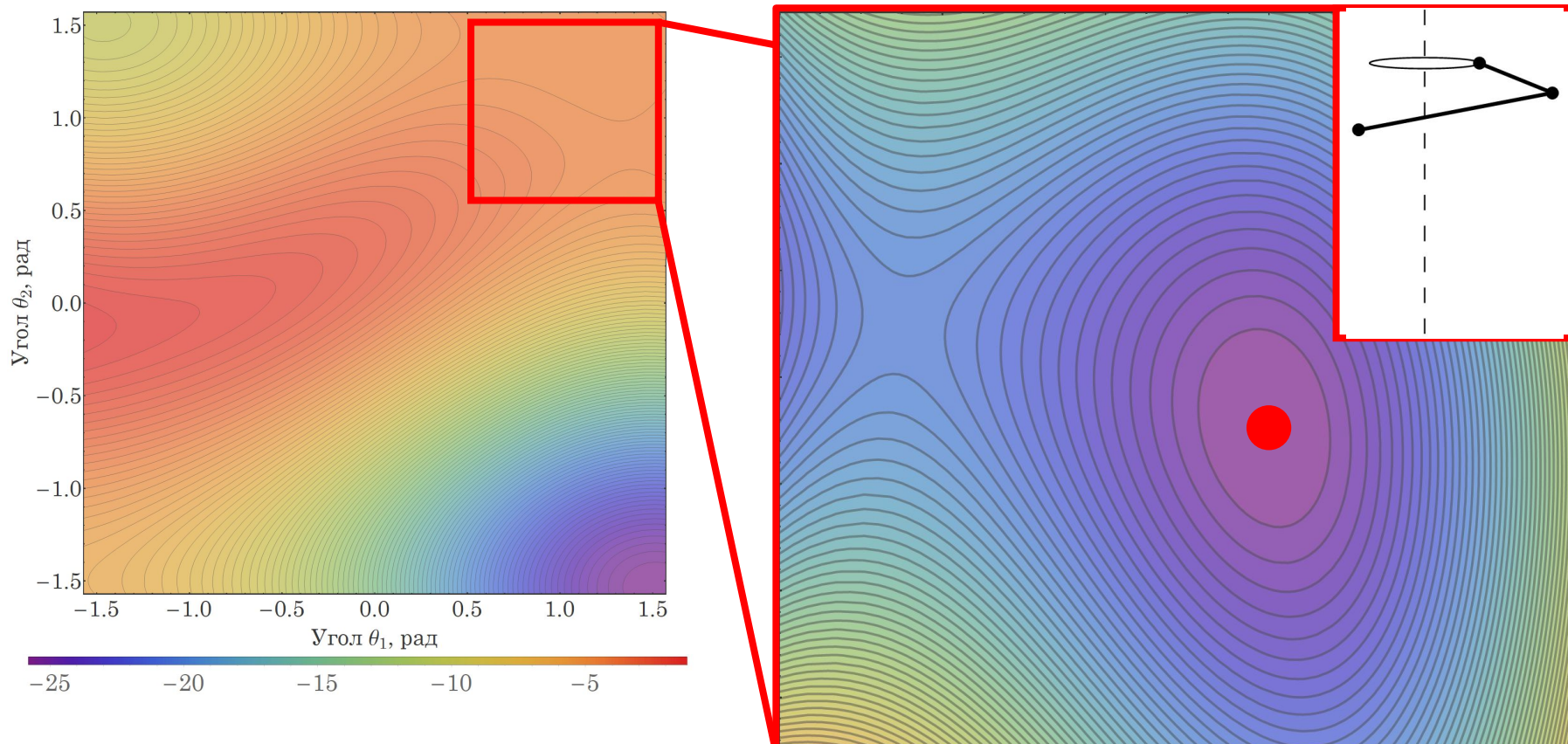
**Горизонтальные
орбиты**

**Вертикальные
орбиты**

**Хаотические
решения**

Устойчивые решения

IYPT 2019
Team 18
Ukraine



Минимум эффективной энергии

Положение устойчиво

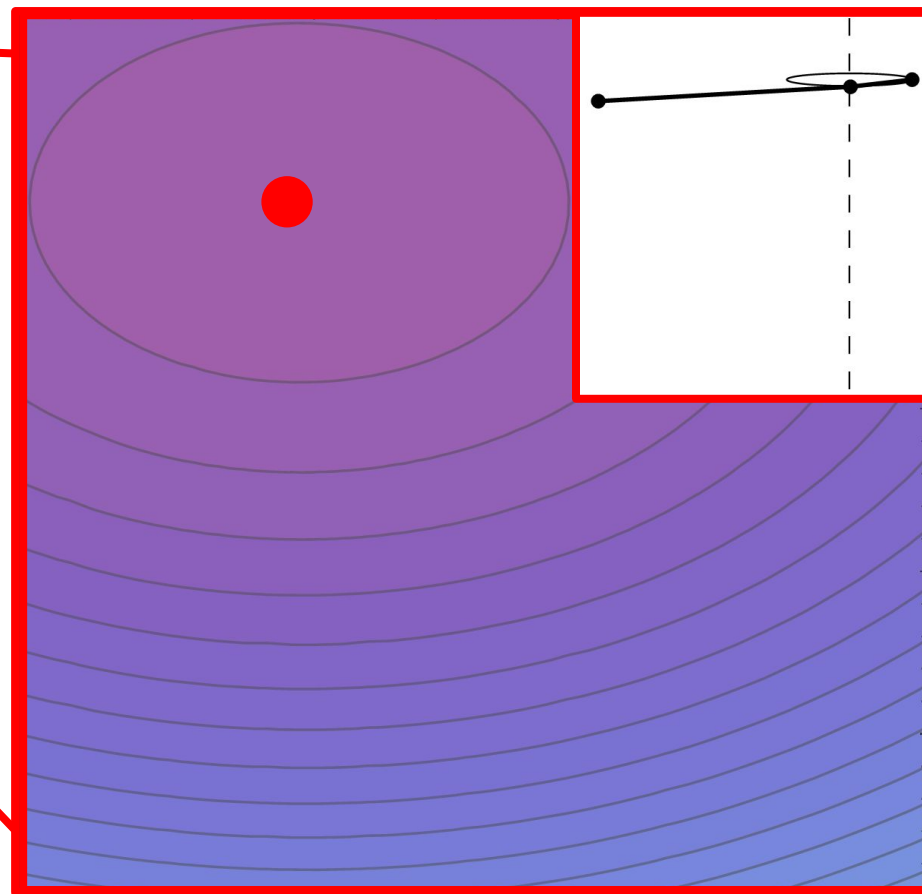
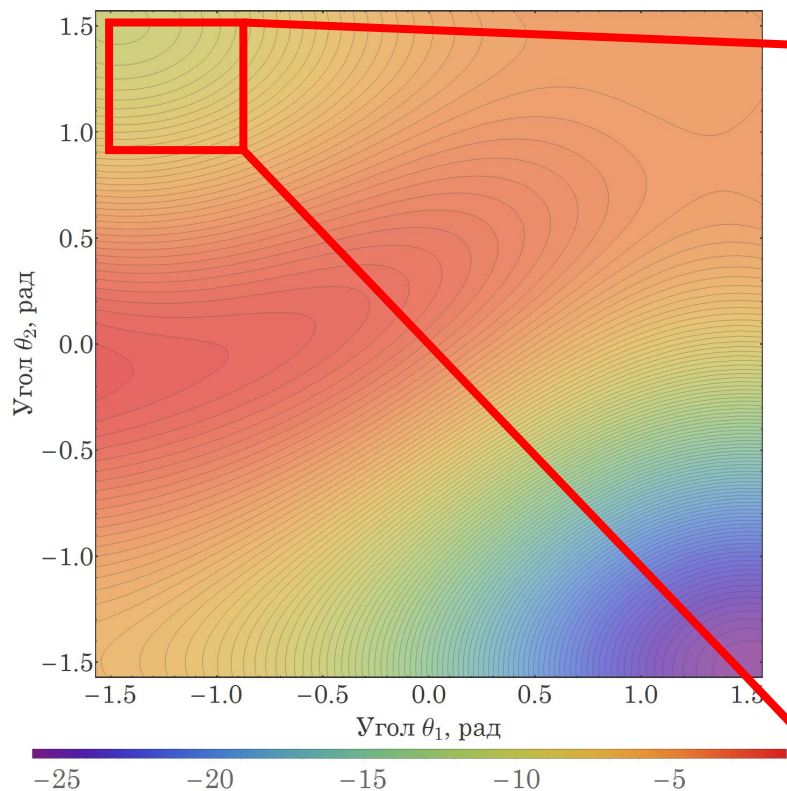
**Горизонтальные
орбиты**

**Вертикальные
орбиты**

**Хаотические
решения**

Устойчивые решения

IYPT 2019
Team 19
Ukraine



Минимум эффективной

Положение устойчиво

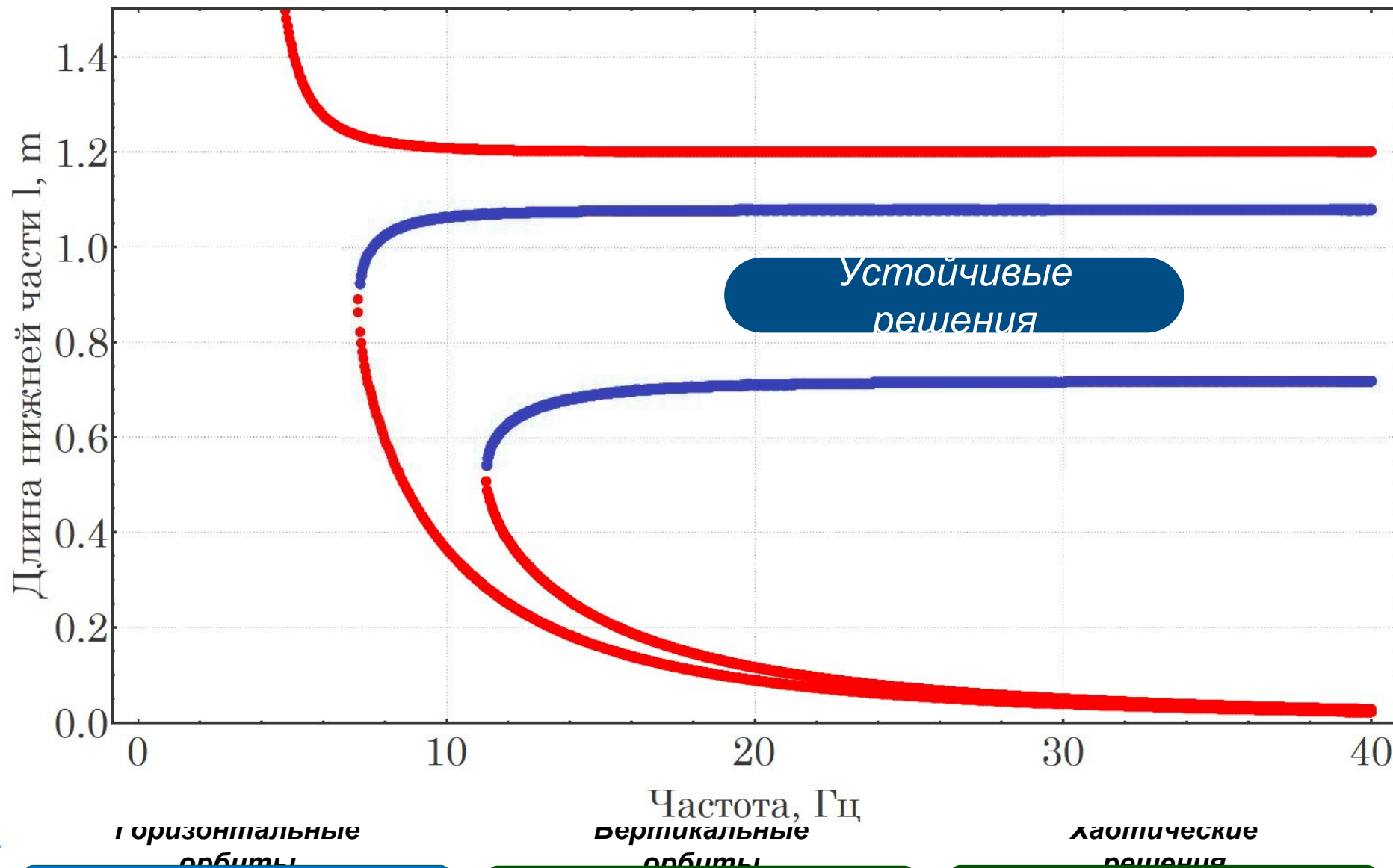
**Горизонтальные
орбиты**

**Вертикальные
орбиты**

**Хаотические
решения**

Устойчивые решения

IYPT 2019
Team 20
Ukraine



Сила трения в системе

IYPT 2019
Team 21
Ukraine

Уравнения движения

$$\begin{cases} -T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = -m\omega^2 r_1 \\ T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg = 0 \\ T_2 \sin \theta_2 = M\omega^2 r_2 \\ T_2 \cos \theta_2 - Mg = 0 \end{cases}$$

Переменные системы

$$\begin{aligned} &T_1, T_2 \\ &l, r_1, r_2, \theta_1, \theta_2 \end{aligned}$$

Решаем систему в приближении отсутствия сил трения, тогда силы натяжения нитей считаем равными

Геометрические условия

$$\begin{cases} r_1 + r_0 = (L - l) \sin \theta_1 \\ r_1 + r_2 = l \sin \theta_2 \end{cases}$$

$$T_2 = T_1 e^{-\mu(\pi - \theta_1 - \theta_2)}$$

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Решение с учётом сил трения

IYPT 2019
Team 22
Ukraine

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

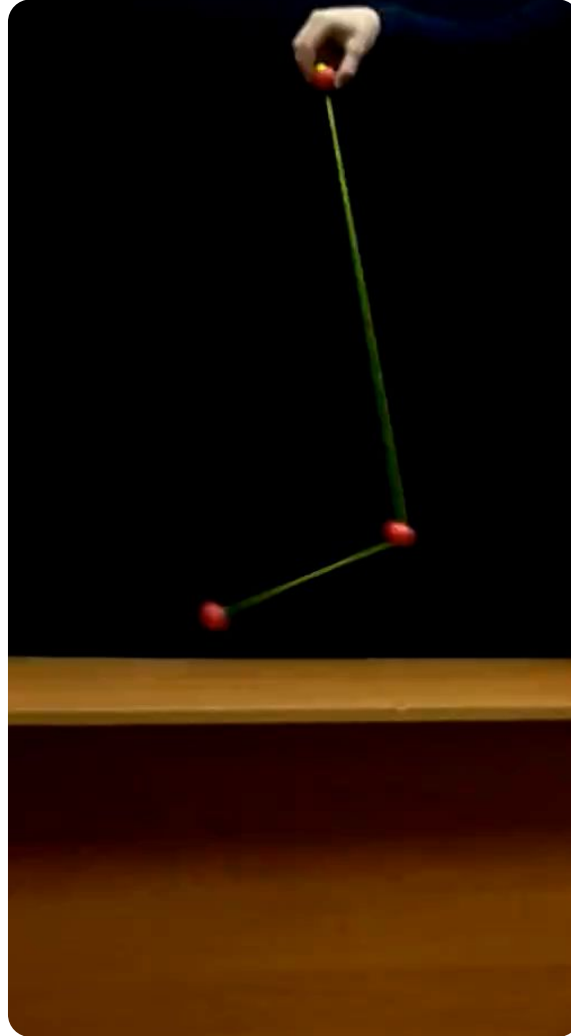
Хаотические
решения

Экспериментальная проверка

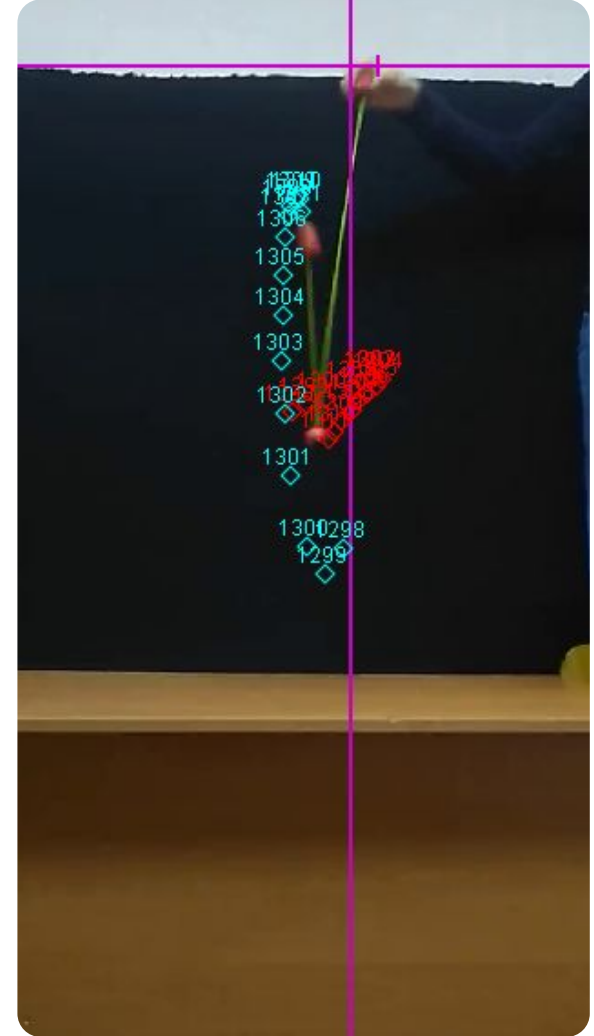
IYPT 2019
Team 23
Ukraine



Горизонтальные
орбиты



Вертикальные
орбиты



Хаотические
орбиты

Экспериментальная проверка

IYPT 2019
Team 24
Ukraine

*Горизонтальные
орбиты*

*Вертикальные
орбиты*

*Хаотические
решения*

Вертикальные орбиты

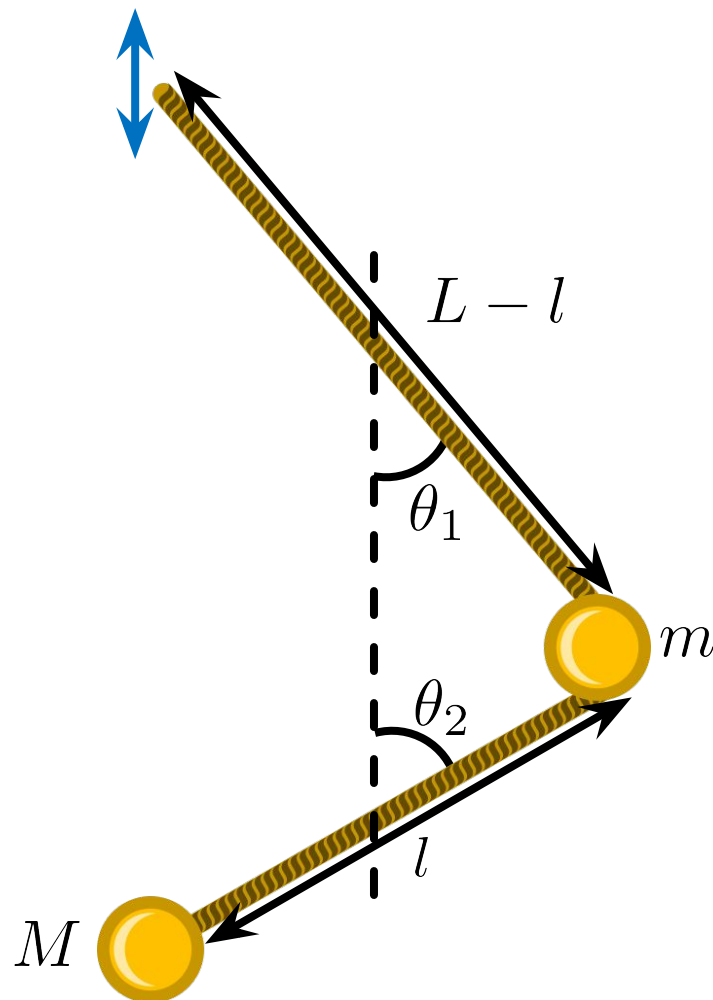
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Геометрия системы

IYPT 2019
Team 26
Ukraine



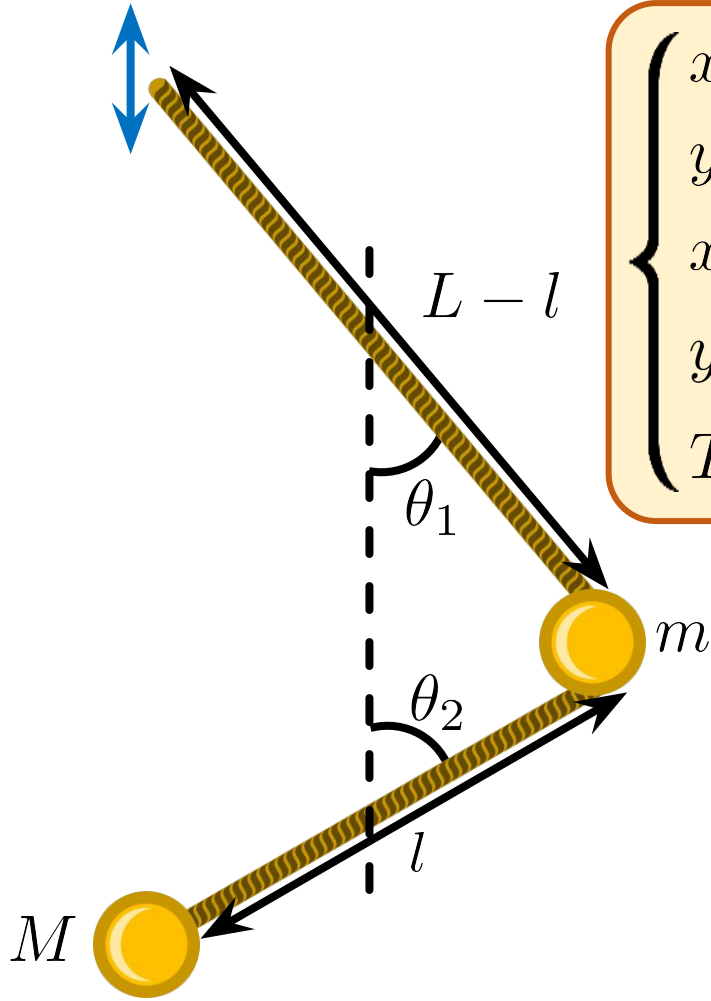
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Геометрия системы

IYPT 2019
Team 27
Ukraine



$$\begin{cases} x_1 = -l \sin \theta_1 \\ y_1 = -l \cos \theta_1 + A \sin \omega t \\ x_2 = -l \sin \theta_1 + (L - l) \sin \theta_2 \\ y_2 = -l \cos \theta_1 - (L - l) \cos \theta_2 + A \sin \omega t \\ T_2 = T_1 e^{-\mu(\pi - \theta_1 - \theta_2)} \end{cases}$$

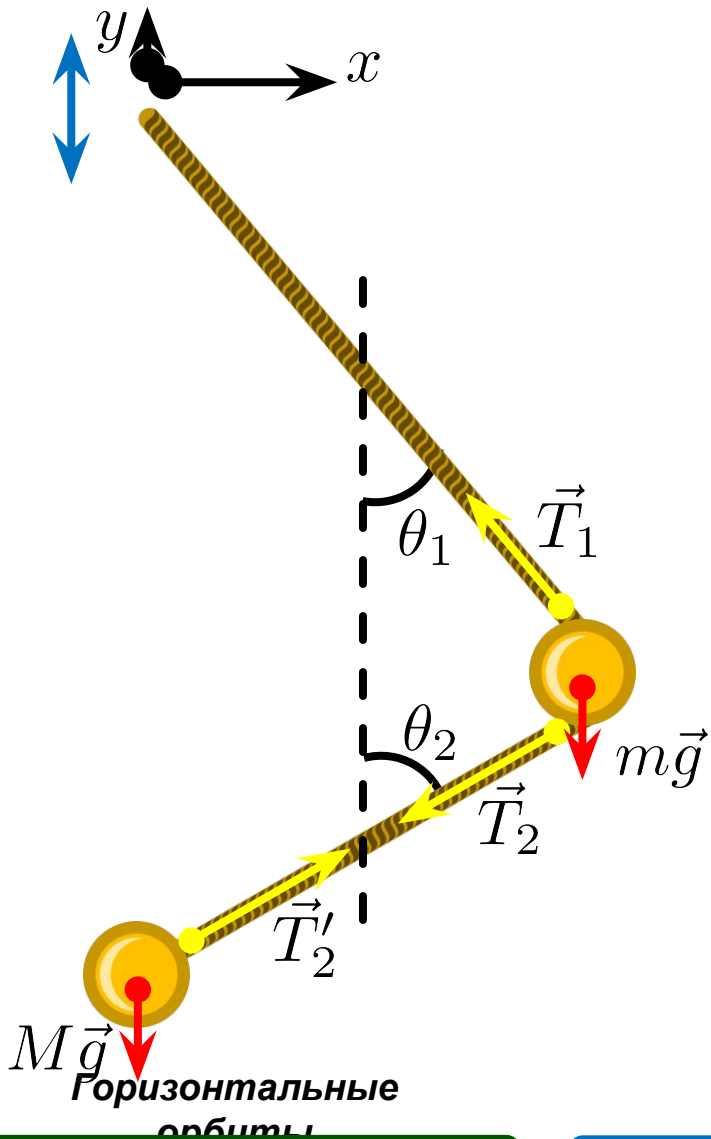
Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Уравнения движения

IYPT 2019
Team 28
Ukraine



Второй закон Ньютона для
обоих шариков

$$m\vec{g} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m\vec{a}_1$$

$$M\vec{g} + \vec{T}'_2 = M\vec{a}_2$$

В проекциях на оси y и x
получаем:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_1 = T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 \\ m\ddot{y}_1 = T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg \\ M\ddot{x}_2 = -T_2 \sin \theta_2 \\ M\ddot{y}_2 = T_2 \cos \theta_2 - Mg \end{cases}$$

Горизонтальные
орбиты

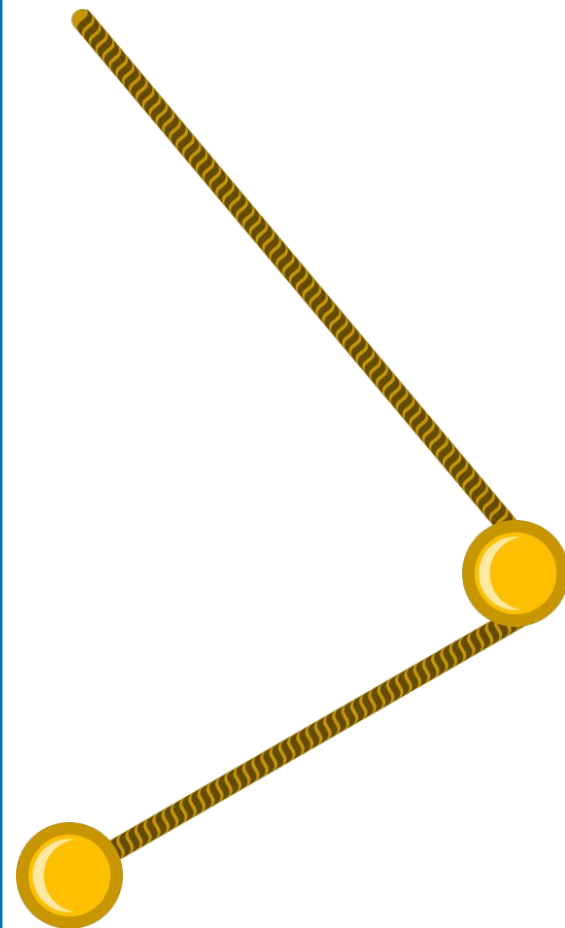
Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Полная система уравнений

IYPT 2019
Team 29
Ukraine

$$\left\{ \begin{array}{l} m\ddot{x}_1 = T_1 \sin \theta_1 + T_2 \sin \theta_2 \\ m\ddot{y}_1 = T_1 \cos \theta_1 - T_2 \cos \theta_2 - mg \\ M\ddot{x}_2 = -T_2 \sin \theta_2 \\ M\ddot{y}_2 = T_2 \cos \theta_2 - Mg \\ x_1 = -l \sin \theta_1 \\ y_1 = -l \cos \theta_1 + A \sin \omega t \\ x_2 = -l \sin \theta_1 + (L - l) \sin \theta_2 \\ y_2 = -l \cos \theta_1 - (L - l) \cos \theta_2 + A \sin \omega t \\ T_2 = T_1 e^{-\mu(\pi - \theta_1 - \theta_2)} \end{array} \right.$$



Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Численное решение

IYPT 2019
Team 30
Ukraine

*Горизонтальные
орбиты*

*Вертикальные
орбиты*

*Хаотические
решения*

Экспериментальная проверка

IYPT 2019
Team 31
Ukraine

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

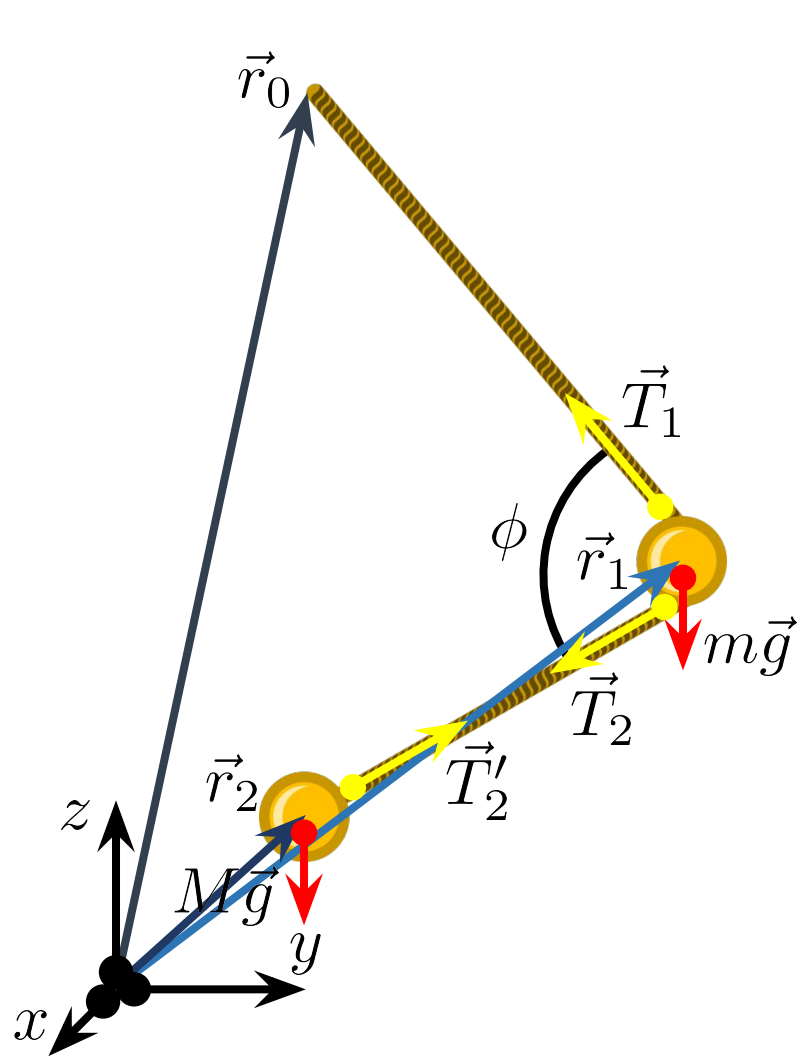
Хаотические решения

Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Хаотические движения



Горизонтальные
орбиты

Вертикальные
орбиты

Хаотические
решения

Что-то теоретическое...

IYPT 2019
Team 34
Ukraine

*Горизонтальные
орбиты*

*Вертикальные
орбиты*

*Хаотические
решения*

Что-то экспериментальное...

IYPT 2019
Team 35
Ukraine

*Горизонтальные
орбиты*

*Вертикальные
орбиты*

*Хаотические
решения*

9. Шарики на нити

IYPT 2019
Team 36
Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

Вертикальные орбиты

- *Качественное и теоретическое изучение динамики движения системы*
- *Изучение устойчивости решений*
- *Экспериментальное изучение*

*Результаты и
выводы*

9. Шарики на нити

IYPT 2019
Team 37
Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

Горизонтальные орбиты

- *Теоретическое изучение динамики движения системы*
- *Экспериментальная проверка решений*

Результаты и выводы

9. Шарики на нити

IYPT 2019
Team 38
Ukraine

Наденьте шарик со сквозным отверстием на нить так, чтобы он мог свободно двигаться вдоль нити. На конце нити закрепите другой шарик. Если периодически двигать свободный конец нити, то можно наблюдать сложное движение обоих шаров. Исследуйте явление.

Хаотические решения

- *Универсальная теоретическая модель для численной симуляции движения системы*

*Результаты и
выводы*

Докладчик – Хорошко Илья

Спасибо за внимание!

