КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ 3

Доц. Гарбузова
Таисия Георгиевна

Рекомендуемая литература:

- **1.** М.Г. Назаров. Общая теория статистики. Учебник. [Электронный ресурс] : Учебники — Электрон. дан. — М. : Омега-Л, 2010. — 410 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/5534 . Раздел «Экономика и менеджмент».
- **2.** Годин, А.М. Статистика: Учебник. [Электронный ресурс] : Учебники — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2011. — 460 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/967 . Раздел «Экономика и менеджмент».
- **3.**Балдин, К.В. Общая теория статистики: Учебное пособие. [Электронный ресурс] : Учебные пособия / К.В. Балдин, А.В. Рукосуев. — Электрон. дан. — М. : Дашков и К, 2010. — 312 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/book/955 .Раздел «Экономика и менеджмент».

5.4.КВАРТИЛИ, КВАРТИЛЬНЫЙ РАЗМАХ

5.4.1 Квартили

- ***Квартили*** – *это значения признака, делящие ранжированную совокупность на четыре равновеликие части.*

Различают:

А. *Нижнюю квартиль* –**Qн**;

Б. *Среднюю квартиль* – **медиану**;

В. *Верхнюю квартиль* –**Qв.**

5.4.1.КВАРТИЛИ

$$Q_н = x_{Q_н} + h \cdot \frac{\frac{1}{4} \cdot \sum v_i - S_{Q_н - 1}}{v_{Q_н}}, \quad Q_в = x_{Q_в} + h \cdot \frac{\frac{3}{4} \cdot \sum v_i - S_{Q_в - 1}}{v_{Q_в}}$$

5.4.1.КВАРТИЛИ

где $x_{Q_н}$ – нижняя граница интервала, содержащего нижнюю квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой, превышающей ¼ выборки);

$x_{Q_в}$ – нижняя граница интервала, содержащего верхнюю квартиль (интервал определяется по накопленной частоте, первой, превышающей ¾ выборки);

h – длина интервала;

5.4.1.КВАРТИЛИ

$S_{Q_н-1}$ – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу, содержащему нижнюю квартиль;

$S_{Q_в-1}$ – накопленная частота интервала, предшествующего интервалу, содержащему верхнюю квартиль;

$v_{Q_н}$, $v_{Q_в}$ – частота интервала, содержащего нижнюю и верхнюю квартили соответственно.

5.3.2.Квартильный размах

Квартильный размах – *разница между верхней и нижней квартилями:*

$$H = Q_{в} - Q_{н}$$

Квартильный размах охватывает 50% значений выборки.

5.4.КВАРТИЛИ ,КВАРТИЛЬНЫЙ РАЗМАХ

№	Нижняя граница интервала	Верхняя граница интервала	Середина интервала Xi	Частота Vi	Накопленные частоты
1	4.4	5.8	5.1	4	4
2	5.8	7.2	6.5	5	9
3	7.2	8.6	7.9	14	23
4	8.6	10	9.3	9	32
5	10	11.4	10.7	4	36
6	11.4	12.8	12.1	6	42
7	12.8	14.2	13.5	5	47
8	14.2	15.6	14.9	3	50
Сумма	---	---	---	50	---

6.1. Абсолютные показатели математической оценки размера вариации

Для определения **величины вариации** применяются следующие абсолютные показатели вариации:

1. Размах вариации;

2. Среднее линейное отклонение;

3. Дисперсия признака;

4. Среднее квадратическое отклонение.

6.1. Абсолютные показатели математической оценки размера вариации

6.1.1.Размах вариации

$$R = X_{max} - X_{min}$$

6.1.2. Среднее линейное отклонение

Для ранжированного ряда:

$$\bar{d} = \frac{\sum [\, X_i - \bar{X} \,]}{N} \quad \text{(простое);}$$

Для интервального ряда:

$$\bar{d} = \frac{\sum [\, X_i - \bar{X} \,]\, V}{\sum V} \quad \text{(взвешенное).}$$

6.1.3. Дисперсия признака

Для ранжированного ряда:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N} \quad \text{(простая);}$$

Для интервального ряда:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 V_i}{\sum V} \quad \text{(взвешенная).}$$

6.1.4. Среднее квадратическое отклонение

Для ранжированного ряда:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{N}}$$ (простое);

Для интервального ряда:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2 V_i}{\sum V_i}}$$ (взвешенное).

6.1.4. Среднее квадратическое отклонение

Правило «трех сигм»

- в пределах□**X ±σ** находится 68,3% вариант;
- в пределах □**X ± 2σ -** 95,4% вариант;
- в пределах □**X ± 3σ** - 99,7%.

6.5.Статистическое изучение вариации в прерывных, ранжированных, непрерывных и интервальных рядах

Для дискретного (прерывного) или ранжированного ряда:

$$\square \mathbf{d} = \frac{\sum [\, Xi - \square X]}{N};$$

$$\boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{\sum (\, Xi - \square X\,)^2}{N};$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (\, Xi - \square X\,)^2}{N}}$$

6.5. Статистическое изучение вариации в прерывных, ранжированных, непрерывных и интервальных рядах

В интервальном ряду или по сгруппированным данным :

$$\square \mathbf{d} = \frac{\sum [\, X_i - \square X] \, V_i}{\sum V_i};$$

$$\boldsymbol{\sigma}^2 = \frac{\sum (\, X_i - \square X\,)^2 V_i}{\sum V_i};$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum (\, X_i - \, X\,)^2 V_i}{\sum V_i}}$$

6.2.Относительные показатели интенсивности вариации

*Существуют **три** относительных показателя, выраженных в процентах:*

1.Относительный размах вариации;

2. Относительное линейное отклонение ;

3. Коэффициент вариации .

6.2.1.Относительный размах вариации

$$K_p = \frac{R}{\bar{x}} \cdot 100$$

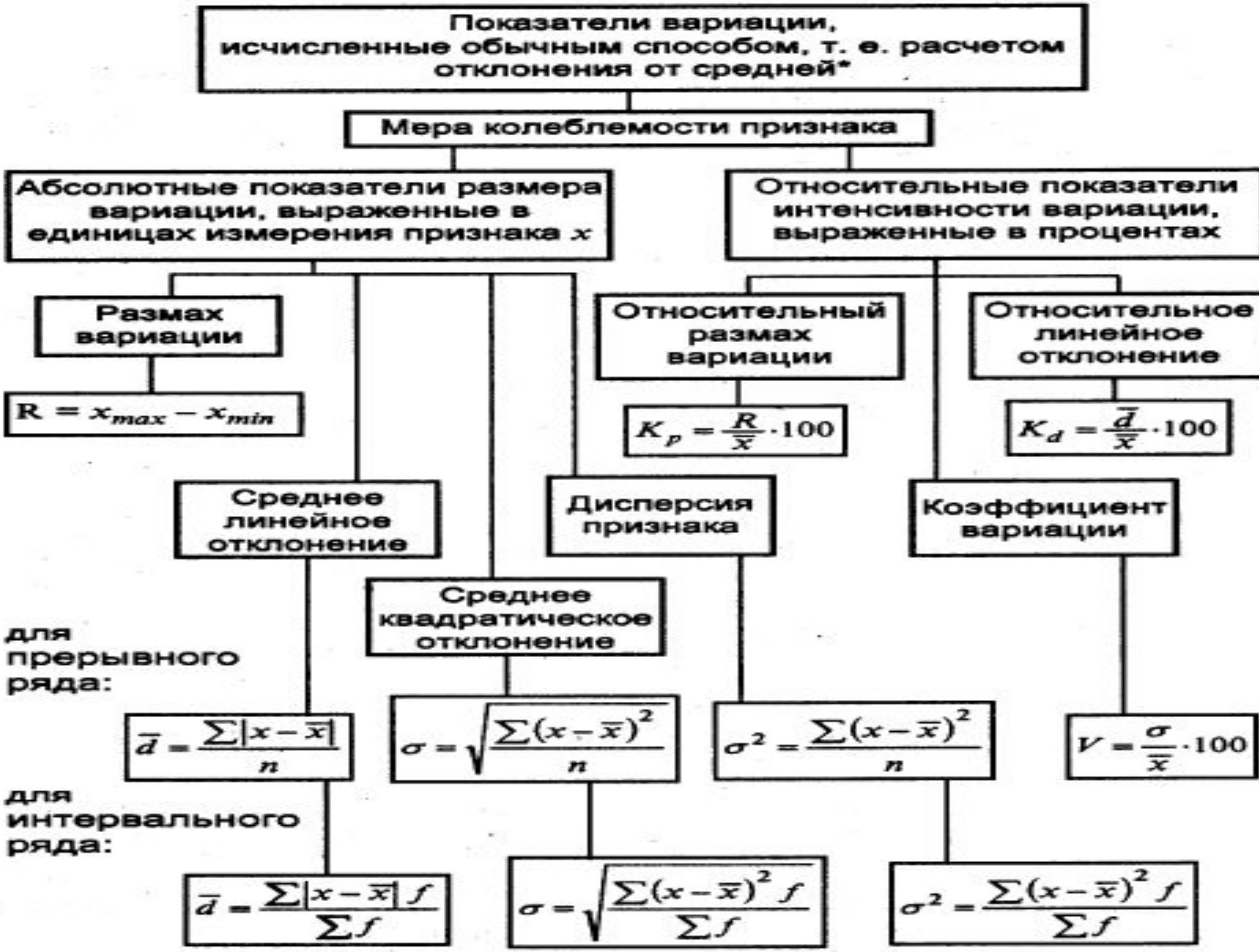
6.2.2. Относительное линейное отклонение

$$K_d = \frac{\bar{d}}{\bar{x}} \cdot 100$$

6.2.3. Коэффициент вариации

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100$$

Статистическое изучение вариации



* *Примечание*: существует способ, упрощающий расчеты: способ отсчета от условного нуля, или способ моментов.

6.3.Методика определения среднего квадратического отклонения или дисперсии признака

Пример 1. Для изучения естественной убыли произведено 5%-ное выборочное обследование партии хранящихся на базе товаров. В результате лабораторного анализа установлено распределение образцов.

Рассчитать: средний процент естественной убыли в выборке и среднее квадратическое отклонение или дисперсию

Методика определения среднего квадратического отклонения или дисперсии признака

№ группы	Процент естественной убыли	Количество образцов V
1	до 4	6
2	4-6	14
3	6-8	22
4	8-10	48
5	от 10 и выше	10
	ИТОГО	100

№ гр	Процент естественной убыли	Количество образ- цов V	Середи- на ин- тервала Xi	Xi Vi	(Xi - □X)	(Xi - □X)^2	(Xi - □X)^{2}Vi
1	до 4	6	3	18	-5	25	150
2	4-6	14	5	70	-3	9	126
3	6-8	22	7	154	-1	1	22
4	8-10	48	9	432	+1	1	48
5	от 10 И выше	10	11	110	+3	9	90
	Итого	**100**	**---**	**784**	**----**	**----**	**436**

Решение

$$\square X = \frac{\sum X_i V_i}{\sum V_i} = \frac{784}{100} = \mathbf{7{,}84\ \%}$$

$$\boldsymbol{\sigma^2} = \frac{\sum (X_i - \square X)^2 V_i}{\sum V_i} = \frac{436}{100} = \mathbf{4{,}36\%}$$

7.ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Выборочное статистическое наблюдение- обследованию подвергается некоторая часть статистической совокупности, отобранная особым образом, а результаты обследования распространяются на всю совокупность.

Полученные данные называются *выборочной совокупностью или выборкой.*

7.ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

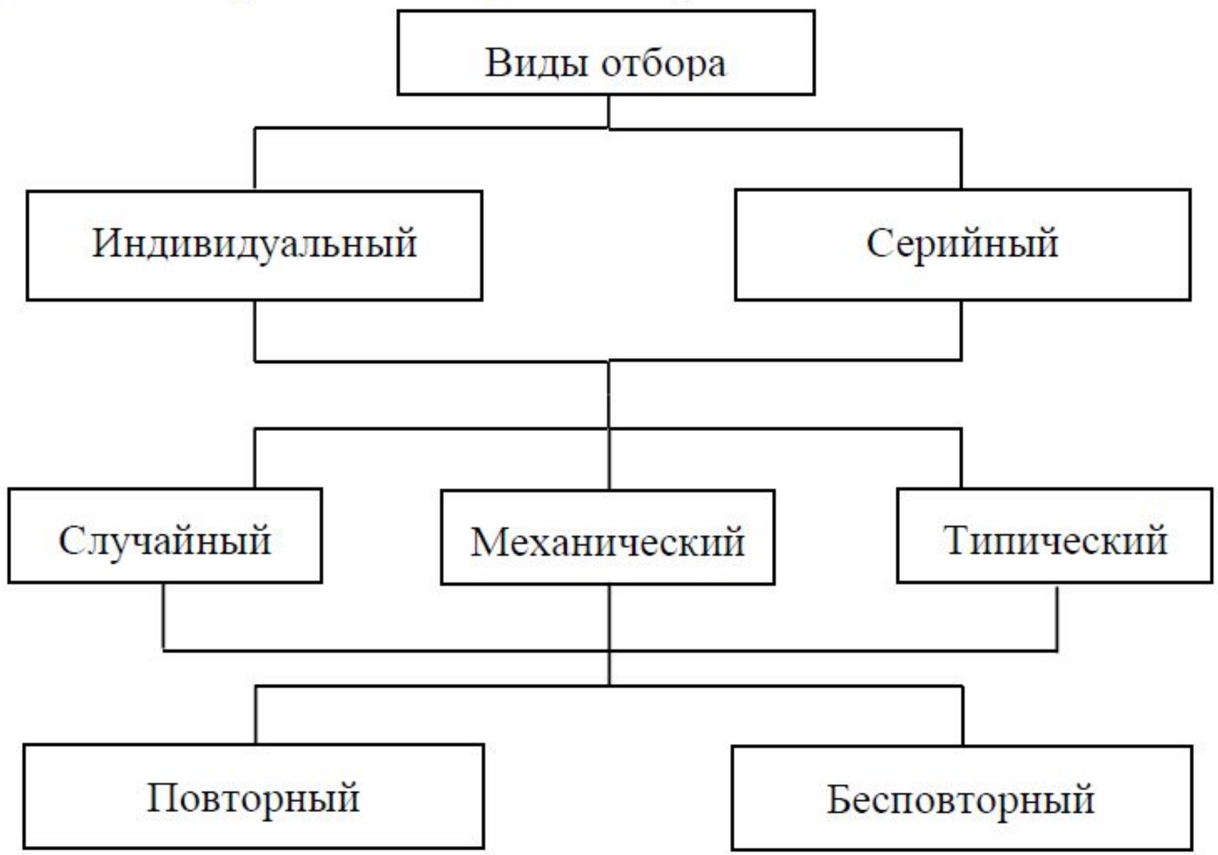


Рис. 1. *Способы формирования выборочной совокупности*

7.ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Преимущества несплошного наблюдения :

- требует меньших материальных и трудовых затрат;
- позволяет применять более совершенные способы учета;
- повышает оперативное значение статистических данных, так как проводится в более короткие сроки.

7.ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Средние генеральные - □X

- это пределы средней величины какого-либо варьирующего признака, исчисляемой для всей генеральной совокупности.

Средние выборочные - $\tilde{X}$

- это средняя величина этого же признака, исчисленная по выборочной совокупности.

7.ВЫБОРОЧНОЕ НАБЛЮДЕНИЕ

Цель выборочного наблюдения – установить, с какой величиной отклоняется значение *выборочной средней* от *средней генеральной*, т.е. какова *ошибка* выборочного наблюдения.

7.1. Ошибки выборочного наблюдения

7.1.1. *Средняя ошибка выборочной средней*

Определяется по вариации **количественного**

для повторного отбора: $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}}$;

для бесповторного отбора: $\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}(1 - \frac{n}{N})}$;

где σ_x^2 - дисперсия признака; n - численность выборочной совокупности; N - численность генеральной совокупности.

7.1.2.Средняя ошибка выборочной доли

Определяется по показателям ***качественного или альтернативного признака*.**

$$\omega = \frac{m}{n}$$ - *выборочная доля или частость,*

где, **n**- число единиц всей выборочной совокупности ;

m - число единиц из этой совокупности, обладающих определенным признаком.

7.1.2.Средняя ошибка выборочной доли

Для повторного отбора

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}};$$

Для бесповторного отбора

$$\mu_{\omega} = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

7.1.3. Предельная ошибка выборки

$$\Delta = \mu_x t$$

7.1.3. Предельная ошибка выборки

Для *количественного признака предельная ошибка выборки* определяется по формулам:

- для повторного отбора: $\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$;
- для бесповторного отбора: $\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$.

Для *качественного признака предельная ошибка выборки* определяется по формулам:

- для повторного отбора: $\Delta_\omega = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$;
- для бесповторного отбора: $\Delta_\omega = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$.

7.1.4.Способы распространения выборочных данных на генеральную совокупность

Пределы генеральной средней величины **X** для количественного признака:

$$\bar{x} = \widetilde{x} \pm \Delta_x$$

7.1.4.Способы распространения выборочных данных на генеральную совокупность

Пределы генеральной доли качественного признака **P**:

$$P = \omega \pm \Delta_{\omega}$$

Схема 7.1

Выборочное наблюдение

Цель выборочного наблюдения – установить отклонения выборочных средних от средних генеральных – для количественных признаков и выборочной доли от генеральной доли – для качественных признаков, т.е. определить ошибки репрезентативности – ошибки выборочного наблюдения.

Сущность выборочного наблюдения – определить пределы генеральной средней величины $(\overline{x})$ или генеральной доли (P).

Для количественных признаков

$$\overline{x} = \tilde{x} \pm \Delta_x$$

Для качественных признаков

$$P = \omega \pm \Delta_\omega$$

Ошибки выборочного наблюдения

Количественные признаки | **Качественные признаки**

Средние ошибки выборки

Для повторного отбора

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}} \qquad \mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$$

Для бесповторного отбора

$$\mu_x = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \qquad \mu_\omega = \sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Предельные ошибки выборки

Для повторного отбора

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} \qquad \Delta_\omega = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}}$$

Для бесповторного отбора

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \qquad \Delta_\omega = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Продолжение примера 1

№ группы	Процент естественной убыли ,X	Количество образцов V
1	до 4	6
2	4-6	14
3	6-8	22
4	8-10	48
5	от 10 и выше	10
	ИТОГО	100

Продолжение примера 1

Для изучения естественной убыли произведено 5%-ное выборочное обследование партии хранящихся на базе товаров. В результате лабораторного анализа установлено распределение образцов.

Продолжение примера 1

На основе показателей выборочной совокупности для всей партии товара, т.е. генеральной совокупности, **определите**:

1) **с вероятностью 0,954 возможные пределы доли продукции с естественной убылью от 10% и выше, т.е. размер нестандартной продукции;**
2) **с вероятностью 0,997 возможные пределы среднего процента естественной убыли.**

- *Для определения <u>средней ошибки выборочной средней</u> по данным ряда распределения были исчислены <u>средний процент естественной убыли</u> в выборке и <u>средний квадрат отклонения</u> или дисперсия признака*

Решение

Задание 1.

Дано из условия:

m=*10 образцов - численность нестандартной продукции;*

n=*100 образцов - численность выборочной совокупности;*

N=*2000 образцов - численность генеральной совокупности;*

t=*2 - коэффициент доверия, соответствующий вероятности 0,954*

Δ ω=?

Решение

Задание 1. Генеральная доля равна выборочной доле плюс-минус предельная ошибка выборки.

$$\omega = \frac{m}{n}$$ - *выборочная доля*

Решение
Задание 1.

$$\Delta_{\omega} = t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Решение
Задание 1.

$$t\sqrt{\frac{\omega(1-\omega)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = 2\sqrt{\frac{0{,}1\cdot 0{,}9}{100}\left(1-\frac{100}{2000}\right)} = 2\sqrt{0{,}00085} = 2\cdot(\pm 0{,}029) = \pm 0{,}058.$$

Решение .Задание 1.
Выводы.

$P = \omega \pm \Delta\omega = 0{,}1 \pm 0{,}058$

Или в %: 10% ± 5,8%

Вывод: с вероятностью 0,954 продукция с естественной убылью от 10% и выше, т.е. нестандартная, в генеральной совокупности будет составлять от 4,2 до 15,8%.

Продолжение примера 1

На основе показателей выборочной совокупности для всей партии товара, т. е. генеральной совокупности, **определите**:

2) с вероятностью 0,997 возможные преде-лы среднего процента естественной убыли.

Решение

Задание 2.

<u>Дано из условия:</u>

- **n**= 100 образцов - численность выборочной совокупности;
- **N**=2000 образцов - численность генеральной совокупности;
- $\tilde{X}$ *= 7,84% - средний процент естественной убыли в выборочной совокупности;*
- σ^2 =4,36% - дисперсия процента естественной убыли в выборочной совокупности;
- ***t=3*** *- коэффициент доверия, соответствующий вероятности 0,997*
- ***Δx*** *=?*

Решение Задание 2.

Полученные значения σ^2 *и* n, N *подставим в формулу предельной ошибки выборки для коли*чественных признаков

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$$

Решение Задание 2.

$$\Delta_x = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = 3\sqrt{\frac{4{,}36}{100}\left(1-\frac{100}{2000}\right)} = 3\sqrt{0{,}0436\cdot 0{,}95} = 3\sqrt{0{,}0414} = 3\cdot(\pm 0{,}2) = \pm 0{,}6\%$$

Задание 2.Выводы.

□X = 7,84 % ± 0,6 %

Вывод: с вероятностью 0,997 можно утверждать что средний процент естественной убыли в генеральной совокупности будет заключаться в пределах от 7,24 до 8,44%.

Результаты.

- Мы определили средние характеристики в генеральной совокупности (X) по результатам исследования выборочной совокупности ($\mathbf{X}^{\sim}, \boldsymbol{\sigma}^2$), не производя сплошного наблюдения и используя соответствующие формулы ошибок выборочного наблюдения.