



А ТЫ СДАЛ СОПРОМАТ?

Сопротивление материалов –
наука о прочности и
деформируемости
элементов (деталей)
сооружений
и
машин

Литература

1. Ицкович Г.М. Сопротивление материалов.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов.
3. Петрухин Г.Г. Сопротивление материалов. Контрольные задания. Руководство к решению задач. - Новогорск: АГЗ, 1998.
4. Закатов М.М., Курбатский М.И., Монвила С.П. Руководство к лабораторным работам по дисциплине «Механика». Часть I. – Химки: АГЗ МЧС России, 2009, 68 с.
5. Курбатский М.И. Механика. Энциклопедический словарь. Часть I. Теоретическая механика и сопротивление материалов. Учебное пособие

Задачи сопротивления материалов

- ***Первая задача - расчет элементов конструкций на прочность.***
- ***Прочность*** - способность детали сопротивляться разрушению или возникновению пластических деформаций под действием приложенных к ней нагрузок

Задачи сопротивления материалов

- **Вторая задача** - *расчет элементов конструкций на жесткость*
- **Жесткость** - способность материала или элемента конструкции воспринимать нагрузку без существенного изменения геометрических размеров

Задачи сопротивления материалов

- **Третья задача** - *расчет элементов конструкций на устойчивость*

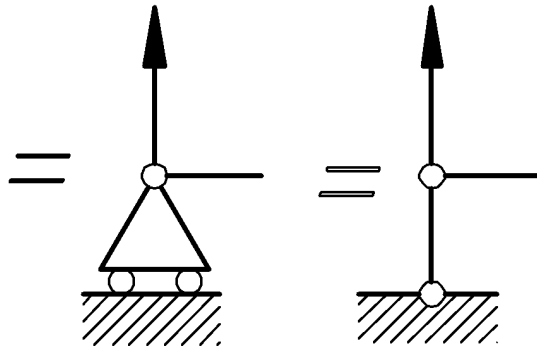
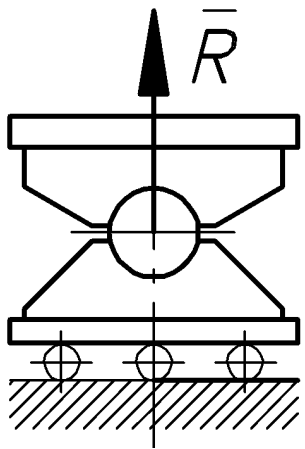
Классификация сил

- Внешние силы: **активные** (нагрузки) и **реактивные** (реакции связей).
- **Объемные силы** – силы, действующие на каждый бесконечно малый элемент объема. К ним относятся **силы тяжести** и **силы инерции**, возникающие при ускоренном движении.
- **Поверхностные силы** - нагрузки, передающиеся от одних элементов конструкции к другим.
Делятся на **сосредоточенные** и **распределенные**.
Нагрузки, **распределенные по некоторой поверхности**, характеризуются давлением, т. е. отношением силы, действующей на элемент поверхности нормально к ней, к площади данного элемента. Выражаются в паскалях.
Распределенная по длине нагрузка характеризуется **интенсивностью**, обозначаемой обычно q . Выражается в единицах силы, отнесенных к единицам длины: H/m .

Классификация сил

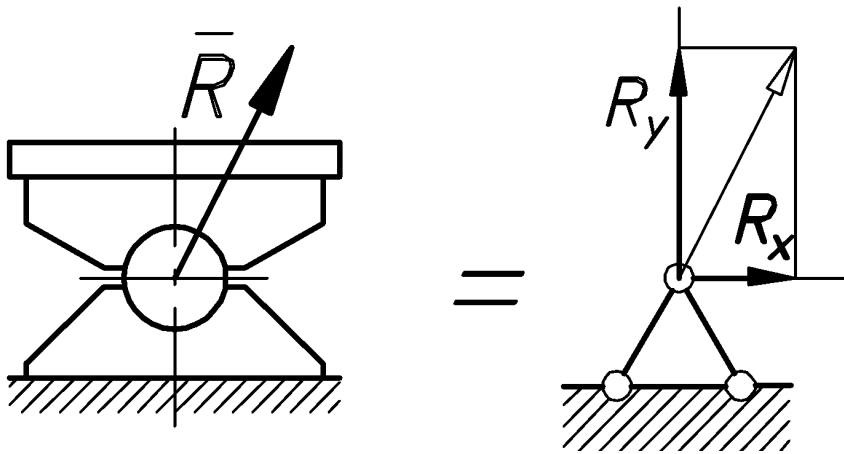
- По характеру изменения во времени различают:
 - *статические нагрузки*, нарастающие медленно и плавно от нуля до своего конечного значения;
 - *повторные нагрузки*, многократно изменяющиеся во времени по тому или иному закону;
 - *нагрузки малой продолжительности*, прикладываемые к конструкции сразу или даже с начальной скоростью в момент контакта (динамические или ударные).

Связи и их реакции



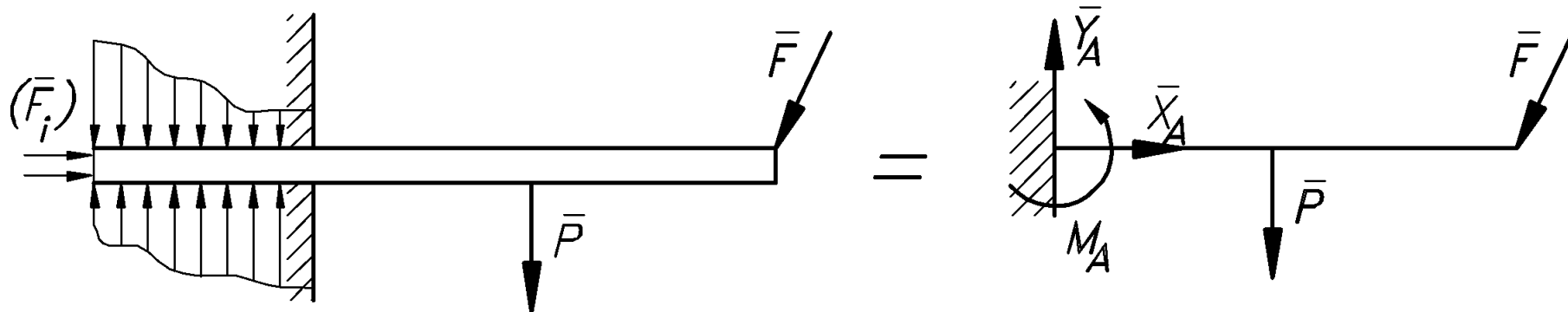
- **Опора шарнирно-подвижная** - опора, позволяющая точке тела, которая связана с опорой, перемещаться без трения вдоль какой-либо поверхности. Реакция подвижной опоры направляется по нормали к поверхности, вдоль которой может перемещаться опора.

Связи и их реакции



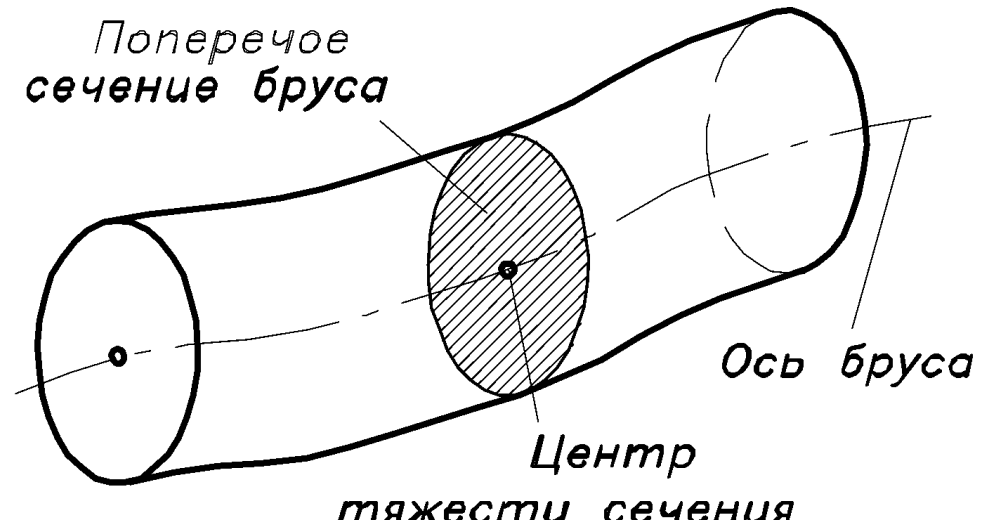
*Опора шарнирно
неподвижная
(цилиндрический
шарнир)*

Опора защемляющая (жесткая заделка, консоль)

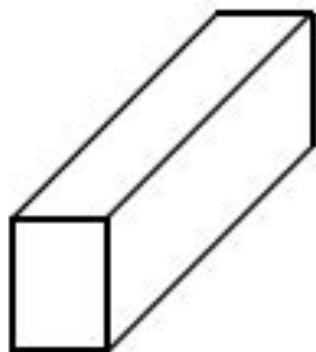


Формы элементов конструкций:

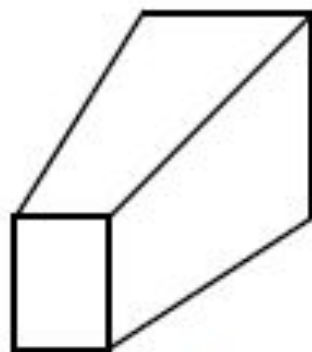
- **Брус** - тело, два измерения которого невелики по сравнению с третьим (длиной)
- **Балка** - брус, работающий на изгиб
- **Стержень** - прямой брус, работающий на растяжение или сжатие



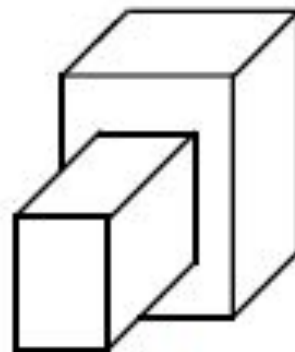
Примеры брусьев различной формы



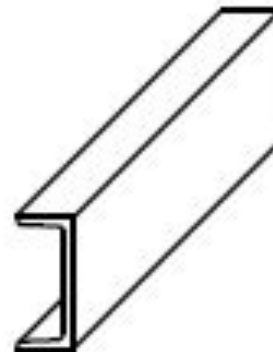
a



б



в



г



д



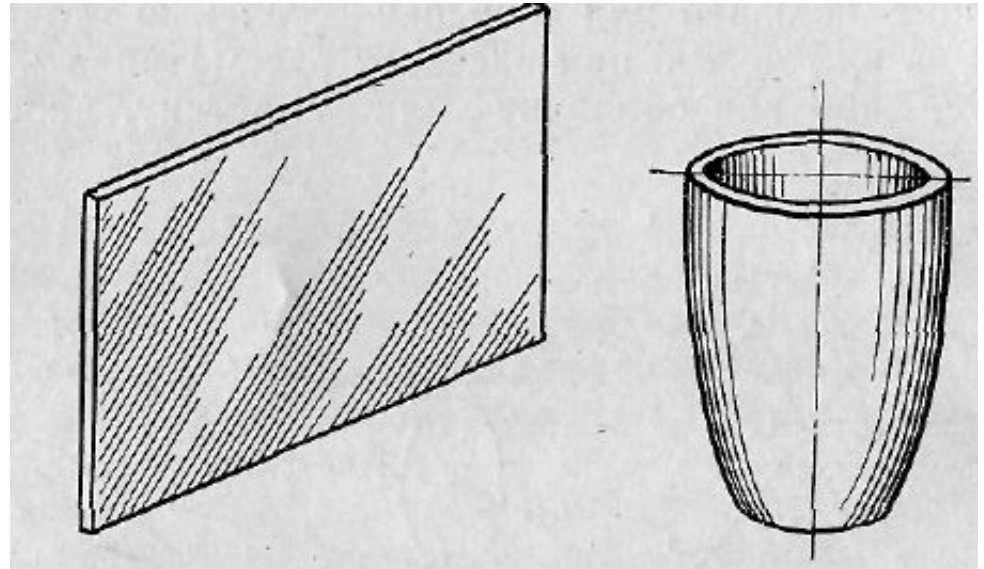
е



ж

Формы элементов конструкций:

- **Оболочка (пластина)** - тело, одно измерение которого мало по сравнению с двумя другими



Массив

тело, все три измерения которого -
величины одного порядка
(строительный блок, шарик или ролик
подшипника качения и т.д.)

ГИПОТЕЗЫ И ДОПУЩЕНИЯ,
ПРИНЯТЫЕ
В СОПРОТИВЛЕНИИ МАТЕРИАЛОВ

1. Материал однороден,
*т. е. свойства любых сколь угодно
малых его частиц совершенно
тождественны.*

Это допущение достаточно обосновано для
металлокристаллических материалов,
например, для стали,
и менее обосновано
для материалов
типа чугуна

2. Тело рассматривается как сплошная среда,

*т.е. материал полностью заполняет весь
объем тела без каких-либо пустот.*

*Представление о теле как о сплошной среде
дает возможность применять
методы анализа бесконечно малых величин
(дифференциальное и интегральное исчисления)*

3. Материал изотропен,

т.е. физико-механические свойства его по всем направлениям одинаковы.

Материалы, не обладающие указанным свойством, называют **анизотропными.**

4. В известных пределах нагружения материал обладает идеальной упругостью, т.е. после снятия нагрузки деформации полностью исчезают

5. Перемещения точек упругого тела в известных пределах нагружения прямо пропорциональны силам, вызывающим эти перемещения.

«Ut tensio, sic vis» - «какова деформация, такова сила»

Роберт Гук



Роберт Гук

1635–1703

6. Гипотеза Бернулли о плоских сечениях –
поперечные сечения,
плоские и нормальные к оси стержня
до приложения к нему нагрузки,
остаются плоскими и нормальными к его оси
в деформированном состоянии;
при изгибе сечения поворачиваются, не
искривляясь

7. Принцип Сен-Венана –

в сечениях, достаточно удаленных от
мест приложения нагрузки,

деформация тела

не зависит

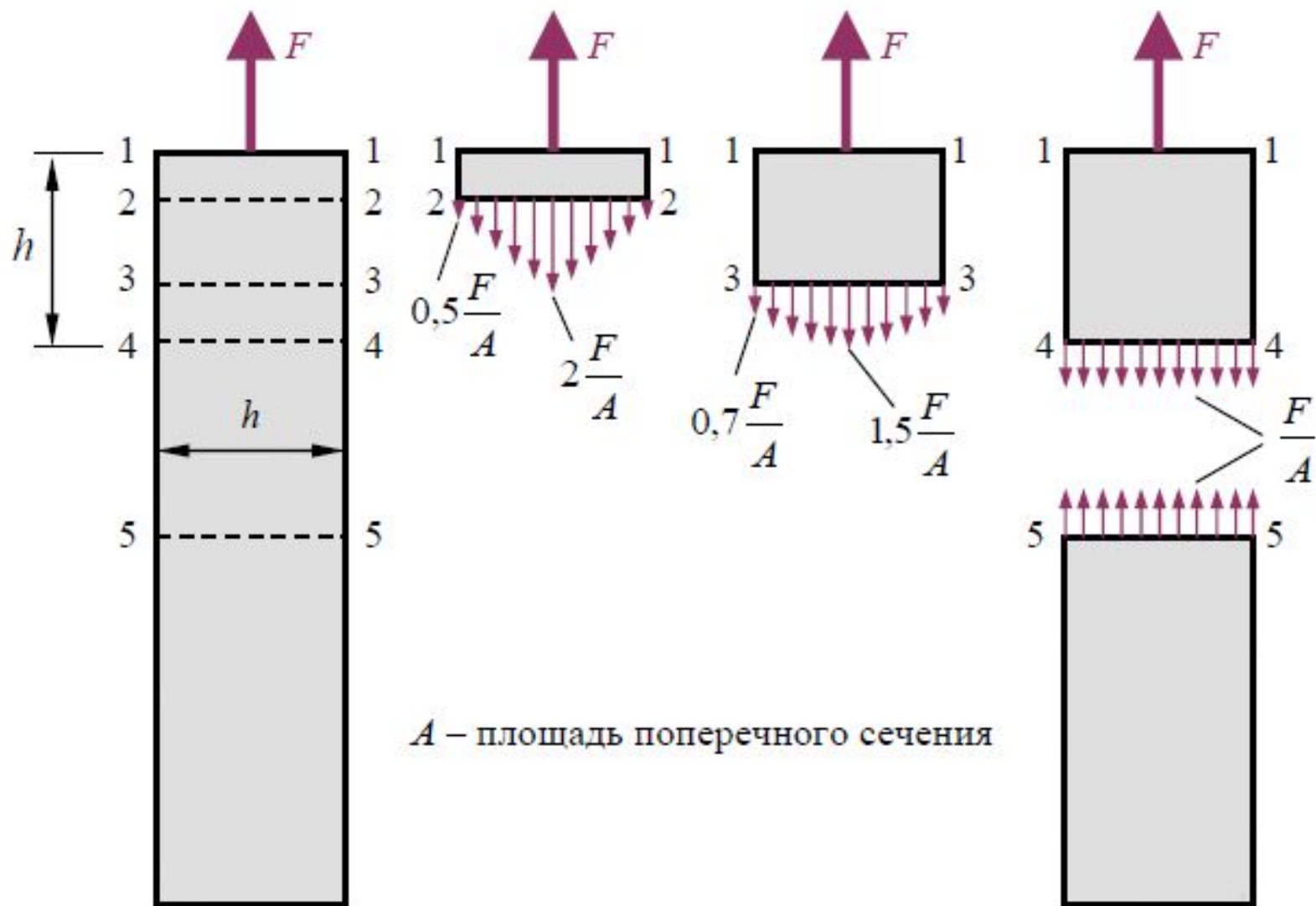
от конкретного способа нагружения

и определяется только

статическим эквивалентом нагрузки



Адемар Жан-Клод Барре де **СЕН-ВЕНАН**
(1797 - 1886)



8. Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции)-

результат воздействия нескольких внешних
факторов

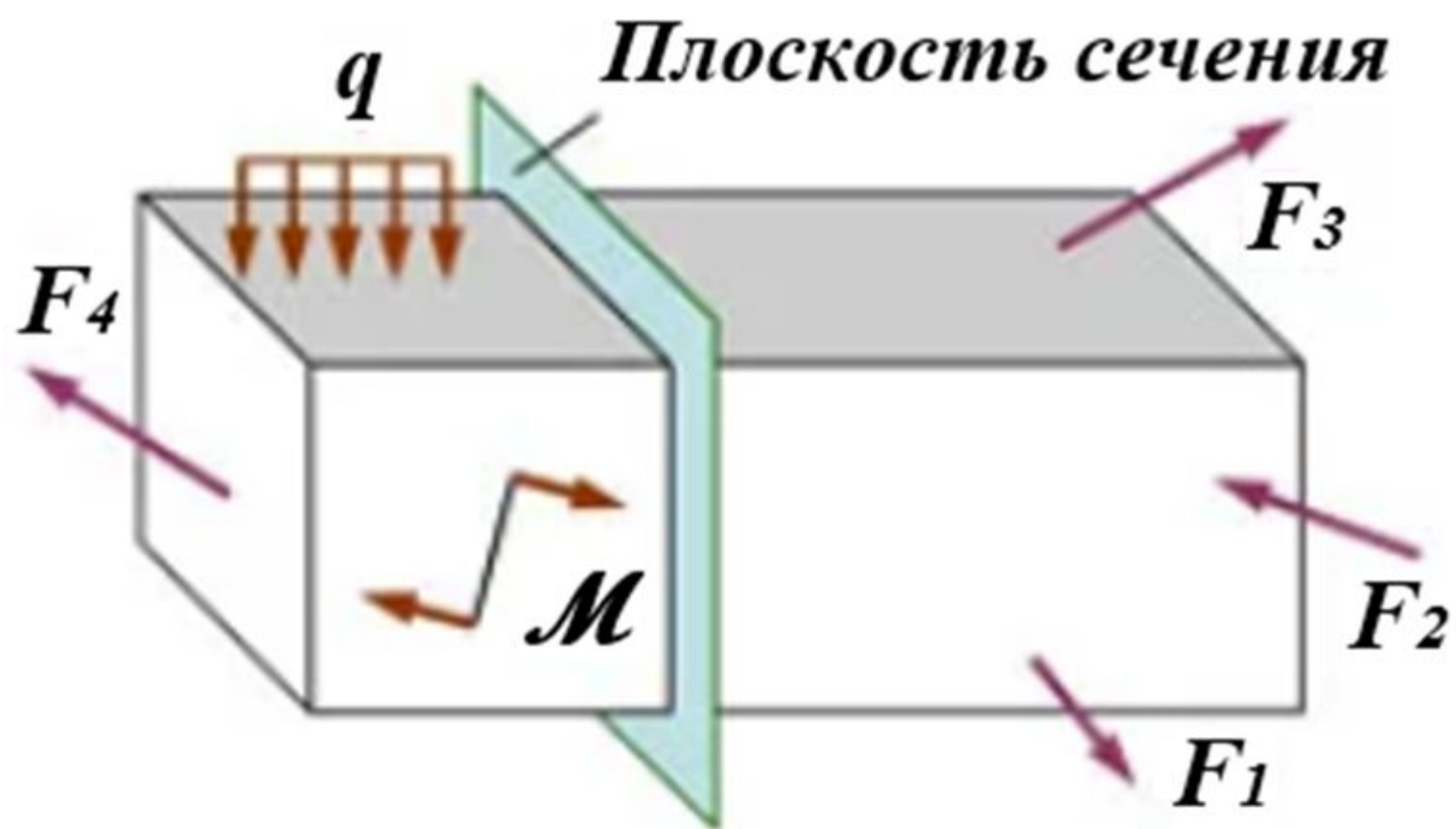
равен сумме результатов воздействия каждого из
них, прикладываемого в отдельности,
и не зависит от последовательности их приложения

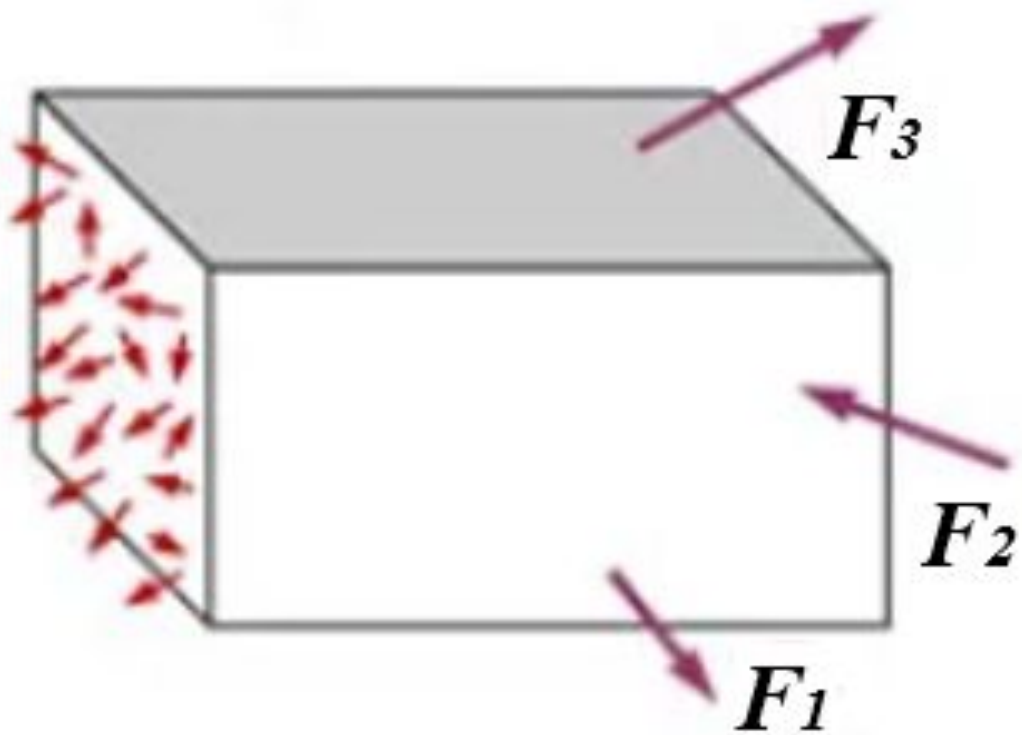
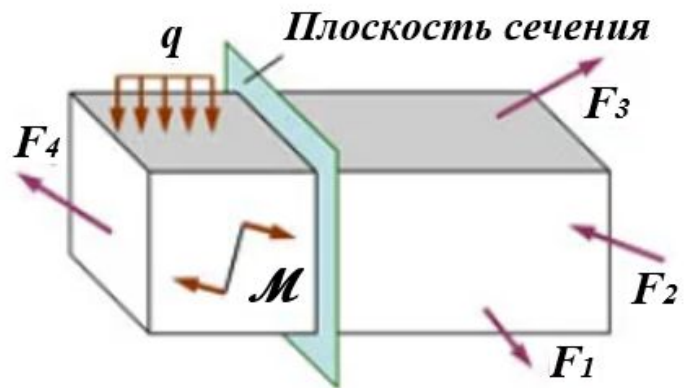
9. Принцип начальных размеров (гипотеза о малости деформаций) – деформации в точках тела настолько малы по сравнению с размерами деформируемого тела, что не оказывают существенного влияния на взаимное расположение нагрузок, приложенных к телу.

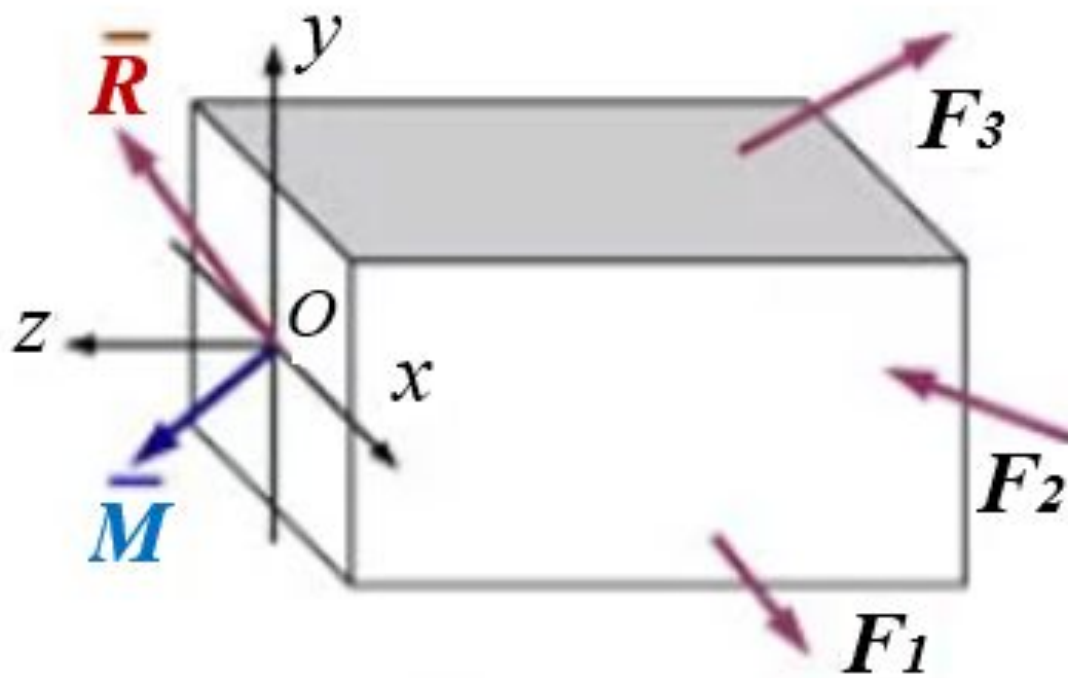
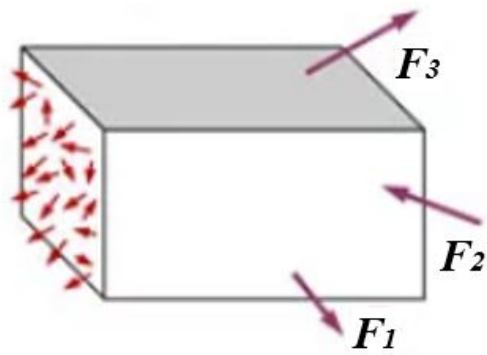
Допущение применяют при составлении уравнений статики, считая тело абсолютно твердым

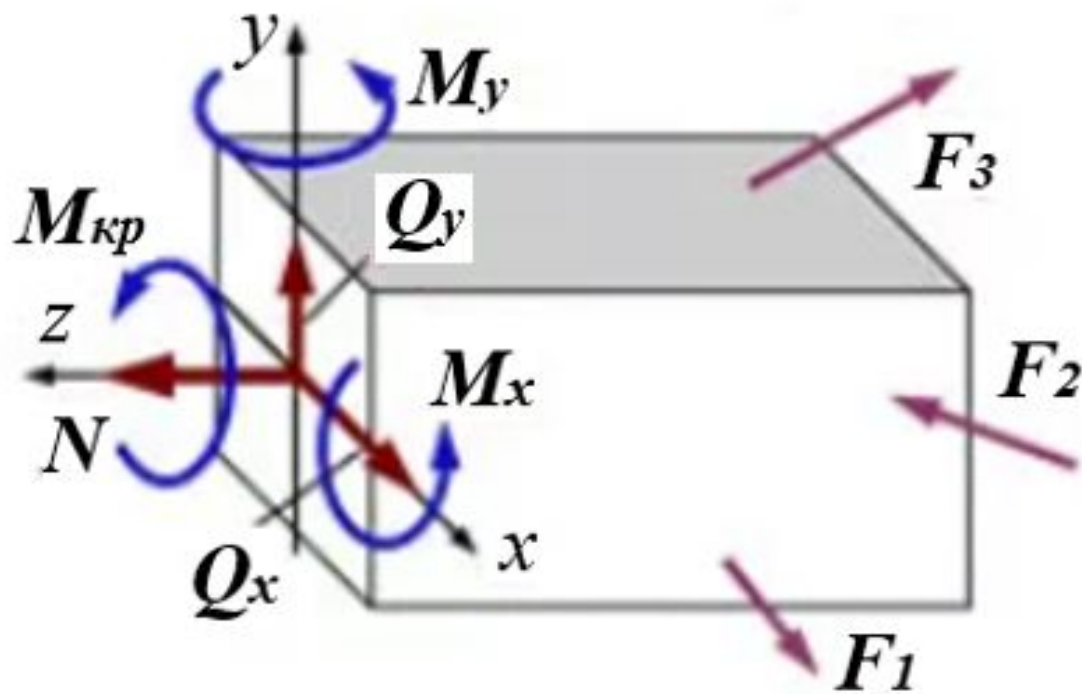
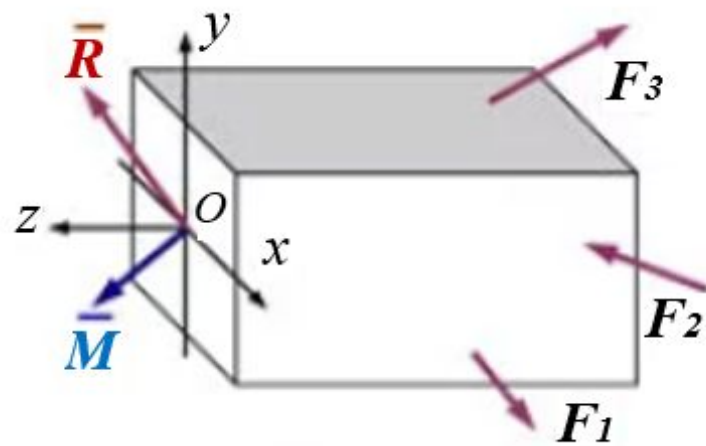
*Внутренние
силовые
факторы*

Метод сечений - определение
внутренних усилий путем
составления уравнений равновесия
любой отсеченной части тела

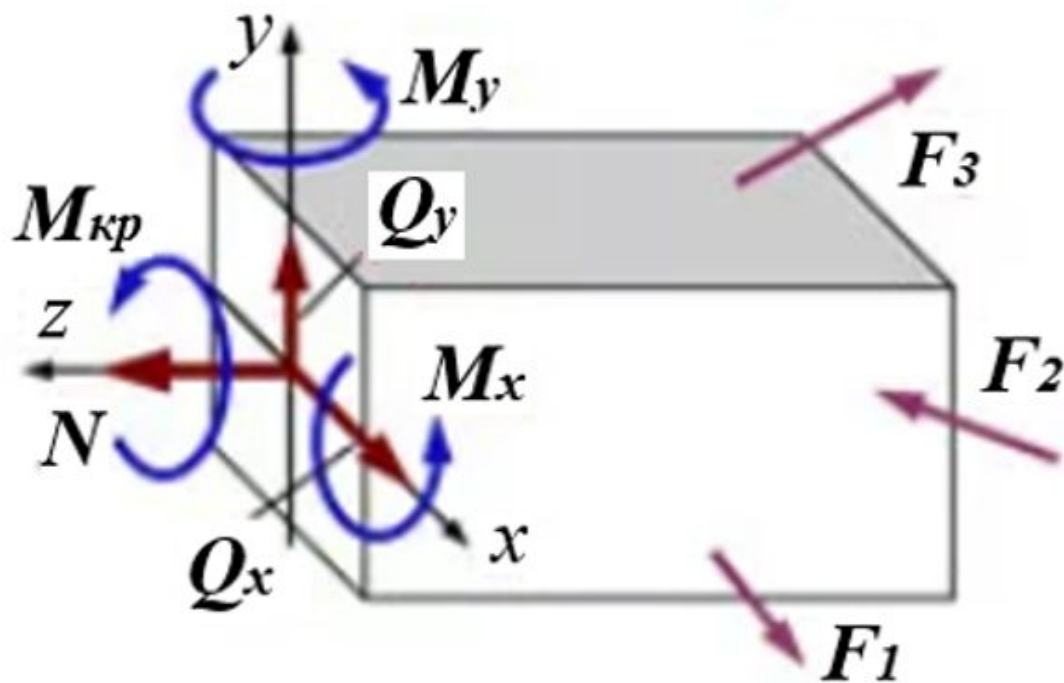








Внутренние силовые факторы – проекции *главного вектора* и *главного момента* внутренних сил на оси координат, привязанные к центру тяжести сечения



N – продольная сила

Q_x, Q_y – поперечные силы

M_x, M_y – изгибающие моменты

$M_{кр}$ – крутящий момент

Напряжения

Напряжение механическое полное – мера интенсивности распределения внутренних сил.

Для любой точки A упругого тела равно:

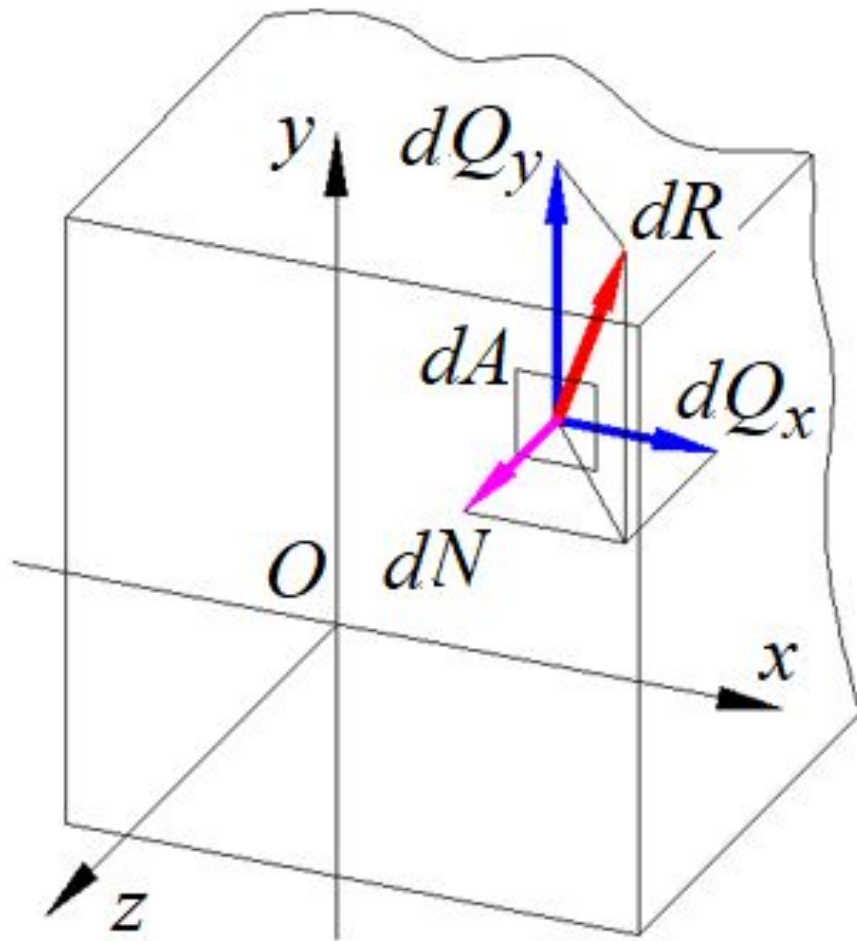
$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{R}}{\Delta A} = \frac{d\bar{R}}{dA},$$

где $d\bar{R}$ – равнодействующая внутренних сил, проходящих через поверхность площадки, проведенной через точку A



Огюстен Луи Коши

1789 - 1857



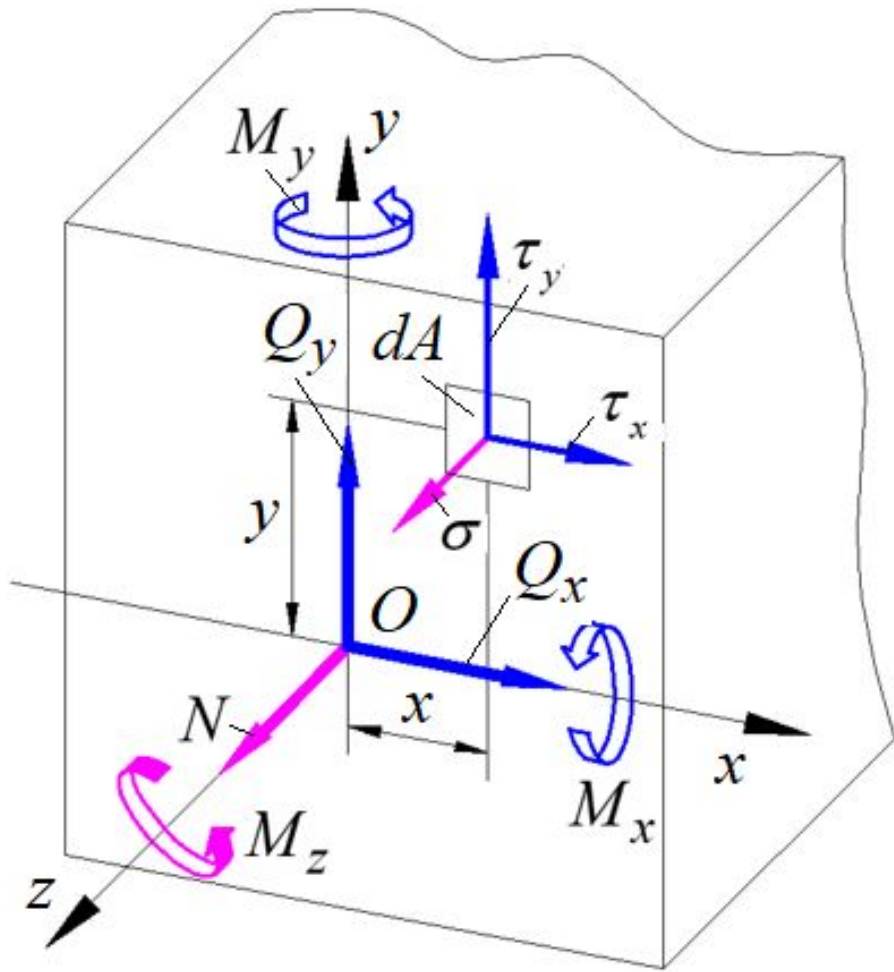
$$p = dR / dA;$$

$$\sigma = dN / dA;$$

$$\tau_x = dQ_x / dA;$$

$$\tau_y = dQ_y / dA;$$

$$p = \sqrt{\sigma^2 + \tau_x^2 + \tau_y^2}$$



$$N = \int_A \sigma \cdot dA;$$

$$Q_x = \int_A \tau_x \cdot dA;$$

$$Q_y = \int_A \tau_y \cdot dA;$$

$$M_x = \int_A \sigma \cdot y \cdot dA;$$

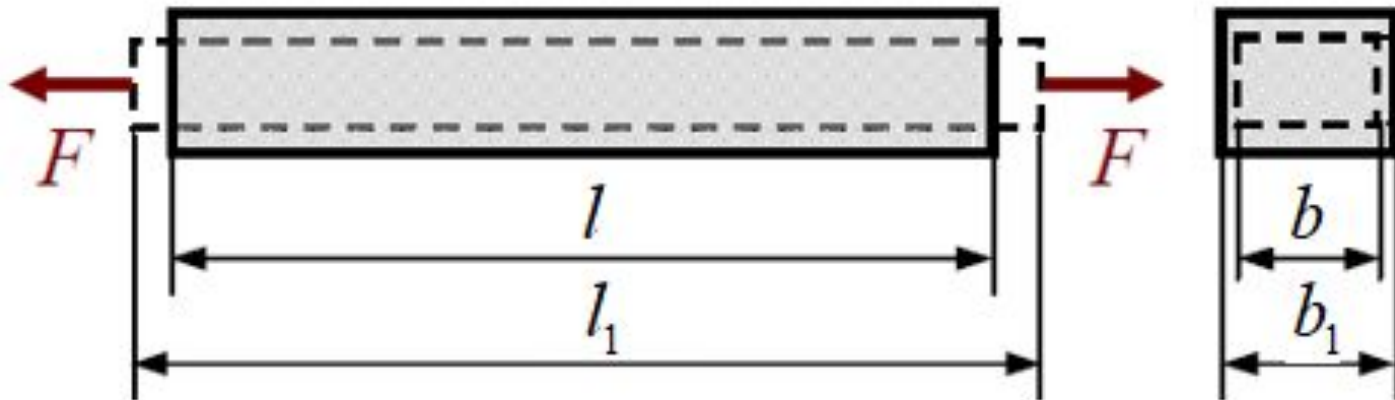
$$M_y = \int_A \sigma \cdot x \cdot dA;$$

$$M_z = T = \int_A (\tau_y \cdot x - \tau_x \cdot y) dA$$

Растяжение (сжатие) –
вид деформации, при котором из шести
внутренних силовых факторов не равно
*нулю одно – **продольное усилие N***

РАСТЯЖЕНИЕ возникает, если
противоположно направленные силы
приложены вдоль
оси стержня.

Растягивающие продольные силы принято считать
положительными,
сжимающие – **отрицательными**



Напряжения в поперечных сечениях бруса

- При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только **нормальные напряжения**.
- Равнодействующая соответствующих элементарных сил - продольная сила N - может быть найдена с помощью метода сечений.
- *Для того чтоб иметь возможность определить нормальные напряжения при известном значении продольной силы, необходимо установить закон их распределения по поперечному сечению бруса.*
- Эта задача решается на основе *гипотезы плоских сечений* (гипотезы Я. Бернулли), которая гласит: **сечения бруса, плоские и нормальные к его оси до деформации, остаются плоскими и нормальными к оси и при деформации.**

Деформации при растяжении и сжатии

Закон Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (1)$$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{F}{EA} \quad (2)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

$$\sigma = E\varepsilon$$

Современное определение модуля Юнга

$$E = \sigma / \varepsilon$$

было дано в 1826 г.
за три года до смерти Юнга
французским инженером Навье



Томас Юнг (Янг)
(1773-1829)
английский физик,
механик, врач,
астроном и востоковед,
один из создателей
волновой теории света

Коэффициент Пуассона



**Симеон Дени
ПУАССОН
(1781-1840)**

Как показывает опыт, при растяжении бруска длина его увеличивается на величину Δl , ширина же уменьшается на величину

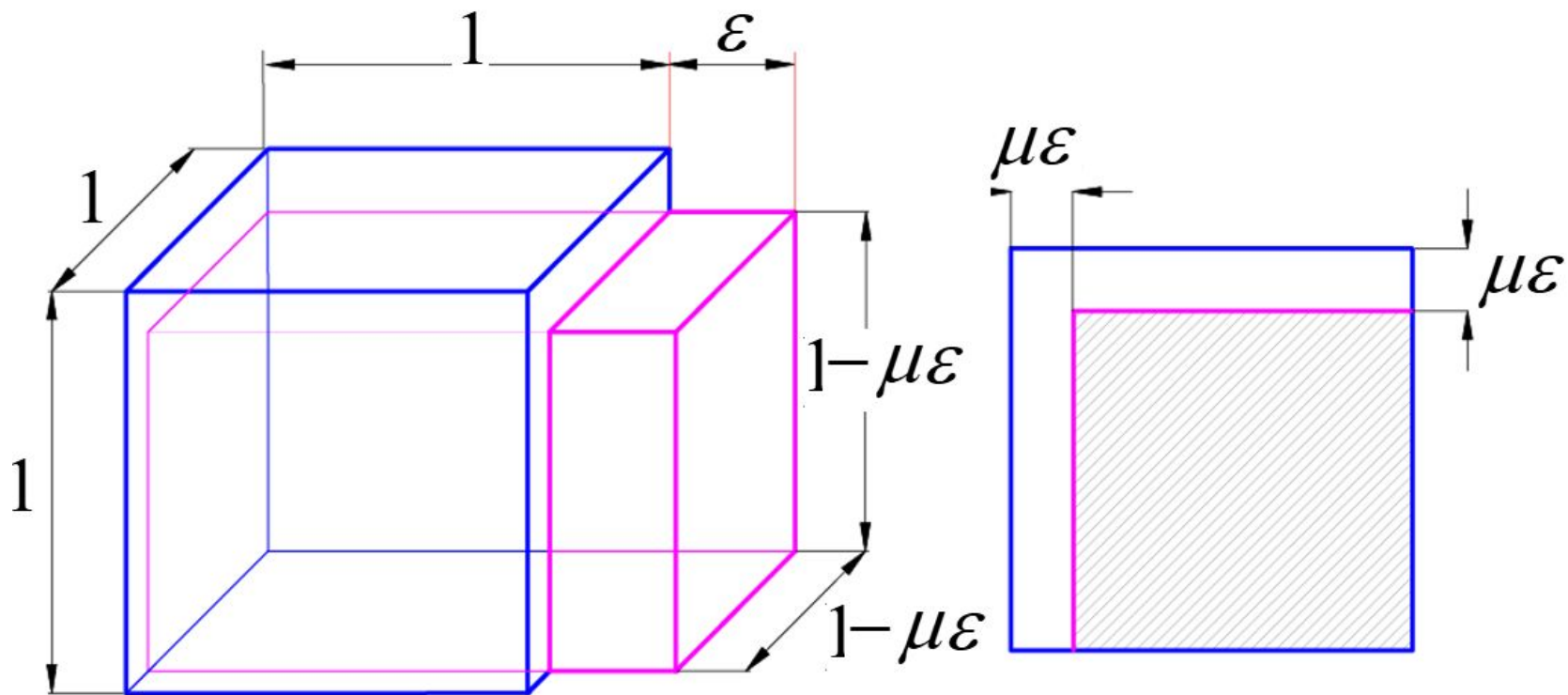
$$\Delta b = b - b_1$$

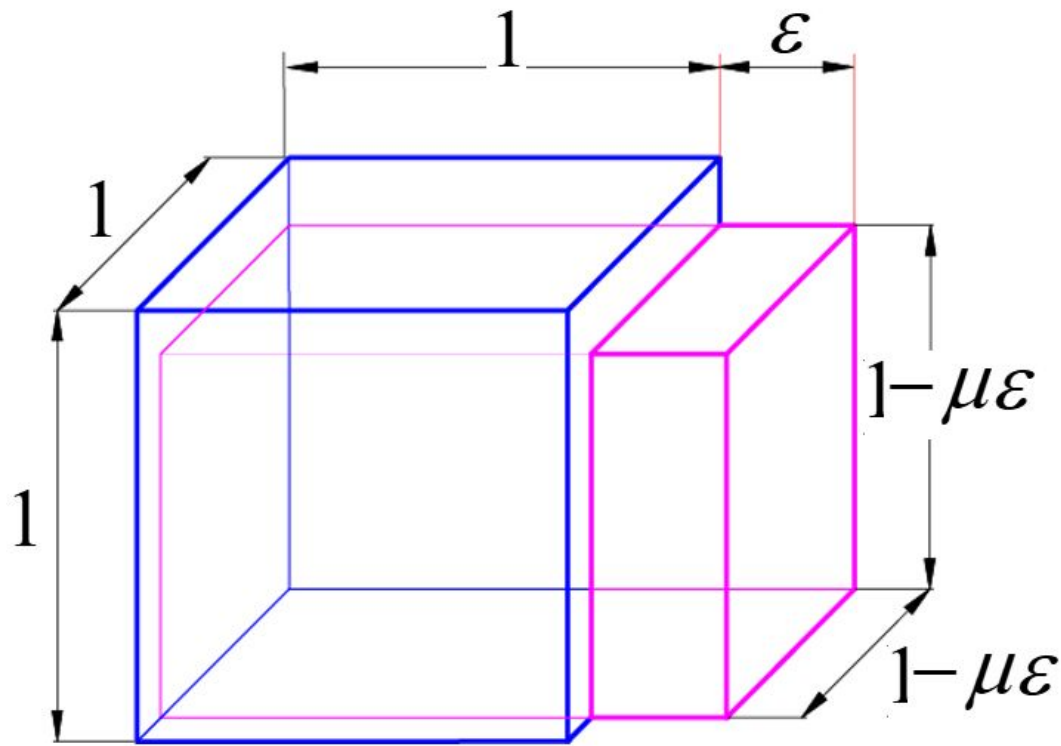
Относительная продольная деформация равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

относительная поперечная деформация равна

$$\varepsilon_1 = \frac{\Delta b}{b}$$





$$\begin{aligned} V &= (1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)^2 = (1 + \varepsilon)(1 - 2\mu\varepsilon + \mu^2\varepsilon^2) = \\ &= 1 - 2\mu\varepsilon + \mu^2\varepsilon^2 + \varepsilon - 2\mu\varepsilon^2 + \mu^2\varepsilon^3 = 1 - 2\mu\varepsilon + \varepsilon \end{aligned}$$

$$\frac{V - V_0}{V_0} = \varepsilon(1 - 2\mu)$$

Коэффициент Пуассона

Материал	μ
Сталь	0,25 - 0,33
Медь	0,31 - 0,34
Бронза	0,32 - 0,35
Алюминий	0,32 - 0,36
Чугун	0,23 - 0,27
Камень	0,16 - 0,34
Бетон	0,08 - 0,18
Фанера	0,07
Пробка	≈ 0

Деформации стержня при растяжении-сжатии

$$\Delta dz = \frac{N(z) dz}{EA}; \quad (1)$$

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N(z)}{EA} dz; \quad (2)$$

$$\Delta l = \sum_{i=1}^n \int_{l_i} \frac{N(z)}{EA} dz \quad (3)$$

Расчеты на прочность и жесткость при растяжении и сжатии.

Опасным сечением при растяжении и сжатии называется поперечное сечение бруса, в котором возникает максимальное нормальное напряжение. Допускаемые напряжения вычисляются по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{[n]}$$

где $\sigma_{\text{пред}}$ - предельное напряжение ($\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{T}}$ - для пластических материалов и $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{\text{В}}$ - для хрупких материалов); $[n]$ - коэффициент запаса прочности. Для пластических материалов $[n] = [n_{\text{T}}] = 1,2 \dots 2,5$; для хрупких материалов $[n] = [n_{\text{В}}] = 2 \dots 5$, а для древесины $[n] = 8 \div 12$.

Расчеты на прочность при растяжении и сжатии

Целью расчета любой конструкции является использование полученных результатов для оценки пригодности этой конструкции к эксплуатации при минимальном расходе материала, что находит отражение в методах расчета на прочность и жесткость.

Условие прочности стержня при его растяжении (сжатии):

$$\sigma_{\max} = \max \left(\frac{N_z}{A} \right) \leq [\sigma]$$

При **проектном расчете** определяется площадь опасного сечения стержня:

$$A \geq \frac{\max N_z}{[\sigma]}$$

При определении **допускаемой нагрузки** рассчитывается допускаемая нормальная сила:

$$[N_z] = A[\sigma]$$

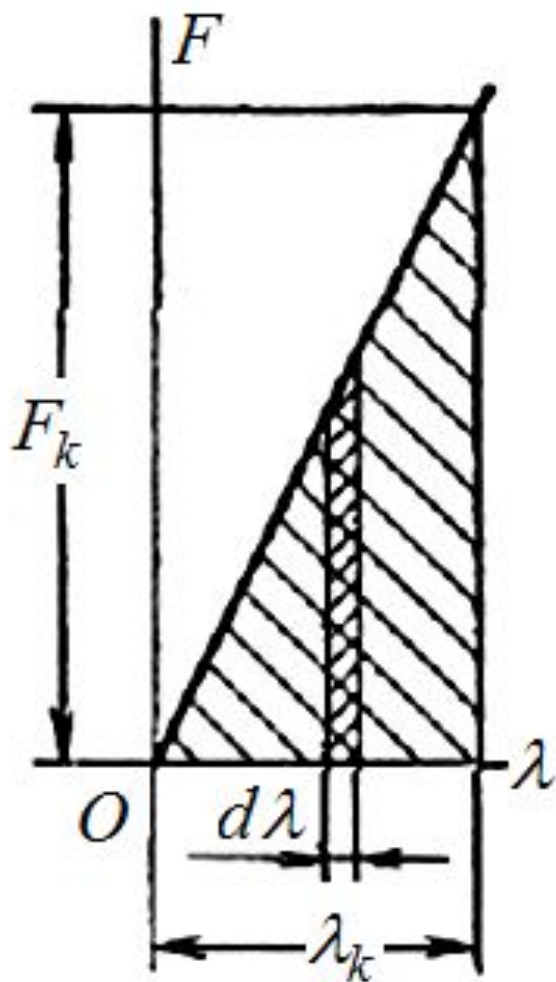
Расчет на жесткость при растяжении и сжатии

Работоспособность стержня определяется его предельной деформацией $[l]$. Абсолютное удлинение стержня должно удовлетворять условию:

$$\Delta l = \int_0^l \frac{N_z(z)}{EA(z)} dz \leq [l]$$

Часто дополнительно делают расчет на жесткость отдельных участков стержня

Энергия деформации при растяжении



$$dW = F \cdot d\lambda$$

$$W = \frac{1}{2} F_k \cdot \lambda_k$$

Теорема Клапейрона

«Работа силы, статически приложенной к линейно-деформируемой системе, равна половине произведения конечного значения силы на конечное значение соответствующего перемещения»

$$dV = \frac{1}{2} N \cdot \Delta(dz) = \frac{1}{2} N \cdot \frac{Ndz}{EA} = \frac{N^2 dz}{2EA}$$

Суммируя по всей длине стержня, определяем

$$V = \int_l \frac{N^2(z) \cdot dz}{2EA}$$

Для всей системы

$$V = \sum_{i=1}^k \int_{l_i} \frac{N^2(z) \cdot dz}{2EA}$$

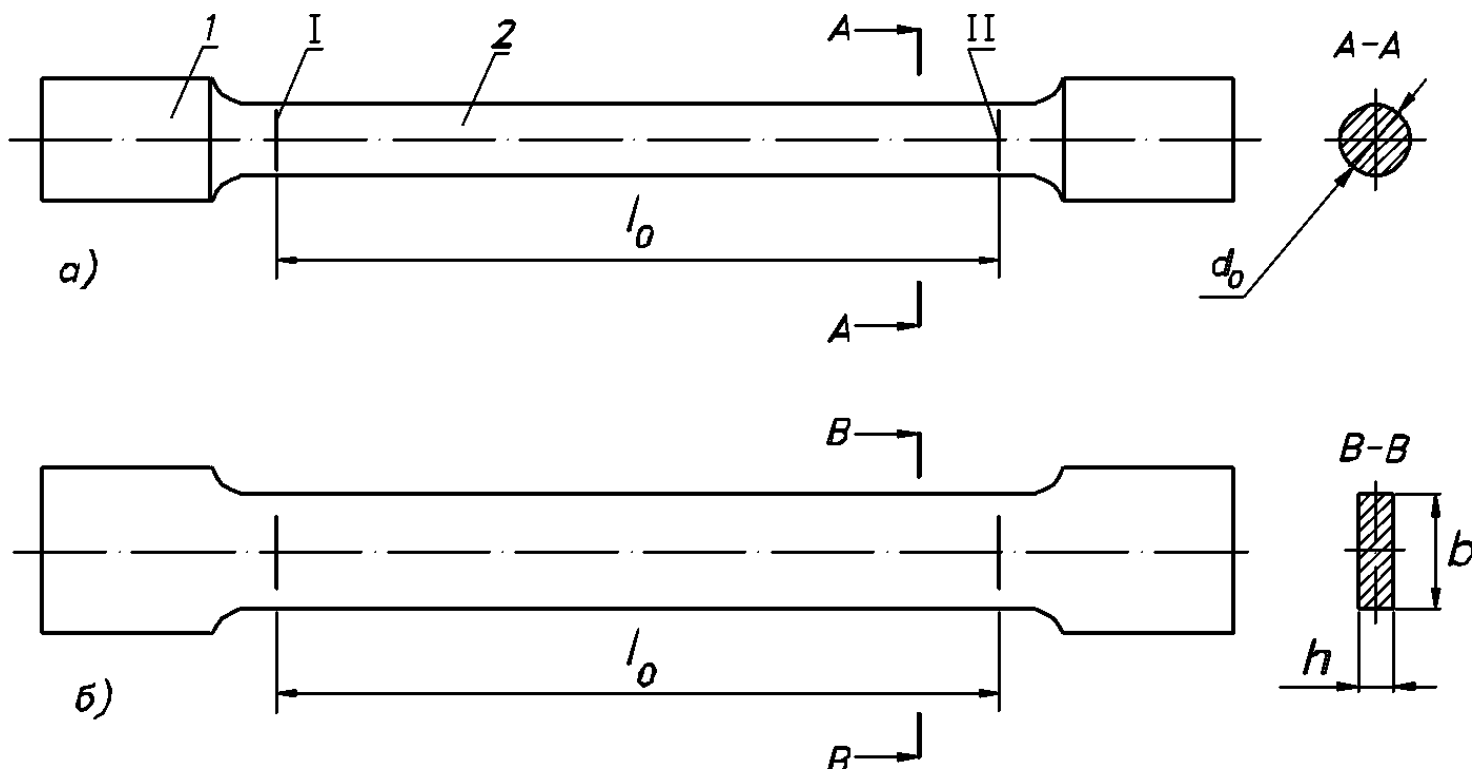
Для стержня (участка стержня)
постоянного поперечного сечения
при условии,
что продольная сила по длине стержня
не изменяется:

$$V = \frac{N^2 l}{2EA}$$



Бенуа Поль Эмиль
КЛАПЕЙРОН
(1799-1864)

Механические испытания материалов



Стандартные образцы для испытаний на растяжение:

a – образец круглого сечения; *б* – плоский образец; 1 – головка; 2 – рабочая часть

Учебная испытательная машина МИ-40КУ:

- 1 – станина; 2 – неподвижная траверса; 3 – образец; 4 – левая стойка;
5 – верхняя плита; 6 – правая стойка; 7 – подвижная траверса;
8 – пульт местного управления; 9 – захватно-опорные приспособления; 10 – вал

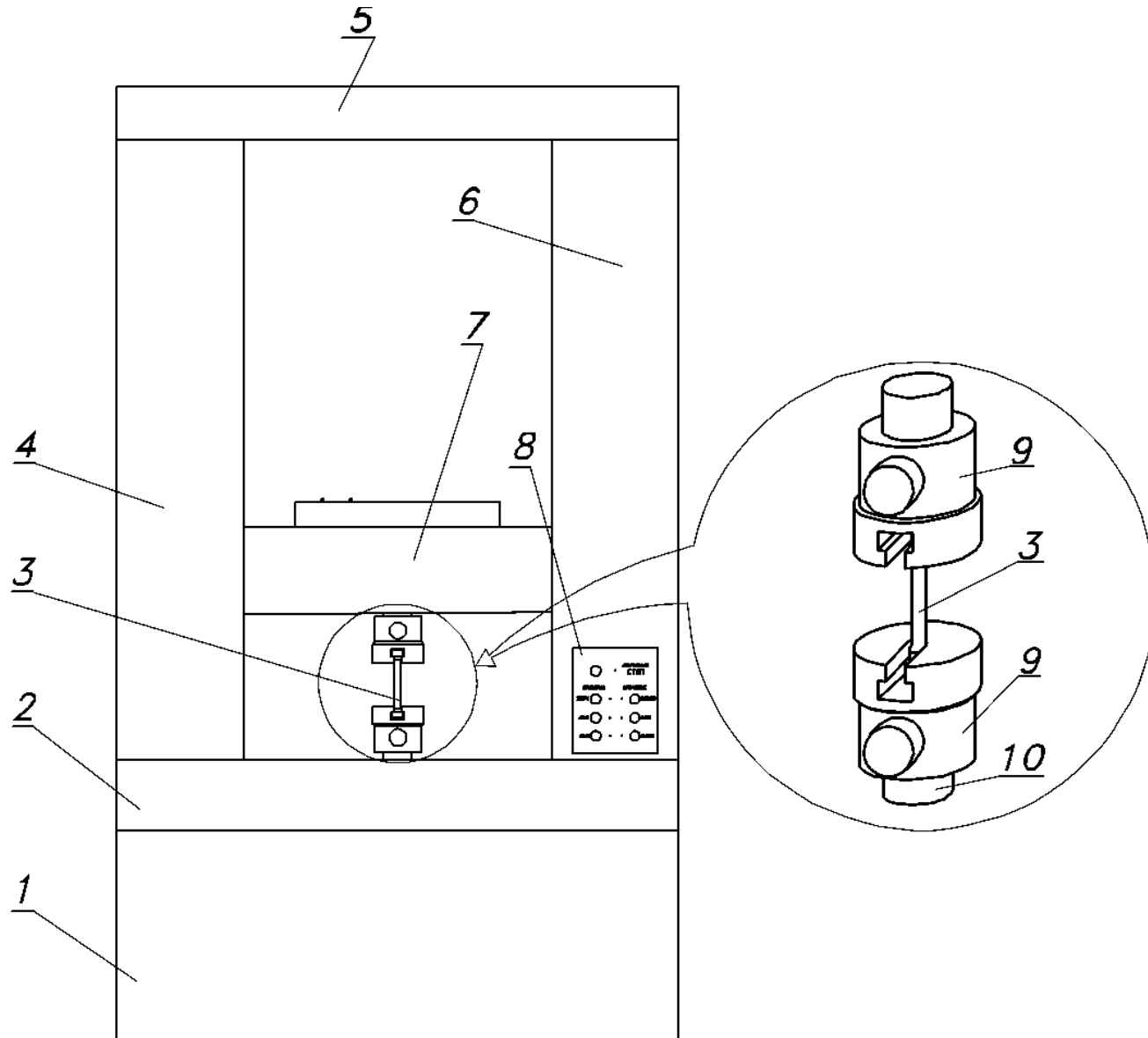
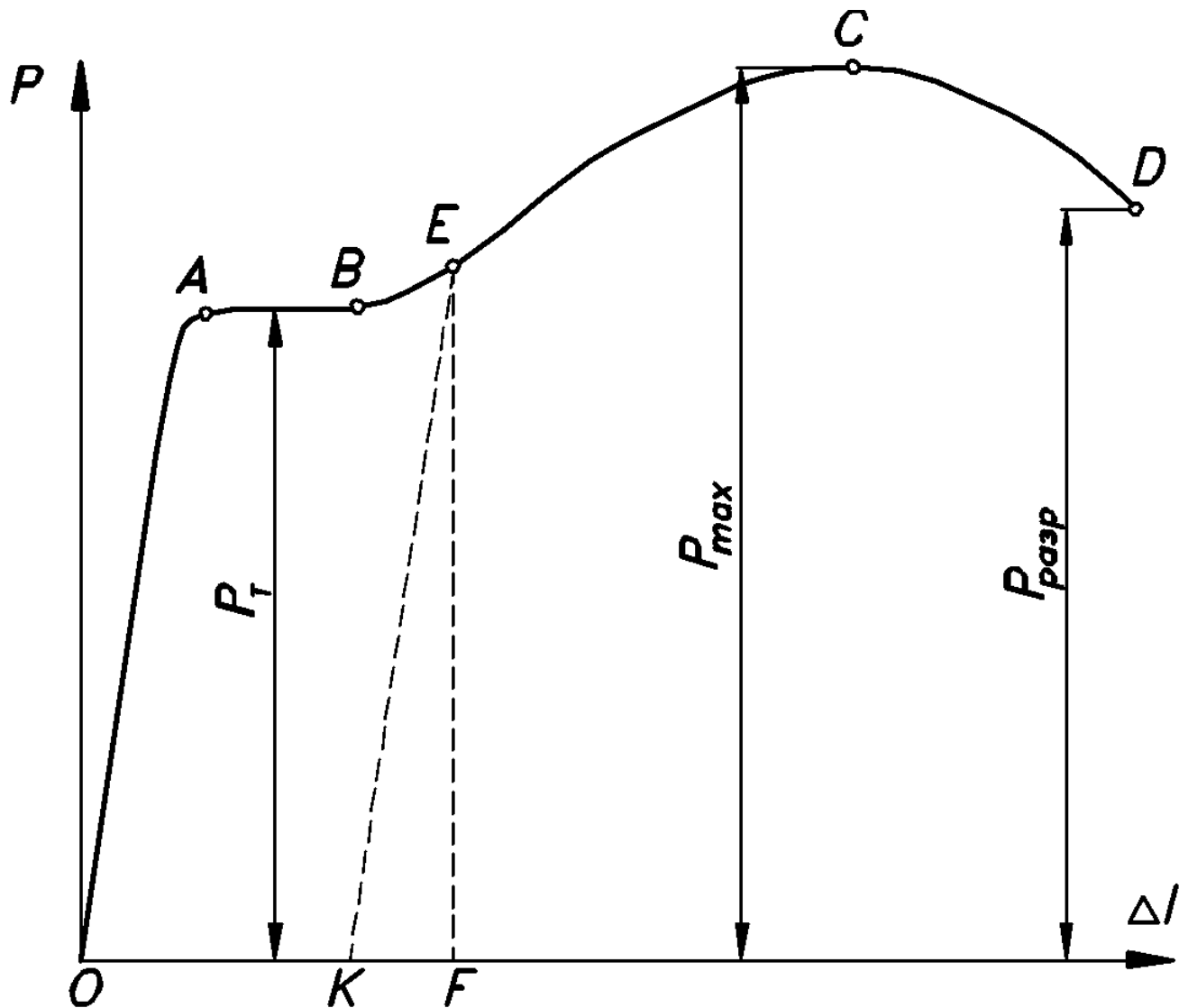
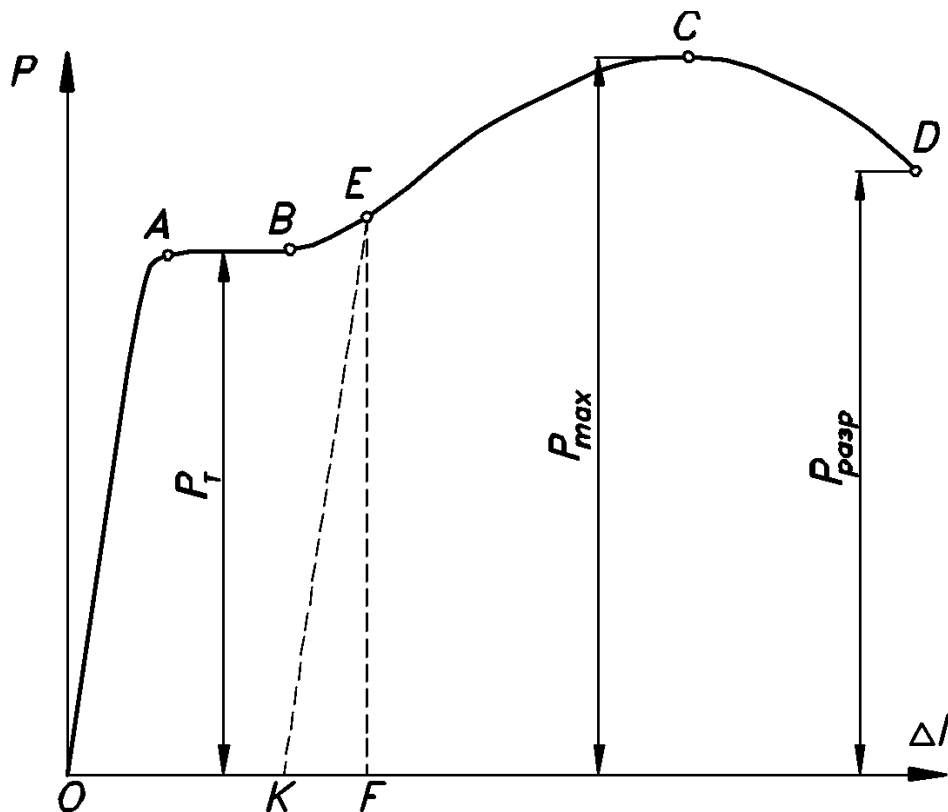


Диаграмма растяжения пластичного материала



Предел текучести –

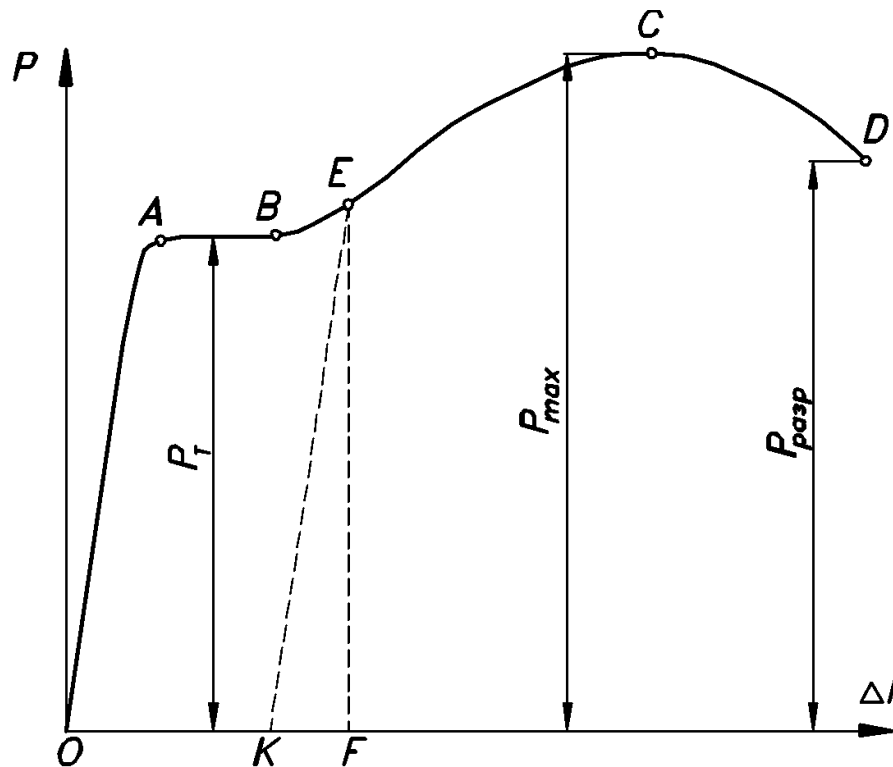
напряжение, при котором рост деформаций происходит без заметного увеличения нагрузки



$$\sigma_T = \frac{P_T}{S_0}$$

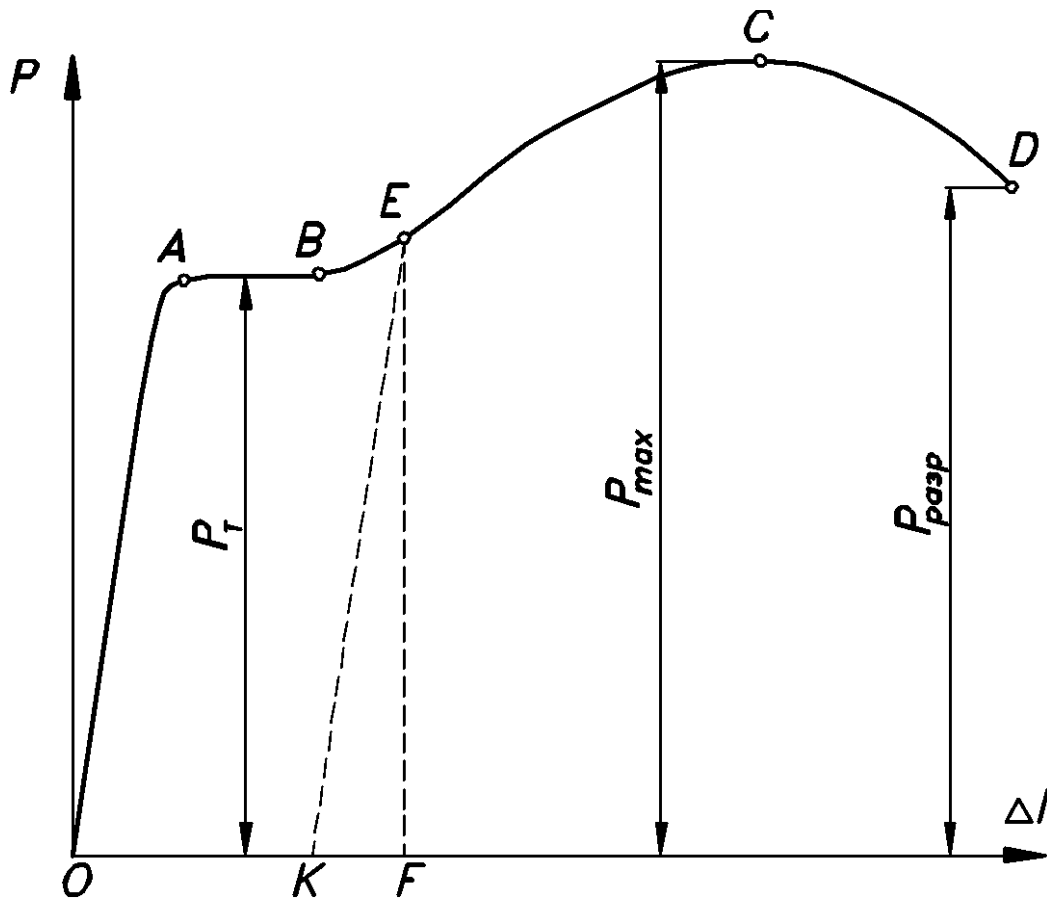
**Временное сопротивление σ_{σ}
или предел прочности материала –**

отношение максимальной силы, которую способен выдержать образец, к его начальной площади поперечного сечения



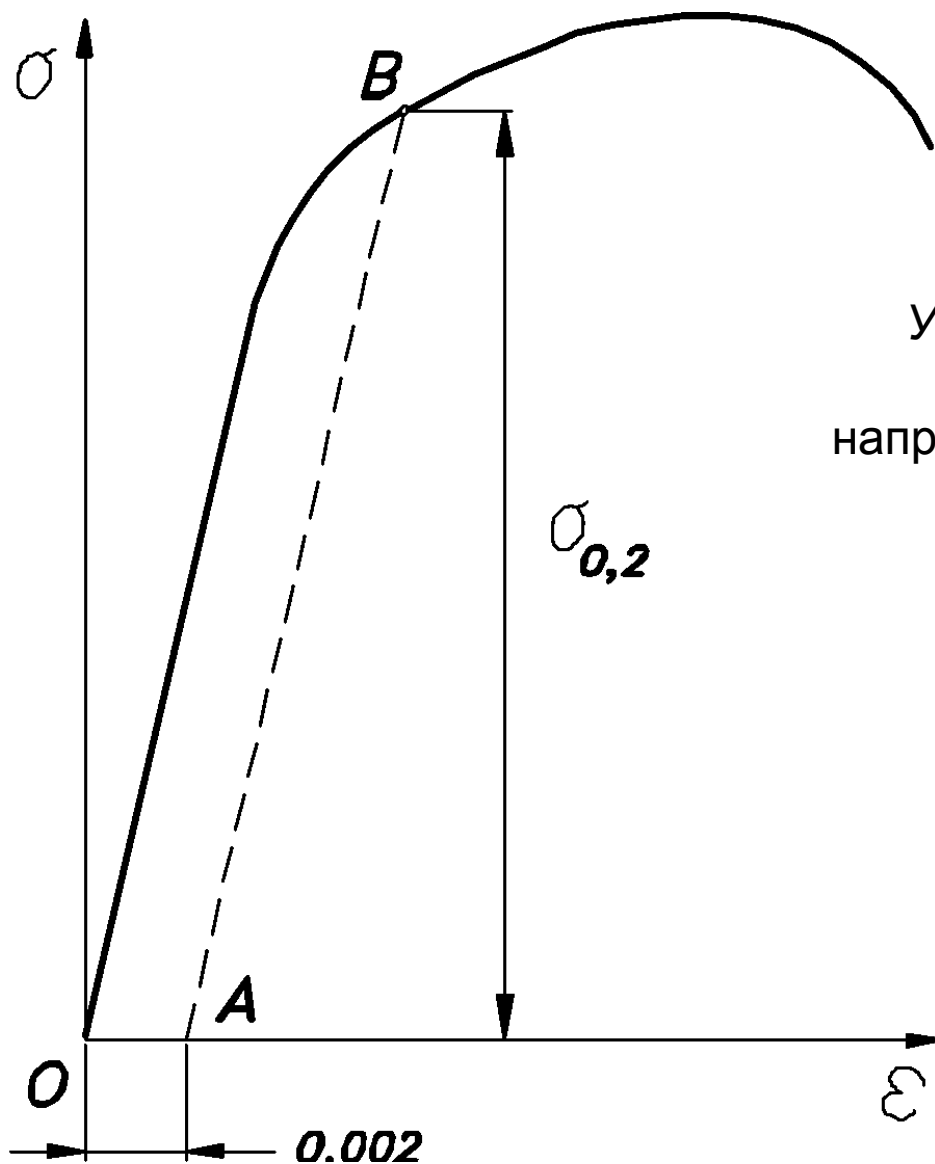
$$\sigma_{\sigma} = \frac{P_{\max}}{S_0}$$

**Истинное напряжение
в момент разрыва (в точке D):**



$$\sigma_{ист} = \frac{P_{разр}}{S_1}$$

Диаграмма растяжения без площадки текучести



Условный предел текучести –
напряжение, при котором остаточная
деформация $\epsilon_{ост}$ образца
составляет 0,002, т. е. 0,2%.