

Методы решения тригонометрических уравнений

10 класс

Метод разложения на множители

* $\sin 4x = 3 \cos 2x$

Для решения уравнения воспользуемся формулой синуса двойного угла $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$$2 \sin 2x \cos 2x - 3 \cos 2x = 0,$$

$\cos 2x (2 \sin 2x - 3) = 0$. Произведение этих множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей будет равен нулю.

$\cos 2x = 0$, или $\sin 2x = 1,5$ – нет решений, т.к. $|\sin x| \leq 1$

дорешать

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

*

$$\begin{aligned}3 \sin x - 2 \cos^2 x &= 0, \\3 \sin x - 2(1 - \sin^2 x) &= 0, \\2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 &= 0,\end{aligned}$$

Пусть $\sin x = t$, где $|t| \leq 1$. Получим квадратное уравнение $2t^2 + 3t - 2 = 0$,

$$D = 9 + 16 = 25.$$

$$t_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad t_2 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

$\sin x = -2$ – нет решений

дорешать

Решение однородных тригонометрических уравнений

1 степени

- * Уравнения вида $a \sin x + b \cos x = 0$, где a и b – некоторые числа, называются однородными уравнениями первой степени относительно $\sin x$ или $\cos x$.
- * Рассмотрим уравнение
- * $\sin x - \cos x = 0$. Разделим обе части уравнения на $\cos x$. Так можно сделать, потери корня не произойдёт, т.к. , если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$. Но это противоречит основному тригонометрическому тождеству
- * $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
- * Получим $\operatorname{tg} x - 1 = 0$.
- * $\operatorname{tg} x = 1$,
- * *дорешать*

Решение однородных уравнений второй степени

- * Уравнения вида $a \sin^2 x + b \cos^2 x + c \sin x \cos x = 0$, где a, b, c – некоторые числа, называются однородными уравнениями второй степени относительно $\sin x$ или $\cos x$.
- * Рассмотрим уравнение
- * $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 = 0$. Разделим обе части уравнения на $\cos x$, при этом потери корня не произойдёт, т.к. $\cos x = 0$ не является корнем данного уравнения.
- * $\operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 2 = 0$.
- * Пусть $\operatorname{tg} x = t$. $t^2 - 3t + 2 = 0$
- * $D = 9 - 8 = 1$. $t_1 = 2, t_2 = 1$
- * Отсюда $\operatorname{tg} x = 2$ или $\operatorname{tg} x = 1$.
- * дорешать

Задание

- * 10Б: №20.4,20.6(решить)
- * 10В: 8.2, 8.6