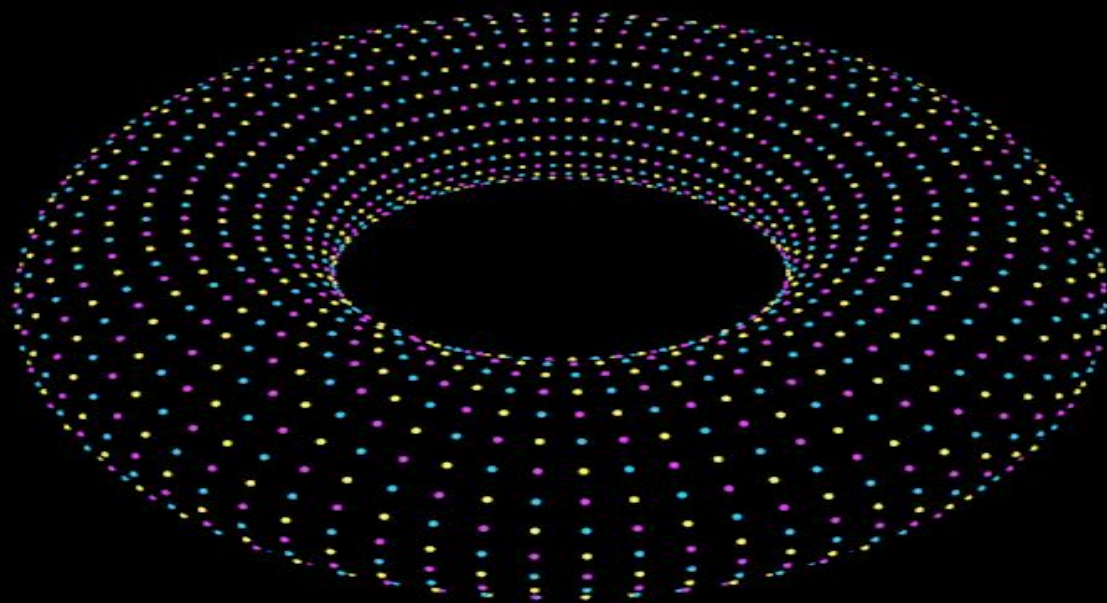


*Лекционная тема 4: Логика и техника  
инвестиционных расчетов*



***ВРЕМЯ  
ГЕНЕРИРУЕТ  
ДЕНЬГИ***

Существенным является такое понятие как **«временная ценность денег»**, задействованных в инвестиционном процессе.

Важность учета фактора времени обусловлена принципом неравноценности денег, относящихся к различным моментам времени: равные по абсолютной величине денежные суммы "сегодня" и "завтра" оцениваются по разному.

**Какие деньги «стоят» дороже, сегодняшние или завтрашние?**



**С чем это связано?**

## Во первых

- Деньги можно продуктивно использовать во времени как приносящий доход финансовый актив, то есть деньги могут быть инвестированы и тем самым принести доход. Рубль сегодня ценнее чем рубль завтра.

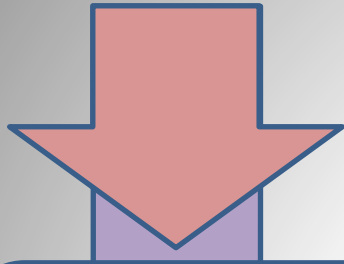
## Во вторых

- Инфляционные процессы ведут к обесцениванию денег во времени. Сегодня на рубль можно купить товара больше, чем завтра на этот же рубль, так как цены на товар повышаются.

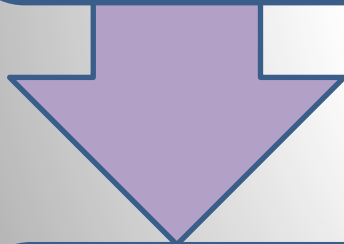
## В третьих

- Неопределенность будущего и связанный с этим риск повышает ценность имеющихся денег. Сегодня рубль уже есть и его можно израсходовать на потребление, а будет ли он завтра, – еще вопрос.

*Временная стоимость денег* имеет отношение к двум процессам:



к процессу расчета *будущей стоимости*, т.е. стоимости суммы в будущем, полученной или уплаченной сегодня.



к процессу определения *текущей стоимости*, т.е. сегодняшней стоимости суммы, обещанной в какой-либо момент в будущем

Простейшим примером инвестирования является однократное предоставление в долг некоторой суммы

**PV** (Present Value — текущая стоимость )

для того, что бы через некоторое время  $t$  получить некоторую большую сумму

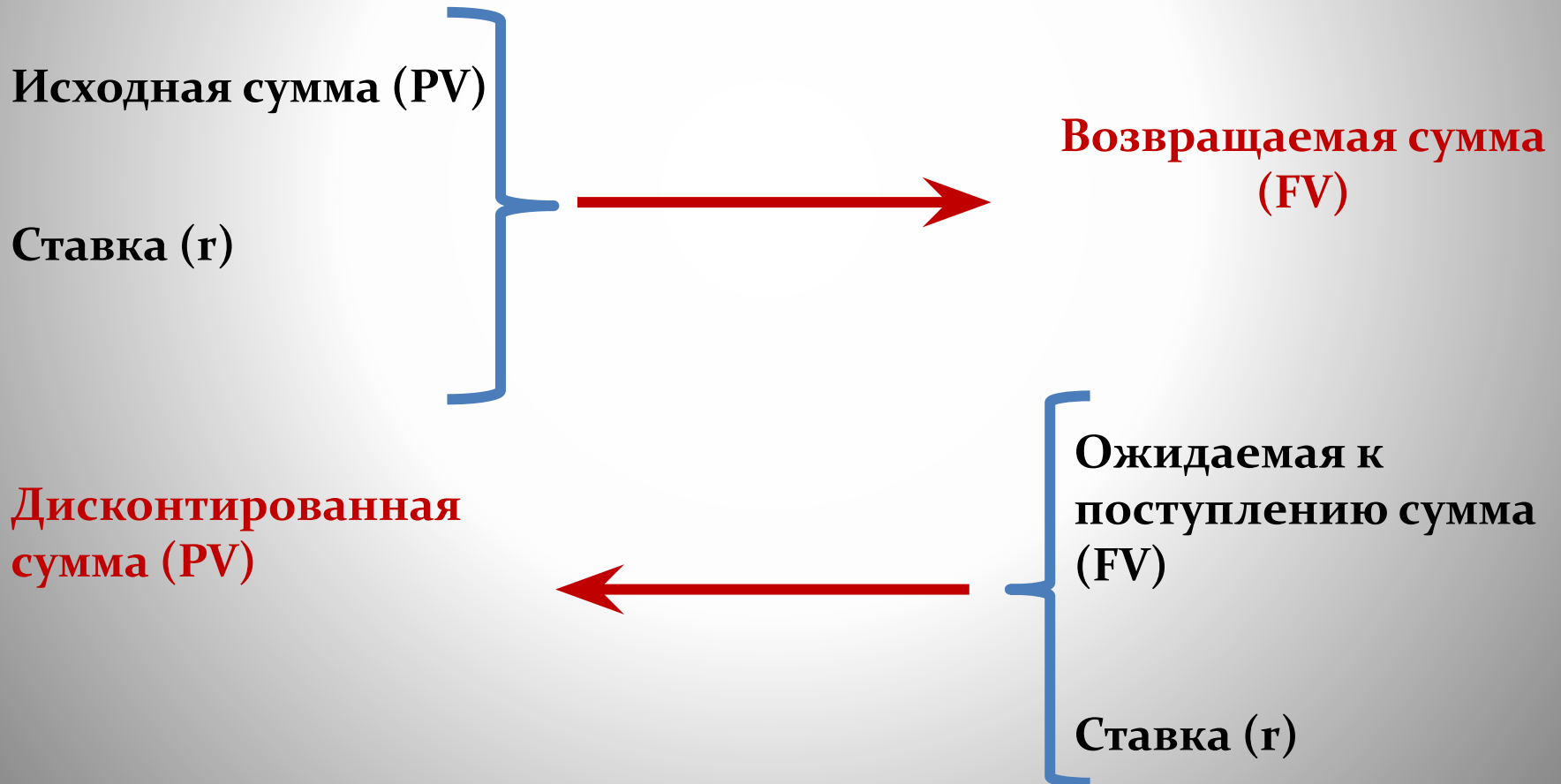
**FV** (Future Value - будущая стоимость)



# Логика финансовых операций

НАСТОЯЩЕЕ

БУДУЩЕЕ



О какой «загадочной» ставке  $r$  идет речь в предыдущем слайде?

Результативность сделки по передаче в долг некоторой величины  $PV$  с последующей отдачей некоторой большей суммы  $FV$  можно охарактеризовать двояко:



— помощью абсолютного показателя —  
процента  $(FV - PV)$ ,



— путем расчета некоторого относительного  
показателя — коэффициента, называемого  $r$ .

ставкой

Ставка рассчитывается двумя способами:

1

Если мы хотим сопоставить  
наращенную сумму с  
первоначальной суммой  $PV$  –  
то пользуемся формулой

$$r = \frac{FV - PV}{PV}$$

2

Если мы хотим сопоставить  
наращенную сумму с  
будущей суммой  $FV$  – то  
пользуемся формулой

$$d = \frac{FV - PV}{FV}$$



Величина  **$r$**  носит название «процентная ставка», «процент», «ставка процента», «норма прибыли»

Величина  **$d$**  носит название «учетная ставка», «дисконтная ставка», «дисконт», «ставка дисконтирования»

Понять, насколько отличается  $r$  – «процентная ставка»  $r$  отличается от  $d$  – «ставки дисконтирования» можно на простом примере:

В банк на депозитный счет внесли 1 000 руб., через год сумма возросла до 1200 руб.



Что в указанном примере будет являться величиной  $PV$ , а что – величиной  $FV$ ?

$$r = \frac{FV - PV}{PV} = \frac{1200 - 1000}{1000} = 0,20 \text{ или } 20 \%$$

$$d = \frac{FV - PV}{FV} = \frac{1200 - 1000}{1200} = 0,17 \text{ или } 17 \%$$

Если в финансовых вычислениях заданы исходная сумма и ставка и следует найти некую величину в будущем, то такой процесс называется **наращением**,



будущая денежная сумма — **наращенной суммой**,



используемая в операции ставка — **ставкой наращивания**.



В этом случае речь идет о движении денежного потока от **настоящего к будущему**



Если в вычислениях заданы ожидаемая в будущем к получению (возвращаемая) сумма и ставка, и следует найти денежную сумму на текущий момент то



такой процесс называют - **дисконтированием**



такая величина называется **дисконтированной суммой** (иногда используется термин приведенная сумма),

используемая в операции ставка — **ставкой дисконтирования**.



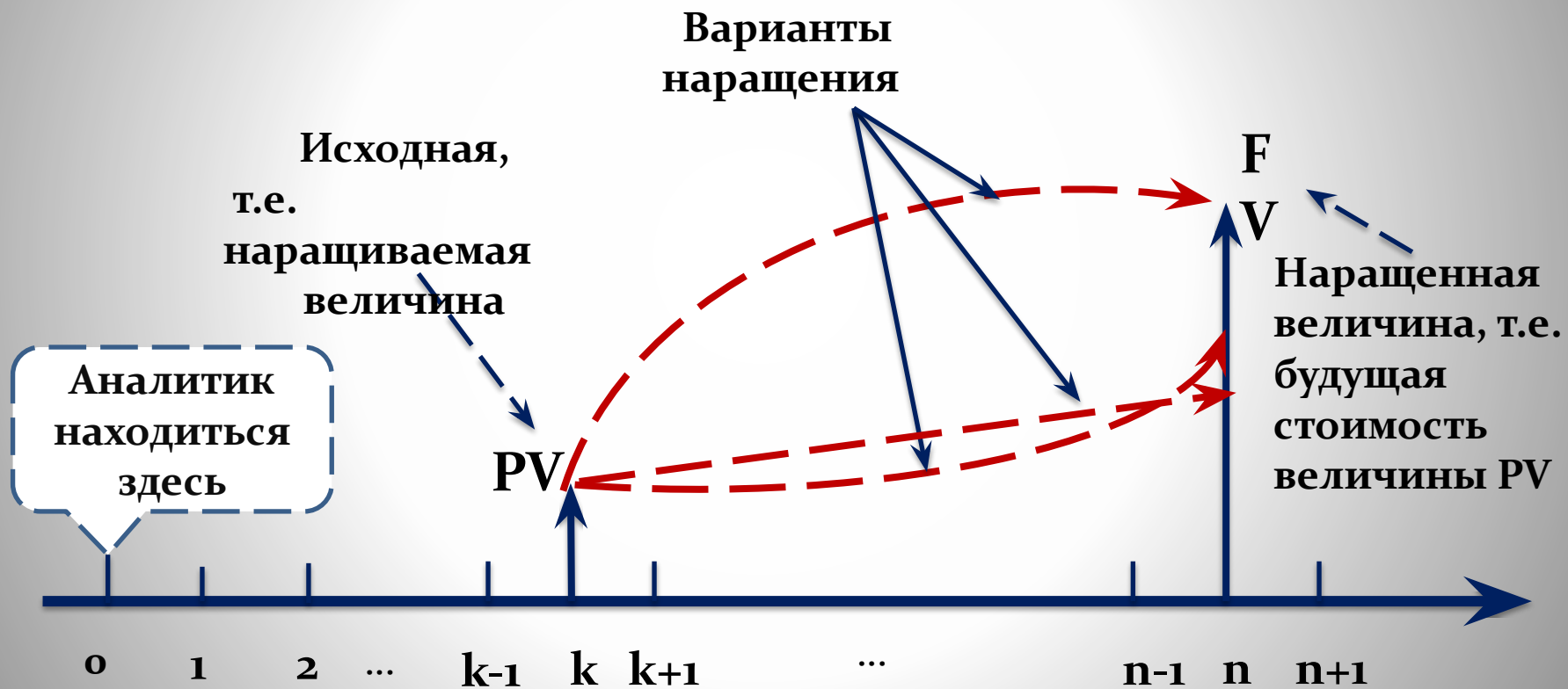
В этом случае речь идет о движении денежного потока **от будущего к настоящему**



*Определение современной величины  $PV$   
«отталкиваясь» от наращенной будущей  
суммы  $FV$  называется дисконтированием*

*Определение величины наращенной суммы  $FV$   
«отталкиваясь» от первоначальной  
величины  $PV$  – называется  
компаундингом*

# Иллюстрация формирования будущей стоимости



Для того, что бы определить каким образом величину **PV** можно обратить в величину **FV**, следует ответить на вопрос:

**Предусматривает ли способ инвестирования, осуществленный инвестором реинвестирование получаемых по окончании каждого шага расчета (например года) денежных сумм?**

**НЕТ**

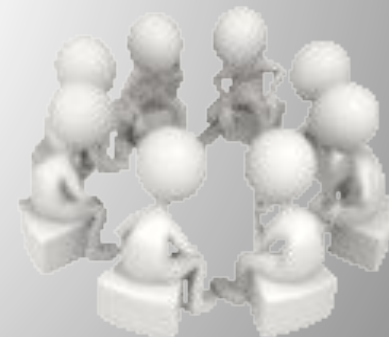
**ДА**

**Начисление доходности происходит по формуле «простого процента», т.е. на начальную сумму займа**

**Начисление доходности происходит по схеме «сложного процента», т.е. на последующие суммы**

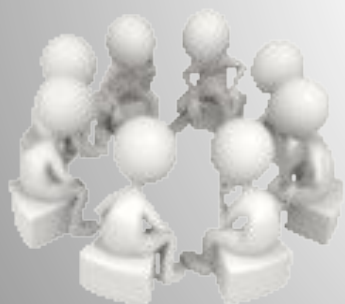
**Простые ставки ссудных** процентов применяются обычно в краткосрочных финансовых операциях, когда интервал начисления совпадает периодам начисления (и составляет, как правило, срок до одного года) или когда после каждого интервала начисления кредитору выплачиваются проценты

Схема простых процентов предполагает неизменность базы, с которой происходит начисление процентов



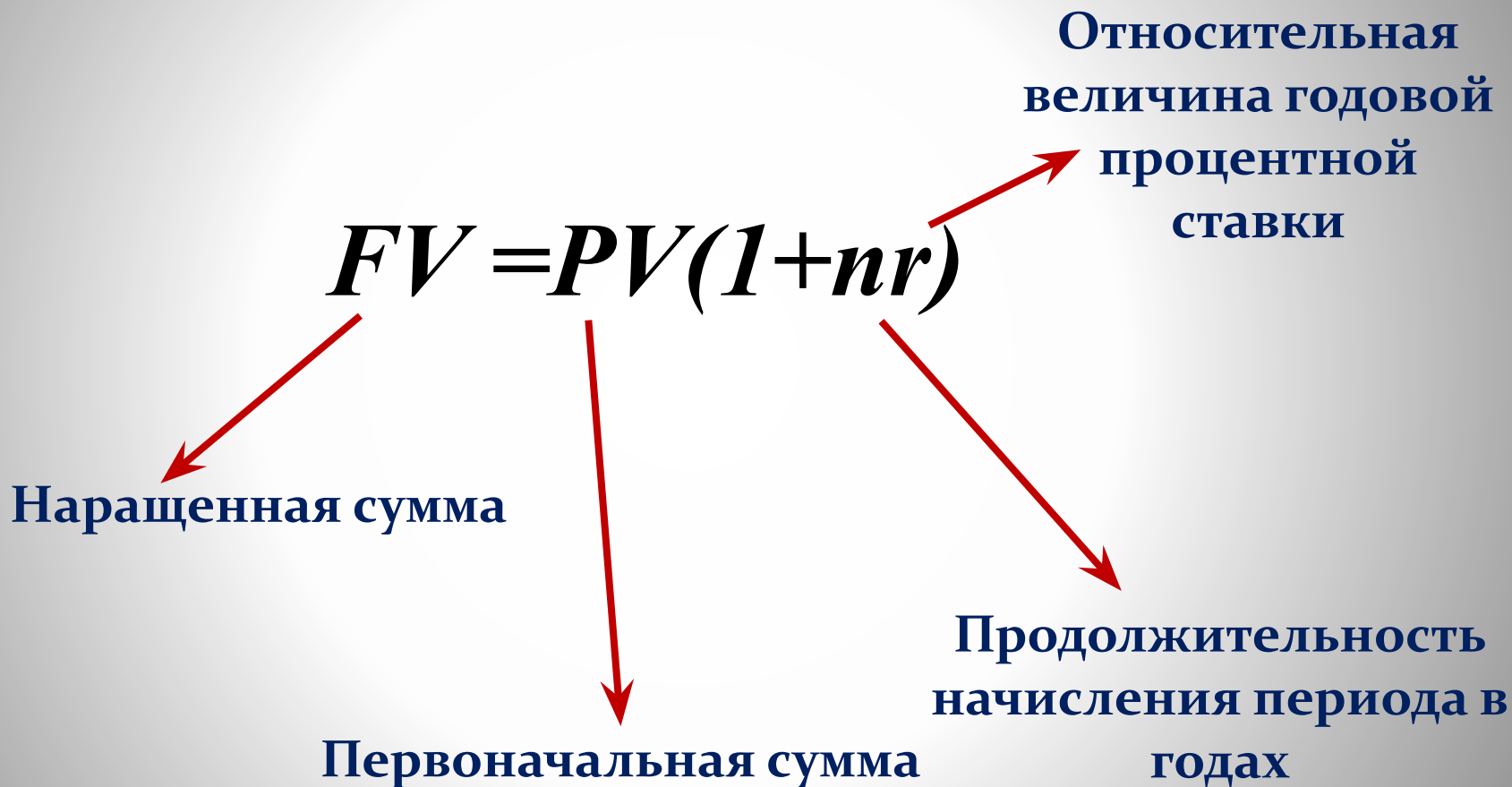


Считается, что инвестиция сделана на условиях **сложного процента**, если очередной годовой доход исчисляется не с исходной величины инвестированного капитала, а с общей суммы, включающей ранее начисленные и не востребованные инвестором проценты.



В этом случае происходит капитализация процентов по мере их начисления, т. е. база, с которой начисляются проценты, все время возрастает.

Для определения наращенной суммы по методу  
**«простого» процента** применяют формулу:

$$FV = PV(1 + nr)$$


Наращенная сумма

Первоначальная сумма

Продолжительность начисления периода в годах

Относительная величина годовой процентной ставки

**Если срок финансовой операции измеряется в днях,  
то применяют следующую формулу «простого»  
процента.**

**Продолжительность  
периода начисления  
в днях**

**Относительная  
величина годовой  
процентной ставки**

$$FV = PV \left( 1 + \frac{t}{K} r \right)$$

**Наращенная сумма**

**Первоначальная сумма**

**Продолжительность года  
в днях**

**Формулы**

$$FV = PV(1 + nr)$$

*(если срок операции измеряется  
в годах)*

$$FV = PV\left(1 + \frac{t}{K}r\right)$$

*(если срок операции измеряется в  
днях)*

**называют формулами «простого»  
процента**

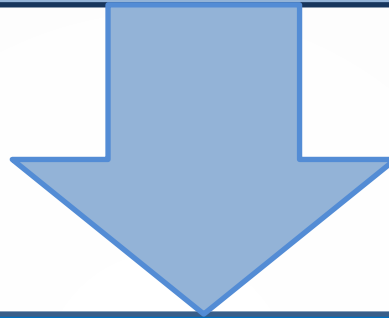
В зависимости от способа определения продолжительности финансовой операции по методу «простого процента» рассчитывается либо **точный** либо **обыкновенный (коммерческий)** процент. При этом возможны два варианта:



ТОЧНЫЙ  
ПРОЦЕНТ

ОБЫКНОВЕННЫЙ  
ПРОЦЕНТ

# ПРИ РАСЧЕТЕ ТОЧНОГО ПРОЦЕНТА



за временнУю базу берут фактическое число дней в году (365 или 366) и точное число дней ссуды



В формуле  $FV = PV(1 + \frac{t}{K}r)$  что является временнОй базой?

# ПРИ РАСЧЕТЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ПРОЦЕНТОВ

ВЫЧИСЛЯЮТ

обыкновенные проценты с **точным** числом дней ссуды и **приблизительным** числом дней в году

ВЫЧИСЛЯЮТ

обыкновенные проценты с **приблизенным** числом дней ссуды и **приблизительным** числом дней в году

**Если срок операции измеряется в днях то  $t$   
(продолжительность периода начисления в днях) и  $K$   
(продолжительность года в днях) могут выражены точно  
и приблизительно**

Измерение	$t$	$K$
Точное	Фактическое число дней в месяце (январь – 31, февраль – 28 (29), март – 31 и т.д.)	Фактическое число дней в году (365 или 366)
Приближенное	Число дней во всех полных месяцах принимается равным 30 или по календарю	Продолжительность 360 дней



Наименование банковских практик	Расчетное количество дней	
	В месяце	В году
<b><i>Великобритания, США</i></b> (точный процент с точным числом дней)	По календарю	По календарю
<b><i>Франция, Бельгия</i></b> (обыкновенный процент с точным числом дней ссуды)	По календарю	360
<b><i>Германия, Дания, Швеция</i></b> (обыкновенный процент с приблизительным числом дней ссуды)	30	360

Для определения наращенной суммы по методу  
«сложного» процента применяют формулу:

$$FV = PV(1+r)^n$$

Продолжительность  
начисления периода в  
годах

Наращенная сумма

Первоначальная сумма

Относительная  
величина годовой  
процентной  
ставки

Формулу для расчета сложного процента можно представить в следующем виде

$$FV = PV \times FM1(r, n)$$

Первоначальная сумма

Наращенная сумма

Мультиплицирующий множитель

Множитель  $FM1(r, n) = (1 + r)^n$  называется мультиплицирующим множителем для единичного платежа или коэффициентом приращения. И в зависимости от разных комбинаций  $r$  и  $n$  находится по специальной финансовой таблице.

Экономический смысл множителя  $FM1(r, n)$ : он показывает, чему будет равна одна денежная единица (один рубль, один доллар, одна иена и т. п.) через  $n$  периодов при заданной процентной ставке  $r$ , т. е. он оценивает будущую стоимость одной денежной единицы.

**Таблица коэффициентов приращения (наращения)**  
**(Future Value table)  $(1+R)^n$**

	<b>4%</b>	<b>5%</b>	<b>6%</b>	<b>7%</b>	<b>8%</b>	<b>9%</b>	<b>10%</b>
<b>1</b>	1,0400	1,0500	1,0600	1,0700	1,0800	1,0900	1,1000
<b>2</b>	1,0816	1,1025	1,1236	1,1449	1,1664	1,1881	1,2100
<b>3</b>	1,1249	1,1576	1,1910	1,2250	1,2597	1,2950	1,3310
<b>4</b>	1,1699	1,2155	1,2625	1,3108	1,3605	1,4116	1,4641
<b>5</b>	1,2167	1,2763	1,3382	1,4026	1,4693	1,5386	1,6105
<b>6</b>	1,2653	1,3401	1,4185	1,5007	1,5869	1,6771	1,7716
<b>7</b>	1,3159	1,4071	1,5036	1,6058	1,7138	1,8280	1,9487
<b>8</b>	1,3686	1,4775	1,5938	1,7182	1,8509	1,9926	2,1436
<b>9</b>	1,4233	1,5513	1,6895	1,8385	1,9990	2,1719	2,3579
<b>10</b>	1,4802	1,6289	1,7908	1,9672	2,1589	2,3674	2,5937
<b>11</b>	1,5395	1,7103	1,8983	2,1049	2,3316	2,5804	2,8531
<b>12</b>	1,6010	1,7959	2,0122	2,2522	2,5182	2,8127	3,1384

# Что понимается под «дисконтированной стоимостью»?

Если посмотреть на этимологию слова *discount*, то уже в 17 веке оно использовалось в значении «*deduction for early payment*», что означает «скидка за раннюю оплату».

Таким образом, можно дать следующее определение:

Дисконтирование от английского «*discounting*» – приведение экономических значений за разные промежутки времени к заданному отрезку времени.

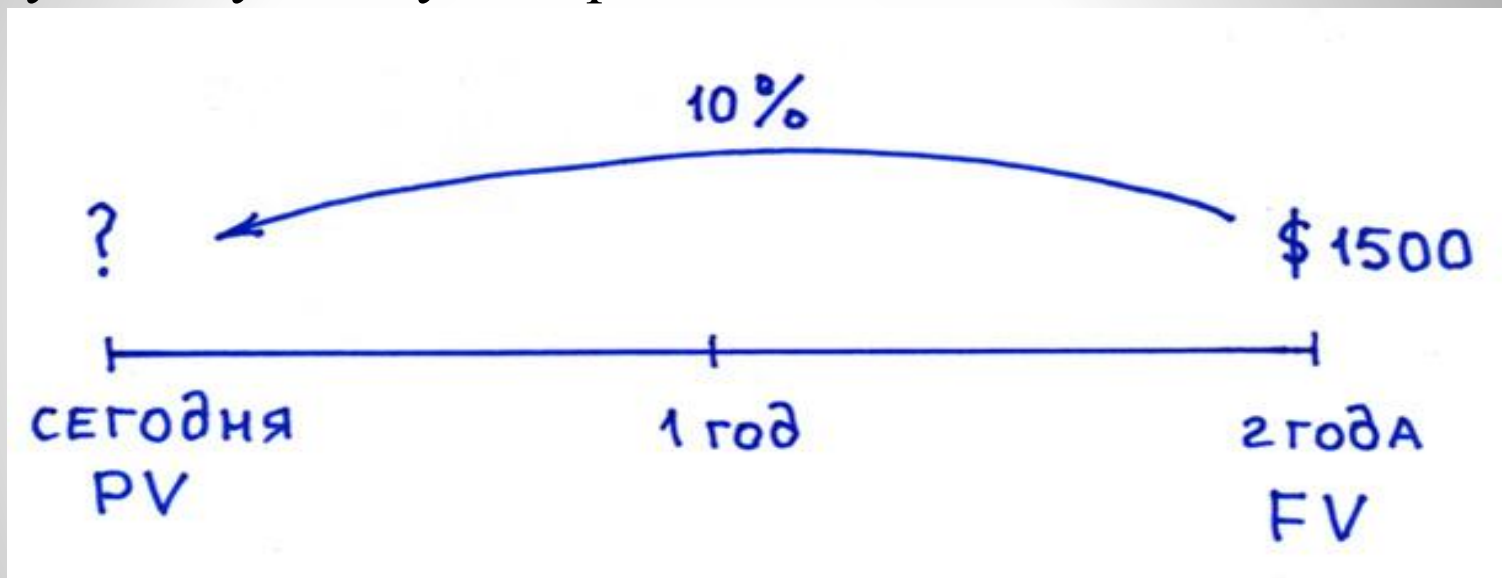


Дисконтированная стоимость – это текущая стоимость будущего денежного потока (т.е. будущий платеж за вычетом «скидки» за быструю оплату)

Дисконтированную стоимость часто называют приведенной стоимостью. Говоря простыми словами, **приведенная стоимость** – это будущая денежная сумма, **приведенная** к текущему моменту

Процедура дисконтирования позволяет ответить на следующий вопрос: через два года вам надо сделать платёж в сумме \$1500.

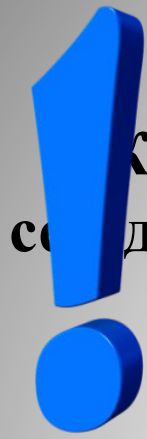
● Чему эта сумма будет равноценна сегодня?



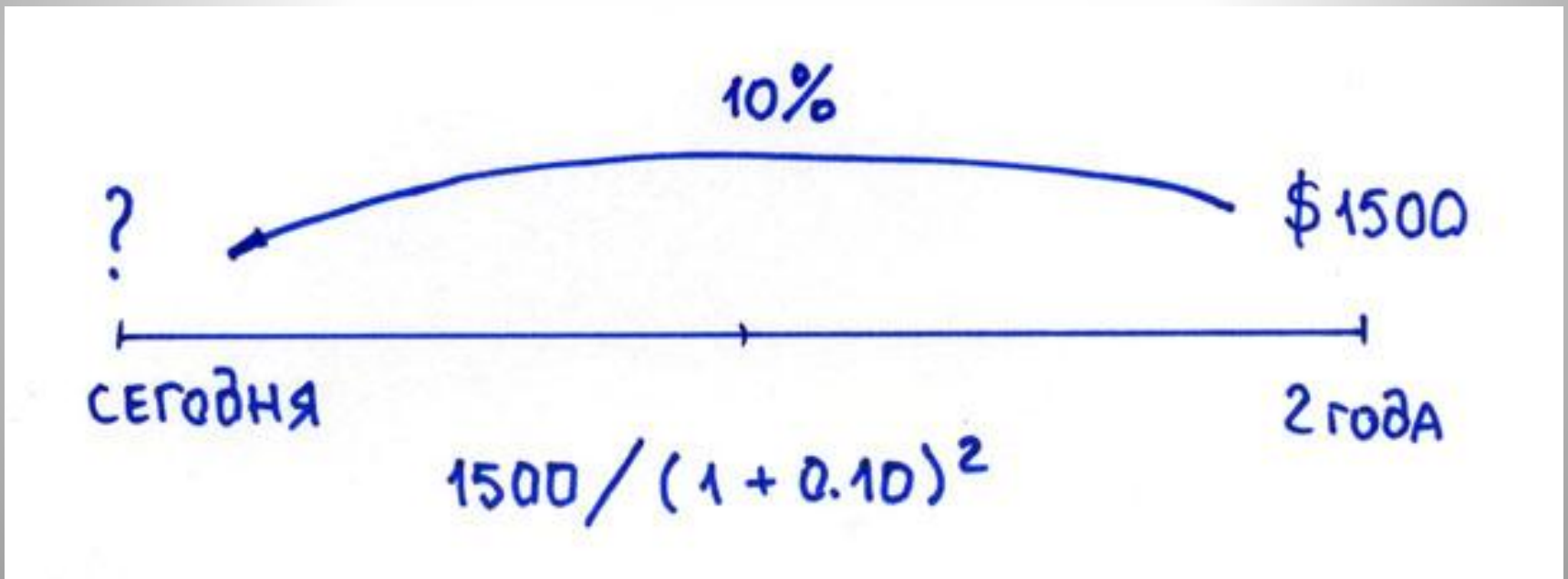
Чтобы рассчитать сегодняшнюю стоимость PV, нужно идти от обратного: 1500 долларов разделить на  $(1+0,1)^2$ , что будет равно примерно 1240 долларам.

**Этот процесс и называется дисконтированием.**

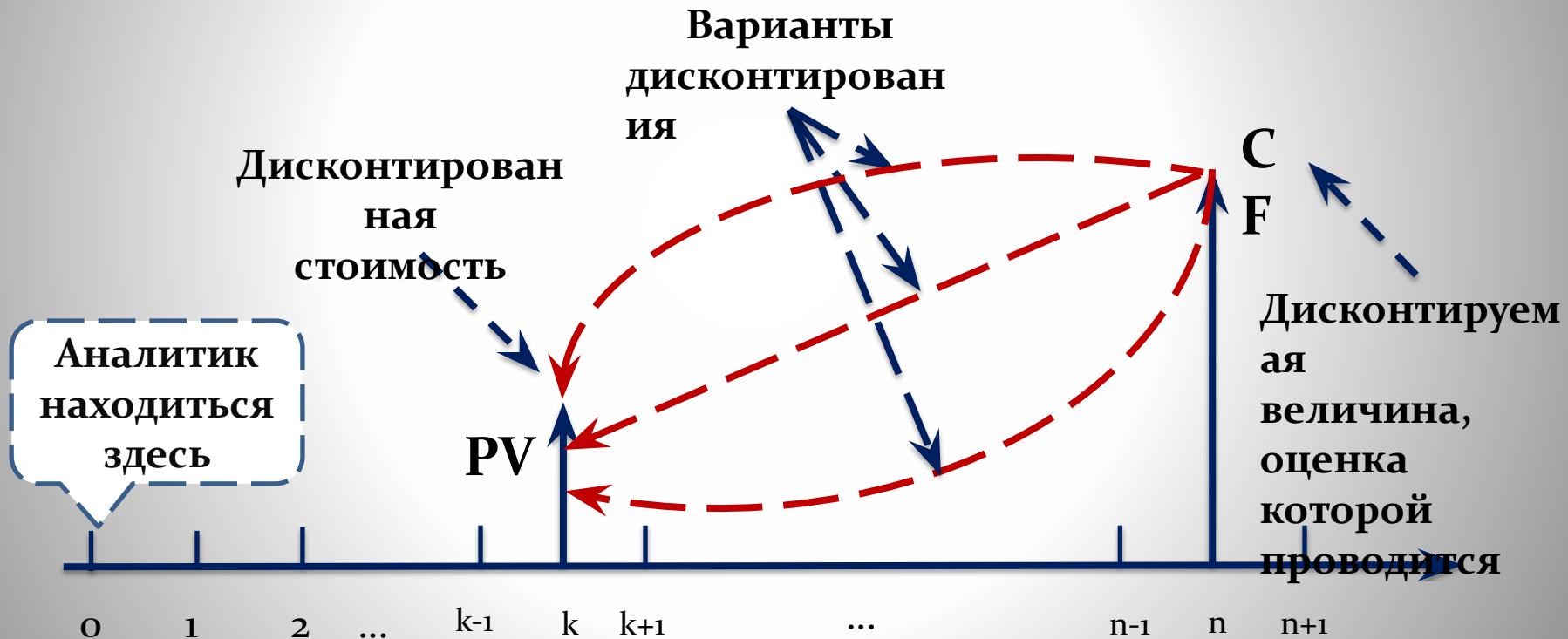




Когда мы дисконтируем — мы идём от будущего к  
сегодняшнему дню



# Иллюстрация формирования дисконтированной стоимости



В инвестиционном анализе будущие денежные суммы принято обозначать *CF* – (*от cash flow-денежный поток*) поэтому формула дисконтирования стоимости единичного платежа для сложного процента примет следующий вид:

Дисконтированная (приведенная, текущая) стоимость

Доход, планируемый к получению в n-м году

Дисконтирующий множитель

$$PV = \frac{CF_n}{(1+r)^n} = CF_n \times FM2(r, n)$$

Ставка дисконтирования

Множитель  $FM2(r,n) = \frac{1}{(1+r)^n}$  называется

Дисконтирующим множителем для  
единичного платежа.


В зависимости от величин  
 $r$  и  $n$

он находится по специальной  
финансовой таблице

Экономический смысл дисконтирующего множителя  $FM2(r, n)$  заключается в следующем. Он показывает сегодняшнюю цену одной денежной единицы полученной в будущем.

**Таблица коэффициентов дисконтирования**  
**(Present Value table)  $1/(1+R)^n$**

Периоды	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,9615	0,9524	0,9434	0,9346	0,9259	0,9174	0,9091
2	0,9246	0,9070	0,8900	0,8734	0,8573	0,8417	0,8264
3	0,8890	0,8638	0,8396	0,8163	0,7938	0,7722	0,7513
4	0,8548	0,8227	0,7921	0,7629	0,7350	0,7084	0,6830
5	0,8219	0,7835	0,7473	0,7130	0,6806	0,6499	0,6209
6	0,7903	0,7462	0,7050	0,6663	0,6302	0,5963	0,5645
7	0,7599	0,7107	0,6651	0,6227	0,5835	0,5470	0,5132
8	0,7307	0,6768	0,6274	0,5820	0,5403	0,5019	0,4665
9	0,7026	0,6446	0,5919	0,5439	0,5002	0,4604	0,4241
10	0,6756	0,6139	0,5584	0,5083	0,4632	0,4224	0,3855
11	0,6496	0,5847	0,5268	0,4751	0,4289	0,3875	0,3505
12	0,6246	0,5568	0,4970	0,4440	0,3971	0,3555	0,3186

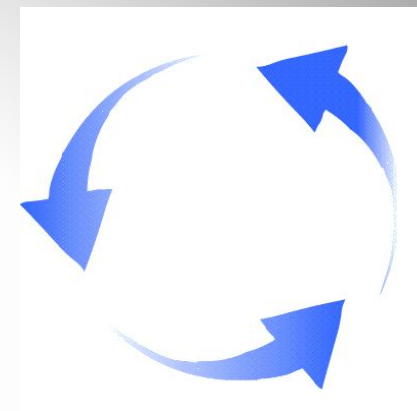
 Соответствующий коэффициент дисконтирования в таблице равен 0,6209 и означает, что для того, чтобы получить 1 рубль через пять лет при ставке 10 %, сегодня следует потратить 0,62 руб.



# ДЕНЕЖНЫЙ ПОТОК

В инвестиционном анализе будущие денежные суммы, поступающие в процессе реализации инвестиционного проекта принято обозначать

*CF* – (от *cash flow*- денежный поток)



Поэтому важным является оценка денежного потока  $CF_1$ ,  $CF_2, \dots, CF_n$ , генерируемых в течение ряда временных периодов в результате реализации какого-либо проекта или функционирования того или иного вида активов.

Если генерируемые в рамках одного временного периода поступления имеют место в его конце то это

• **ПОТОК ПОСТНУМЕРАНДО**

Если генерируемые в рамках одного временного периода поступления имеют место в его начале то это


• **ПОТОК ПРЕНУМЕРАНДО**

# Наращение денежного потока постнумерандо

Представим, что  $CF_1, CF_2, \dots, CF_k$  — совокупность периодических, каждый месяц, денежных взносов в банк на депозит.

 Какая сумма будет на счете в конце данной операции?

Простое суммирование потоков  $CF_1, CF_2, \dots, CF_k$  не возможно, поскольку они находятся в разных временных интервалах и не сопоставимы из-за разной временной ценности денег.

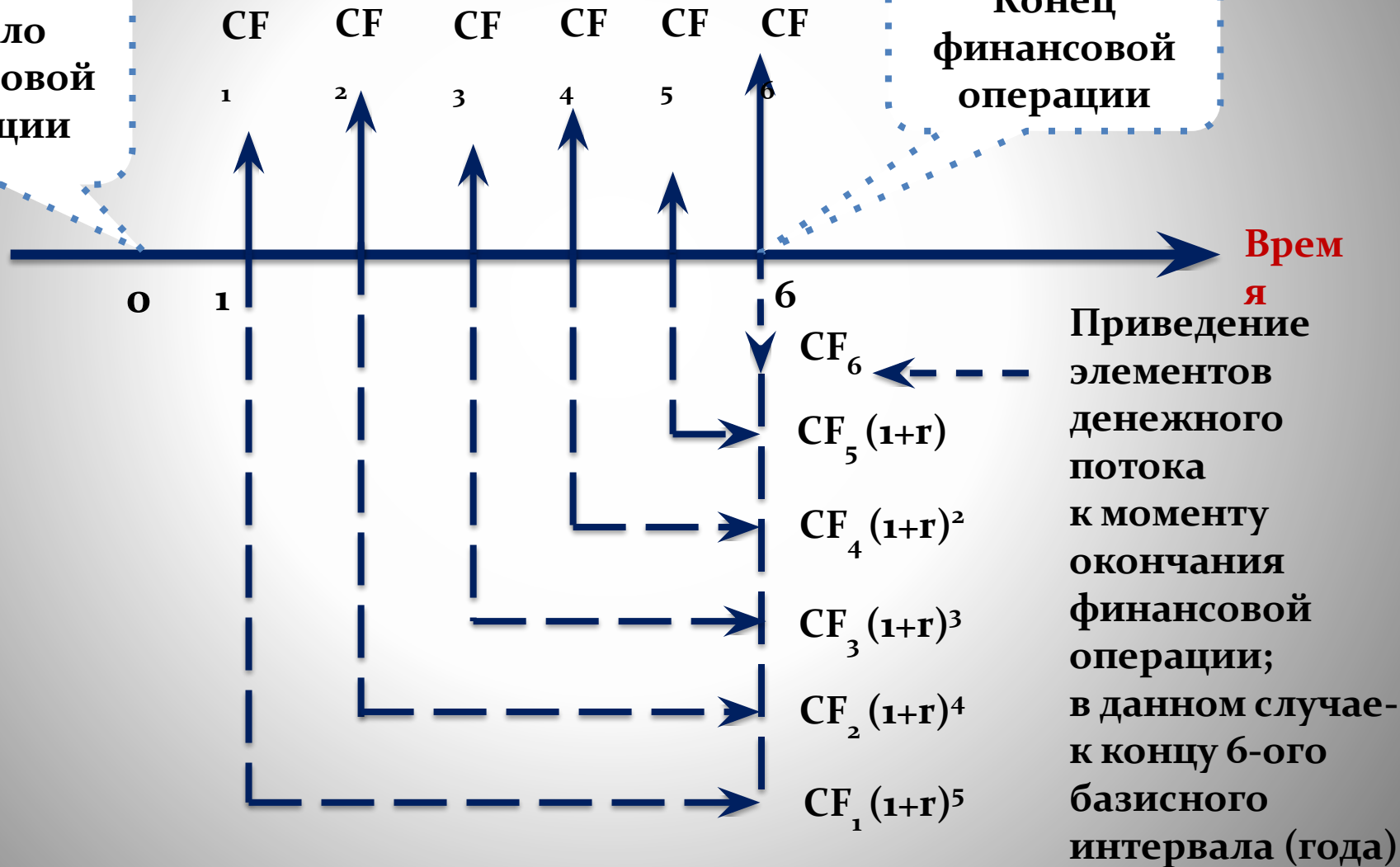
 Эта несопоставимость устраняется с помощью наращивания по схеме сложных процентов.



# Схема наращивания элементов денежного потока постнумерандо

Начало  
финансовой  
операции

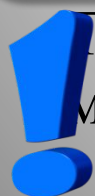
Конец  
финансовой  
операции



как видно из рисунка, элемент денежного потока  $CF_6$  уже находится в конечной точке, поэтому наращенная сумма не требуется

элемент денежного потока  $CF_5$  находится в конце 5-го периода, а потому по истечении 6-го периода на эту сумму будут начислены проценты по ставке  $r$  по схеме сложного процента

элемент денежного потока  $CF_4$  требует двукратного начисления,  
и т. д.



Только после приведения *всех потоков в точку 6* их можно просуммировать.

Таким образом, общая формула для исчисления будущей стоимости суммарного потока *постнумерандо*, состоящего из нескольких потоков  $CF_k$  имеет следующий вид:

$$FV = \sum_{k=1}^n CF_k (1 + r)^{n-k}$$

Соответствующий базовый период (год), по истечении которого вносится очередная сумма  $CF$

Ставка процента

Будущая стоимость денежного потока *постнумерандо*

Денежный взнос в конце базисного интервала (года)

Количество базисных периодов (лет)

Обратная задача подразумевает оценку с позиции будущего момента времени на начало определенного периода.

Пусть имеем исходный денежный поток  $CF_1, CF_2, \dots, CF_n$ .  
Например - это совокупность регулярных доходов по ценной бумаге (облигации), которую инвестору предлагают купить.



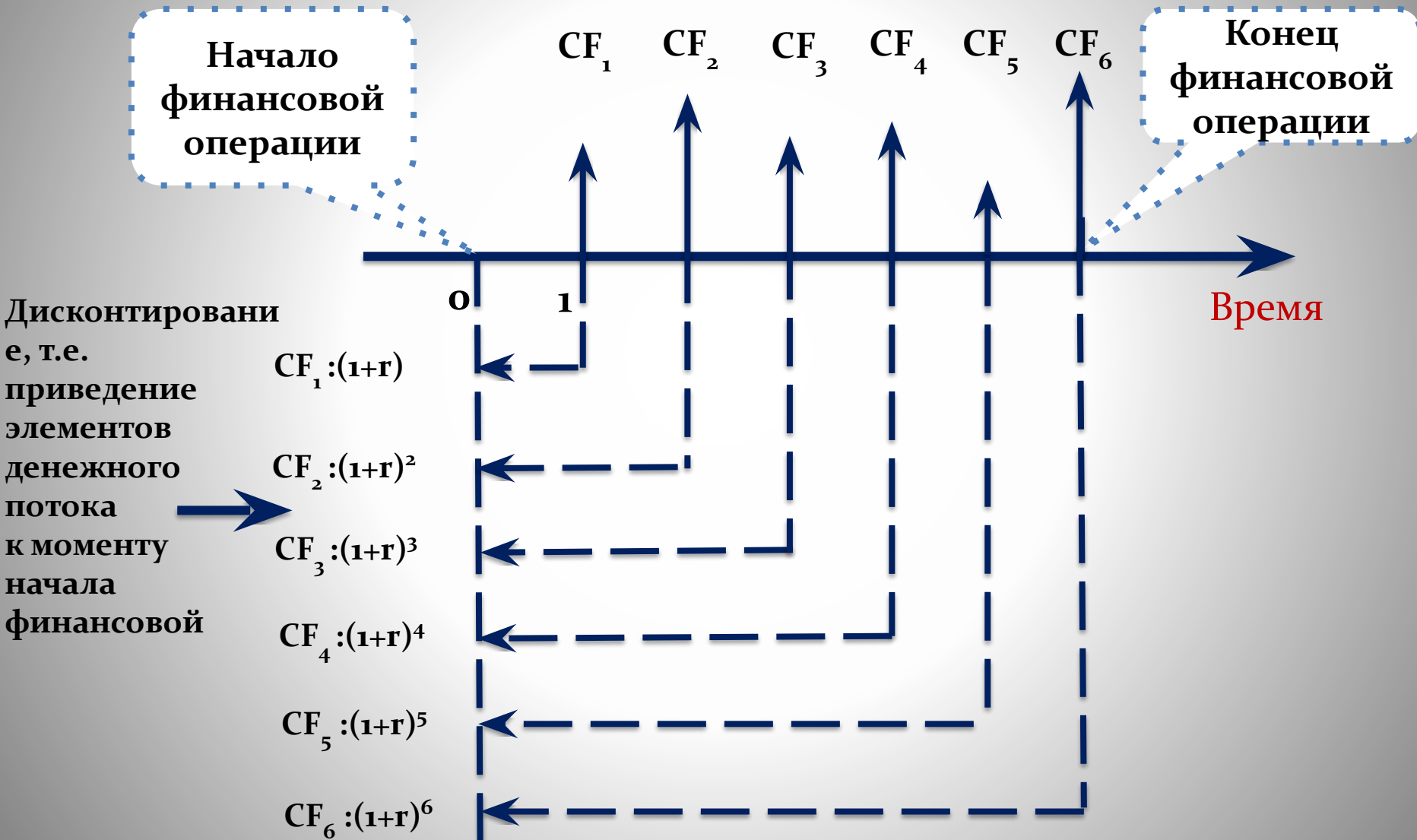
**Перед инвестором встает вопрос: сколько он  
заплатит за возможность  
получения данным денежным потоком**

Как и в случае наращенных элементов денежного потока очевидно, что простое суммирование элементов потока  $CF_k$  невозможно, поскольку они находятся в разных временных интервалах.



Эта несопоставимость вновь устраняется с помощью аннуитетного погашения по схеме сложных процентов.

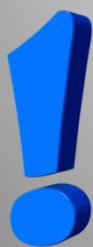
# Схема дисконтирования элементов денежного потока постнумерандо



как видно из рисунка элемент денежного потока  $CF_1$  отдален от точки приведения на один интервал, потому он делится на  $(1 + r)$

элемент денежного потока  $CF_2$  отдален двумя интервалами, а потому делится на  $(1 + r)^2$

элемент денежного потока  $CF_3$  отдален тремя интервалами, а потому делится на  $(1 + r)^3$  и т. д.



**Только после приведения денежных потоков в точку 0 их можно просуммировать.**



Таким образом, общая формула для исчисления дисконтированной стоимости суммарного потока постнумерандо, состоящего из нескольких потоков  $CF_k$  имеет следующий вид:

Денежный взнос в  
конце базисного  
интервала (года)

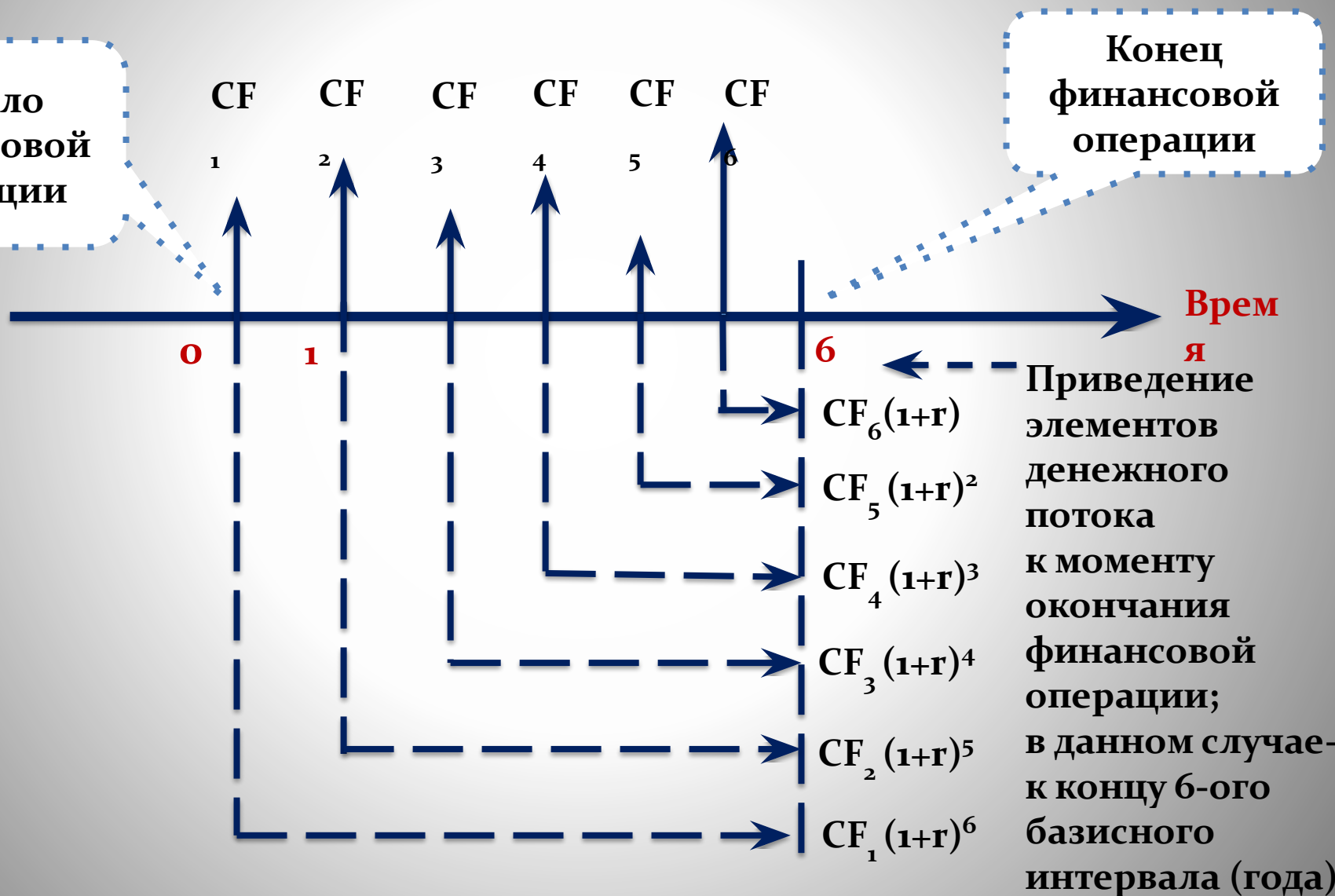
Соответствующий  
базовый период (год), по  
истечении которого  
вносится очередная  
сумма  $CF$

$$PV = \sum_{k=1}^n \frac{CF_k}{(1+r)^k}$$

Дисконтированная  
стоимость денежного  
потока постнумерандо

Ставка  
дисконтирования

# Схема наращивания элементов денежного потока пренумерандо



Различия между потоками пост- и пренумерандо заключается лишь в том, что поток пренумерандо «сдвинут» влево на один интервал.

Поэтому, формула расчета будущей стоимости потока пренумерандо принимает вид:

**Ставка процента**

**Соответствующий базовый период (год), по истечении которого вносится очередная сумма CF**

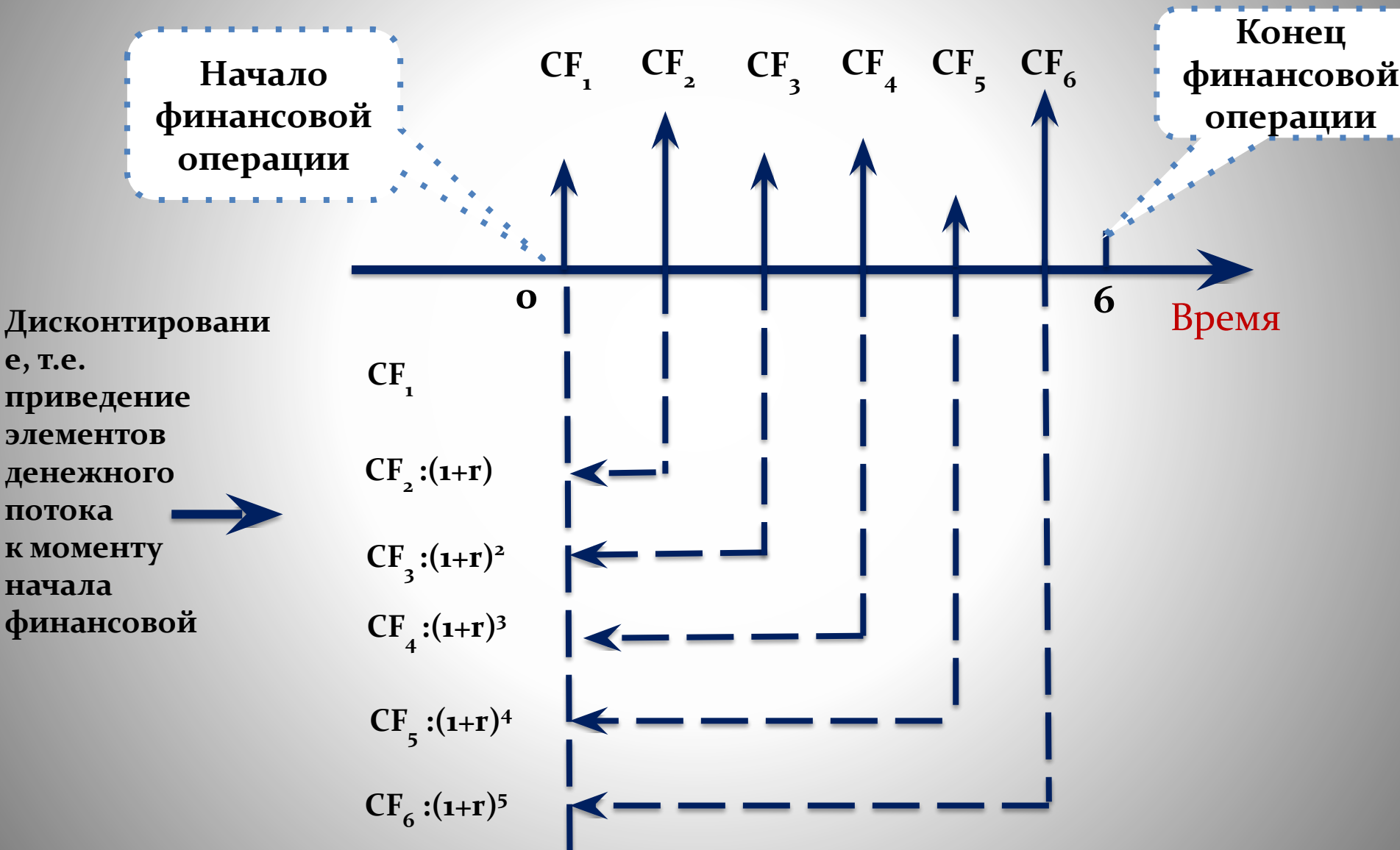
$$FV = \sum_{k=1}^n CF_k (1 + r)^{n-k+1}$$

**Будущая стоимость денежного потока постнумерандо**

**Денежный взнос в конце базисного интервала (года)**

**Количество базисных периодов (лет)**

# Схема дисконтирования элементов денежного потока пренумерандо



Таким образом, общая формула для исчисления дисконтированной стоимости суммарного потока пренумерандо, имеет следующее представление:

Денежный взнос  
(выплата) в конце  
базисного интервала  
(года)

Соответствующий  
базовый период  
(год), по истечении  
которого вносится  
очередная сумма CF

$$PV = \sum_{k=1}^n \frac{CF_k}{(1+r)^{k-1}}$$

Дисконтированная  
стоимость  
денежного потока  
пренумерандо

Ставка  
дисконтирования