А ТЫ СДАЛ СОПРОМАТ?

Сопротивление материалов – наука о прочности и деформируемости элементов (деталей) сооружений и машин

Литература

1. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.
3. Петрухин Г.Г. Сопротивление материалов. Контрольные задания. Руководство к решению задач. - Новогорск: АГЗ, 1998.
4. Закатов М.М., Курбатский М.И., Монтвила С.П. Руководство к лабораторным работам по дисциплине «Механика». Часть I. – Химки: АГЗ МЧС России, 2009, 68 с.
5. Курбатский М.И. Механика. Энциклопедический словарь. Часть I. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие

Задачи сопротивления материалов

- **Первая задача** - *расчет элементов конструкций на* ***прочность.***
- ***Прочность* - ** способность детали

 сопротивляться разрушению или возникновению пластических деформаций под действием приложенных к ней нагрузок

Задачи сопротивления материалов

- **Вторая задача** - *расчет элементов конструкций на жесткость*

- ***Жесткость -*** способность материала или элемента конструкции воспринимать нагрузку без существенного изменения геометрических размеров

Задачи сопротивления материалов

- **Третья задача** - *расчет элементов конструкций на устойчивость*

Классификация сил

- Внешние силы: ***активные*** (нагрузки) и ***реактивные*** (реакции связей).

- *Объемные силы* – силы, действующие на каждый бесконечно малый элемент объема. К ним относятся ***силы тяжести*** и ***силы инерции***, возникающие при ускоренном движении.

- *Поверхностные силы -* нагрузки, передающиеся от одних элементов конструкции к другим.

  Делятся на *сосредоточенные* и *распределенные.*

  Нагрузки, ***распределенные по некоторой поверхности***, характеризуются давлением, т. е. отношением силы, действующей на элемент поверхности нормально к ней, к площади данного элемента. Выражаются в паскалях.

  Распределенная по длине нагрузка характеризуется *интенсивностью*, обозначаемой обычно *q.* Выражается в единицах силы, отнесенных к единицам длины: *Н/м*.

Классификация сил

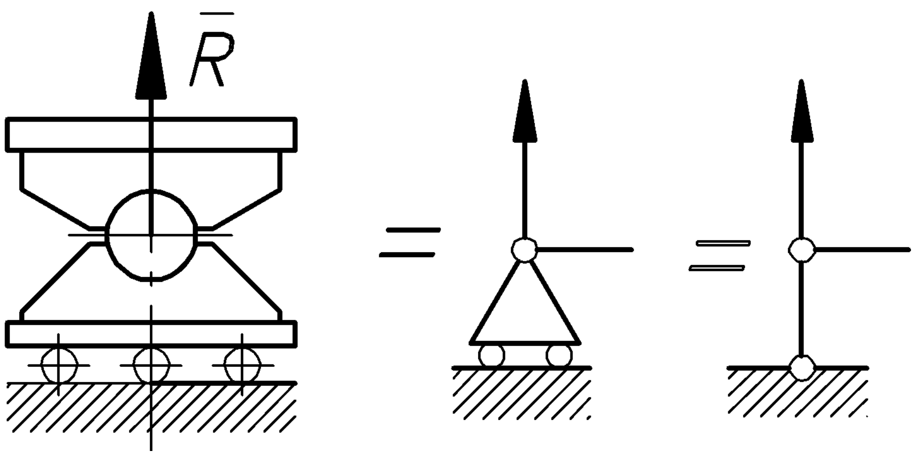
- По характеру изменения во времени различают:

- *статические нагрузки*, нарастающие медленно и плавно от нуля до своего конечного значения;

- *повторные нагрузки*, многократно изменяющиеся во времени по тому или иному закону;

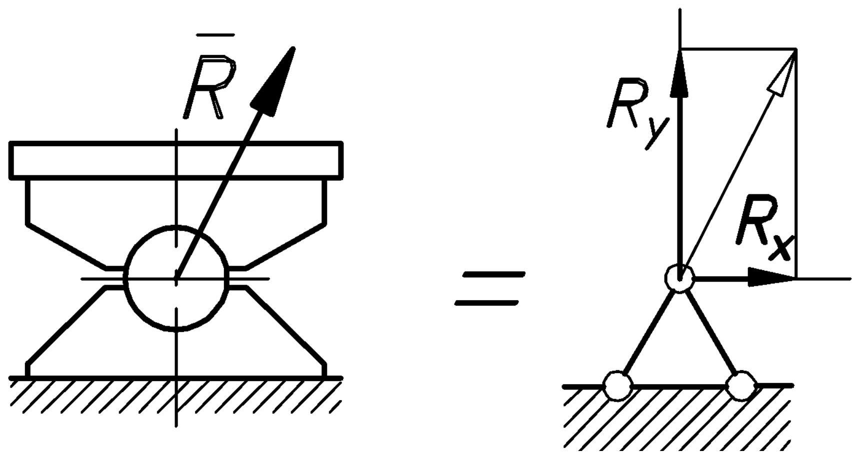
- *нагрузки малой продолжительности*, прикладываемые к конструкции сразу или даже с начальной скоростью в момент контакта (динамические или ударные).

Связи и их реакции



- **Опора шарнирно-подвижная** - опора, позволяющая точке тела, которая связана с опорой, перемещаться без трения вдоль какой-либо поверхности. Реакция подвижной опоры направляется по нормали к поверхности, вдоль которой может перемещаться опора.

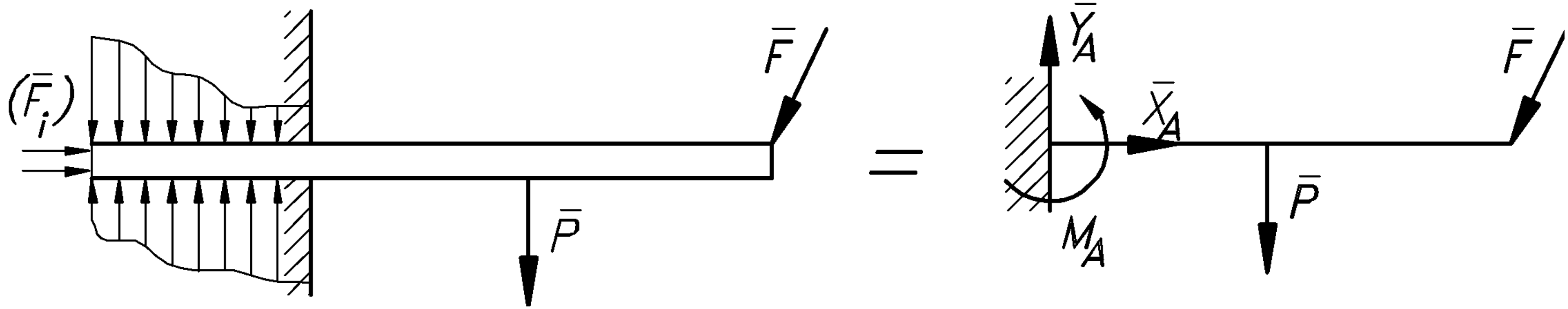
Связи и их реакции



Опора шарнирно неподвижная

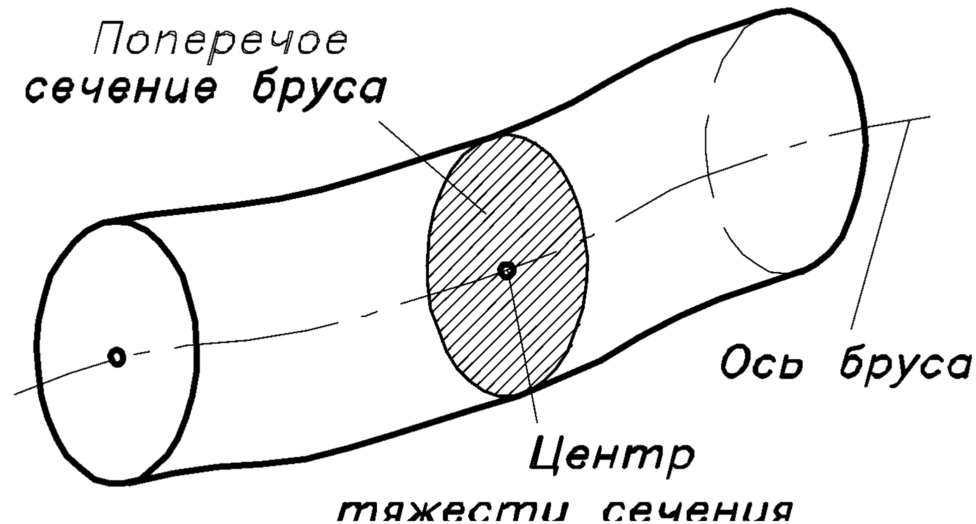
(цилиндрический шарнир)

Опора защемляющая (жесткая заделка, консоль)

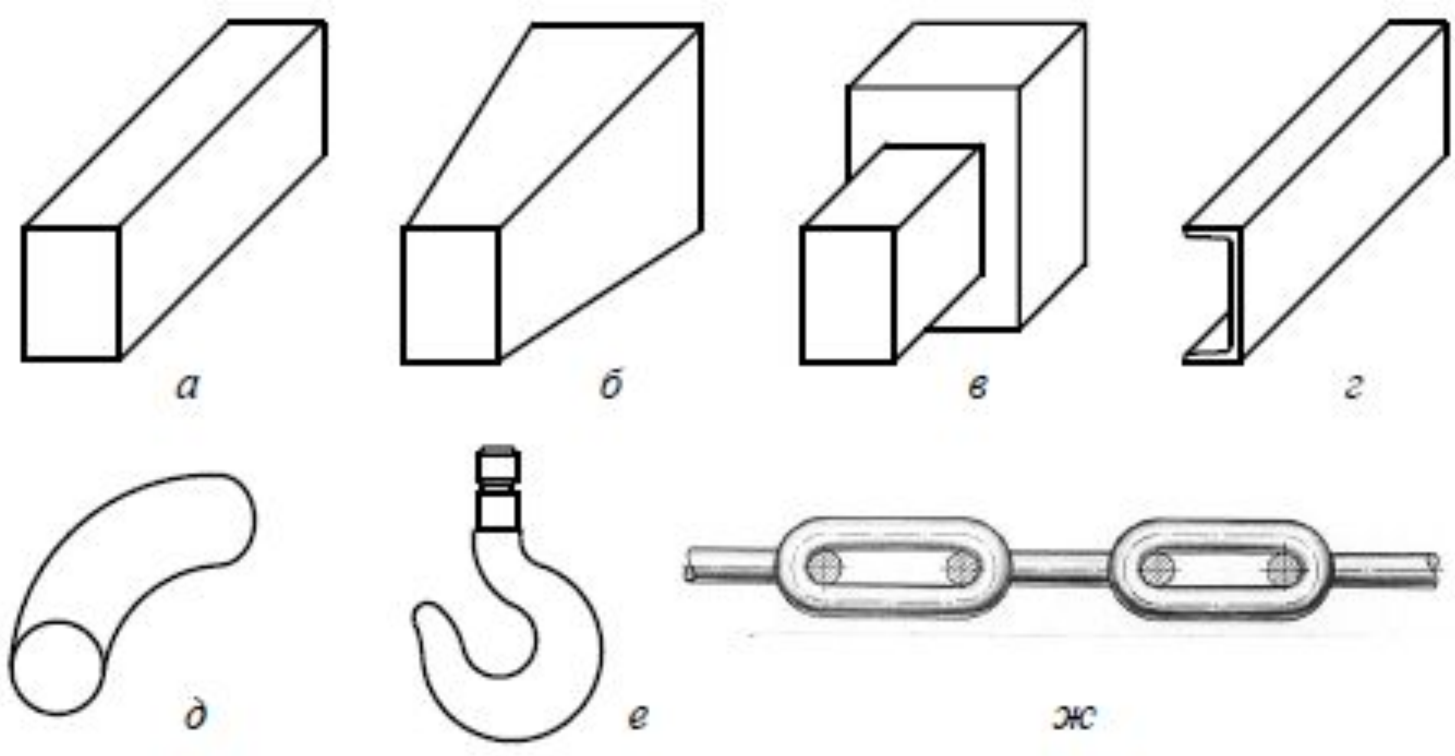


Формы элементов конструкций:

- **Брус** - тело, два измерения которого невелики по сравнению с третьим (длиной)
- **Балка** - брус, работающий на изгиб
- **Стержень** - прямой брус, работающий на растяжение или сжатие

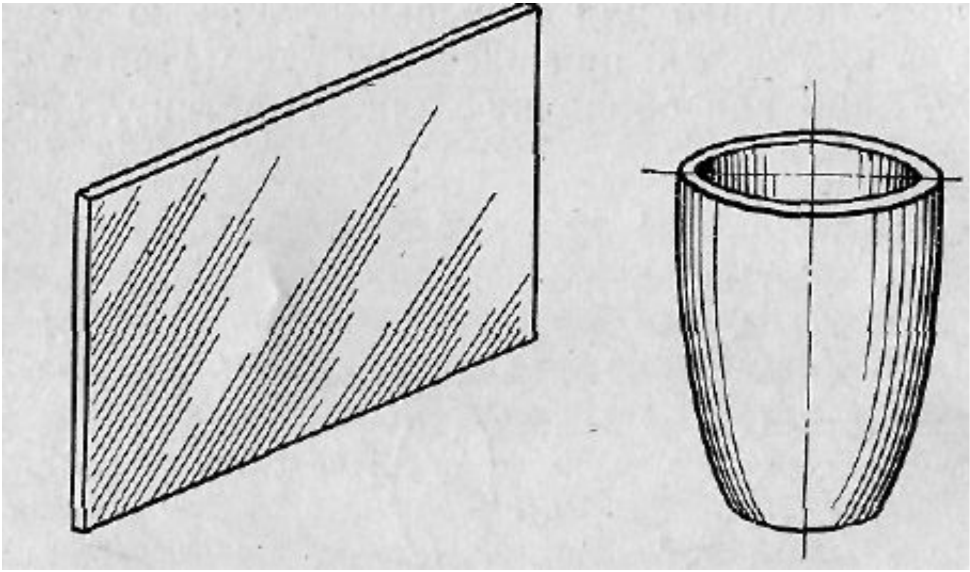


Примеры брусьев различной формы



Формы элементов конструкций:

- **Оболочка** (**пластина**) - тело, одно измерение которого мало по сравнению с двумя другими



Массив

тело, все три измерения которого - величины одного порядка (строительный блок, шарик или ролик подшипника качения и т.д.)

ГИПОТЕЗЫ И ДОПУЩЕНИЯ,
ПРИНЯТЫЕ
В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

1. Материал однороден,

т. е. свойства любых сколь угодно малых его частиц совершенно тождественны.

Это допущение достаточно обосновано для металлокристаллических материалов, например, для стали,
и менее обосновано
для материалов
типа чугуна

2. Тело рассматривается как сплошная среда,

т.е. материал полностью заполняет весь объем тела без каких-либо пустот.

Представление о теле как о сплошной среде дает возможность применять методы анализа бесконечно малых величин (дифференциальное и интегральное исчисления)

3. Материал изотропен,

т.е. физико-механические свойства его по всем направлениям одинаковы.

Материалы, не обладающие указанным свойством, называют **анизотропными**.

4.В известных пределах нагружения материал обладает идеальной упругостью,

т.е. после снятия нагрузки деформации полностью исчезают

5. Перемещения точек упругого тела в известных пределах нагружения прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения.

«Ut tensio, sic vis» - «какова деформация, такова сила»

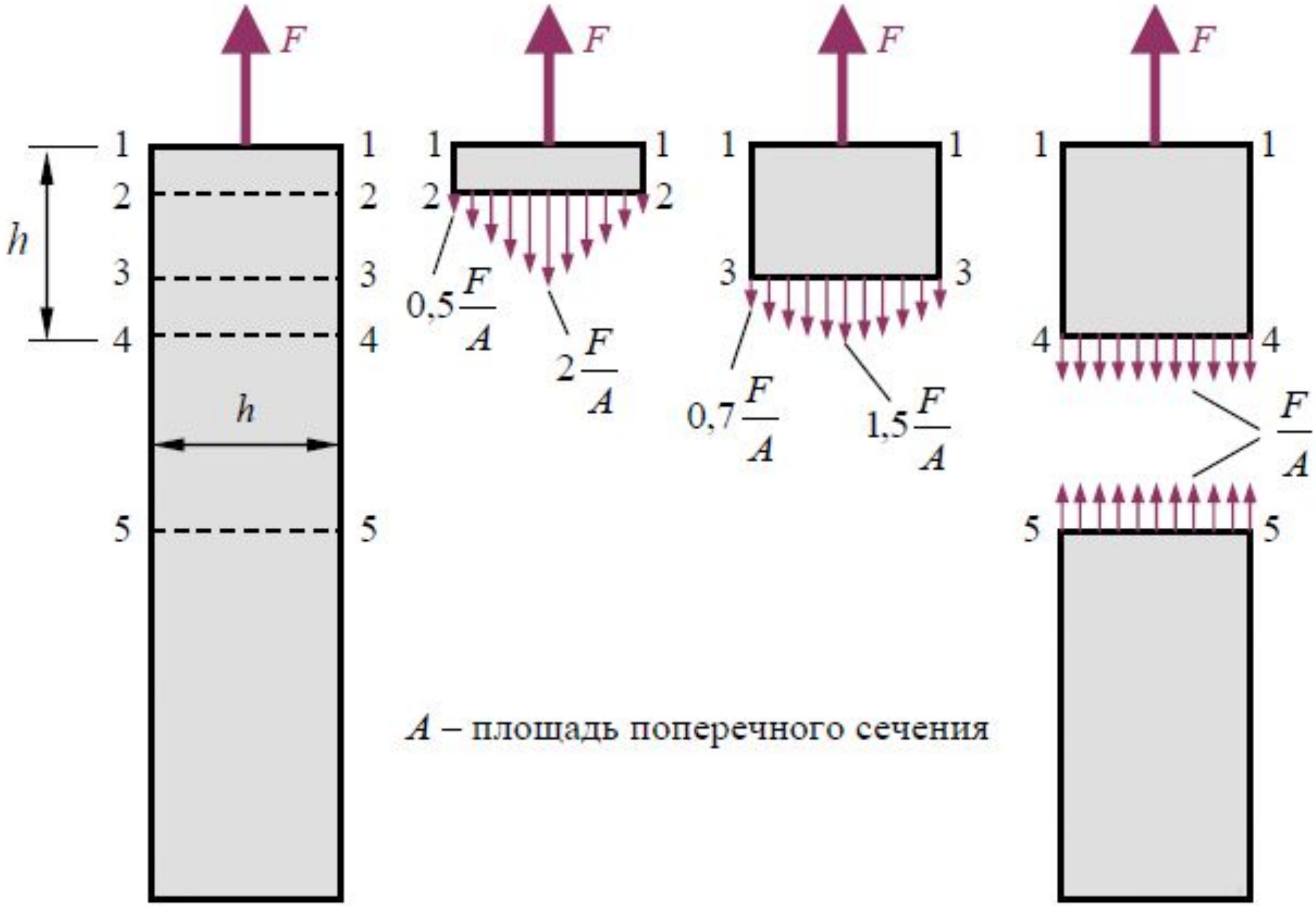
Роберт Гук

Роберт Гук
1635–1703

6. Гипотеза Бернулли о плоских сечениях –
поперечные сечения,
плоские и нормальные к оси стержня
до приложения к нему нагрузки,
остаются плоскими и нормальными к его оси
в деформированном состоянии;
при изгибе сечения поворачиваются, не
искривляясь

7. Принцип Сен-Венана –
в сечениях, достаточно удаленных от
мест приложения нагрузки,
деформация тела
не зависит
от конкретного способа нагружения
и определяется только
статическим эквивалентом нагрузки

Адемар Жан-Клод Барре де **СЕН-ВЕНАН**
(1797 - 1886)


F
1
2
3
4
5
h
0,5 F/A
2 F/A
0,7 F/A
1,5 F/A
F/A
A – площадь поперечного сечения

8. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции)-

результат воздействия нескольких внешних факторов

равен сумме результатов воздействия каждого из них, прикладываемого в отдельности,

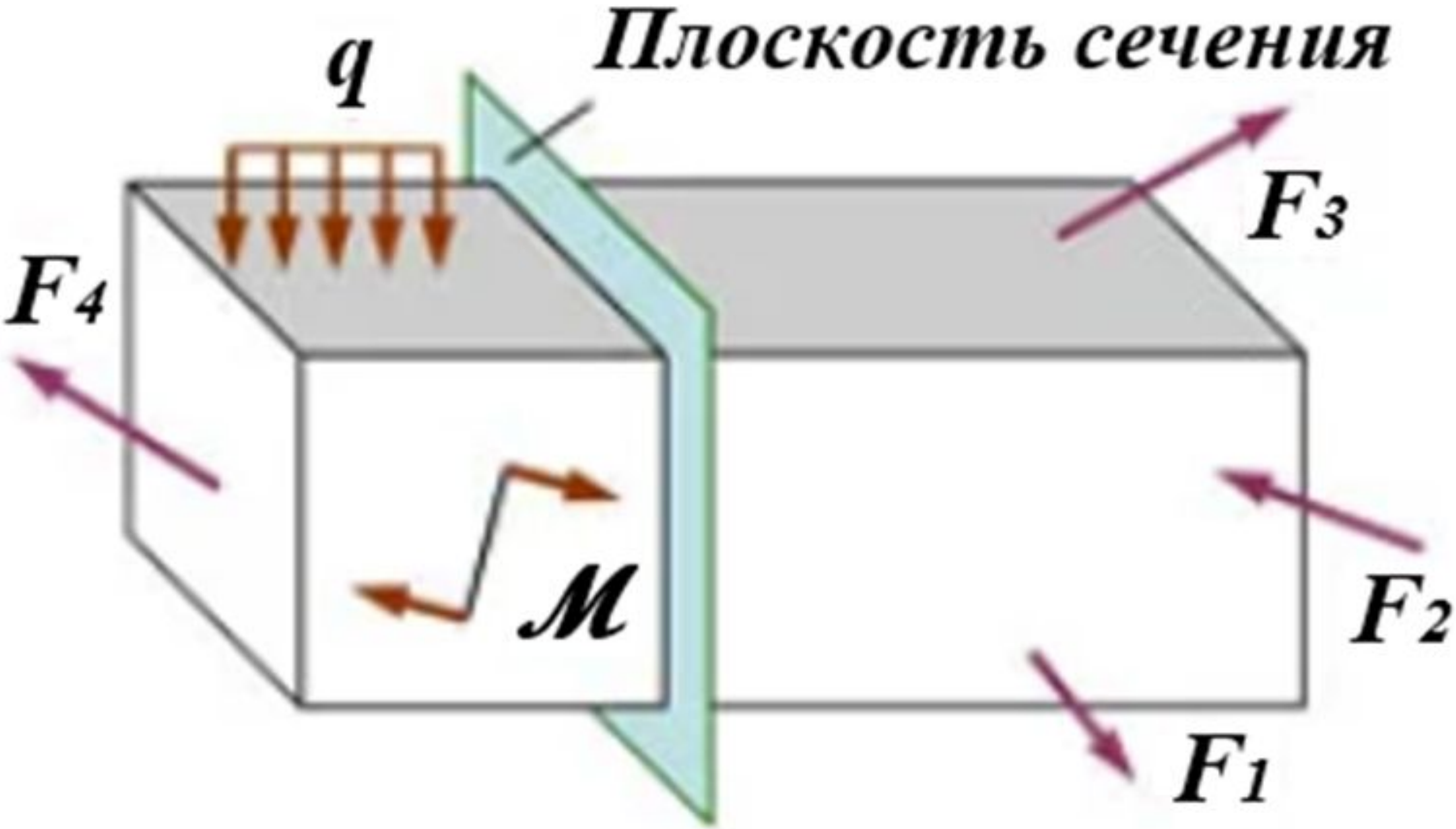
и не зависит от последовательности их приложения

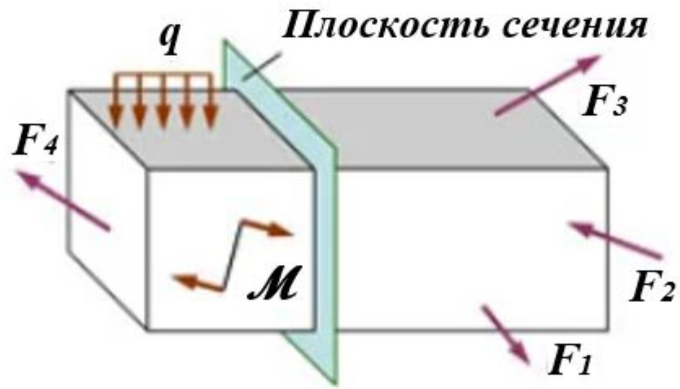
9. Принцип начальных размеров (гипотеза о малости деформаций) – деформации в точках тела настолько малы по сравнению с размерами деформируемого тела, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу.

Допущение применяют при составлении уравнений статики, считая тело абсолютно твердым

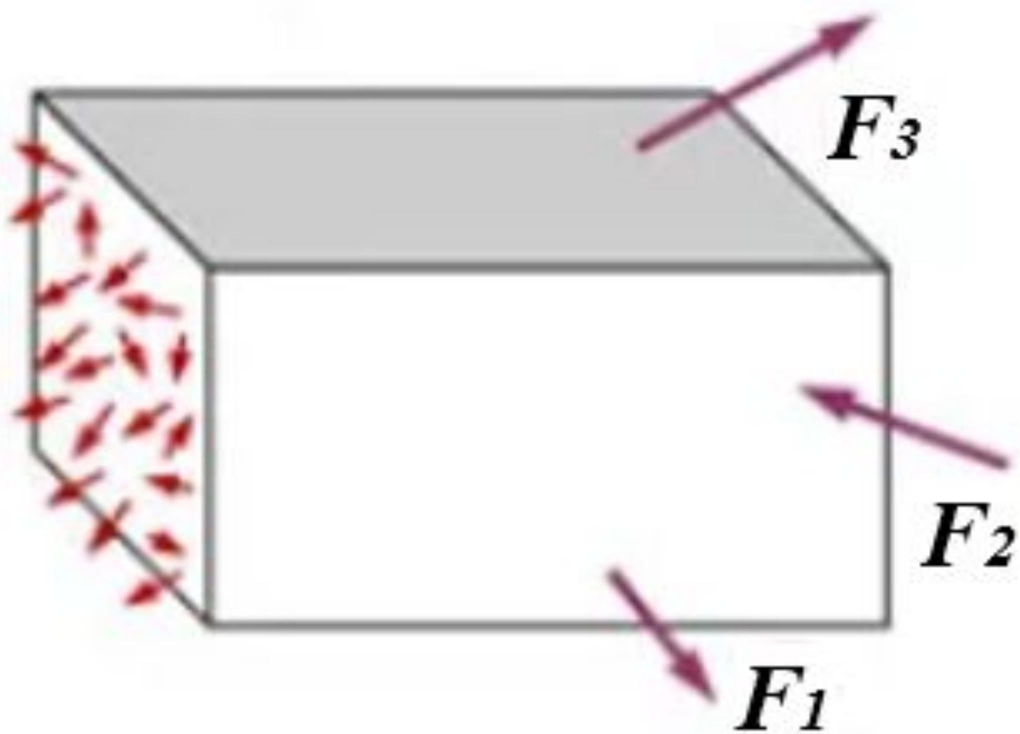
Внутренние силовые факторы

Метод сечений - определение внутренних усилий путем составления уравнений равновесия любой отсеченной части тела

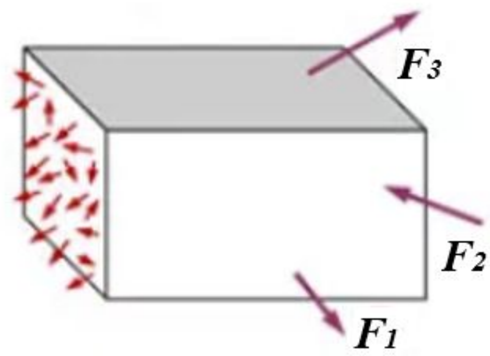

q
Плоскость сечения
F3
F4
M
F2
F1

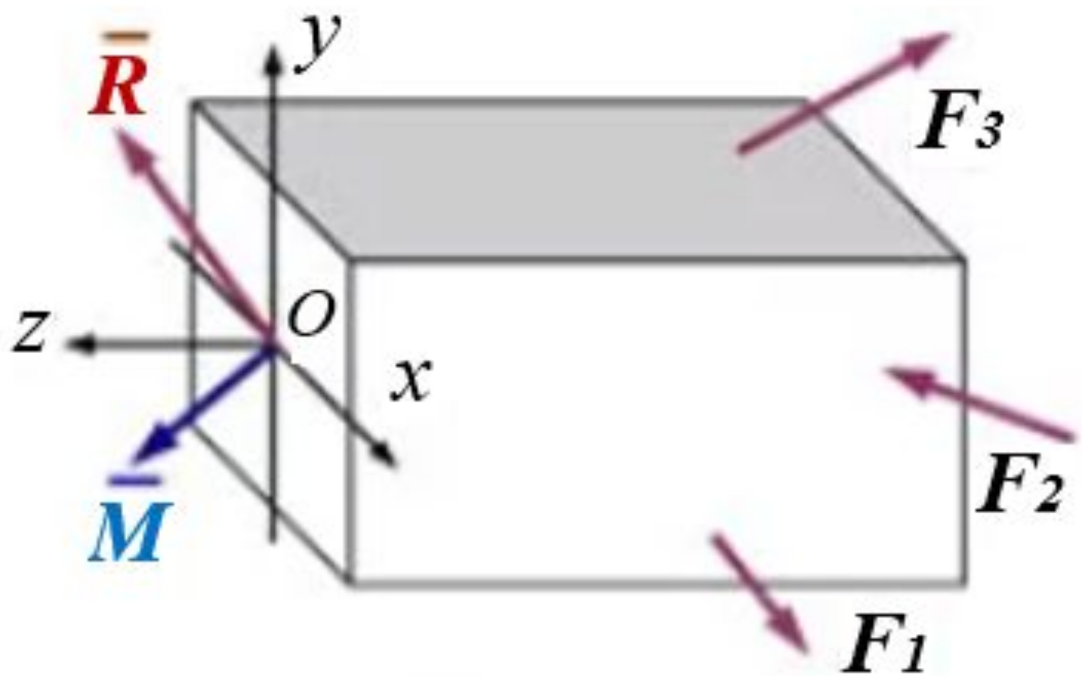


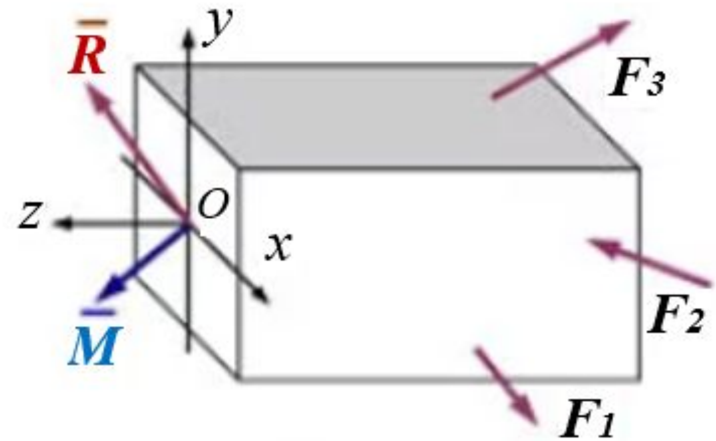
q
Плоскость сечения
F3
F4
M
F2
F1

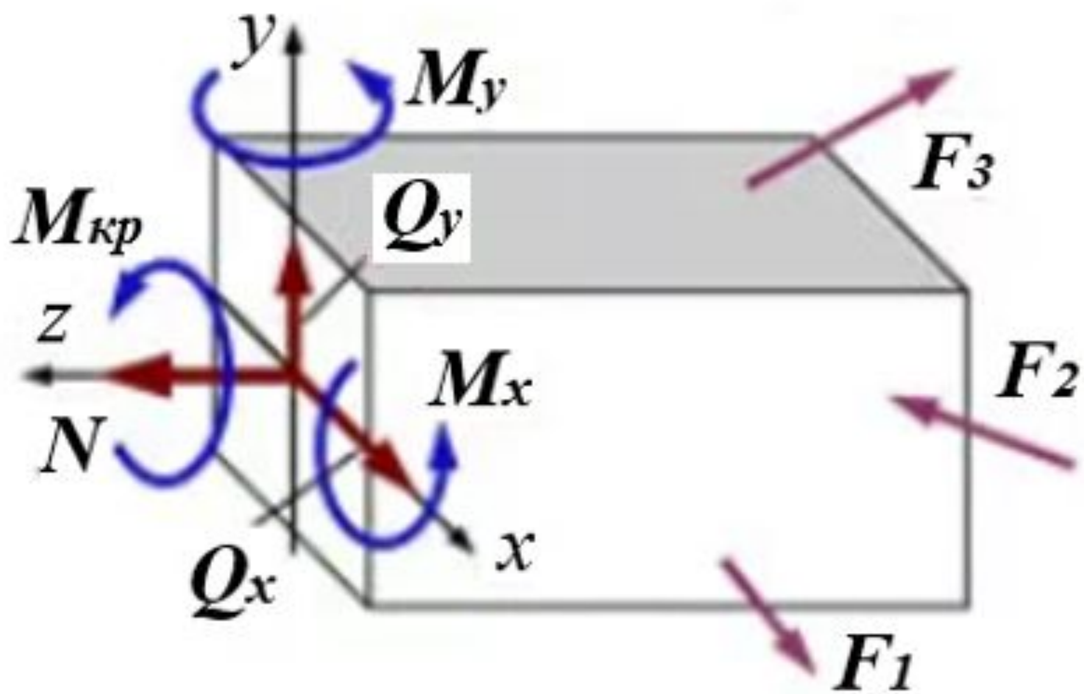


F3
F2
F1

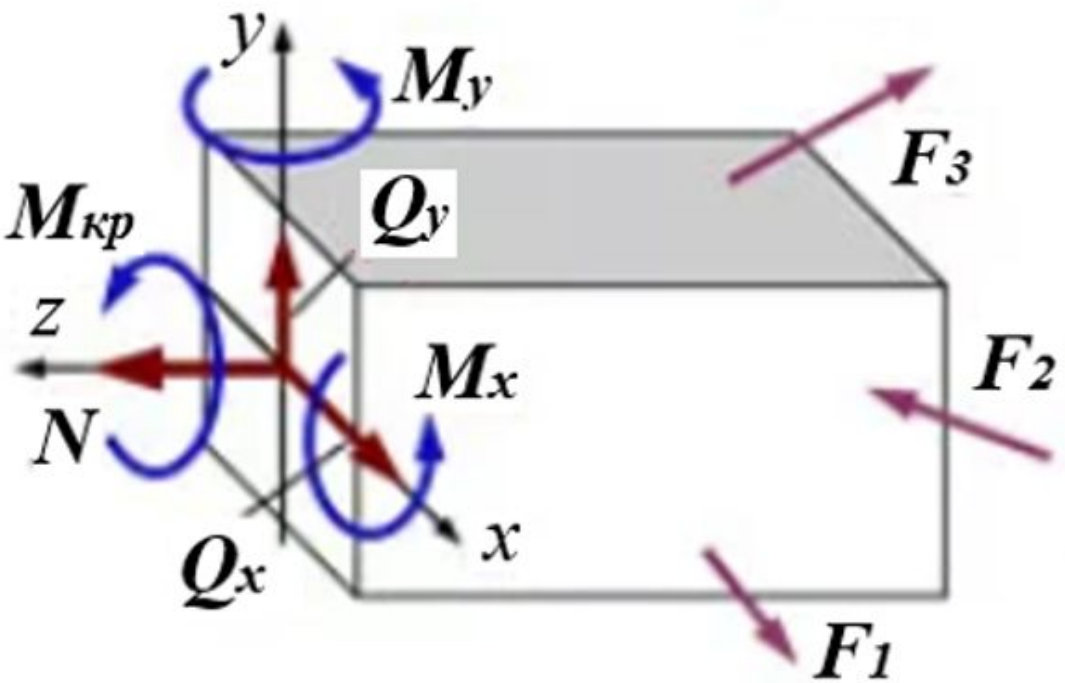

F3
F2
F1


y
R
F3
O
z
x
M
F2
F1


R̄
y
z
O
x
M̄
F3
F2
F1


y
My
F3
Qy
Mкр
z
Mx
F2
N
x
Qx
F1

Внутренние силовые факторы – проекции *главного вектора* и *главного момента* внутренних сил на оси координат, привязанные к центру тяжести сечения



N – *продольная сила*

Q_x, Q_y – *поперечные силы*

M_x, M_y – *изгибающие моменты*

$M_{кр}$ – *крутящий момент*

Напряжения

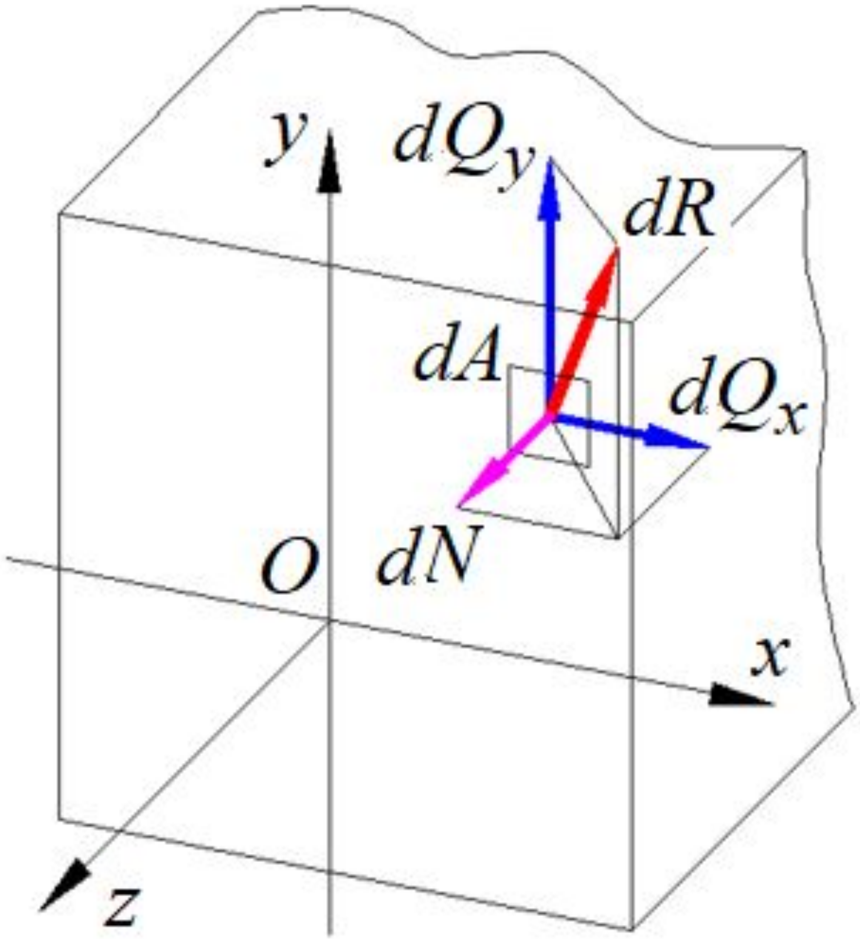
Напряжение механическое полное – мера интенсивности распределения внутренних сил.

Для любой точки *A* упругого тела равно:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \to 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A} = \frac{d\bar{R}}{dA},$$

где $d\bar{R}$ *– равнодействующая внутренних сил, проходящих через поверхность площадки, проведенной через точку* A

Огюстен Луи Коши
1789 - 1857



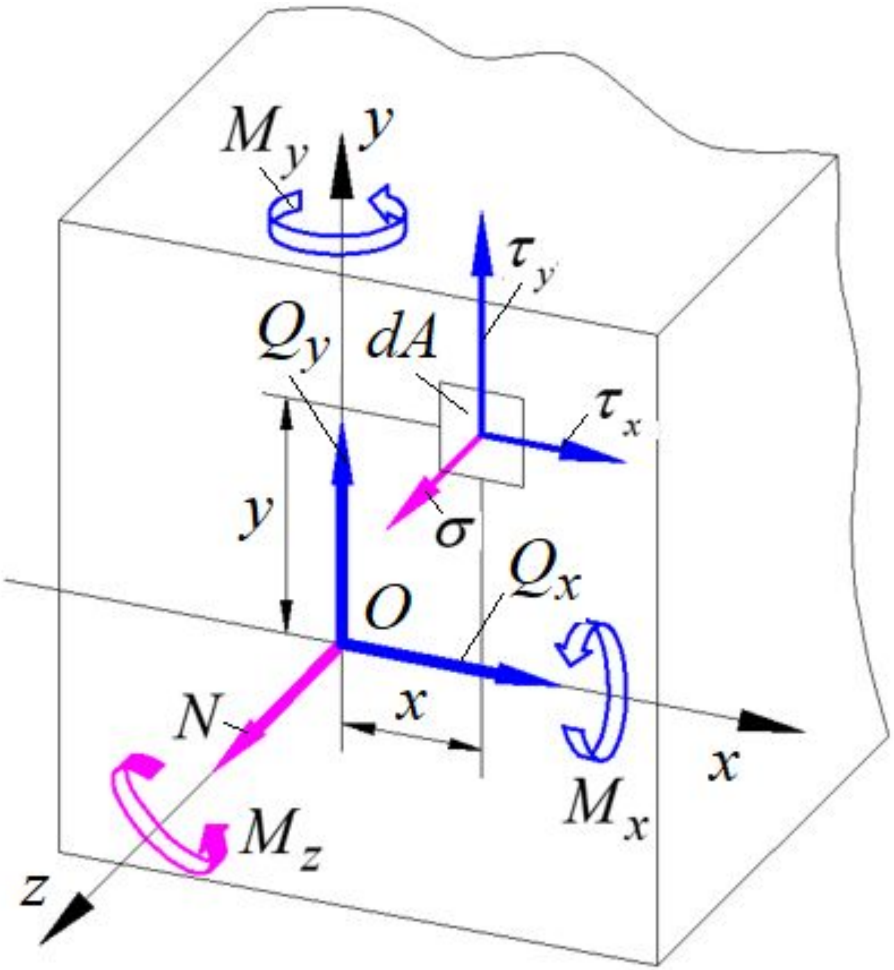
$$p = dR \,/\, dA;$$

$$\sigma = dN \,/\, dA;$$

$$\tau_x = dQ_x \,/\, dA;$$

$$\tau_y = dQ_y \,/\, dA;$$

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}$$



$$N = \int_A \sigma \cdot dA;$$

$$Q_x = \int_A \tau_x \cdot dA;$$

$$Q_y = \int_A \tau_y \cdot dA;$$

$$M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA;$$

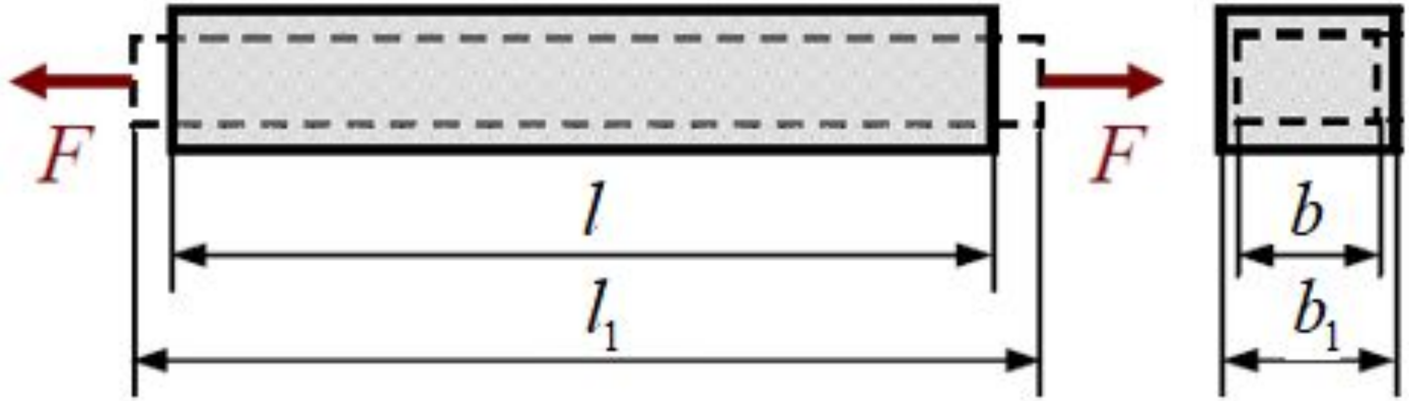
$$M_y = \int_A \sigma \cdot x \cdot dA;$$

$$M_z = T = \int_A (\tau_y \cdot x - \tau_x \cdot y) dA$$

Растяжение (сжатие) – *вид деформации, при котором из шести внутренних силовых факторов не равно нулю одно* – ***продольное усилие N***

РАСТЯЖЕНИЕ возникает, если противоположно направленные силы приложены вдоль оси стержня.

Растягивающие продольные силы принято считать **положительными**,
сжимающие – **отрицательными**



Напряжения в поперечных сечениях бруса

- При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только ***нормальные напряжения***.
- Равнодействующая соответствующих элементарных сил - продольная сила *N* - может быть найдена с помощью метода сечений.
- *Для того чтоб иметь возможность определить нормальные напряжения при известном значении продольной силы, необходимо установить* **закон их распределения по поперечному сечению бруса.**
- Эта задача решается на основе *гипотезы плоских сечений* (гипотезы Я. Бернулли), которая гласит: ***сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации.***

Деформации при растяжении и сжатии

Закон Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

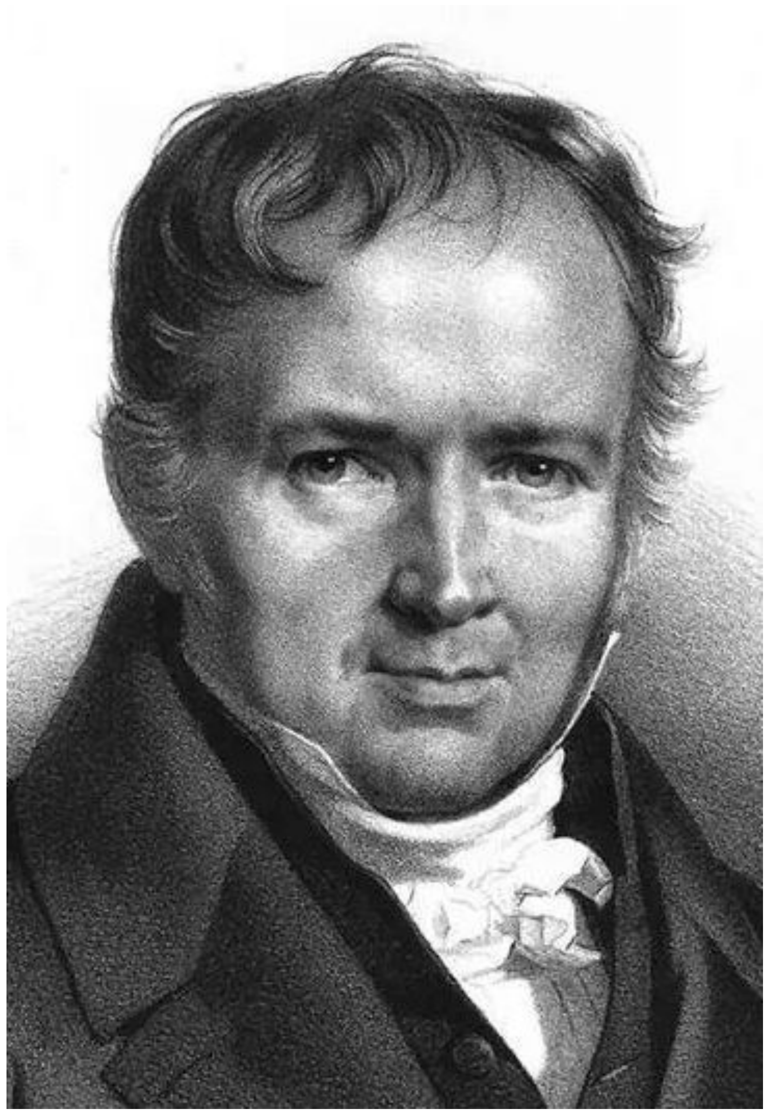
Современное определение модуля Юнга

$$E = \sigma / \varepsilon$$

было дано в 1826 г.
за три года до смерти Юнга
французским инженером Навье

Томас Юнг (*Янг)*
(1773-1829)
английский физик,
механик, врач,
астроном и востоковед,
один из создателей
волновой теории света

Коэффициент Пуассона



Симеон Дени
ПУАССОН
(1781-1840)

Как показывает опыт, при растяжении бруска длина его увеличивается на величину Δl, ширина же уменьшается на величину

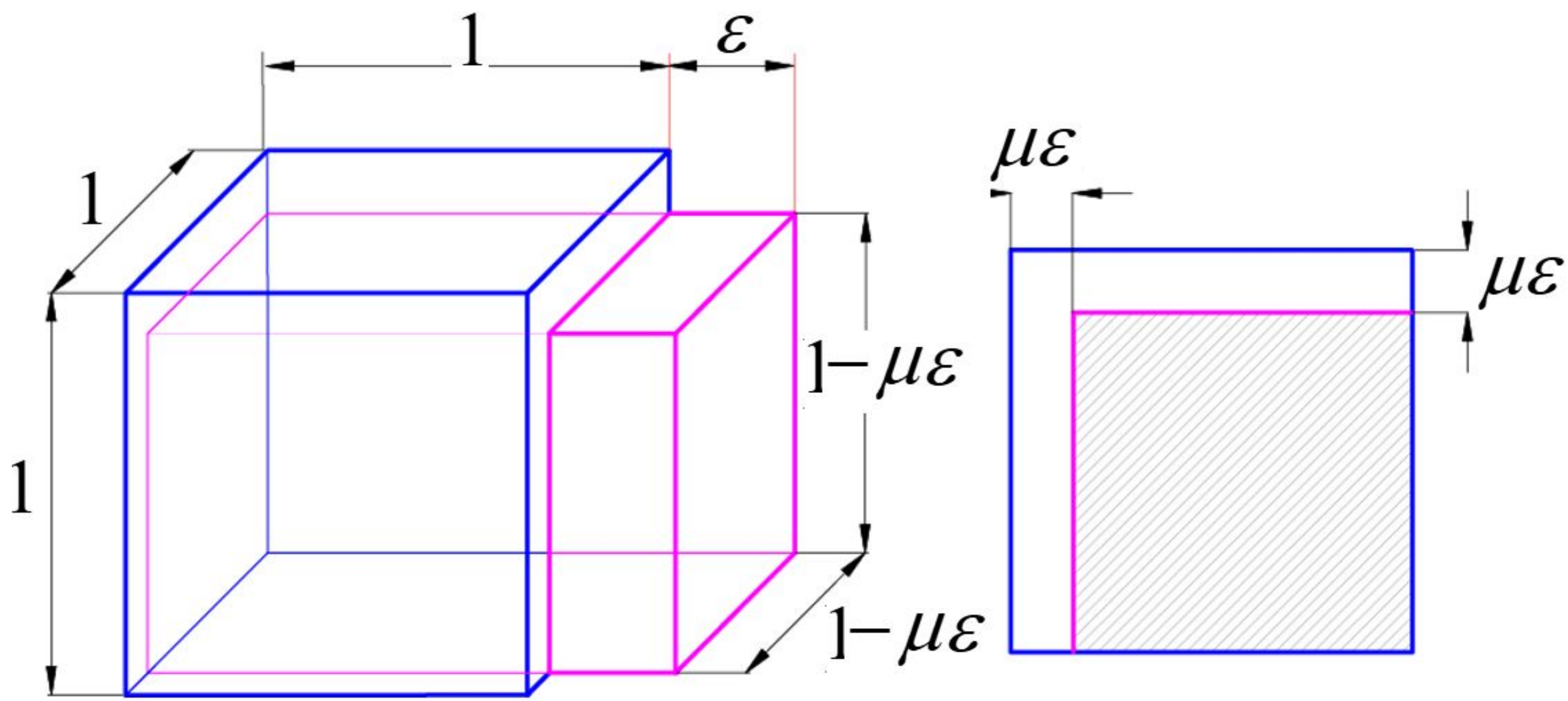
$$\Delta b = b - b_1$$

Относительная продольная деформация равна

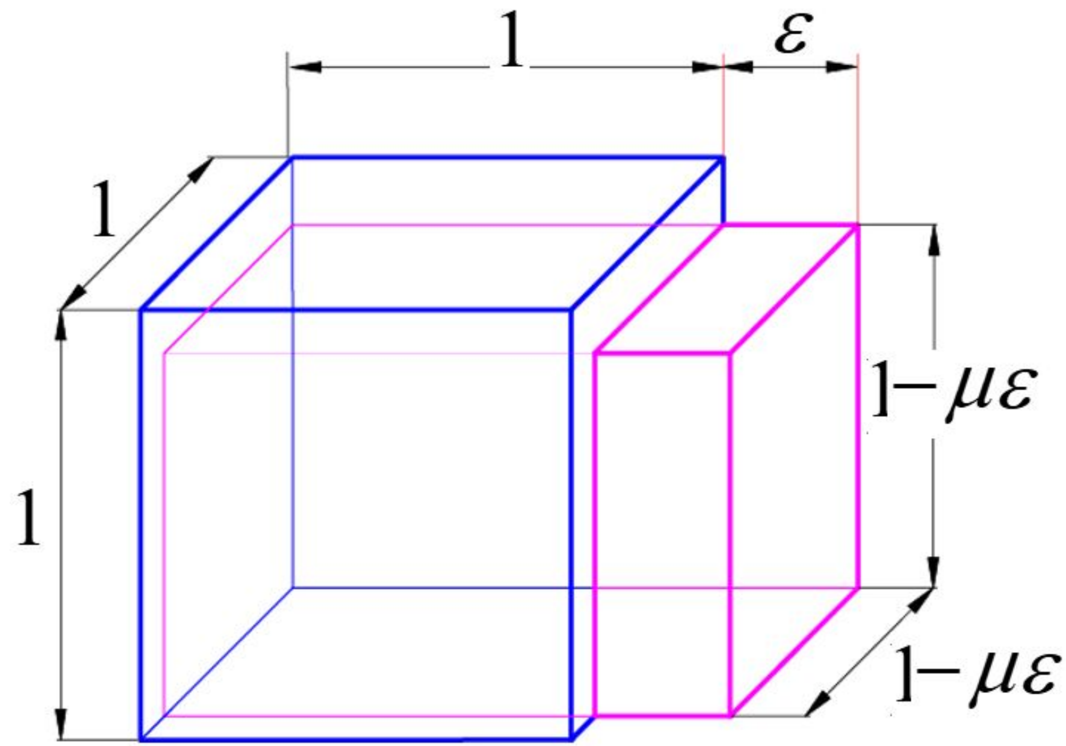
$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

относительная поперечная деформация равна

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta b}{b}$$



1
ε
1
1
1−με
1−με
με
με



$$V_0 = 1$$

$$V = (1+\varepsilon)(1-\mu\varepsilon)^2 = (1+\varepsilon)(1-2\mu\varepsilon+\mu^2\varepsilon^2) =$$

$$= 1-2\mu\varepsilon+\mu^2\varepsilon^2+\varepsilon-2\mu\varepsilon^2+\mu^2\varepsilon^3 = 1-2\mu\varepsilon+\varepsilon$$

$$\frac{V-V_0}{V_0} = \varepsilon(1-2\mu)$$

Коэффициент Пуассона

Материал	μ
Сталь	0,25 - 0,33
Медь	0,31 - 0,34
Бронза	0,32 – 0,35
Алюминий	0,32 - 0,36
Чугун	0,23 - 0,27
Камень	0,16 - 0,34
Бетон	0,08 - 0,18
Фанера	0,07
Пробка	≈ 0

Деформации стержня при растяжении-сжатии

$$\Delta dz = \frac{N(z)dz}{EA}; \qquad (1)$$

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(z)}{EA} dz; \qquad (2)$$

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \int_{l_i} \frac{N(z)}{EA} dz \qquad (3)$$

Расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Опасным сечением при растяжении и сжатии называется поперечное сечение бруса, в котором возникает максимальное нормальное напряжение. Допускаемые напряжения вычисляются по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}$$

где $\sigma_{пред}$ - предельное напряжение ($\sigma_{пред} = \sigma_т$ - для пластических материалов и $\sigma_{пред} = \sigma_в$ - для хрупких материалов); [n] - коэффициент запаса прочности. Для пластических материалов $[n] = [n_т] = 1{,}2 \ldots 2{,}5$; для хрупких материалов $[n] = [n_в] = 2 \ldots 5$, а для древесины $[n] = 8 \div 12$.

Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

Целью расчета любой конструкции является использование полученных результатов для оценки пригодности этой конструкции к эксплуатации при минимальном расходе материала, что находит отражение в методах расчета на прочность и жесткость.

Условие прочности стержня при его растяжении (сжатии):

$$\sigma_{\max} = \max\left(\frac{N_z}{A}\right) \leq [\sigma]$$

При **проектном расчете** определяется площадь опасного сечения стержня:

$$A \geq \frac{\max N_z}{[\sigma]}$$

При определении **допускаемой нагрузки** рассчитывается допускаемая нормальная сила:

$$[N_z] = A[\sigma]$$

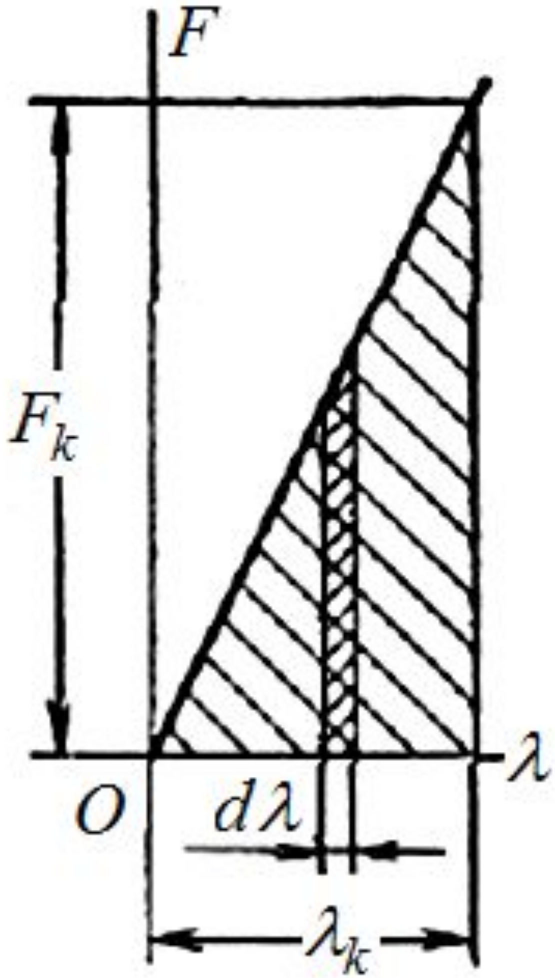
Расчет на жесткость при растяжении и сжатии

Работоспособность стержня определяется его предельной деформацией $[l]$.
Абсолютное удлинение стержня должно удовлетворять условию:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z(z)}{EA(z)} dz \leq [l]$$

Часто дополнительно делают расчет на жесткость отдельных участков стержня

Энергия деформации при растяжении



$$dW = F \cdot d\lambda$$

$$W = \frac{1}{2} F_k \cdot \lambda_k$$

Теорема Клапейрона

«Работа силы, статически приложенной к линейно-деформируемой системе, равна половине произведения конечного значения силы на конечное значение со ответствующего перемещения»

$$dV = \frac{1}{2} N \cdot \Delta(dz) = \frac{1}{2} N \cdot \frac{N dz}{EA} = \frac{N^2 dz}{2EA}$$

Суммируя по всей длине стержня, определяем

$$V = \int_l \frac{N^2(z) \cdot dz}{2EA}$$

Для всей системы

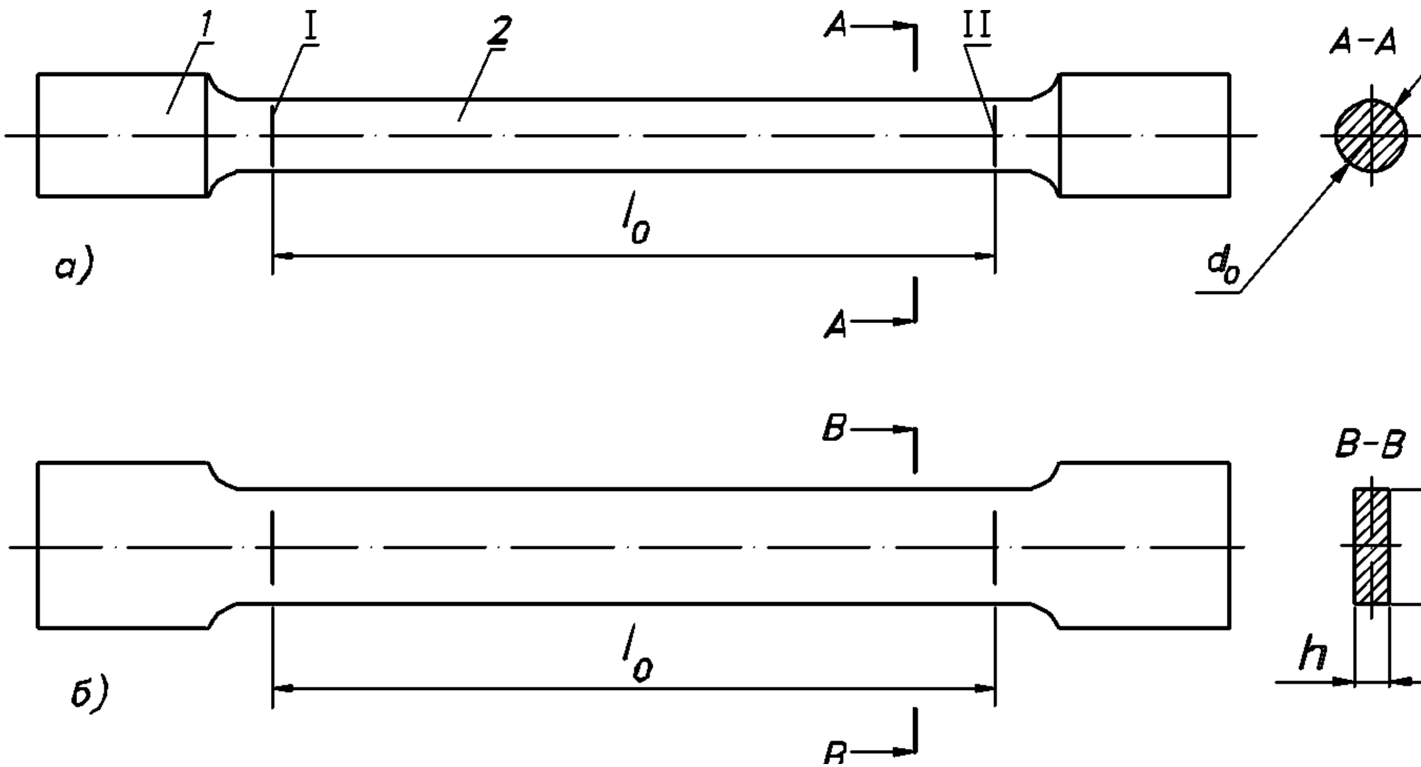
$$V = \sum_{i=1}^{k} \int_{l_i} \frac{N^2(z) \cdot dz}{2EA}$$

Для стержня (участка стержня) постоянного поперечного сечения при условии, что продольная сила по длине стержня не изменяется:

$$V = \frac{N^2 l}{2EA}$$

Бенуа Поль Эмиль
КЛАПЕЙРОН
(1799-1864)

Механические испытания материалов



Стандартные образцы для испытаний на растяжение:
а – образец круглого сечения; *б* – плоский образец; 1 – головка; 2 – рабочая часть

Учебная испытательная машина МИ-40КУ:
1 – станина; 2 – неподвижная траверса; 3 – образец; 4 – левая стойка; 5 – верхняя плита; 6 – правая стойка; 7 – подвижная траверса; 8 – пульт местного управления; 9 –захватно-опорные приспособления; 10 – вал

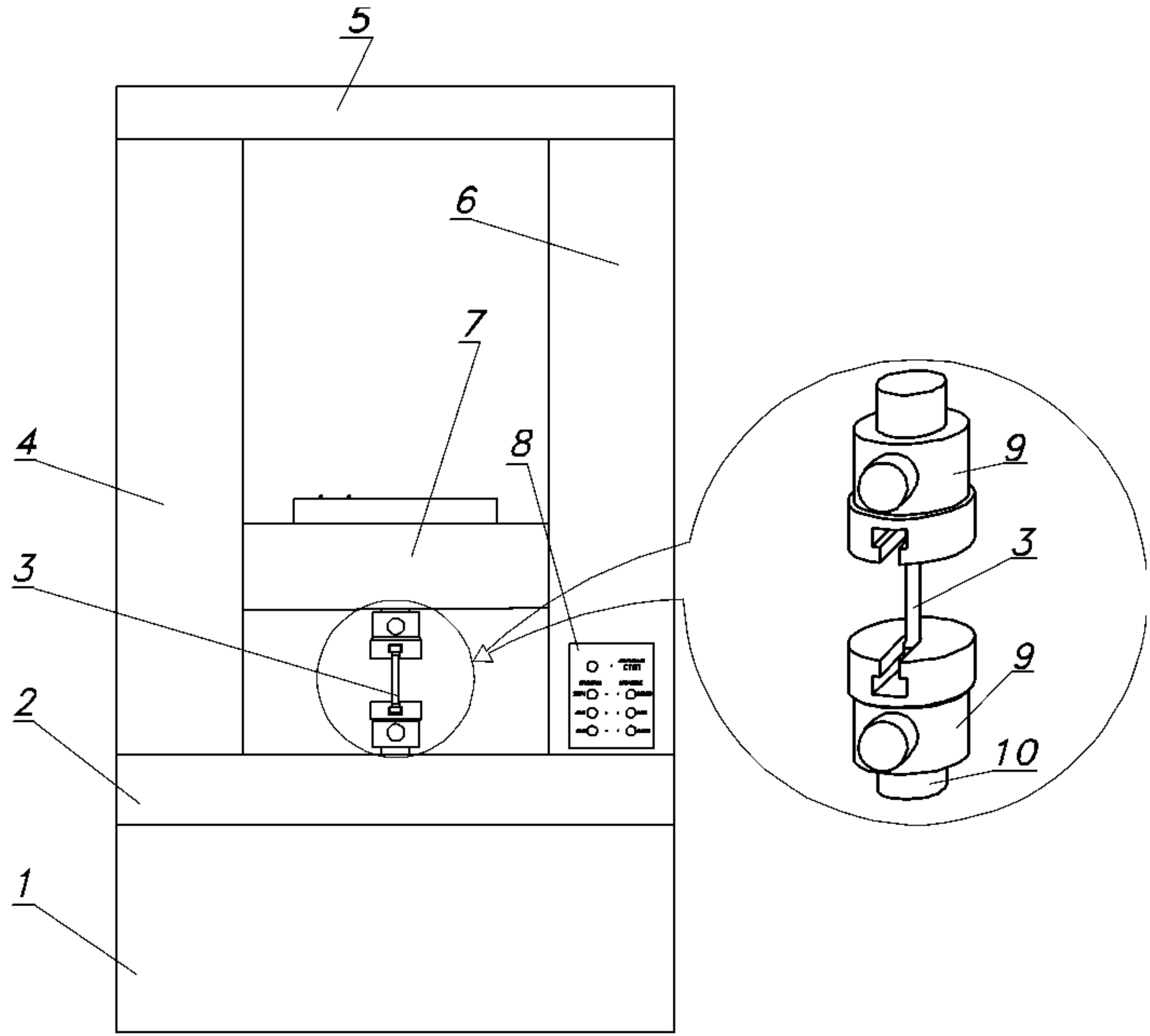
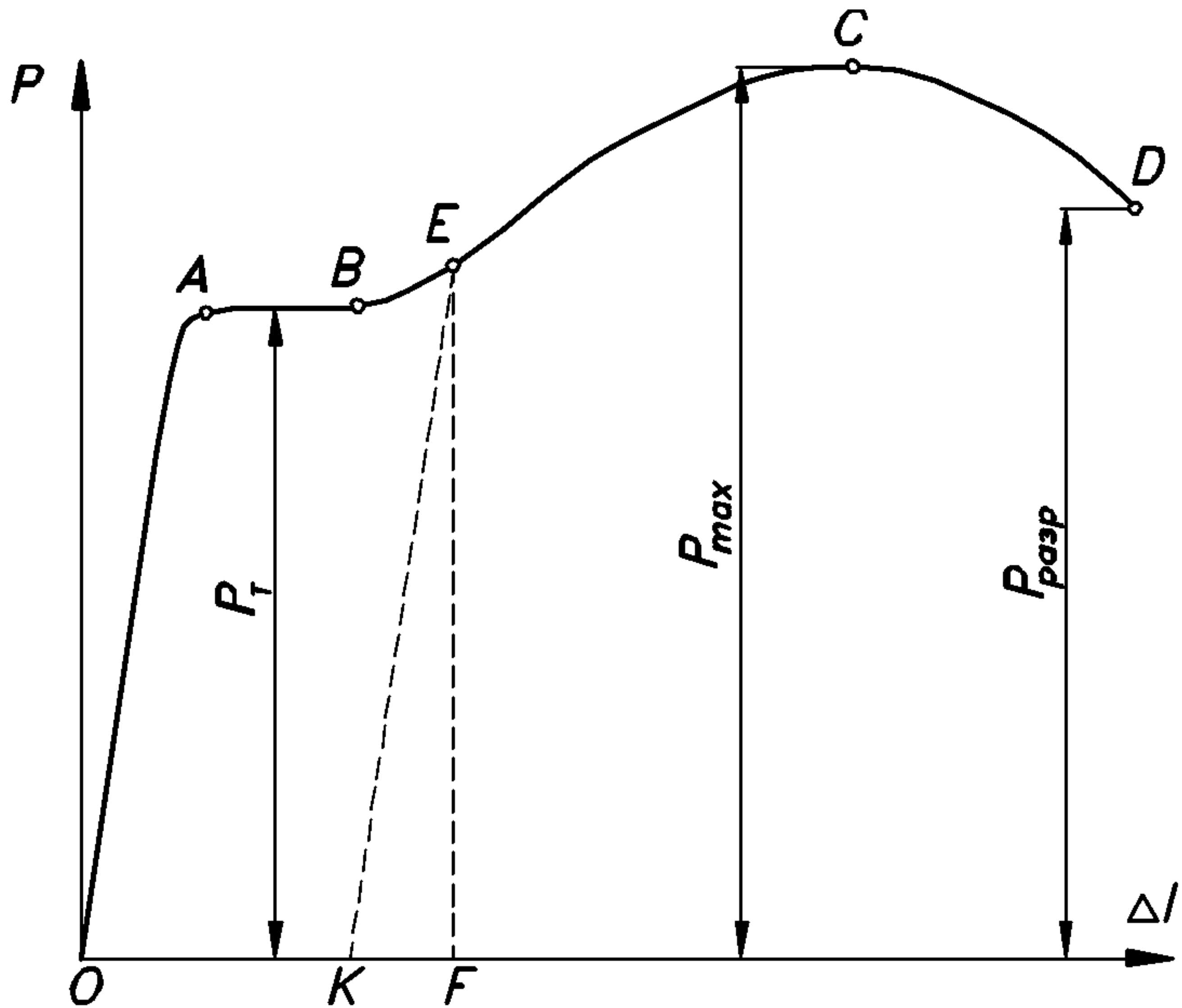
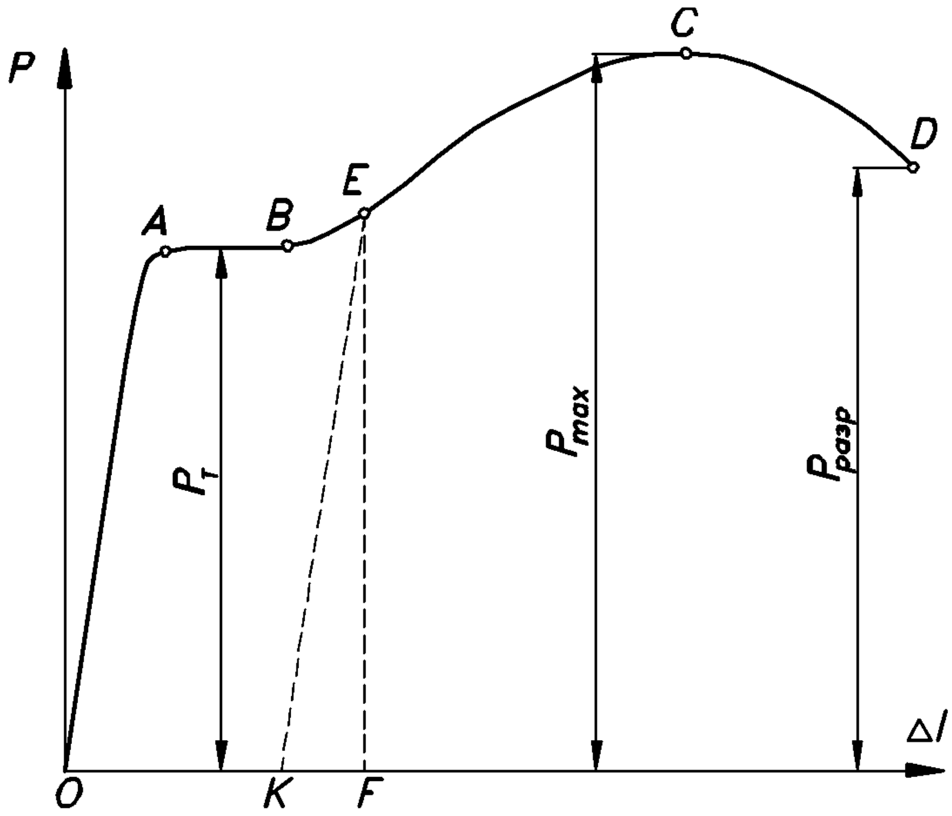


Диаграмма растяжения пластичного материала



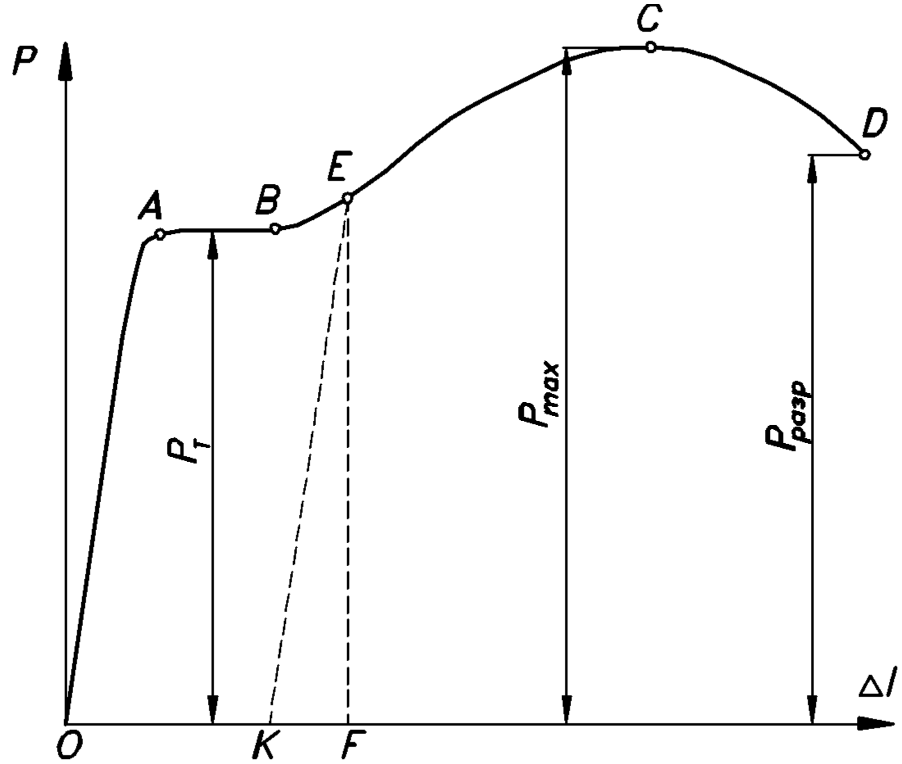
Предел текучести –
напряжение, при котором рост деформаций происходит без заметного увеличения нагрузки



$$\sigma_T = \frac{P_T}{S_0}$$

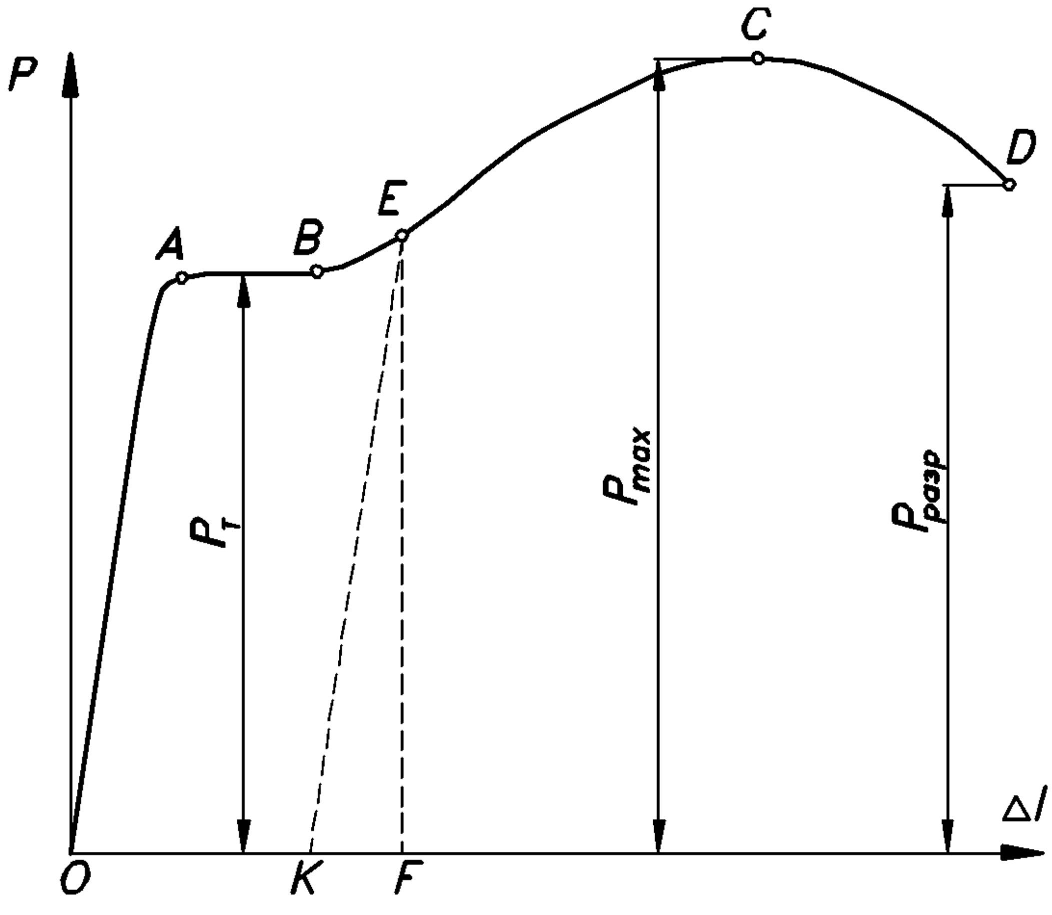
Временное сопротивление $\sigma_в$ или предел прочности материала –

отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец, к его начальной площади поперечного сечения



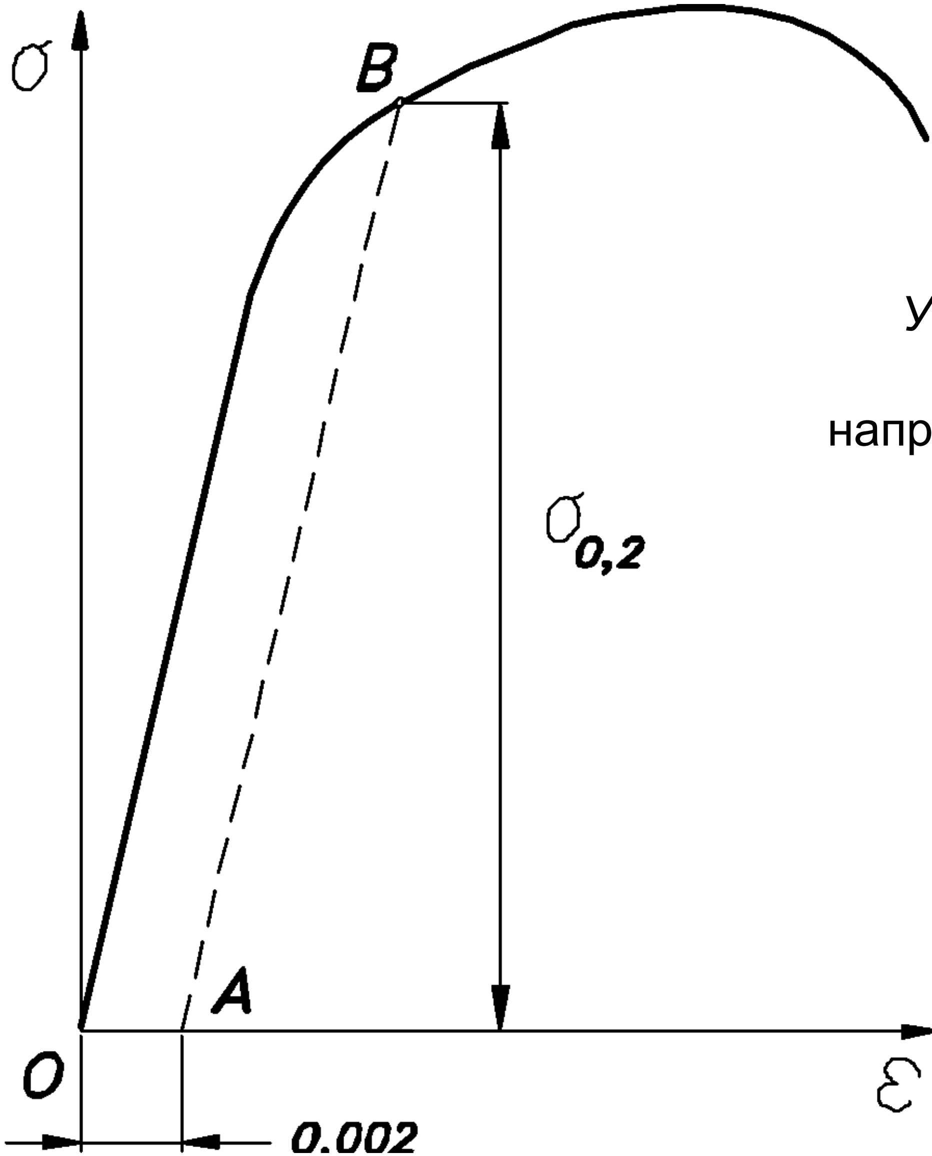
$$\sigma_в = \frac{P_{\max}}{S_0}$$

Истинное напряжение в момент разрыва (в точке D):



$$\sigma_{ист} = \frac{P_{разр}}{S_1}$$

Диаграмма растяжения без площадки текучести



Условный предел текучести – напряжение, при котором остаточная деформация $\varepsilon_{ост}$ образца составляет 0,002, т. е. 0,2%.