Эконометрические модели прогнозирования дохода от реализации продукции

Орындаған Батырхан.Б.М

- Прогнозирование финансово-экономических показателей на основе трендовых моделей основано на принципе экстраполяции, т.е. перенесении на будущее закономерностей, действовавших в прошлом, и нахождении по уравнению трендовой модели, построенной для изучаемого периода времени прогнозных значений исследуемого показателя. Возможность экстраполяции обеспечивается следующими двумя требованиями:
- общие условия, определяющие тенденции развития финансового показателя, не изменяются существенно в будущем;
- тенденция развития (тренд) показателя описывается аналитическим уравнением.
- Каждое значение временного ряда может состоять из следующих составляющих: тренда, циклических и случайных составляющих.

- Например:
- Модель тренда и цикличности (с аддитивной компонентой) [1]:

$$R(t) = T(t)+S(t)+E(t), \quad (1)$$

где:

$T(t)$ – временной тренд заданного параметрического вида;
$S(t)$ – периодическая (циклическая) составляющая;
$E(t)$ – случайная компонента.

- Общая процедура анализа состоит из следующих этапов:
- выравнивание исходного ряда методом скользящей средней;
- расчет значений циклической компоненты;
- вычитание циклической компоненты из фактических значений;
- расчет тренда на основе полученных данных;
- расчет среднего отклонения или средней относительной ошибки для обоснования соответствия модели исходным данным или для выбора из множества моделей наилучшей;
- проверка независимости значений случайной компоненты E(t), т.е. проверка отсутствия существенной автокорреляции в остаточной последовательности показателей по критерию Дарбина- Уотсона;
- определение прогнозных финансово-экономических показателей по полученным моделям;
- расчет доверительных интервалов прогноза.

- Проведение многомерных статистических наблюдений, в частности регрессионного, трендового анализов, невозможно без массовых наблюдений. В этой связи в результате обработки финансовой отчетности предприятия за 4 года, были рассмотрены ежеквартальные данные и сформирован исходный массив информации для прогнозирования финансово-экономических показателей. Используя методы моделирования временных рядов, содержащих циклические колебания, выполним прогнозирование показателя дохода от реализации продукции предприятия (ДРП).

Таблица 1 — **Расчет циклической компоненты**

№ квартала	ДРП млрд.тенге	Итого за 4 квартала	Скользящие средние за 4 квартала	Центрированная скользящая средняя	Оценка циклической компоненты, S_i
1	45,623	-	-	-	-
2	38,345	172,493	43,123		
3	30,215	173,137	43,284	43,204	-12,989
4	58,310	181,136	45,284	44,284	14,026
5	46,267	209,671	52,418	48,851	-2,584
6	46,344	236,817	59,204	55,811	-9,467
7	58,750	274,645	68,661	63,933	-5,183
8	85,456	306,705	76,676	72,669	12,787
9	84,095	341,862	85,466	81,071	3,024
10	78,404	365,081	91,270	88,368	-9,964
11	93,907	376,341	94,085	92,678	1,229
12	108,675	392,679	98,170	96,128	12,548
13	95,355	407,516	101,879	100,024	-4,669
14	94,742	427,317	106,829	104,354	-9,612
15	108,744	-	-	-	-
16	128,476	-	-	-	-
Примечание - Составлено автором на основе [1]					

2) Рассчитаны оценки циклической компоненты по аддитивной модели и представлены в таблице 2.

Таблица 2 — **Расчет оценок циклической компоненты по аддитивной модели**

Si	№ квартала				∑
	I	II	III	IV	
	-	-	-12,989	14,026	-
	-2,584	-9,467	-5,183	12,787	-
	3,024	-9,964	1,229	12,548	-
	-4,669	-9,612	-	-	-
$\sum$	-4,229	-29,043	-16,942	39,361	-
$\overline{S_i}$	-1,410	-9,681	-5,647	13,120	-3,618
S_i*	-0,505	-8,777	-4,743	14,025	0,000
Примечание — S* — скорректированное значение циклической компоненты					

3) Определен корректирующий коэффициент:

$$k=-3,618/4=-0,904$$

$$S_i^* = \overline{S}_i - k.$$

Значения циклической компоненты вычтены из фактических значений, выполнено аналитическое выравнивание, полученные данные сведены в таблице 3.

Таблица 3 — **Тренд, циклическая и случайная компоненты аддитивной модели**

t	ДРП млрд.тенге	S_i	ДРП- Si	T	T+ S_i	E	A,%
1	45,623	-0,505	46,128	33,824	33,319	12,304	27,0
2	38,345	-8,777	47,122	39,328	30,552	7,793	20,3
3	30,215	-4,743	34,958	44,833	40,090	-9,875	32,7
4	58,310	14,025	44,285	50,337	64,362	-6,052	10,4
5	46,267	-0,505	46,772	55,842	55,336	-9,069	19,6
6	46,344	-8,777	55,121	61,346	52,569	-6,225	13,4
7	58,750	-4,743	63,493	66,850	62,107	-3,357	5,7
8	85,456	14,025	71,431	72,355	86,379	-0,923	1,1
9	84,095	-0,505	84,600	77,859	77,354	6,741	8,0
10	78,404	-8,777	87,181	83,363	74,587	3,817	4,9
11	93,907	-4,743	98,650	88,868	84,125	9,782	10,4
12	108,675	14,025	94,650	94,372	108,397	0,278	0,3
13	95,355	-0,505	95,860	99,876	99,371	-4,016	4,2
14	94,742	-8,777	103,519	105,381	96,604	-1,862	2,0
15	108,744	-4,743	113,487	110,885	106,142	2,602	2,4
16	128,476	14,025	114,451	116,389	130,414	-1,938	1,5
Примечание – Составлено автором на основе [1]							

Результаты аналитического выравнивания:

	с учетом циклической компоненты	без учета циклической компоненты
R	0,969	0,939
R^2	0,939	0,882
Количество наблюдений	16	16
Свободный член регрессии	28,320	25,939
Коэффициент регрессии	5,504	5,784.
Средняя относительная ошибка аппроксимации,%	10,2%	14,4%.

Следовательно, наиболее точные характеристики получим с учетом циклической компоненты и аддитивная модель по формуле (1) примет следующий вид:

$$ДРП=28,320+5,504\ t + S_i \qquad (2)$$

Оценка адекватности полученной модели:

Критерий Фишера: $F_{рас}$= 216,771>$F_{табл}$=4,60, при уровне значимости α= 0,05 и числе степеней свободы ν_1 =1 и ν_2 = 14.

Средняя относительная ошибка аппроксимации: A=10,2%.

Определены точечные прогнозные значения показателя ДРП на 4 квартала вперед:

T_{17}=28,320+5,504*17+ Si=121,389 T_{19}=28,320+5,504*19 + Si=128,160.

T_{18}=28,320+5,504*18+ Si=118,622 T_{20}=28,320+5,504*20 + Si=152,432.

Прогноз показателя *ДРП* на предстоящий год составит:

$$121,389+ 118,622 + 128,160+152,432=520,601.$$

Для расчета доверительных интервалов воспользуемся формулой [2]:

$$u_y = y*(n+L) \pm t_\alpha S_e \sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{3(n+2L-1)^2}{n(n^2-1)}}, \quad (3)$$

где:

$y*(n+L)$ - точечный прогноз по модели,

L - период прогнозирования,

n - количество наблюдений;

t_α - табличное значение t-критерия Стьюдента при уровне значимости α;

S_e - среднее квадратическое отклонение от тренда, определяемое по следующей формуле:

$$S_e = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(Y_i - Y_i)^2}{n-k}}, \quad (4)$$

где:

k - число параметров уравнения.

Значение t_α =2,145 при уровне значимости α =0,05 и числе степеней свободы ν=14; S_e=6,89.

Границы доверительного интервала для прогнозного значения ДРП составят:

u_y =[520,601-6,89*2,145*1,129; 520,601+ 6,89*2,145*1,129]=[503,906;537,296].

Таким образом, для аддитивной модели (2) получены доверительные интервалы прогноза, в которые с доверительной вероятностью 95% при условии сохранения сложившейся тенденции попадает прогнозируемая величина показателя ДРП.

Сделаем анализ полученных данных с помощью производственной функции Кобба-Дугласа (ПФКД), которая связывает основной капитал и затраты используемых ресурсов с объемом выпускаемой продукции и имеет следующий вид [3]:

$$Y = aK^\alpha L^\beta, \quad (5)$$

где:

a, α, β – параметры ПФКД;

K - объем используемого основного капитала(объем используемых основных фондов);

L – затраты живого труда.

Приведем данную функцию к линейной путем её логарифмирования:

$$\ln Y = \ln a + \alpha \ln K + \beta \ln L. \quad (6)$$

Результаты логарифмирования показателей приведены в таблице 4

Таблица 4 – **Результаты логарифмирования показателей**

Кварталы	Объем выпускаемой продукции Y, млрд. тенге	Объем используемого основного капитала K, млрд. тенге	Затраты живого труда L, млрд. тенге	ДРП* (расчетное)
	LN(ДРП)	LN(ОС)	LN(ФОТ)	-
1	3,820	4,306	0,981	40,7
2	3,647	4,343	0,699	38,4
3	3,408	4,348	1,058	42,9
4	4,066	4,380	1,398	48,4
5	3,834	4,391	1,466	49,8
6	3,836	4,415	1,163	46,3
7	4,073	4,453	1,353	50,2
8	4,448	5,144	1,665	88,1
9	4,432	5,137	1,744	89,7
10	4,362	5,159	1,911	95,7
11	4,542	5,139	1,744	89,8
12	4,688	5,166	1,586	87,3
13	4,558	5,265	1,820	100,0

14	4,551	5,249	1,885	100,9
15	4,689	5,288	2,193	113,5
16	4,856	5,309	2,042	110,1
Примечание - Таблица составлена автором на основе [3]				

Результаты регрессионного анализа приведены в таблицах 5-7.

Таблица 5 – **Показатели регрессионной статистики**

Регрессионная статистика	
Множественный R	0,9393
R-квадрат	0,8824
Нормированный R-квадрат	0,8643
Стандартная ошибка	0,1584
Наблюдения	16

Таблица 6 – **Показатели дисперсионного анализа**

Дисперсионный анализ					
	df	SS	MS	F	Значимость F
Регрессия	2	2,4453	1,2227	48,7555	0,0000
Остаток	13	0,3260	0,0251		
Итого	15	2,7713			

Таблица 7 - **Показатели регрессионного анализа**

	Коэффициенты	Стандартная ошибка	t-статистика	P-значение	Нижние 95%	Верхние 95%
Y-пересечение	0,4928	0,7254	0,6794	0,5088	-1,0743	2,0599
LN(ОС)	0,6792	0,2069	3,2823	0,0059	0,2322	1,1263
LN(ФОТ)	0,2950	0,2147	1,3744	0,1925	-0,1687	0,7588

По данным, полученным в таблице 7, следует, что lna = 0,4928, т.е. $a = e^{0,4928} = 1,6369$, $\alpha = 0,6792$; $\beta = 0,2950$. Следовательно, получим следующую функцию $\hat{Y}$, аппроксимирующую эмпирическую зависимость объема выпускаемой продукции (ДРП) от объема используемых основных фондов (ОС) и затрат труда (ФОТ):

$$\hat{Y} = 1,6369K^{0,6792}L^{0,2950}, \quad (7)$$

при этом $\alpha+\beta = 0,6792+0,2950=0,9742\approx1$. Достаточно близкие к единице значения коэффициента множественной корреляции и коэффициента детерминации свидетельствуют о наличии тесной взаимосвязи между рассматриваемыми факторными признаками K и L и результирующим признаком Y. Определим среднюю относительную ошибку аппроксимации: A= 11,1%.

- Таким образом, расхождение с моделью (2) составляет 0,9%. Следовательно, рассматриваемая статистическая совокупность, связывающая объем выпускаемой продукции с используемым основным капиталом и затратами труда, подчиняется производственной функции Кобба-Дугласа, что соответствует известным постулатам экономической теории