

Тригонометрические Функции

$$y = \sin x, y = \cos x,$$

$$y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x,$$

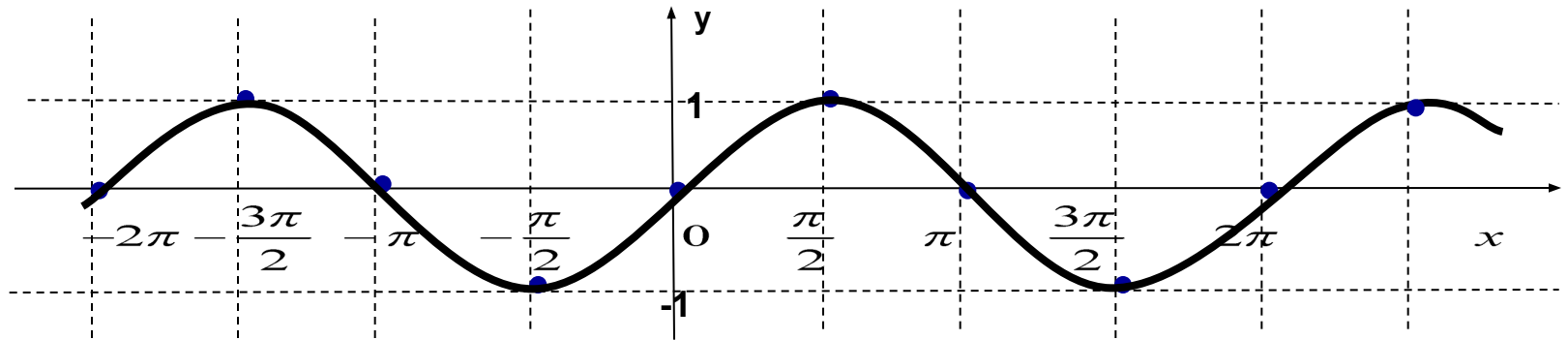
их свойства и графики

Повторение. Схема исследования функции

При исследовании функции находят:

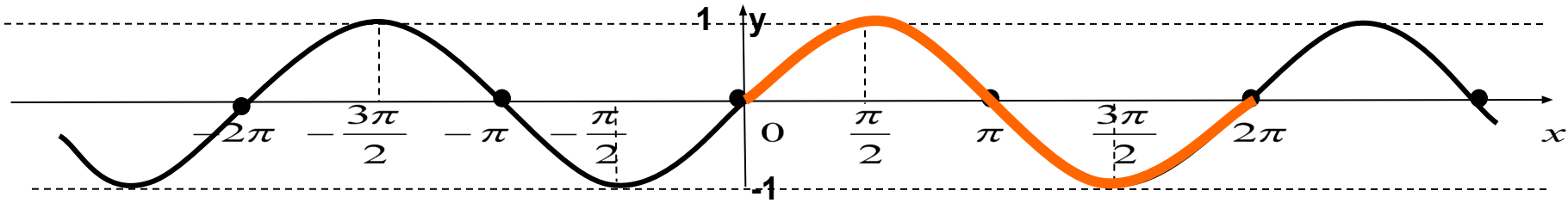
- 1) Область определения
Область значений
- 2) Четность, периодичность,
непрерывность
- 3) Нули функции
- 4) Промежутки знакопостоянства
- 5) Промежутки возрастания, убывания
- 6) Экстремумы

Функция $y = \sin x$, ее свойства и график



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
$y = \sin x$	0	1	0	-1	0	-1	0	1	0

Свойства синуса



Область определения..... $x \in (-\infty; +\infty)$

Область значений..... $y \in [-1; 1]$

Функция нечетная, непрерывная, периодическая ($T = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$)

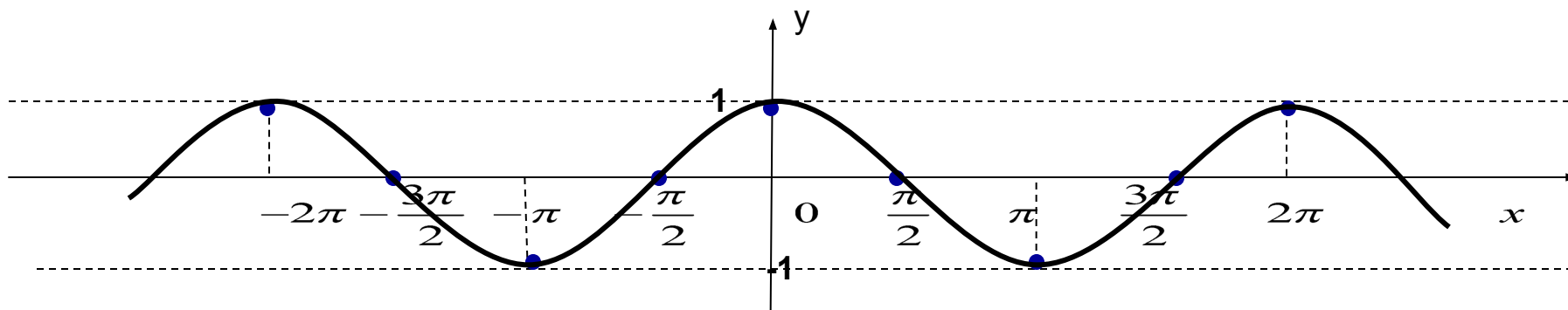
Нули функции в точках $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция положительна при } x \in (\pi n, \pi(n+1)), n \in \mathbb{Z} \\ \text{б) Функция отрицательна при } x \in (-\pi(n+1), -\pi n), n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

6) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция возрастает при } x \in \left[-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z} \\ \text{б) Функция убывает при } x \in \left[\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n\right], n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

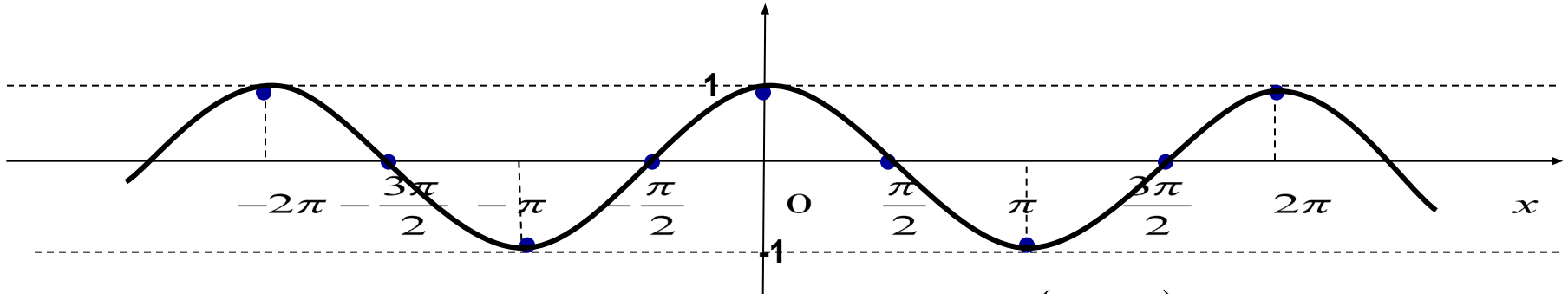
7) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция имеет максимумы, равные 1, при } x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \\ \text{б) Функция имеет минимумы, равные -1, при } x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

Функция $y = \cos x$, ее свойства и график



x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$	$-\frac{3\pi}{2}$	-2π
y	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1

Свойства косинуса



Область определения $x \in (-\infty; +\infty)$

Область значений $y \in [-1; 1]$

Функция четная, непрерывная, периодическая ($T = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$)

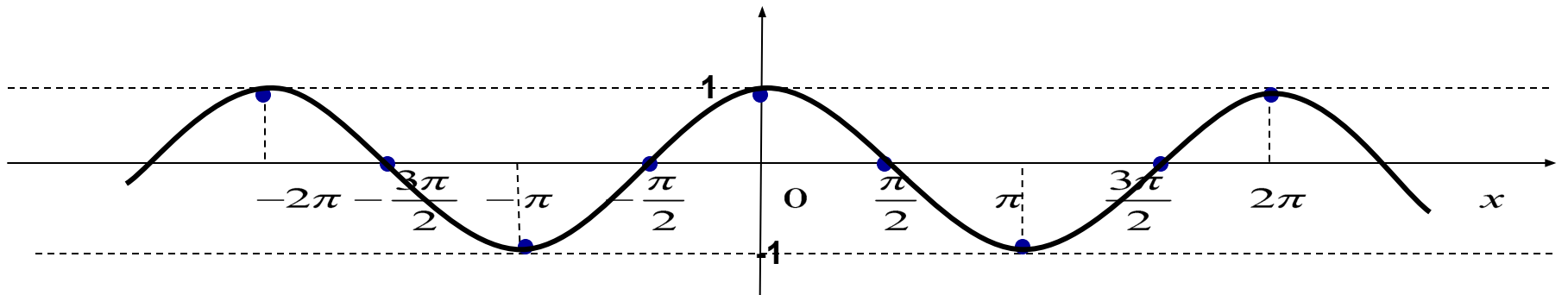
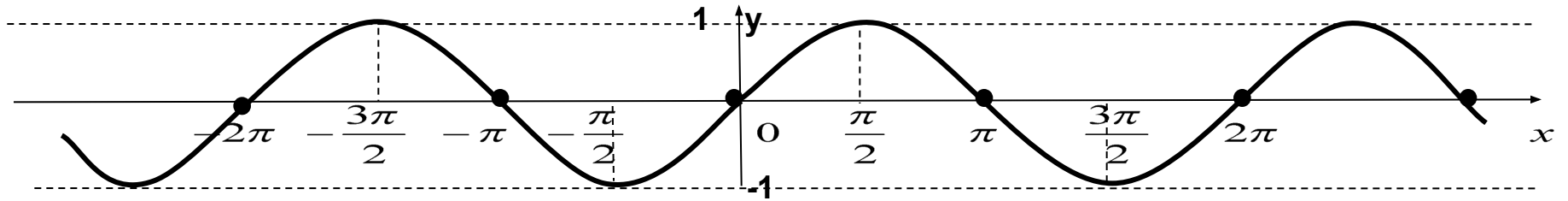
Нули функции в точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция положительна при } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z} \\ \text{б) Функция отрицательна при } x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

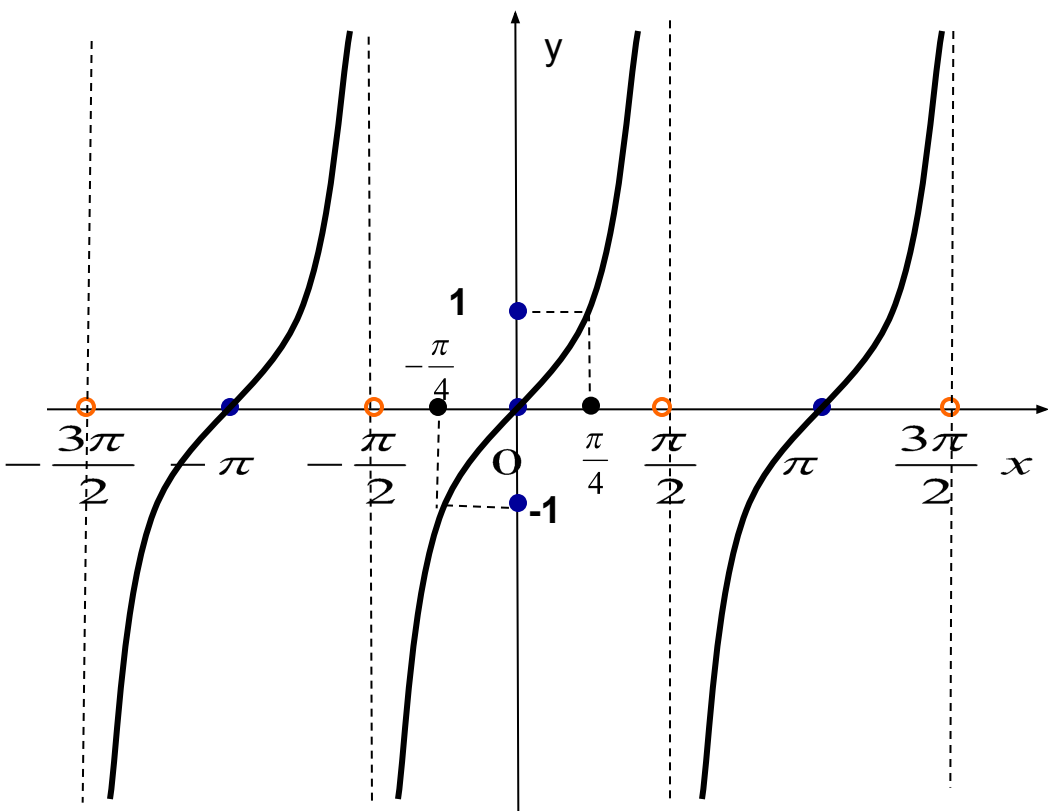
6) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция возрастает при } x \in [-\pi + 2\pi n, 2\pi n], n \in \mathbb{Z} \\ \text{б) Функция убывает при } x \in [2\pi n, \pi + 2\pi n], n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

7) $\left\{ \begin{array}{l} \text{а) Функция имеет максимумы, равные 1, при } x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}; \\ \text{б) Функция имеет минимумы, равные -1, при } x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

Сравните графики синуса и косинуса

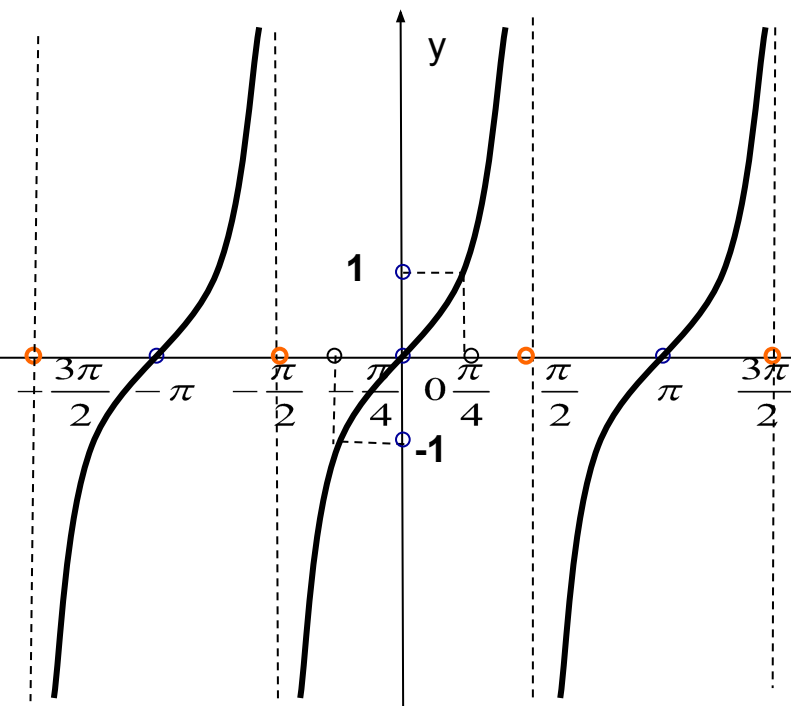


Функция $y = \operatorname{tg} x$, ее свойства и график



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$
y	0	1	—	0	-1	—	0

Свойства тангенса



Область определения $x \in \left(\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n \right), n \in Z$

Область значений $y \in (-\infty; +\infty)$

Вечная, периодическая $(T = \pi n), n \in Z$

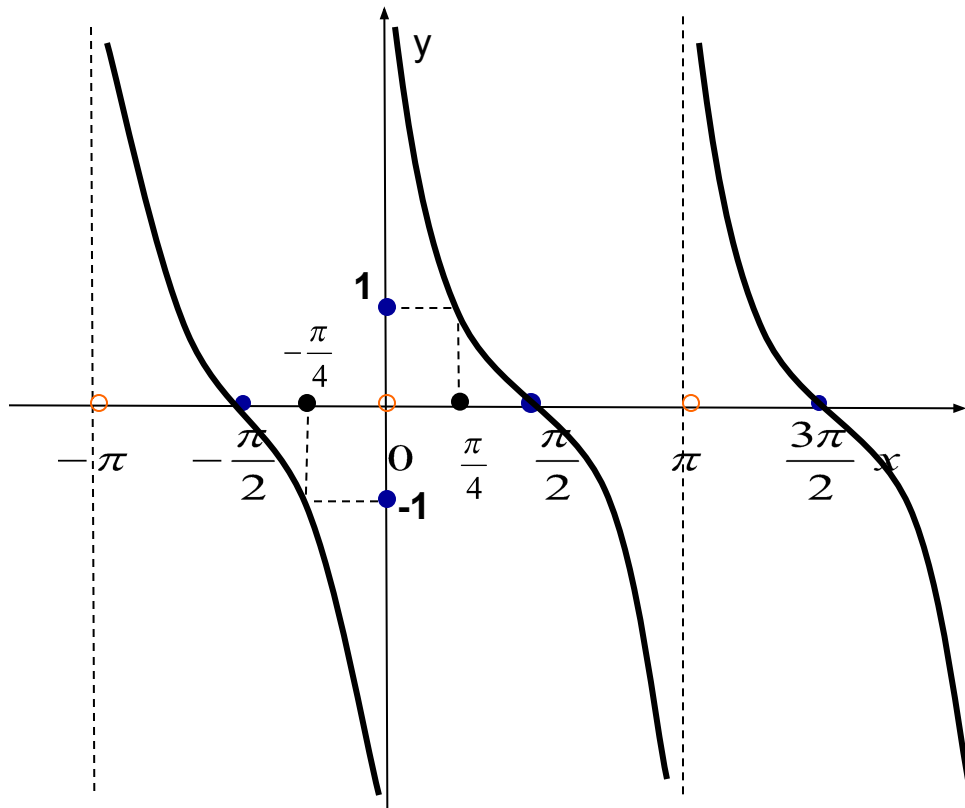
Нули функции в точках $x = \pi n, n \in Z$

5) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Функция положительна при } x \in \left(\pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n \right), n \in Z \\ \text{Функция отрицательна при } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \pi n \right), n \in Z \end{array} \right.$

Функция возрастает при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{3\pi}{2} + \pi n \right), n \in Z$

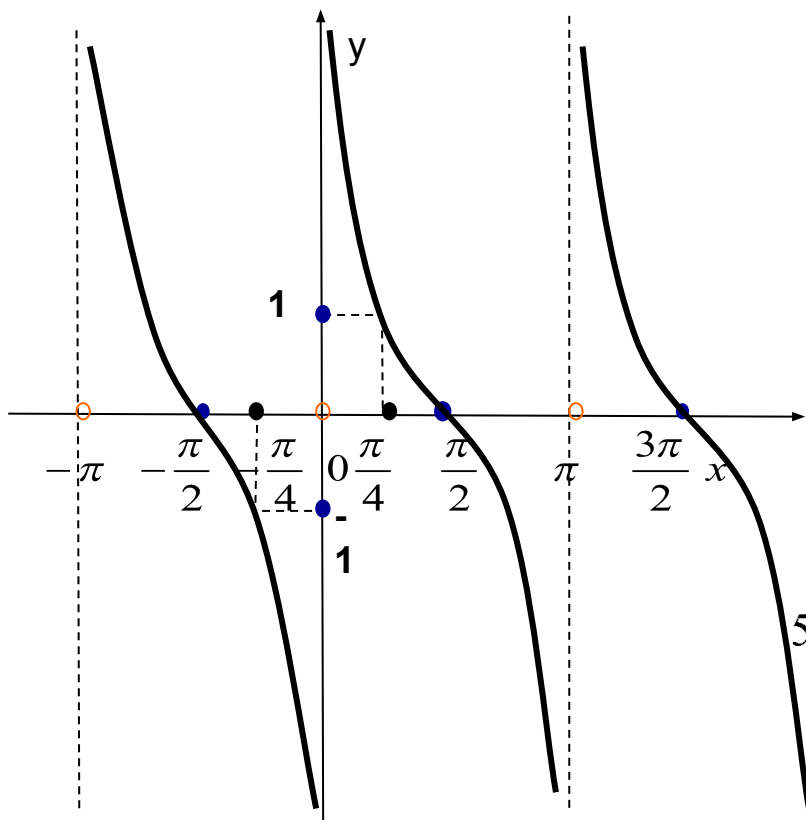
Экстремумов не имеет

Функция $y = \text{Ctg } x$, ее свойства и график



x	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\pi$
y	$-$	1	0	$-$	-1	0	$-$

Свойства котангенса



Область определения $x \in (\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

Область значений $y \in (-\infty; +\infty)$

Вечная, периодическая $(T = \pi n), n \in \mathbb{Z}$

Нули функции в точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

5) $\left\{ \begin{array}{l} \text{Функция положительна при } x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n \right), n \in \mathbb{Z} \\ \text{Функция отрицательна при } x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n \right), n \in \mathbb{Z} \end{array} \right.$

Функция убывает при $x \in (\pi n; \pi + \pi n), n \in \mathbb{Z}$

Экстремумов не имеет