

Формула бинома Ньютона

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формула квадрата суммы двух выражений

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$$(a + b)^{\textcircled{2}} = a^2 + 2ab + b^2$$

$a^2b^0 + 2a^1b^1 + a^0b^2$

$$(a + b)^{\textcircled{3}} = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$a^3b^0 + 3a^2b^1 + 3a^1b^2 + a^0b^3$

$$(a + b)^{\textcircled{4}} = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$$

$a^4b^0 + 4a^3b^1 + 6a^2b^2 + 4a^1b^3 + a^0b^4$

$$(a + b)^2 = \underline{a^2} \underline{b^0} + 2 \underline{a^1} \underline{b^1} + \underline{a^0} \underline{b^2}$$

$$(a + b)^3 = \underline{a^3} \underline{b^0} + 3 \underline{a^2} \underline{b^1} + 3 \underline{a^1} \underline{b^2} + \underline{a^0} \underline{b^3}$$

$$(a + b)^4 = \underline{a^4} \underline{b^0} + 4 \underline{a^3} \underline{b^1} + 6 \underline{a^2} \underline{b^2} + 4 \underline{a^1} \underline{b^3} + \underline{a^0} \underline{b^4}$$

Треугольник Паскаля

Формула бинома Ньютона

$$\begin{matrix} C_1^0 & C_1^1 \\ C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 \end{matrix} \quad (a+b)^2 = 1a^2 + 2ab + 1b^2$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

$$\begin{matrix} C_4^0 & 1 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & 1 & C_4^4 \end{matrix} \quad (a+b)^4 = 1a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + 1b^4$$

$$C_5^0, C_5^1, C_5^2, C_5^3, C_5^4, C_5^5 \text{ — биномиальные коэффициенты}$$

...

$$C_n^0 \quad C_n^1 \quad C_n^2 \quad C_n^{n-1} \quad \dots \quad C_n^n$$

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$$

Пример

Раскрыть скобки в выражении

а) $(a + 2b)^3$

Решение

а) $(a + 2b)^3$

		1		1		
		1	2	1		
		1	3	3	1	
		1	4	6	4	1
	1	5	10	10	5	1
			...			

в) $(x - y)^6$

б) $\left(3t + \frac{3}{t}\right)^4$

$= 81t^4 +$

		1		1		
		1	2	1		
		1	3	3	1	
	1	4	6	4	1	
	1	5	10	10	5	1
			...			

Раскрыть скобки в вы

a) $(a + 2b)^3$

Решение

			1	1			
			1	2	1		
			1	3	3	1	
			1	4	6	4	1
		1	5	10	10	5	1
	1	6	15	20	15	6	1
				...			

b) $(x - y)^6$

$$= x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$$

$$(x - y)^6 = x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$$

Пример

В разложении $\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10}$ по степеням переменной x указать:

Решение:

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^{10} =$$

$$= x^{10} + 10x^8 + 45x^6 + 120x^4 + 210x^2 + 252 + 210x^{-2} + 120x^{-4} + 45x^{-6} + 10x^{-8} + x^{-10}$$

Отвечая: а) $10x^8$; б) $45x^6$; в) $120x^4$; г) $210x^2$; д) 252 ; е) $210\frac{1}{x^2}$; ж) $120\frac{1}{x^4}$; з) $45\frac{1}{x^6}$; и) $10\frac{1}{x^8}$; к) $\frac{1}{x^{10}}$

Пример

Найти коэффициент при x^3 у многочлена $P(x) = (x + 2)^5 - (2x + 1)^4$.

Решение:

$$(x + 2)^5$$

$$(2x + 1)^4 = x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132$$

$$= 16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1$$

$$(x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132) - (16x^4 + 32x^3 + 24x^2 + 8x + 1) =$$

$$= x^5 + 10x^4 + 40x^3 + 80x^2 + 80x + 132 - 16x^4 - 32x^3 - 24x^2 - 8x - 1 =$$

$$= x^5 - 6x^4 + 8x^3 + 56x^2 + 72x + 131$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

...

Ответ: 8.

Сумма биномиальных коэффициентов
равна степени числа 2.

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$$

$$1 + 1 = 2^1$$

$$1 + 2 + 1 = 2^2$$

$$1 + 3 + 3 + 1 = 2^3$$

$$1 \quad 4 \quad 6 \quad 4 \quad 1$$

$$1 \quad 5 \quad 10 \quad 10 \quad 5 \quad 1$$

...

Формула бинома

Ньютона

$$(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^{n-1} a^1 b^{n-1} + C_n^n b^n$$

$C_n^0, C_n^1, C_n^2, \dots, C_n^{n-1}, C_n^n$ – биномиальные коэффициенты

$$\begin{array}{cccccc} & & C_1^0 & C_1^1 & & \\ & & & & & \\ & & C_2^0 & C_2^1 & C_2^2 & \\ & & & & & \\ & & C_3^0 & C_3^1 & C_3^2 & C_3^3 \\ & & & & & \\ & & C_4^0 & C_4^1 & C_4^2 & C_4^3 & C_4^4 \\ & & & & & & \\ & & & & \dots & & \\ & & & & & & \\ & & C_n^0 & C_n^1 & C_n^2 & C_n^{n-1} & \dots & C_n^n \end{array}$$

$$(x + 1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1} + C_n^2 x^{n-2} + \dots + C_n^{n-1} x + C_n^n$$

$$\underline{x = 1}$$

$$(1 + 1)^n = C_n^0 1^n + C_n^1 1^{n-1} + C_n^2 1^{n-2} + \dots + C_n^{n-1} 1 + C_n^n$$

$$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^{n-1} + C_n^n$$

Сумма биномиальных коэффициентов
равна степени числа 2.