Практическое занятие №3.

Вычисление и сравнение логарифмов.

Упражнение 1. Вычислите:

1) $\log_a a$, $\log_a 1$, $\log_a a^5$, $\log_a \frac{1}{a}$, $\log_a \sqrt{a}$, $\log_a \sqrt[5]{a^3}$;

2) $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}$, $\log_{\frac{1}{2}} 2$, $\log_{\frac{1}{2}} 1$, $\log_{\frac{1}{2}} 8$, $\log_{\frac{1}{2}} \sqrt{2}$, $\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt{2}}{2}$;

3) $\log_3 27$, $\log_3 \frac{1}{9}$, $\log_9 \frac{1}{27}$, $\log_2 \sqrt{2}$, $\log_2 \frac{1}{\sqrt{2}}$, $\log_{\sqrt{2}} 4$, $\log_{\sqrt{5}} \sqrt[4]{125}$.

Упражнение 2. Сравните:

1) $\log_3 2$ или 0;

2) $\log_{\frac{1}{3}} 3$ или 0;

3) $\log_5 \frac{1}{3}$ или 0;

4) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{2}$ или 0;

5) $\log_3 4$ или 1;

6) $\log_{\frac{1}{7}} \frac{1}{8}$ или 1;

7) $\log_2 3$ или $\log_2 5$;

8) $\log_2 7$ или $\log_2 \frac{1}{9}$;

9) $\log_{\frac{1}{3}} 7$ или $\log_{\frac{1}{3}} 10$;

10) $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{5}$ или $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{7}$.

Упражнение 3.

Замените логарифмы $\log_{\frac{1}{2}} a$, $\log_8 a$, $\log_{\frac{1}{4}} a$, $\log_{\sqrt{2}} a$, $\log_3 a$ логарифмами по основанию 2.

Упражнение 4. Вычислите:

1.

а) $\lg 8 + \lg 125$;

б) $\log_2 7 - \log_2 \frac{7}{16}$;

в) $\log_{12} 4 + \log_{12} 36$;

г) $\lg 13 - \lg 130$.

2.

а) $\frac{\lg 8 + \lg 18}{2\lg 2 + \lg 3}$;

б) $\frac{\log_3 16}{\log_3 4}$;

в) $\log_2 11 - \log_2 44$;

г) $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$.

Упражнение 6. Упростить выражение, используя основное логарифмическое тождество:

1. а) $1{,}7^{\log_{1,7} 2}$; б) $\pi^{\log_{\pi} 5{,}2}$; в) $2^{\log_2 5}$; г) $3{,}8^{\log_{3,8} 11}$.

2. а) $5^{1+\log_5 3}$; б) $10^{1-\lg 2}$; в) $\left(\frac{1}{7}\right)^{1+\log_{\frac{1}{7}} 2}$; г) $3^{2-\log_3 18}$.

3. а) $4^{2\log_4 3}$; б) $5^{3\log_5 \frac{1}{2}}$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^{4\log_{\frac{1}{2}} 3}$; г) $6^{2\log_6 5}$.

Упражнение 7.

Известно, что $\log_5 2 = a$ и $\log_5 3 = b$. Выразите через a и b:

а) $\log_5 72$; б) $\log_5 15$; в) $\log_5 12$; г) $\log_5 30$.

Упражнение 8.

Запишите число в виде логарифма с основанием a:

а) $2, \frac{1}{2}, 1, 0$ при $a = 4$;

б) $3, -1, -3, 1$ при $a = 3$;

в) $3, \frac{1}{2}, 0, -1$ при $a = 2$;

г) $1, -2, 0, 3$ при $a = 5$.