Формула
бинома Ньютона

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ *формула квадрата суммы двух выражений*

$(a+b)^2(a+b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a+b)$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a+b)^3(a+b) = (a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3)(a+b)$

$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

$$(a+b)^{2} = a^2 + 2ab + b^2$$

$$a^2b^0 + 2a^1b^1 + a^0b^2$$

$$(a+b)^{3} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + a^0b^3$$

$$(a+b)^{4} = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + a^0b^4$$

$$(a+b)^2 = \underline{a}^2\underline{b}^0 + 2\underline{a}^1\underline{b}^1 + \underline{a}^0\underline{b}^2$$

$$(a+b)^3 = \underline{a}^3\underline{b}^0 + 3\underline{a}^2\underline{b}^1 + 3\underline{a}^1\underline{b}^2 + \underline{a}^0\underline{b}^3$$

$$(a+b)^4 = \underline{a}^4\underline{b}^0 + 4\underline{a}^3\underline{b}^1 + 6\underline{a}^2\underline{b}^2 + 4\underline{a}^1\underline{b}^3 + \underline{a}^0\underline{b}^4$$

Треугольник Паскаля

Формула бинома Ньютона

$C_1^0 \quad C_1^1$

$1 \quad 1$

$C_2^0 \quad C_2^1 \quad C_2^2$

$1 \quad 2 \quad 1$

$C_3^0 \quad C_3^1 \quad C_3^2 \quad C_3^3$

$1 \quad 3 \quad 3 \quad 1$

$C_4^0 \quad C_4^1 \quad C_4^2 \quad C_4^3 \quad C_4^4$

$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$

$C_5^0 \quad C_5^1 \quad C_5^2 \quad C_5^3 \quad C_5^4 \quad C_5^5$

$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$

...

$\boldsymbol{C_n^0} \quad \boldsymbol{C_n^1} \quad \boldsymbol{C_n^2} \quad \boldsymbol{C_n^{n-1}} \quad \ldots \quad \boldsymbol{C_n^n}$

$(a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$

$(a+b)^3 = 1a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 1b^3$

$(a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$

$C_n^0, C_n^1, C_n^2, \ldots, C_n^{n-1}, C_n^n$ – биномиальные коэффициенты

$$\boxed{(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n}$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \cdots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$$

Пример

Раскрыть скобки в выра

а) $(a+2b)^3$ в) $(x-y)^6$

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

…

Решение

:

а) $(a+2b)^3$ $1a$ $3a$ $2b$

$= a^3 + 6a^2b + 12ab^2 + 8b^3$

б) $\left(3t+\frac{3}{t}\right)^4$ 1 4 1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

…

$= 81t^4 + \ldots \frac{81}{t^4}$

Раскрыть скобки в вы

а) $(a+2b)^3$

в) $(x-y)^6$

Решение

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

...

$$= x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$$

$$(x-y)^6 = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$$

Пример

В разложении $\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10}$ по степеням переменной x указать:

Решение:

$$\left(x+\frac{1}{x}\right)^{10} =$$

$$= x^{10} + 10x^{8} + 45x^{6} + 120x^{4} + 210x^{2} + 252 + 210x^{-2} + 120x^{-4} + 45x^{-6} + 10x^{-8} + x^{-10}$$

Ответ: а) $10x^{8}$; б) $120x^{4}$; в) $210x^{-2}$; г) 252.

$$= x^{10} + 10x^{8} + 45x^{6} + 120x^{4} + 210x^{2} + 252 + 210\frac{1}{x^{2}} + 120\frac{1}{x^{4}} + 45\frac{1}{x^{6}} + 10\frac{1}{x^{8}} + \frac{1}{x^{10}}$$

Пример

Найти коэффициент при x^3 у многочлена $P(x) = (x+2)^5 - (2x+1)^4$.

Решение:

$(x+2)^5 = x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132$

$(2x+1)^4 = 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$

$(x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132) - (16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1) =$

$= x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132 - 16x^4 - 32x^3 - 24x^2 - 8x - 1 =$

$= x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 56x^2 + 72x + 131$

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

…

Ответ: 8.

Сумма биномиальных коэффициентов равна степени числа 2.

$$\boxed{2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n}$$

$$1 + 1 = 2^1$$

$$1 + 2 + 1 = 2^2$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

…

Формула бинома Ньютона

$$n \qquad n-1+1 \qquad n-2+2 \qquad 1+n-1 \qquad n$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$$

$C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-1}, C_n^n$ – биномиальные коэффициенты

$$C_1^0 \quad C_1^1$$

$$C_2^0 \quad C_2^1 \quad C_2^2$$

$$C_3^0 \quad C_3^1 \quad C_3^2 \quad C_3^3$$

$$C_4^0 \quad C_4^1 \quad C_4^2 \quad C_4^3 \quad C_4^4$$

$$\dots$$

$$\boldsymbol{C_n^0 \quad C_n^1 \quad C_n^2 \quad C_n^{n-1} \quad \dots \quad C_n^n}$$

$$(x+1)^n = C_n^0 x^n + \ C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \cdots + C_n^{n-1} x + C_n^n$$

$\underline{x = 1}$

$$(1+1)^n = C_n^0 1^n + \ C_n^1 1^{n-1} + C_n^2 1^{n-2} + \cdots + C_n^{n-1} 1 + C_n^n$$

$$\boxed{2^n = C_n^0 + \ C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^{n-1} + C_n^n}$$

Сумма биномиальных коэффициентов
равна степени числа 2.