Методы решения тригонометрических уравнений

10 класс

Метод разложения на множители

- $\sin 4x = 3 \cos 2x$

Для решения уравнения воспользуемся формулой синуса двойного угла $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$

$2 \sin 2x \cos 2x - 3 \cos 2x = 0$,

$\cos 2x (2 \sin 2x - 3) = 0$. Произведение этих множителей равно нулю, если хотя бы один из множителей будет равен нулю.

$\cos 2x = 0$, или $\sin 2x = 1{,}5$ – нет решений, т.к $|\sin x| \leq 1$

дорешать

Решение уравнений, сводящихся к квадратным уравнениям

*

$3 \sin x - 2 \cos^2 x = 0,$

$3 \sin x - 2 (1 - \sin^2 x) = 0,$

$2 \sin^2 x + 3 \sin x - 2 = 0,$

Пусть $\sin x = t$, где $| t |$. Получим квадратное уравнение

$2t^2 + 3t - 2 = 0,$

$D = 9 + 16 = 25.$

$t_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}, \quad t_2 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$

$$sinx = \frac{1}{2}$$

$$sinx = -2 - \text{нет решений}$$

дорешать

Решение однородных тригонометрических уравнений 1 степени

* Уравнения вида $a \sin x + b \cos x = 0$, где a и b – некоторые числа, называются однородными уравнениями первой степени относительно sin x или cos x.
* Рассмотрим уравнение
* $\sin x - \cos x = 0$. Разделим обе части уравнения на cos x. Так можно сделать, потери корня не произойдёт, т.к. , если $\cos x = 0$, то $\sin x = 0$. Но это противоречит основному тригонометрическому тождеству
* $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$.
* Получим $tg\, x - 1 = 0$.
* $tg\, x = 1$,
* *дорешать*

Решение однородных уравнений второй степени

* Уравнения вида $a \sin^2 x + b\cos^2 x + c \sin x \cos x = 0$, где a, b, c –некоторые числа, называются однородными уравнениями второй степени относительно sin x или cos x.
* Рассмотрим уравнение
* $\sin^2 x - 3 \sin x \cos x + 2 \cos^2 = 0$. Разделим обе части уравнения на cos x, при этом потери корня не произойдёт, т.к. $\cos x = 0$ не является корнем данного уравнения.
* $\mathrm{tg}^2 x - 3\mathrm{tg}\, x + 2 = 0$.
* Пусть tg x = t. $t^2 - 3t + 2 = 0$
* D = 9 – 8 = 1. $t_1 = 2,\ t_2 = 1$
* Отсюда tg x = 2 или tg x = 1.
* дорешать

Задание

* 10Б: №20.4,20.6(решить)
* 10В: 8.2, 8.6